

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΣΥΝΘΕΣΗ
ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ
ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ
ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

ΕΡΓΑΣΙΑ #4

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.

7^ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Όνομα : Εξάρχου Δημήτριος-Μάριος

A.E.M. : 8805

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2019

Περιεχόμενα

Εργασία #4 : Σχεδίαση Ανωδιαβατών φίλτρων.....	3
Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου.....	3
• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	3
Αντιστροφή των πόλων.....	5
• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	6
• Ρύθμιση Κέρδους.....	7
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB.....	10
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM.....	13

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ

ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Εργασία #4 : Σχεδίαση Ανωδιαβατών φίλτρων

ΑΝΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα ανωδιαβατό φίλτρο Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$f_p = 5 \text{ KHz}$, $f_s = 2.78 \text{ KHz}$ και $a_{\max} = 0.64 \text{ dB}$, $a_{\min} = 25 \text{ dB}$.

A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Αρχικά θα υπολογιστούν οι προδιαγραφές του πρότυπου χαμηλοπερατού φίλτρου. Οι συχνότητες μετατρέπονται στις αντίστοιχες κυκλικές:

$$\omega_p = 2\pi f_p = 31416 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_s = 2\pi f_s = 17453 \text{ rad/sec}$$

Η σχέση μεταξύ $\omega_{(HP)}$ και $\Omega_{(LP)}$ είναι $\Omega = \frac{\omega_p}{\omega}$. Συνεπώς οι προδιαγραφές του

πρωτότυπου φίλτρου είναι: $\Omega(\omega_p) = 1 = \Omega_p$ και $\Omega(\omega_s) = \frac{\omega_p}{\omega_s} = 1.8 = \Omega_s$

Με Ω_p και Ω_s συμβολίζονται οι συχνότητες διόδου και αποκοπής του μετασχηματισμένου κατωδιαβατού.

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\cosh^{-1}[(10^{\frac{a_{min}}{10}} - 1)/(10^{\frac{a_{max}}{10}} - 1)]^{1/2}}{\cosh^{-1}(\Omega_s)} = 3.76$$

Επειδή το n που προέκυψε δεν είναι ακέραιος, πρέπει να στρογγυλοποιηθεί στον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο. Δηλαδή, **n=4**.

Ακολούθως θα υπολογίσουμε τους συντελεστές α και ε:

$$\varepsilon = (10^{a_{max}/10} - 1)^{1/2} = 0.3981 \quad \text{και} \quad a = \frac{1}{n} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = 0.4129$$

Θα υπολογίσουμε τώρα την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο

$$\Omega_{hp} = \cosh \left\{ \frac{1}{n} \cosh^{-1}(10^{a_{max}/10} - 1)^{-\frac{1}{2}} \right\} = 1.0782$$

Με τον τύπο που επιλέξαμε για τον υπολογισμό της συχνότητας ημίσειας ισχύος οι προδιαγραφές στην συχνότητα αποκοπής υπερκαλύπτονται.

Οι γωνίες Butterworth ενός φίλτρου 4^{ης} τάξης είναι $\psi_k = \pm 22.5^\circ, \pm 67.5^\circ$.

Συνεπώς οι πόλοι Chebyshev προκύπτουν από τον τύπο:

$$p_k = -\sinh(a) * \cos(\psi_k) \pm \cosh(a) * \sin(\psi_k)$$

Με αντικατάσταση λοιπόν βρίσκουμε:

$$p_{1,2} = -0.3925 \pm j0.4158 \quad \text{και} \quad \Omega_{0,2} = \sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2} = 0.5717$$

$$p_{3,4} = -0.1625 \pm j1.0038 \quad \text{και} \quad \Omega_{0,4} = \sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2} = 1.0168$$

