

(c) Show that  $X_1, X_2, X_3$  are independent

(a)에 의해  $f_{x_1, x_2, x_3}(x_1, x_2, x_3) = \frac{6}{\beta^3} e^{-\frac{3x_1 + 2x_2 + x_3}{\beta}}$  이다.

(b)에 의해  $f_{x_1}(x_1) = \frac{3}{\beta} e^{-\frac{x_1}{\beta}}$ ,  $f_{x_2}(x_2) = \frac{2}{\beta} e^{-\frac{x_2}{\beta}}$ ,  $f_{x_3}(x_3) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x_3}{\beta}}$  이다.

여기서,  $f_{x_1, x_2, x_3}(x_1, x_2, x_3) = f_{x_1}(x_1) \cdot f_{x_2}(x_2) \cdot f_{x_3}(x_3)$ 임을 확인할 수 있다.

따라서,  $X_1, X_2, X_3$ 는 independent함을 알 수 있다.