



## Examen Final MN

Student: \_\_\_\_\_ Grupa: \_\_\_\_\_

Descriere curs:	MN, An I, Semestrul II	Rezultate Examen	
Titlu curs:	Metode Numerice	Subiect	Punctaj
Profesor:	Florin POP	1	/3
Durata examenului:	120 minute	2	/2
Tip Examen:	Closed Book	3	/3
Materiale Aditionale:	Nu! Fara telefoane mobile!!!	4	/2
Numar pagini:	_____	$\Sigma$	/10

### Subiecte

3 puncte

1. a) Pentru functia  $f : [-1, 1] \rightarrow R$ ,  $f(x) = e^x$  determinati polinomul  $P(x) = \frac{a_0}{\sqrt{2}}T_0 + a_1T_1(x) + a_2T_2(x)$  care realizeaza aproximarea continua in sensul celor mai mici patrate.  
b) Scrieti o functie Matlab pentru calculul coeficientilor polinomului de aproximare discreta Cebasev in sensul celor mai mici patrate  $P(x) = \frac{a_0}{\sqrt{2}}T_0 + a_1T_1(x) + \dots + a_nT_n(x)$ . Functia va avea semnatura **function a=Ceby(n,y)**, in care **y** este vectorul valorilor functiei **f** in punctele ce reprezinta radacinile polinomului Cebasev de grad  $n + 1$ .

2 puncte

2. Formula de integrare Gauss-Lobatto are forma:  $\int_{-1}^1 \frac{f(x)dx}{\sqrt{1-x^2}} \approx \sum_{i=0}^N A_i f(x_i)$  si este exacta pentru polinoame de grad  $2N - 1$ . Aceasta utilizeaza ca abscise  $x_i$  zerourile polinomului  $(1 - x^2)T'_n(x)$ . Dezvoltati o formula de integrare de acest tip cu  $N = 3$ .

3 puncte

3. a) Determinati coeficientii metodei Adams-Bashforth astfel incat aceasta sa aiba gradul de valabilitate 4. b) Folosind formula dedusa anterior si formula  $y_{k+1} = y_{k-1} + \frac{h}{3}(f_{k-1} + 4f_k + f_{k+1})$  scrieti o functie MATLAB care implementeaza o metoda predictor-corector.

2 puncte

4. Determinati valorile proprii si vectorii proprii precum si descompunerea valorilor singulare pentru matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

**SUPLIMENTAR [1p]** Aratati ca pentru  $A \in R^{m \times n}$ ,  $\|A\|_2 \leq \|A\|_F \leq \sqrt{r} \|A\|_2$ , unde  $r$  este rangul matricei  $A$  (indicile ultimei valori singulare nenule).