ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

ΕΡΓΑΣΙΑ #1

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.

7ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Όνομα : Εξάρχου Δημήτριος-Μάριος

Α.Ε.Μ. : 8805

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2019

Περιεχόμενα

Εργασία #1 : Σχεδίαση Κατωδιαβατών φίλτρων 3

A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου 3

- Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς 3
- Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς 5
- Ρύθμιση Κέρδους 6

B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB 9

Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM 12

- Απόκριση σε περιοδική κυματομορφή 13

Εργασία #1 : Σχεδίαση Κατωδιαβατών φίλτρων

ΚΑΤΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ BUTTERWOTH

Να σχεδιασθεί ένα κατωδιαβατό φίλτρο Butterworth το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

f_p = 4.8 KHz , f_s = 10.56 KHz και a_{max} = 0.85 dB , a_{min} = 20 dB

A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Αρχικά θα μετατρέψουμε τις συχνότητες στις αντίστοιχες κυκλικές, άρα θα έχουμε :

ω_p= 30159 rad/sec και ω_s= 66350 rad/sec

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\log\left[(10^{a_{min}/10}-1)/(10^{a_{max}/10}-1)\right]}{2\log(\omega_s/\omega_p)} = \frac{\log(99/0.2162)}{2\log(66350.4/30159.3)} = \frac{2.66608}{0.68446} = 3.89$$

Μετά την αντικατάσταση των δεδομένων μας από τον τύπο προκύπτει η τιμή n=3.89.

Επειδή το n που προέκυψε δεν είναι ακέραιος, θα πρέπει να στρογγυλοποιηθεί στον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο αριθμό. Δηλαδή **n = 4**

Θα υπολογίσουμε τώρα την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο

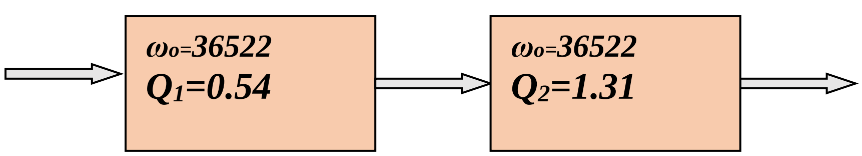
$$\omega_0 = \frac{\omega_p}{\left[10^{a_{max}/10} - 1\right]^{1/2n}} = \frac{30159}{0.2162^{1/8}} = \frac{30159}{0.8258} = 36522 \text{ rad/sec}$$

Με τον τύπο που επιλέξαμε για τον υπολογισμό της συχνότητας ημίσειας ισχύος θα έχουμε για $\omega = \omega_s$ $ότι$ $a > a_{min}$,δηλαδή οι προδιαγραφές στην συχνότητα αποκοπής υπερκαλύπτονται.

Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς , οι γωνίες καθώς και τα αντίστοιχα Q των ριζών προκύπτουν από τους αντίστοιχους πίνακες και φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

ψ_κ	Q	p_κ
± 22.5º	0.54	-0.3826 ± j0.9238
± 67.5º	1.31	-0.9238 ± j0.3826

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από 2 μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



Μονάδα 1 (I) Μονάδα 2 (II)

• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Θα θεωρήσουμε προσωρινά ότι $\omega_o = 1$ και θα υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες. Στην συνέχεια θα κάνουμε κλιμακοποίηση της συχνότητας με $k_f = \omega_o$ για να υπολογίσουμε τις πραγματικές τιμές των στοιχείων.

<u>ΜΟΝΑΔΑ (Ι)</u>

Η μονάδα αυτή θα υλοποιηθεί με ένα κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key με στρατηγική 3.

Θεωρούμε ότι:

$$r_{11} = r_{12} = 1 \text{ και συνεπώς } k_1 = 1 + \frac{r_{12}}{r_{11}} = 2$$

Επίσης, επιλέγουμε:

$$R_{11}C_{11} = R_{12}C_{12}\,,\ \ C_{11} = 1$$

Από τις γνωστές σχέσεις προκύπτει για $\omega_o = 1$:

$$R_{11} = 1,\quad R_{12} = Q_1 = 0.54\ ,\quad C_{12} = \frac{1}{Q_1} = 1.8519$$

<u>Κλιμακοποίηση</u>

Ο συντελεστής κλιμακοποίησης συχνότητας θα είναι $k_f = \omega_o = 36522$. Με βάση τα δεδομένα της εκφώνησης θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με τιμή 0.1μF. Άρα ο συντελεστής κλιμακοποίησης του πλάτους προκύπτει από την εξίσωση:

$$C_{11new} = \frac{C_{11old}}{k_m k_f} \Leftrightarrow k_m = \frac{C_{11old}}{k_f C_{11new}} = \frac{1}{36522 * 0.1 * 10^{-6}} = 273.8$$

Επομένως, τα πραγματικά στοιχεία της πρώτης μονάδας είναι:

$$C_{11} = 0.1\,\mu F,\ \ C_{12} = \frac{C_{12old}}{k_m k_f} = 0.1852\ \mu\text{F},\ \ R_{11} = \text{R}*k_m = 273.8\,\Omega,$$

$$\text{R}_{12} = \text{R}*\text{k}_\text{m} = 147.85\ \Omega\ \ ,\ r_{11} = r_{12} = 273.8\ \Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ (ΙΙ)

Η μονάδα αυτή θα υλοποιηθεί με ένα κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key με στρατηγική 3. Θεωρούμε ότι:

$r_{21} = r_{22} = 1$ και συνεπώς $k_2 = 1 + \frac{r_{22}}{r_{21}} = 2$

Επίσης, επιλέγουμε:

$R_{21}C_{21} = R_{22}C_{22}$, $C_{21} = 1$

Από τις γνωστές σχέσεις προκύπτει για $\omega_o = 1$:

$R_{21} = 1$, $R_{22} = Q_2 = 1.31$, $C_{22} = \frac{1}{Q_2} = 0.7634$

Κλιμακοποίηση

Ο συντελεστής κλιμακοποίησης συχνότητας θα είναι $k_f = \omega_o = 36522$. Με βάση τα δεδομένα της εκφώνησης θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με τιμή 0.1μF. Άρα ο συντελεστής κλιμακοποίησης του πλάτους προκύπτει από την εξίσωση:

$$C_{21new} = \frac{C_{21old}}{k_m k_f} \Leftrightarrow k_m = \frac{C_{21old}}{k_f C_{21new}} = \frac{1}{36522 * 0.1 * 10^{-6}} = 273.8$$

Επομένως, τα πραγματικά στοιχεία της πρώτης μονάδας είναι:

$C_{21} = 0.1\ \mu F$, $C_{22} = \frac{C_{22old}}{k_m k_f} = 0.07634$ μF, $R_{21} = R*k_m = 273.8\ \Omega$,

$R_{22} = R*k_m = 358.69\ \Omega$, $r_{21} = r_{22} = 273.8\Omega$

• Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στις χαμηλές συχνότητες να είναι 0 dB. Το συνολικό κέρδος του φίλτρου είναι $K = k_1 * k_2 = 4$. Για να φτάσουμε τα 0 dB θα πρέπει να μειώσουμε το κέρδος του συνολικού φίλτρου.

$$20\log aK = 0 \Leftrightarrow aK = 1 \Leftrightarrow a = 0.25$$

Αφού $a < 1$, η είσοδος θα πρέπει να υφίσταται εξασθένιση. Χρησιμοποιούμε για αυτό τον σκοπό μια αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος $k = -r_2 / r_1 = -0.25$. Επιλέγουμε $r_1 = 100\ \Omega$ και άρα $r_2 = 25\Omega$. Πρέπει να σημειώσουμε εδώ ότι η λύση αυτή εισάγει αλλαγή φάσης.

Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα, Sallen-Key όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = k_1 \frac{{\omega_0}^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_1}s + {\omega_0}^2} = \frac{2.6677 * 10^9}{s^2 + 67633s + 1.3339 * 10^9}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα Sallen-Key με παρόμοιο τρόπο η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_2(s) = k_2 \frac{{\omega_0}^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_2}s + {\omega_0}^2} = \frac{2.6677 * 10^9}{s^2 + 27879s + 1.3339 * 10^9}$$

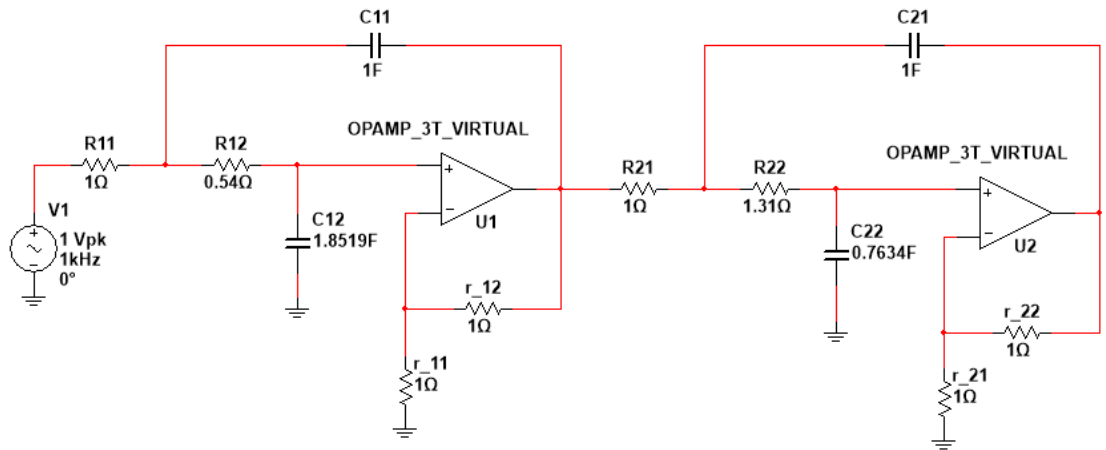
Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του κατωδιαβατού φίλτρου:

$T_{LP}(s) = \alpha * T_1(s) * T_2(s)$:

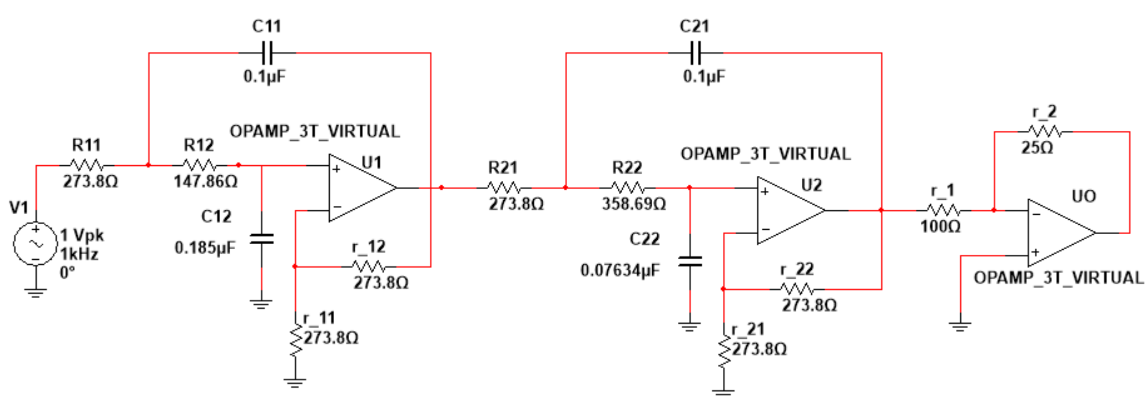
$$T_{LP}(s) = 0.25 * \frac{2.6677 * 10^9}{s^2 + 67633s + 1.3339 * 10^9} * \frac{2.6677 * 10^9}{s^2 + 27879s + 1.3339 * 10^9}$$

$$T_{LP}(s) = \frac{1.7792*10^{18}}{s^4 + 95512s^3 + 4.5533*10^9 s^2 + 1.274*10^{14}s + 1.7792*10^{18}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι δυο μονάδες αλλά και η απομόνωση μεταξύ 1^{ης} και 2^{ης} μονάδας προκειμένου να μην αλληλοεπιδρούν η μια στην άλλη.



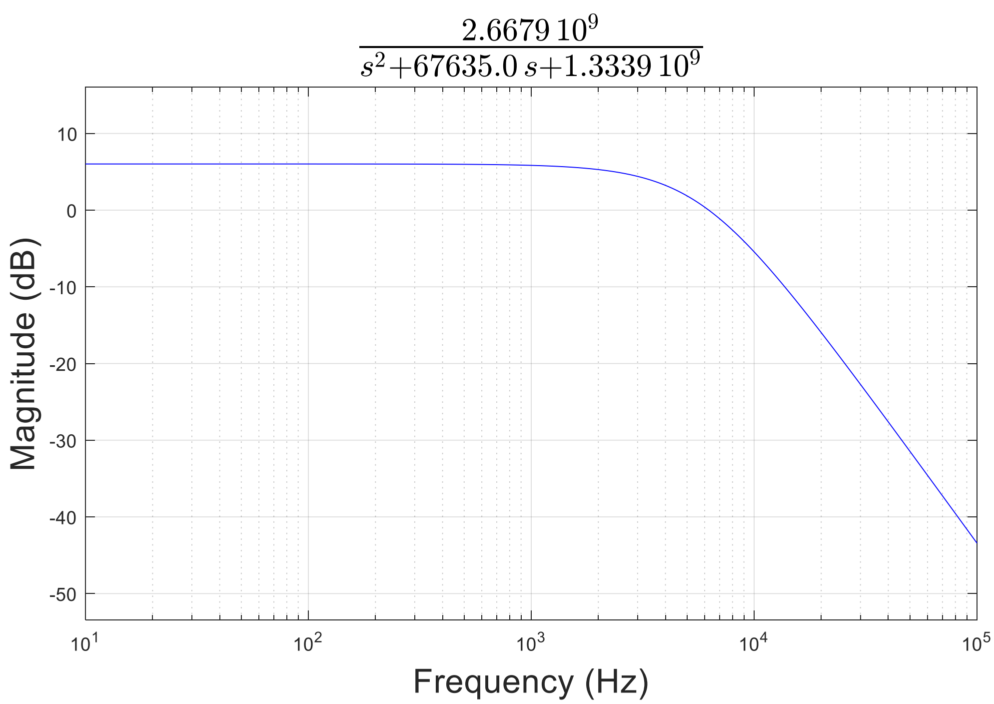
Στην συνέχει φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή κατωδιαβατό φίλτρο Butterworth με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών. Παρατηρείται και η αναστρέφουσα συνδεσμολογία για τη ρύθμιση κέρδους.



