

(c) Show that X_1, X_2, X_3 are independent

(a) 예) 의해 $f_{X_1, X_2, X_3}(x_1, x_2, x_3) = \frac{6}{\beta^3} e^{-\frac{3x_1+2x_2+x_3}{\beta}}$ 이다.

(b) 예) 의해 $f_{x_1}(x_1) = \frac{3}{\beta} e^{-\frac{3x_1}{\beta}}$, $f_{x_2}(x_2) = \frac{2}{\beta} e^{-\frac{2x_2}{\beta}}$, $f_{x_3}(x_3) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x_3}{\beta}}$ 이다.

여기서, $f_{X_1, X_2, X_3}(x_1, x_2, x_3) = f_{x_1}(x_1) \cdot f_{x_2}(x_2) \cdot f_{x_3}(x_3)$ 입을 확인할 수 있다.

따라서, X_1, X_2, X_3 는 independent 합을 알 수 있다.