Τα Q των πόλων υπολογίζονται από τη σχέση $Q = \frac{|p_k|}{2\sigma_k}$ ως εξής:

$$Q_{1,2} = 0.7285 \quad \text{και} \quad Q_{3,4} = 3.1279$$

Αντιστροφή των πόλων

Η συχνότητα ημίσειας ισχύος της ανωδιαβατής συνάρτησης είναι:

$$\omega_{hp} = \frac{\omega_p}{\Omega_{hp}} = 29137 \text{ rad/sec}$$

Οι πόλοι της ανωδιαβατής συνάρτησης θα έχουν:

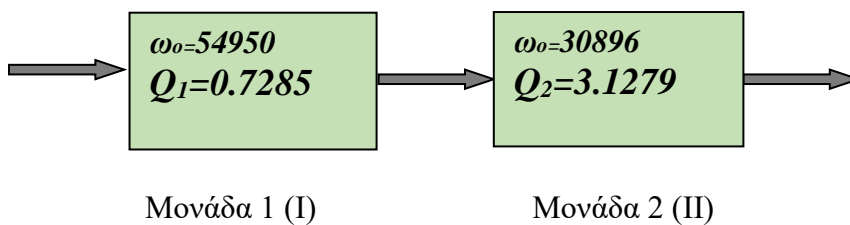
$$\omega_{1,2} = \frac{\omega_p}{\Omega_{0,1,2}} = 54950 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_{3,4} = \frac{\omega_p}{\Omega_{0,3,4}} = 30896 \text{ rad/sec}$$

Συνοψίζοντας τα παραπάνω αποτελέσματα για $n=4$ εξάγουμε τον παρακάτω πίνακα:

ψ_k	Q_k	ω_k	p_k
$\pm 22.5^\circ$	0.7285	54950	$-0.3925 \pm j0.4158$
$\pm 67.5^\circ$	3.1279	30896	$-0.1625 \pm j1.0038$

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από 2 μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Θα θεωρήσουμε προσωρινά ότι $\omega_0=1$ ώστε να υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες και στην συνέχεια θα κάνουμε κλιμακοποίηση στη συχνότητα και στο πλάτος ανάλογα με τα επιθυμητά στοιχεία του κυκλώματος. Για την υλοποίηση των 2 μονάδων θα γίνει χρήση ανωδιαβατών φίλτρων Sallen-Key με στρατηγική σχεδίασης 1 (αφού $a_3=0$). Επειδή υλοποιούμε φίλτρο Chebyshev, κάθε πόλος θα έχει το δικό του μέτρο και άρα η κλιμακοποίηση γίνεται για κάθε ζευγάρι χωριστά. Τέλος θα κάνουμε ρύθμιση κέρδους ώστε να πετύχουμε τη προδιαγραφή για τις υψηλές συχνότητες.

ΜΟΝΑΔΑ (I)

Η πρώτη αυτή μονάδα υλοποιείται από ένα ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key 2^{ης} τάξης.

Θεωρώ προσωρινά ό,τι $\omega_{1,2} = 1$. Σύμφωνα με την στρατηγική σχεδίασης 1 θα έχουμε:

Υποθέτουμε ότι: $C_{11} = C_{12} = 1$ και $R_{11} = R_{12} = R$

Από τις γνωστές σχέσεις για $\omega_{1,2}=1$ προκύπτει:

$$R_{11} = R_{12} = 1, \quad k_1 = 3 - \frac{1}{Q_1} = 1.6272, \quad r_{11} = 1, \quad r_{12} = 0.6272$$

Κλιμακοποίηση

Επιλέγουμε $k_{f1} = \omega_{1,2} = 54950$. Επίσης θέλουμε στο κύκλωμα να έχουμε πυκνωτή $C = 1\mu F$.

Άρα ο συντελεστής κλιμακοποίησης του πλάτους προκύπτει από την εξίσωση:

$$C_{11new} = \frac{C_{11old}}{k_{m1}k_{f1}} \Leftrightarrow k_{m1} = \frac{C_{11old}}{k_{f1}C_{11new}} = \frac{1}{54950 * 1 * 10^{-6}} = 18.2$$

Συνεπώς τα πραγματικά στοιχεία της μονάδας θα είναι:

$$C_{11} = C_{12} = 1\mu F, \quad R_{11} = R_{12} = R * k_{m1} = 18.2\Omega, \quad r_{11} = 18.2\Omega, \quad r_{12} = 11.4\Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ (II)

Η δεύτερη μονάδα υλοποιείται από ένα ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key 2^{ης} τάξης.