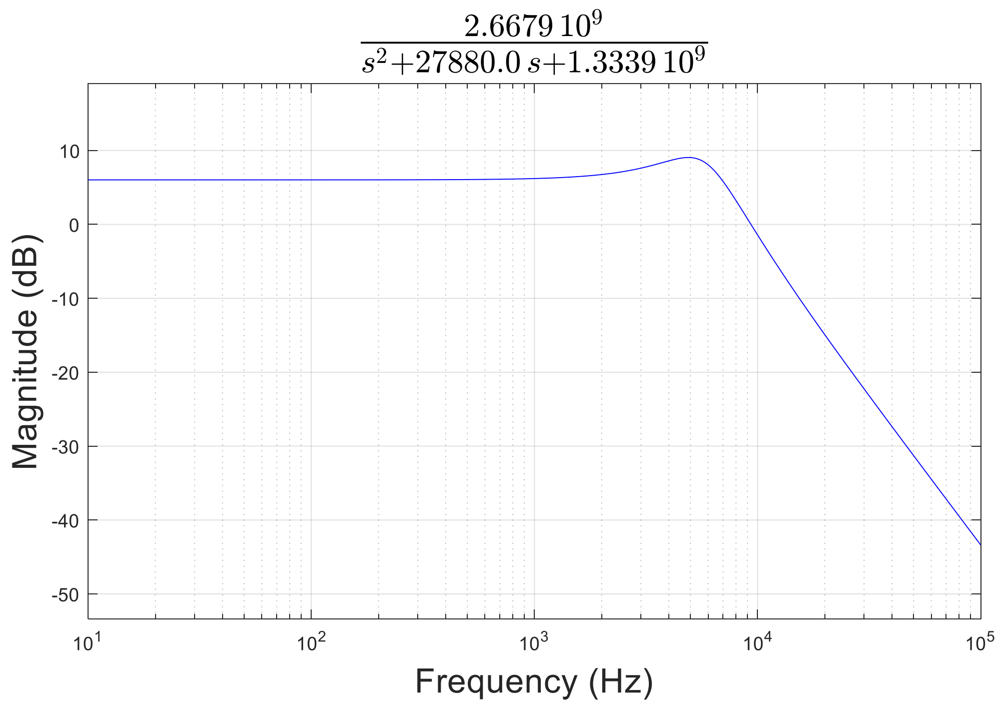
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των δυο μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση plot_transfer_function.m με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

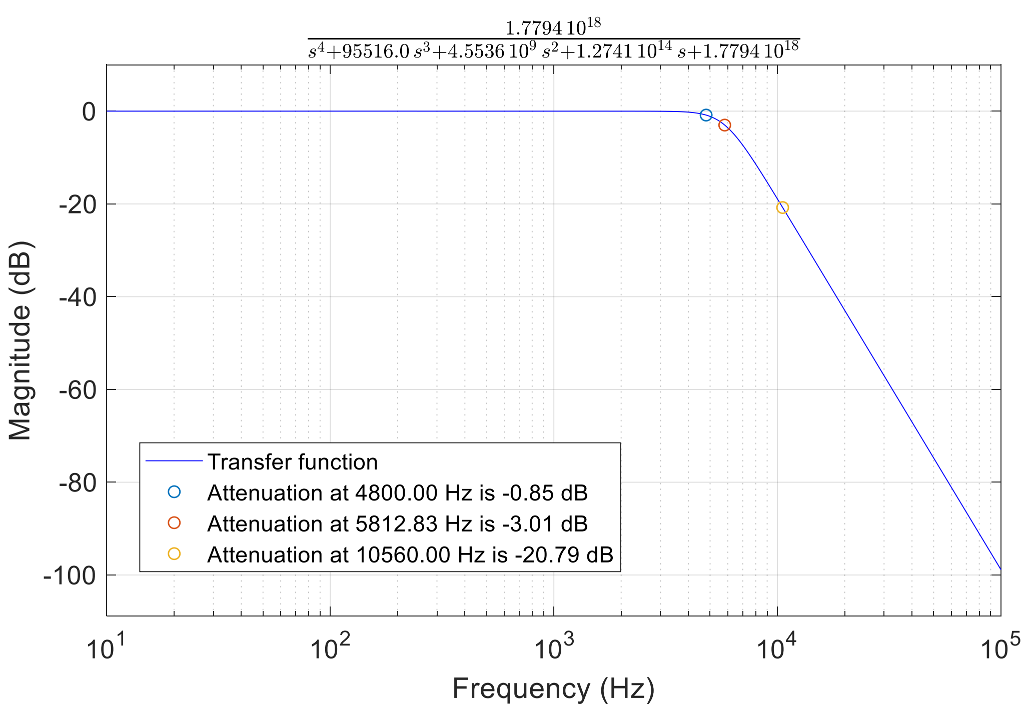
1η Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key



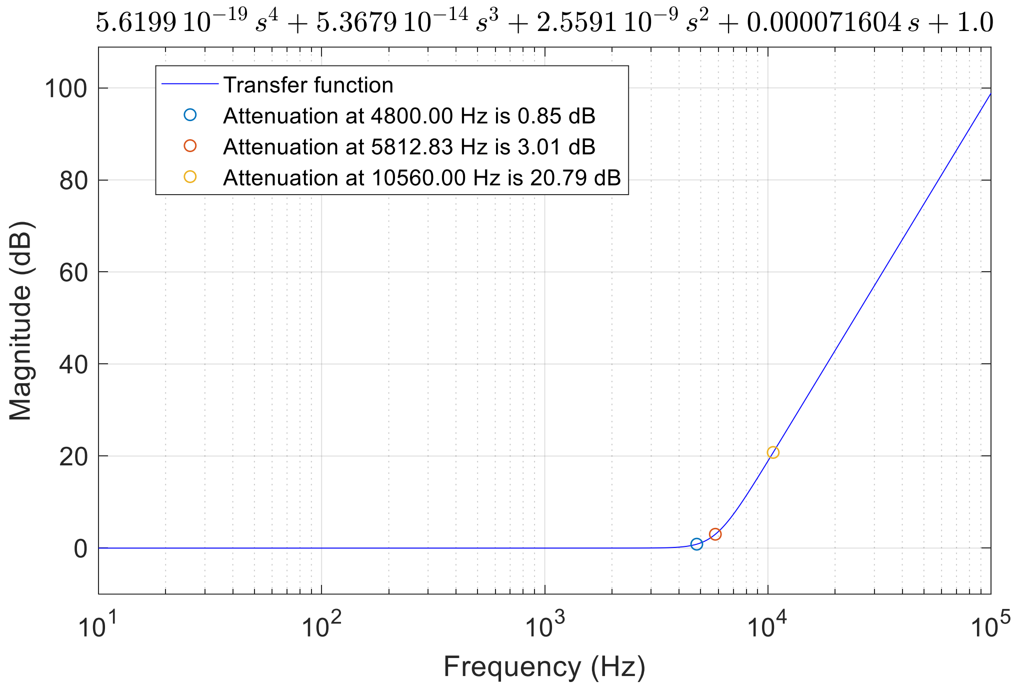
2η Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key



Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



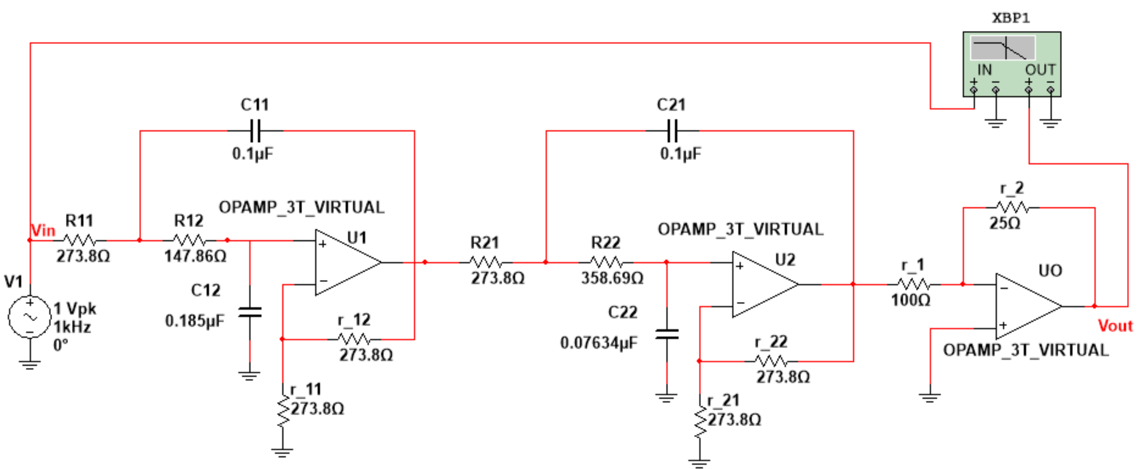
Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής , δηλαδή την f_p=4.8 kHz και την f_s=10.56 kHz, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Στη συχνότητα των 4.8 kHz πρέπει να έχουμε a_{max}= 0.85 dB. Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι στη συχνότητα αυτή έχουμε 0.85+0=0.85 dB που είναι ίσο με τη ζητούμενη απόσβεση άρα η προδιαγραφή αυτή καλύπτεται.

Στη συχνότητα των 10.65 kHz θέλουμε να έχουμε α_{min} = 20 dB. Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι στη συχνότητα αυτή έχουμε 20.8 dB που είναι μεγαλύτερο από τη ζητούμενη απόσβεση άρα και η προδιαγραφή αυτή υπερκαλύπτεται.

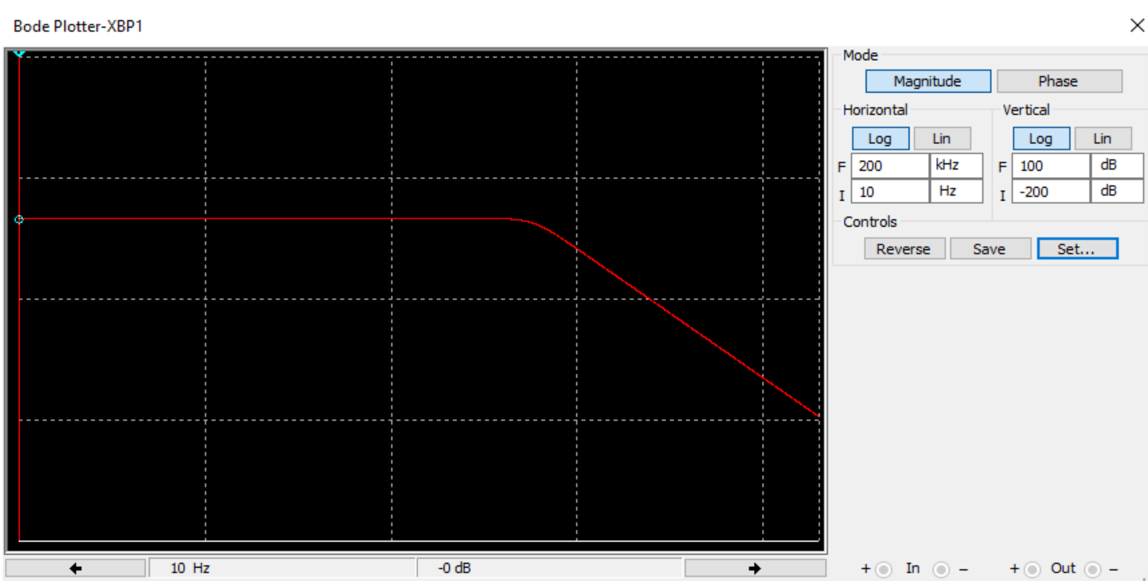
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

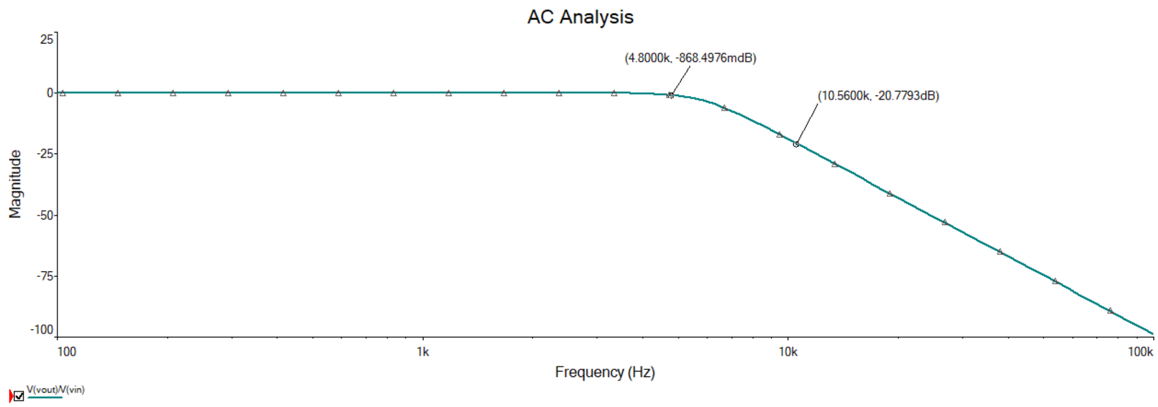
Εισάγουμε λοιπόν τις διάφορες μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα



Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



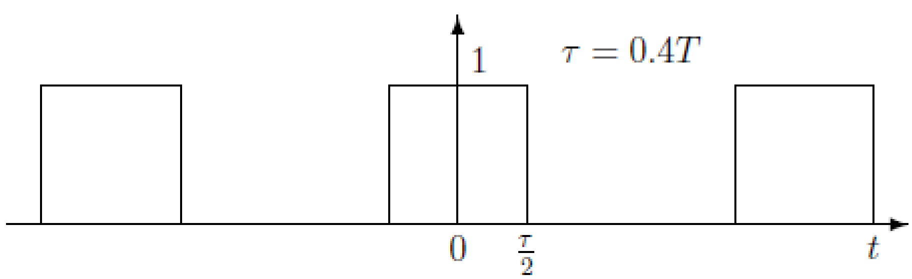
Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.



