



Examen Final MN

Student: _____ Grupa: _____

Descriere curs:	MN, An I, Semestrul II	Rezultate Examen	
Titlu curs:	Metode Numerice	Subiect	Punctaj
Profesor:	Florin POP	1	/3
Durata examenului:	120 minute	2	/3
Tip Examen:	Closed Book	3	/2
Materiale Aditionale:	Nu! Fara telefoane mobile!!!	4	/2
Numar pagini:	_____	Σ	/10

Subiecte [1]

3 puncte

1. Fie functia data prin: $\mathbf{x} = [-1 \ -0.5 \ 0.5 \ 1]$, $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [1 \ 0 \ 2 \ 1]$.

- Calculati polinomul de aproximare in sensul celor mai mici patrute de grad 2, cu functia pondere $\mathbf{w}(\mathbf{x})=1$.
- Calculati polinomul minimax de grad 2, folosind primul algoritm al lui Remes.

3 puncte

2. Construiti o formula de integrare de tip Gauss, cu grad de valabilitate minim 3, pentru integralele: a) $I_1 = \int_a^b \frac{f(t)dt}{\sqrt{(t-a)(b-t)}}$, si b) $I_2 = \int_a^b f(t)\sqrt{(t-a)(b-t)}dt$. Scrieti o functie MATLAB care implementeaza formula de integrare $\int_{-1}^1 \frac{f(t)dt}{\sqrt{1-t^2}} \approx \sum_{i=1}^n A_{in}f(x_{in})$. Functia primeste ca parametru functia f si n .

2 puncte

3. Pentru rezolvarea problemei diferentiale $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ se foloseste metoda tangentei ameliorate (Runge-Kutta de ordin 2, $\alpha = 1$ sau $u_1 = 1/2$). Scrieti o functie MATLAB pentru integrarea unui sistem de ecuatii diferentiale cu doua necunoscute y_1 si y_2 , dupa ce, in prealabil, ati rescris forma generala a sistemului si relatiile RK pentru sistem.

2 puncte

4. Calculati rangul matricei uv^T , unde $u, v \in R^n$. Determinati valorile proprii si vectorii proprii pentru matricea $A = I_n + uv^T$. Dati un exemplu numeric pentru $n = 2$ si $v^T u = 1$.

SUPLIMENTAR [1p] Se considera o matrice oarecare $A \in R^{n \times n}$ si o matrice $U \in R^{n \times k}$ cu coloanele ortogonale. Aratati ca functia $f : R^{k \times k} \rightarrow R_+$ definita de $f(X) = \|AU - UX\|_F$ admite un minim care se atinge pentru $X = U^T AU$.