Θεωρώ προσωρινά ό,τι $\omega_{3,4} = 1$. Σύμφωνα με την στρατηγική σχεδίασης 1 θα έχουμε:

Υποθέτουμε ότι: $C_{21} = C_{22} = 1$ και $R_{21} = R_{22} = R$

Από τις γνωστές σχέσεις για $\omega_{3,4}=1$ προκύπτει:

$$R_{21} = R_{22} = 1, \quad k_2 = 3 - \frac{1}{Q_2} = 2.68, \quad r_{21} = 1, \quad r_{22} = 1.68$$

Κλιμακοποίηση

Επιλέγουμε $k_{f2} = \omega_{3,4} = 30896$. Επίσης θέλουμε στο κύκλωμα να έχουμε πυκνωτή $C = 1\mu\text{F}$.

Άρα ο συντελεστής κλιμακοποίησης του πλάτους προκύπτει από την εξίσωση:

$$C_{21\text{new}} = \frac{C_{21\text{old}}}{k_{m2}k_{f2}} \Leftrightarrow k_{m2} = \frac{C_{21\text{old}}}{k_{f2}C_{21\text{new}}} = \frac{1}{30896 * 1 * 10^{-6}} = 32.37$$

Συνεπώς τα πραγματικά στοιχεία της μονάδας θα είναι:

$$C_{21} = C_{22} = 1\mu\text{F}, \quad R_{21} = R_{22} = R * k_{m2} = 32.37\Omega, \quad r_{21} = 32.37\Omega, \quad r_{22} = 54.38\Omega$$

• Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στις υψηλές συχνότητες να είναι 0 dB. Το συνολικό κέρδος του φίλτρου είναι $K = k_1 * k_2 = 4.3615$.

Για να φτάσουμε τα 0 dB θα πρέπει να μειώσουμε το κέρδος του συνολικού φίλτρου.

$$20\log aK = 0 \Leftrightarrow aK = 1 \Leftrightarrow a = 0.2293$$

Αφού $a < 1$, η είσοδος θα πρέπει να υφίσταται εξασθένιση. Χρησιμοποιούμε για αυτό τον σκοπό μια αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος $k = -r_2 / r_1 = -0.2293$. Επιλέγουμε $r_1 = 100\Omega$ και άρα $r_2 = 22.93\Omega$. Πρέπει να σημειώσουμε εδώ ότι η λύση αυτή εισάγει αλλαγή φάσης.

Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα, Sallen-Key όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = k_1 \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_{1,2}}{Q_{1,2}} s + \omega_{1,2}^2} = \frac{1.6272 s^2}{s^2 + 75434 s + 3.0195 * 10^9}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα, Sallen-Key όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$T_2(s) = k_2 \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_{3,4}}{Q_{3,4}} s + \omega_{3,4}^2} = \frac{2.6803 s^2}{s^2 + 9877 s + 9.5454 * 10^8}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ανωδιαβατού φίλτρου:

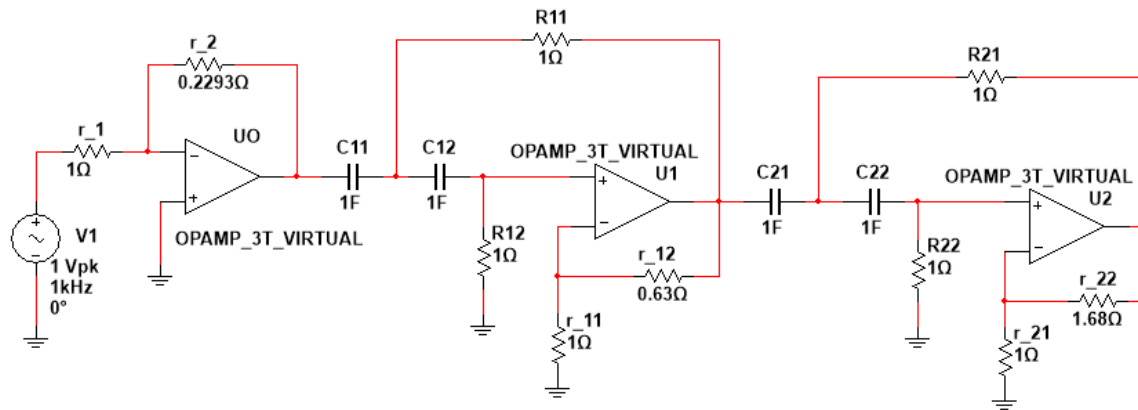
$$T_{HP}(s) = \alpha * T_1(s) * T_2(s) :$$

$$T_{HP}(s) = 0.2293 * \frac{1.6272 s^2}{s^2 + 75434 s + 3.0195 * 10^9} * \frac{2.6803 s^2}{s^2 + 9877 s + 9.5454 * 10^8}$$

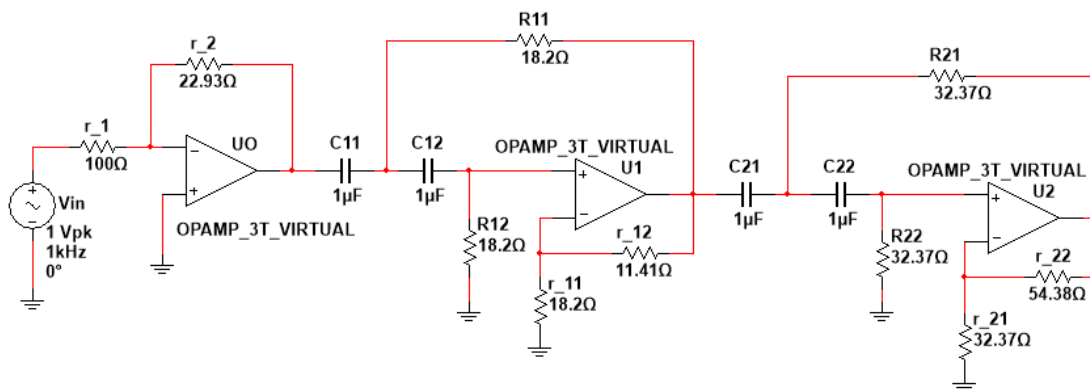
$$T_{HP}(s) = \frac{s^4}{s^4 + 85312 s^3 + 4.7192 * 10^9 s^2 + 1.0183 * 10^{14} s + 2.8823 * 10^{18}}$$

Υλοποίηση στο Multisim

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι δυο μονάδες αλλά και η απομόνωση μεταξύ 1^{ης} και 2^{ης} μονάδας προκειμένου να μην αλληλοεπιδρούν η μια στην άλλη. Τέλος, φαίνεται και η αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους.