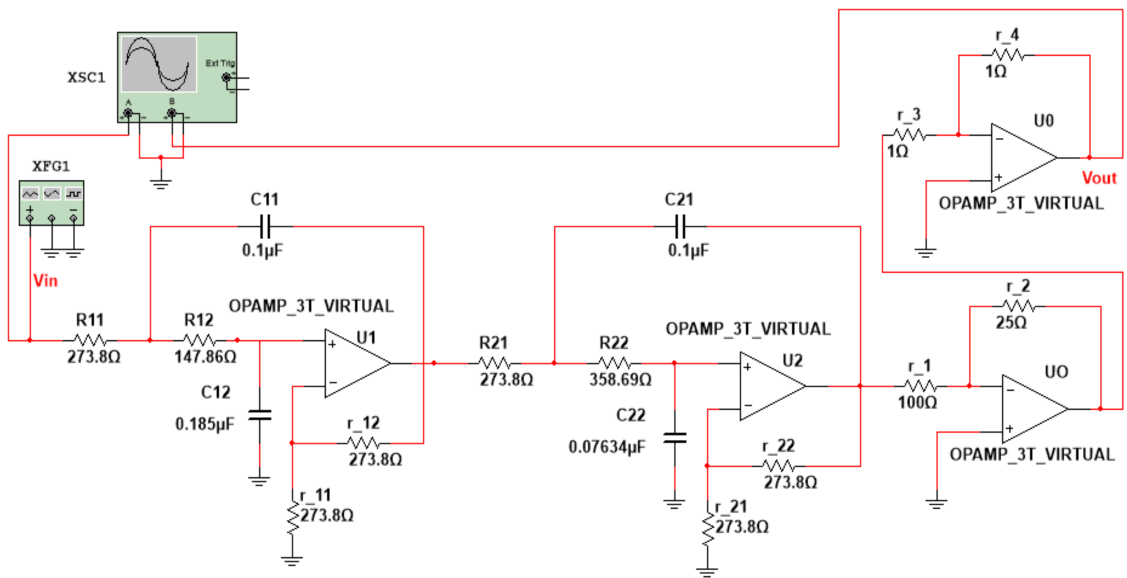
Από αυτά τα διαγράμματα λοιπόν γίνεται φανερό ότι οι προδιαγραφές για το κύκλωμα καλύπτονται, καθώς οι τιμές της απόσβεσης συμπίπτουν με τις τιμές του matlab.

- Απόκριση σε περιοδική κυματομορφή

Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα τον παρακάτω τετραγωνικό παλμό με συχνότητα 2kHz ως είσοδο:



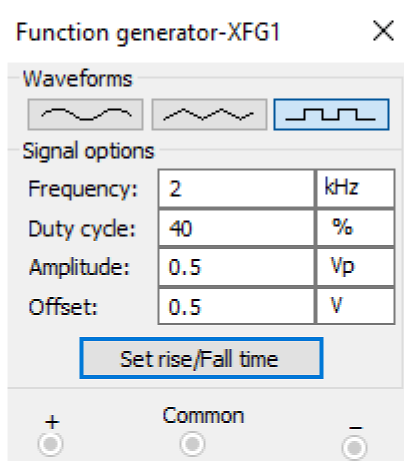
Για τη δημιουργία του τετραγωνικου σήματος, χρησιμοποιήθηκε το εργαλείο Function Generator και επιλέξαμε τα παρακάτω δεδομένα, ώστε να προκύψει ένας τετραγωνικός παλμός που βρίσκεται πάντα πάνω από τον οριζόντιο άξονα με θεμελιώδη συχνότητα 2kHz και 0.5Vp-p. Για την διασφάλιση θετικών τιμών χρησιμοποιήθηκε offset 500mV.



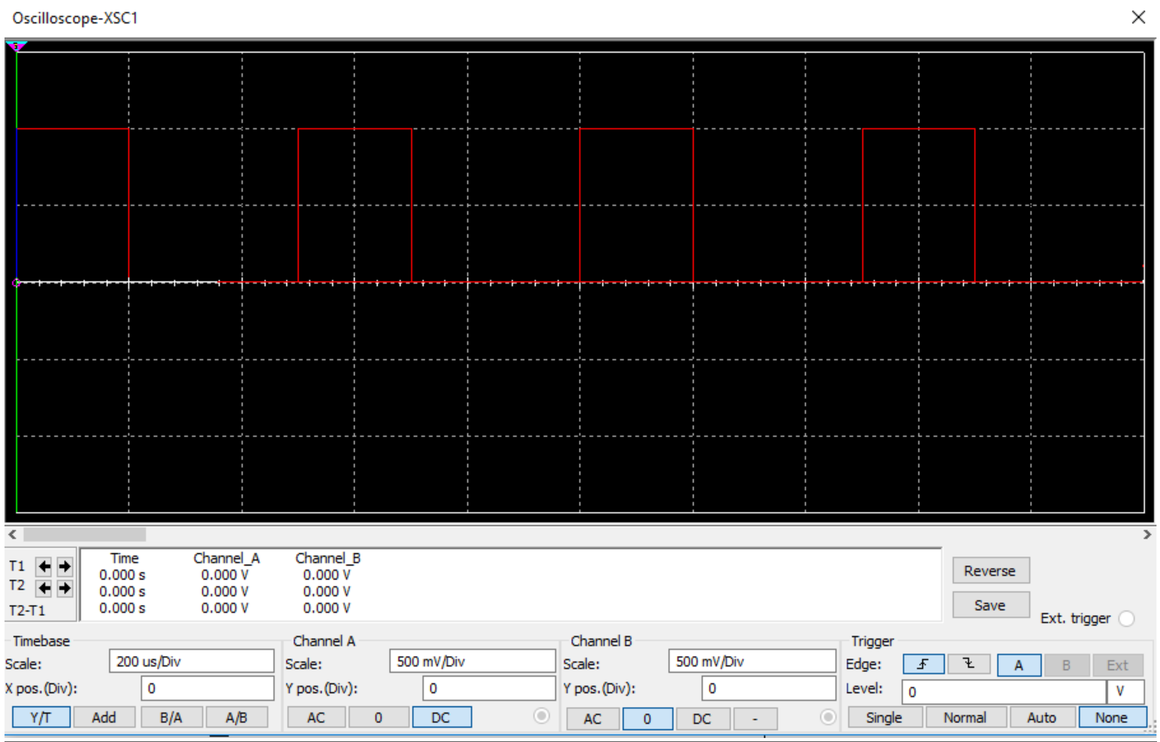
Παράλληλα χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα.

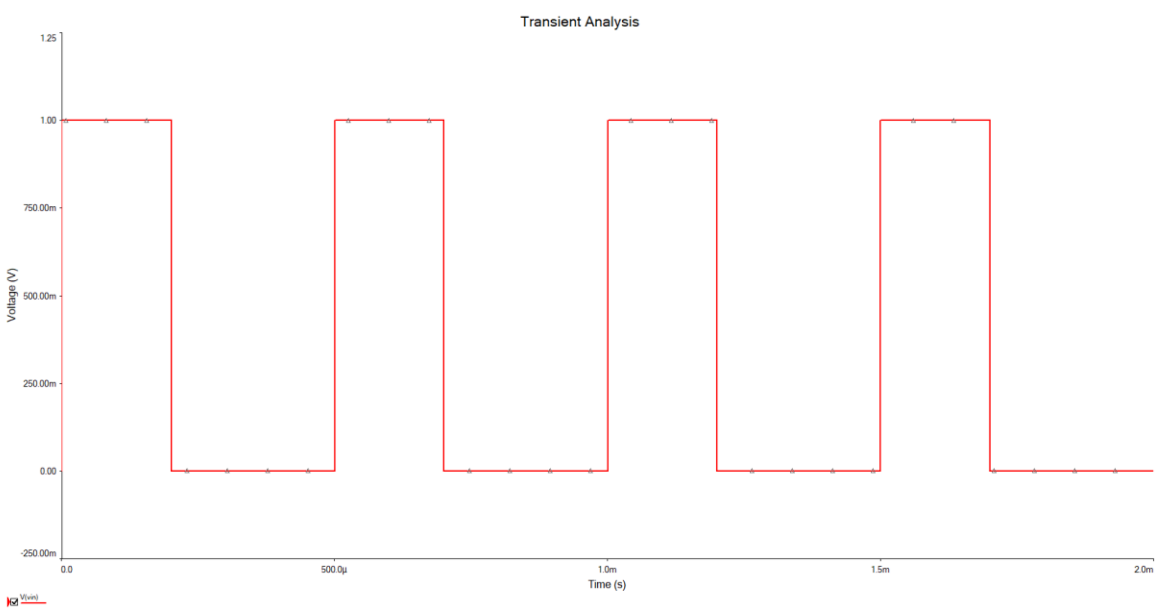
Πρέπει να σημειωθεί ότι προστέθηκε ακόμα μια μονάδα στο κύκλωμα μας. Πρόκειται για μια ακόμα αναστρέφουσα συνδεσμολογία ώστε να μην αναστραφεί η φάση.

Τα στοιχεία που εισήχθησαν στον Function Generator φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:

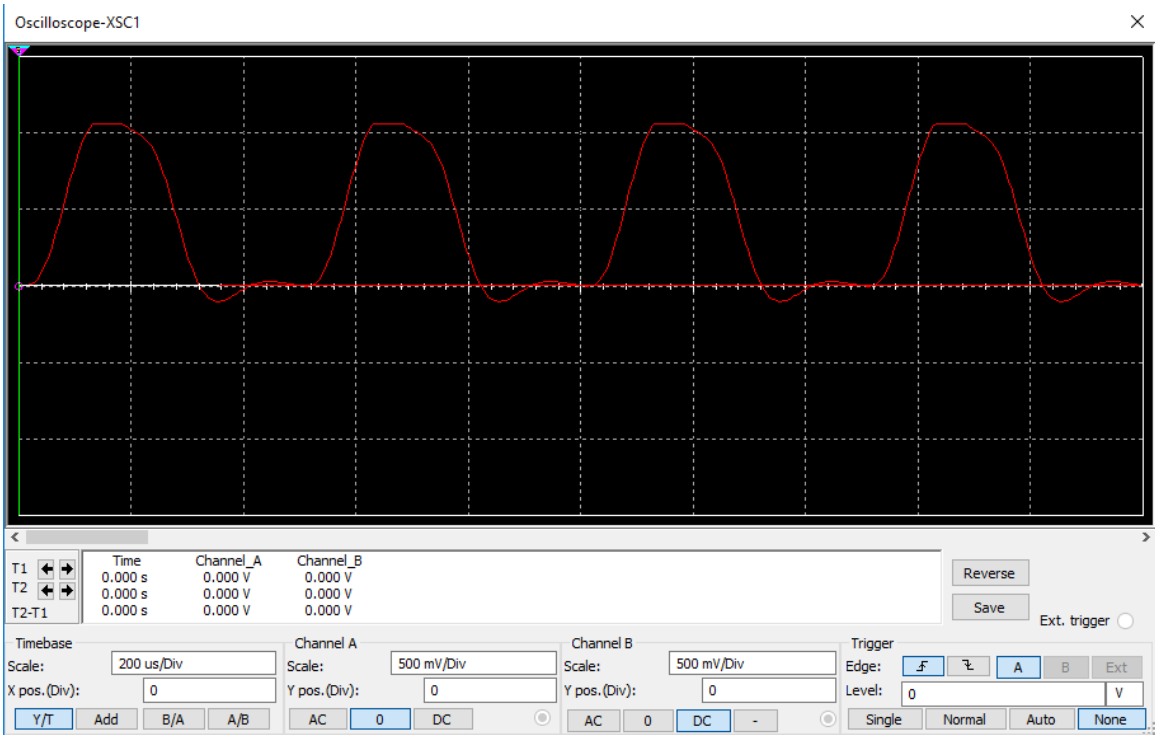


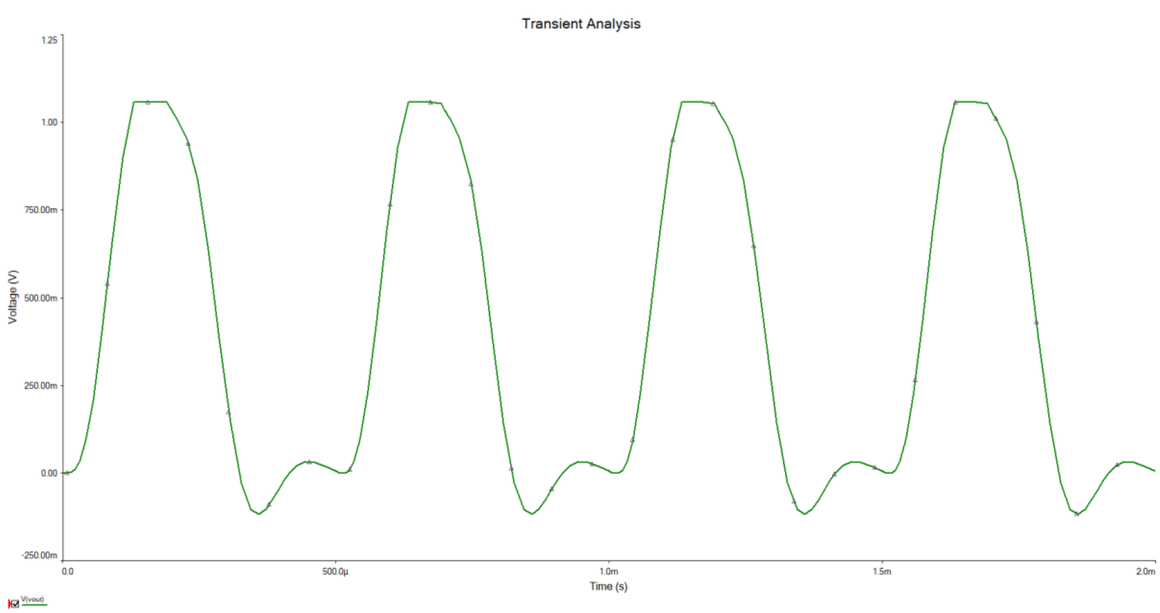
<u>Σήμα Εισόδου :</u>



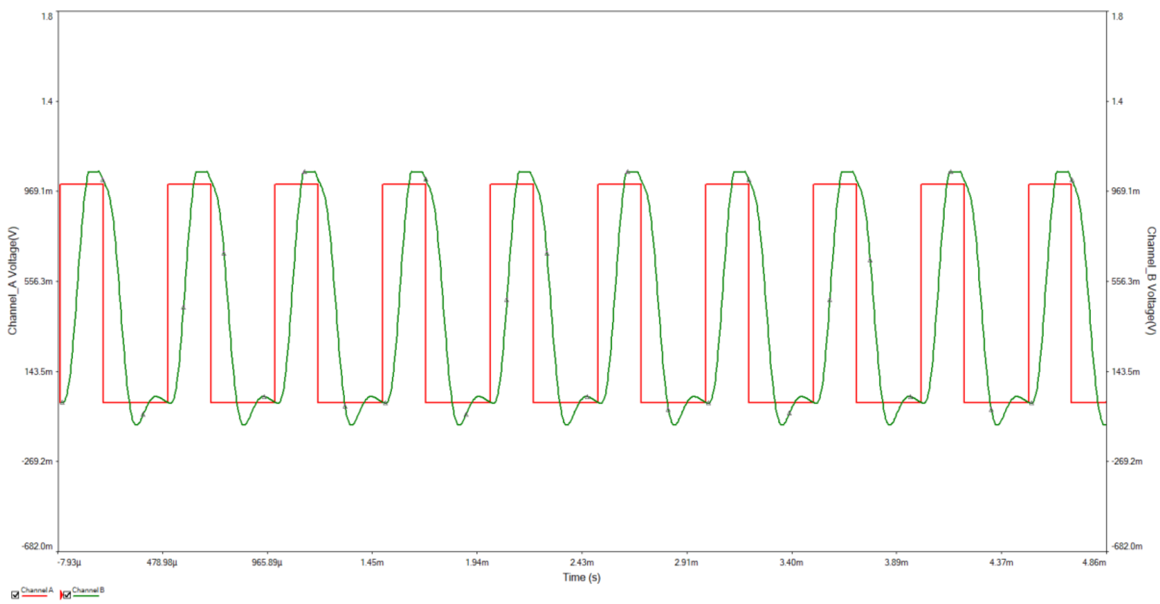


Σήμα Εξόδου :

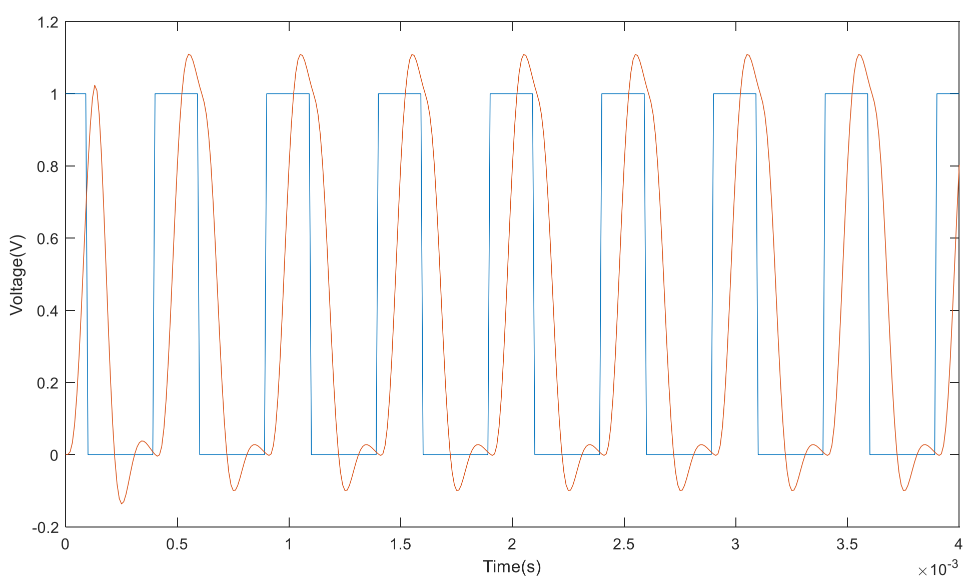

Oscilloscope-XSC1
Time
Channel_A
Channel_B
T1
T2
T2-T1
0.000 s
0.000 V
0.000 V
Reverse
Save
Ext. trigger
Timebase
Scale:
200 us/Div
X pos.(Div):
0
Y/T
Add
B/A
A/B
Channel A
Scale:
500 mV/Div
Y pos.(Div):
0
AC
0
DC
Channel B
Scale:
500 mV/Div
Y pos.(Div):
0
AC
0
DC
-
Trigger
Edge:
A
B
Ext
Level:
0
V
Single
Normal
Auto
None


Transient Analysis
1.25
1.00
750.00m
500.00m
250.00m
0.00
-250.00m
Voltage (V)
0.0
500.0µ
1.0m
1.5m
2.0m
Time (s)
V(vout)

Τα παραπάνω διαγράμματα προέκυψαν με Transient Analysis στην είσοδο και την έξοδο αντίστοιχα. Παρακάτω φαίνεται η οθόνη του παλμογράφου με τα δυο σήματα μαζί. Με κόκκινο απεικονίζεται η είσοδος και με πράσινο η έξοδος.



Η είσοδος και η έξοδος σε κοινό διάγραμμα στο Matlab φαίνονται παρακάτω:

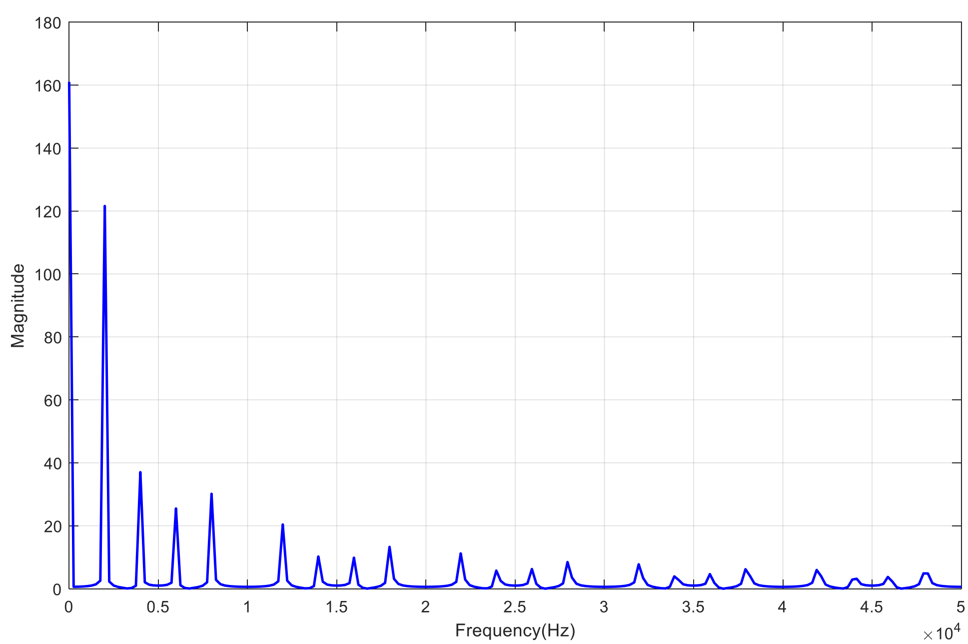


Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου που προκύπτουν, ενώ σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: V/Div , sec/Div κτλ.).
Πιο αναλυτικά, παρατηρούμε ότι το σήμα εξόδου είναι σε πλάτος ίδιο σε σχέση με το σήμα εισόδου. Το κέρδος του φίλτρου γίνεται φανερό, καθώς έχουμε 0dB ή 1 κέρδος στις χαμηλές συχνότητες. Επίσης είναι ευδιάκριτη η απαλοιφή των υψηλών συχνοτήτων εισόδου.