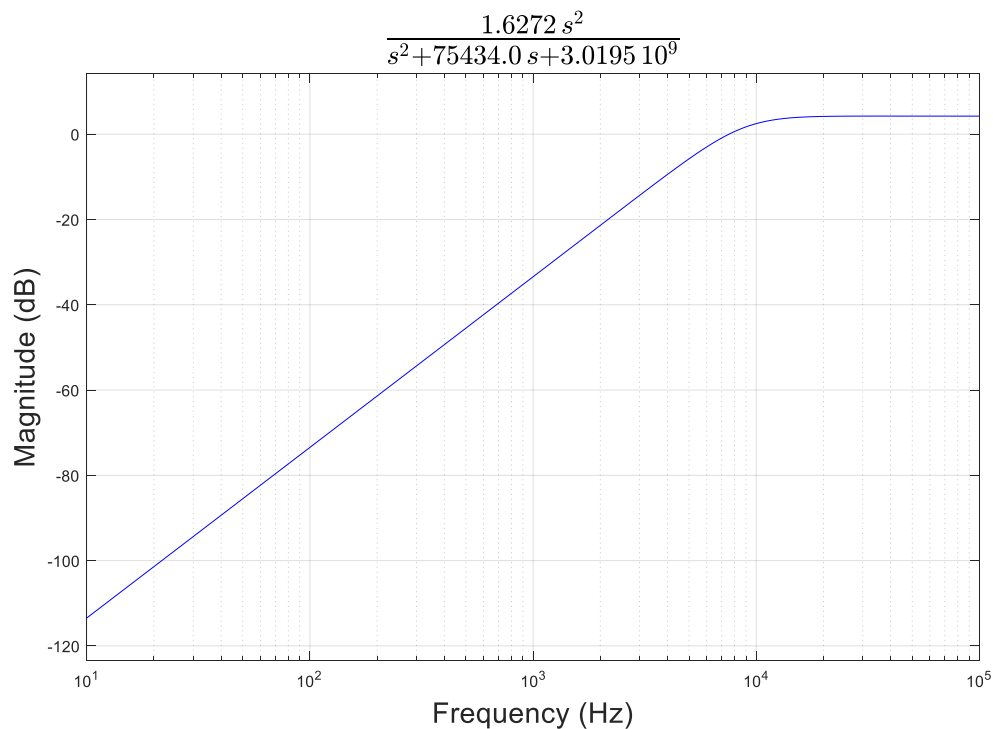
Στην συνέχεια φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ανωδιαβατό φίλτρο Chebyshev με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



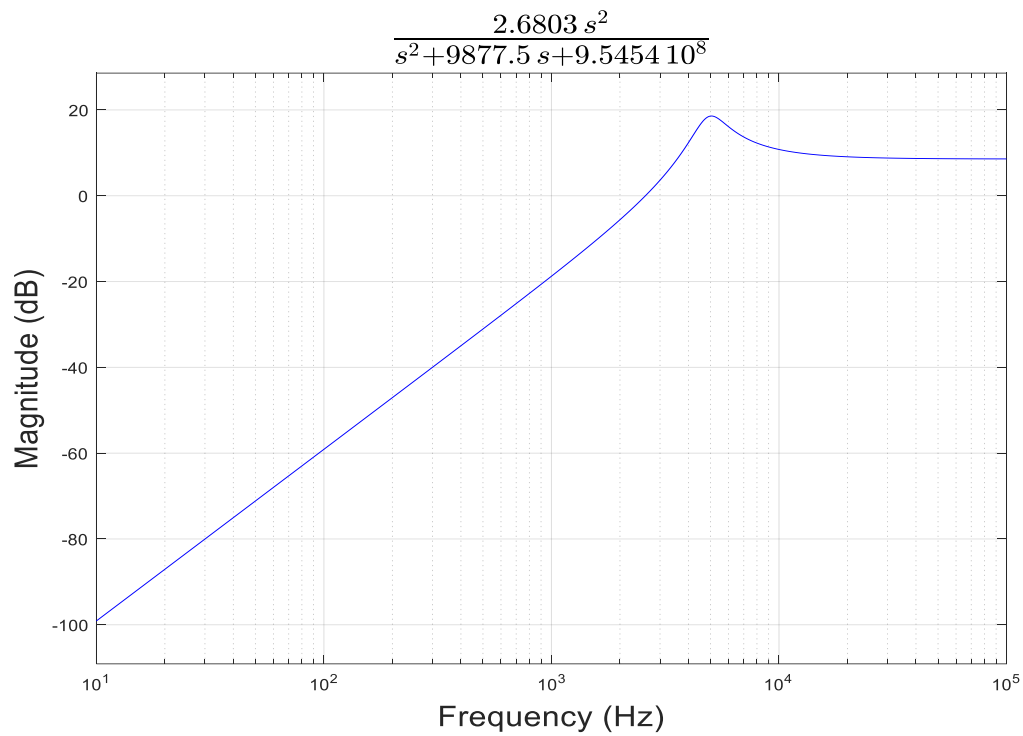
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των δυο μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση `plot_transfer_function.m` με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

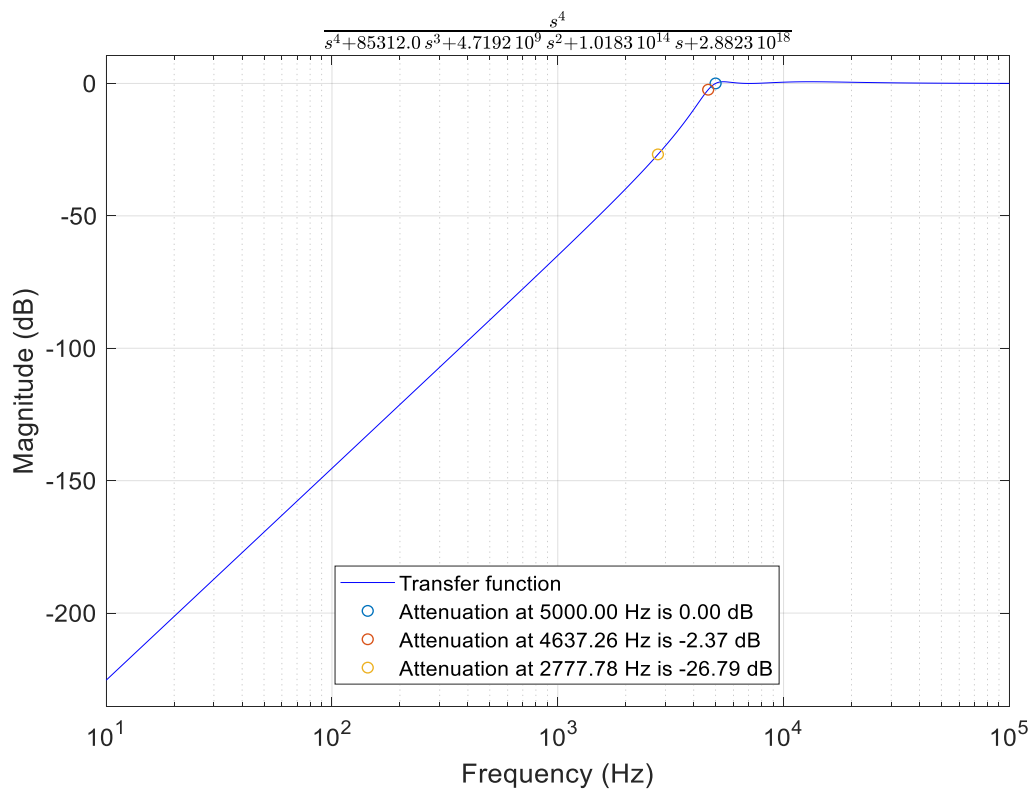
1^η Μονάδα : Ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key