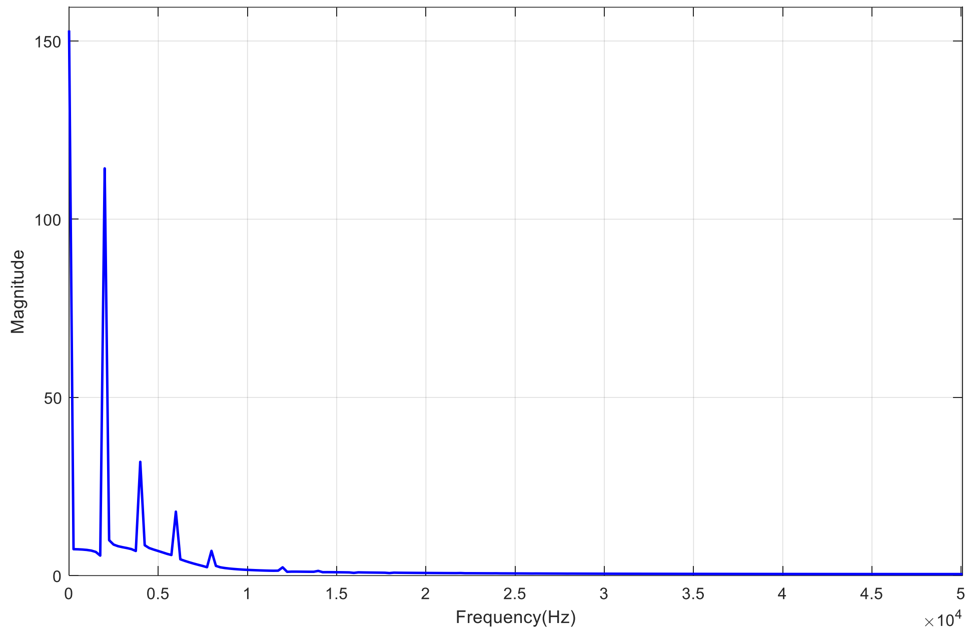
Ανάλυση Fourier

Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.
Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

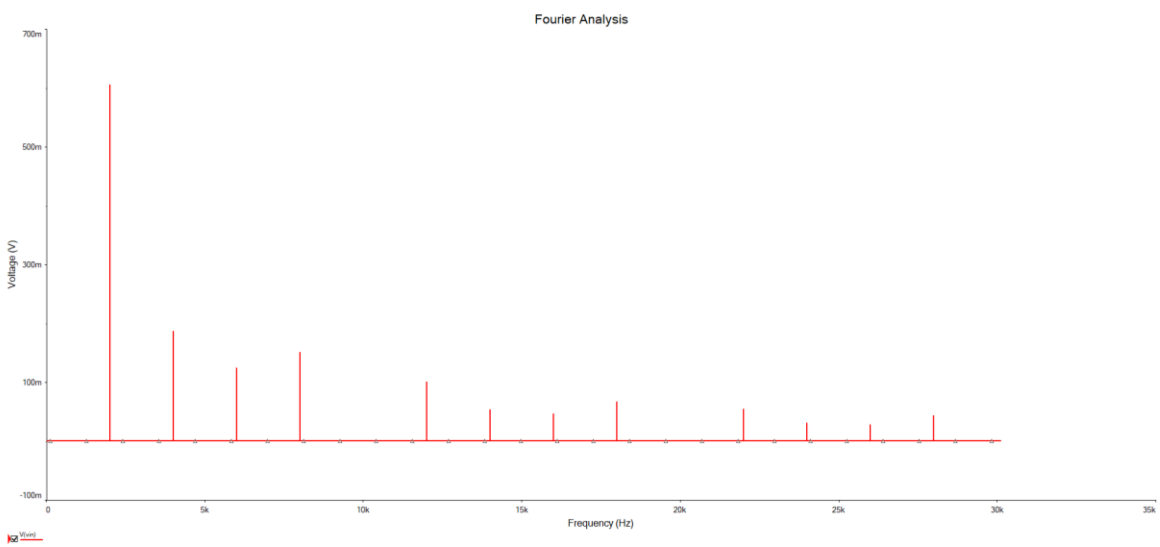
Φάσμα Σήματος Εισόδου :



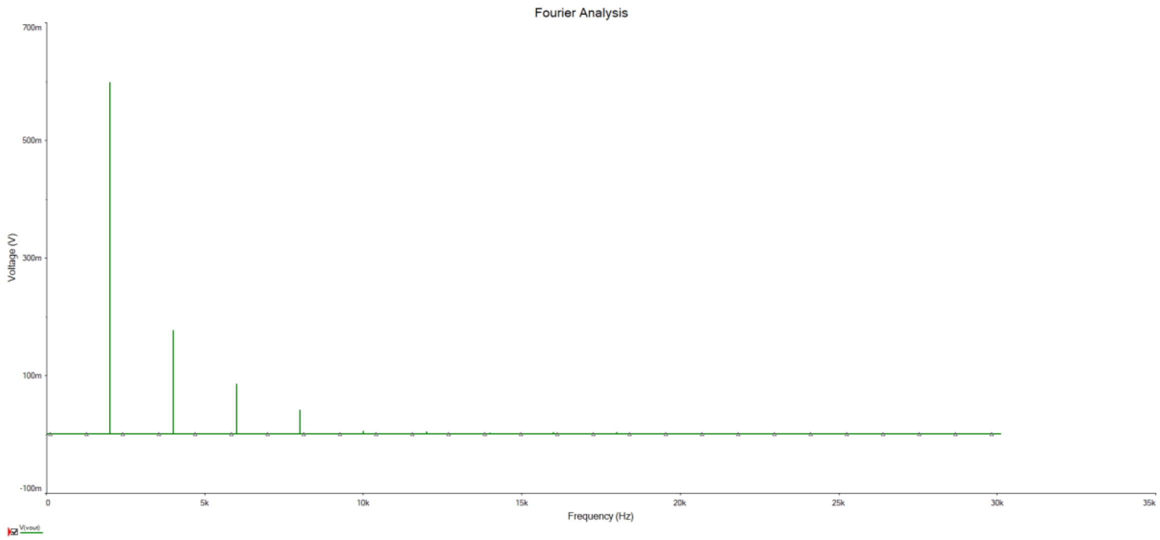
Φάσμα Σήματος Εξόδου :



Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:



Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:



Τόσο με τη βοήθεια του Matlab όσο και του Multisim παρατηρούμε ό,τι στην είσοδο του φίλτρου υπάρχουν περισσότερες ώσεις από ό,τι στην έξοδο. Αυτό συμβαίνει διότι οι υψηλές συχνότητες (πάνω από f_s) εξαλείφονται.

Παράλληλα παρατηρείται και η ορθότητα της ρύθμισης κέρδους. Το πλάτος των ώσεων στην έξοδο για τις χαμηλές συχνότητες είναι εναι περίπου ίδιο σε σχέση με την είσοδο. Έτσι συνάγεται το συμπέρασμα ό,τι το φίλτρο λειτουργεί σωστά, καθώς ικανοποιούνται όλες οι προδιαγραφές της εκφώνησης.