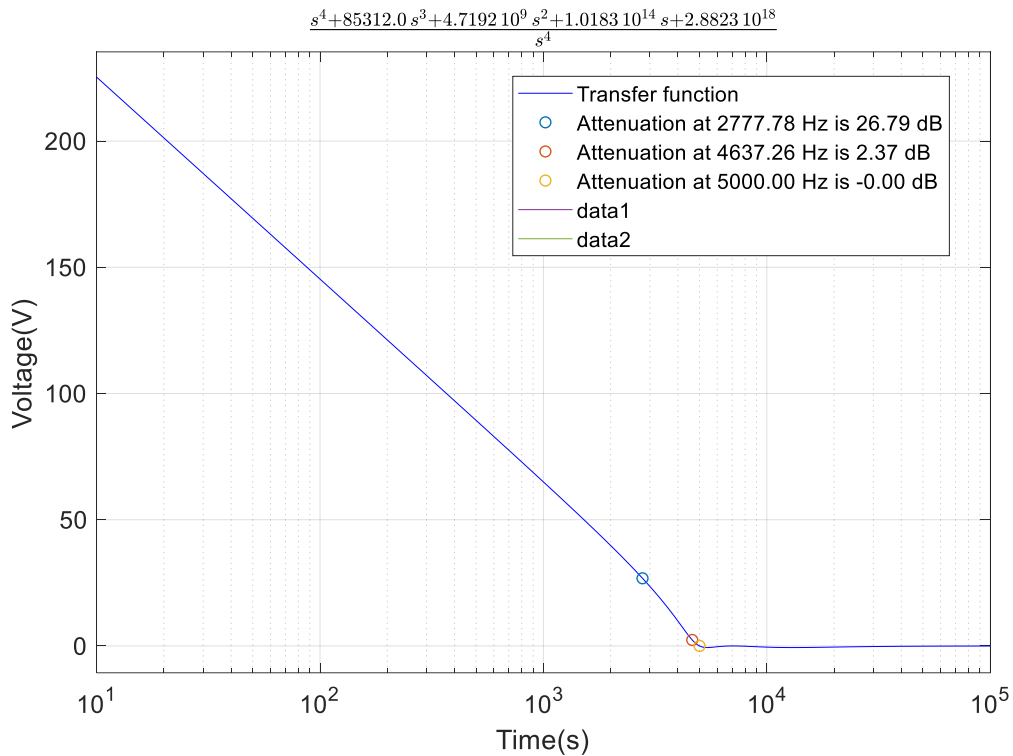
2^η Μονάδα : Ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key



Απόκριση πλάτους συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας



Συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς

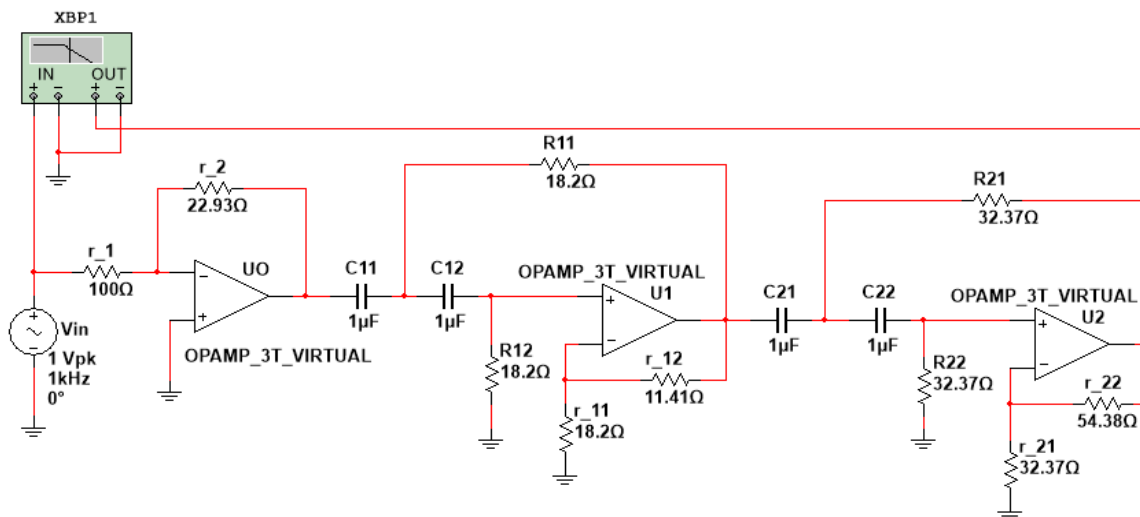


Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής, δηλαδή την $f_p=5\text{kHz}$ και την $f_s=2.778\text{kHz}$, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Στη συχνότητα των 2.778kHz θέλουμε να έχουμε $\alpha_{\min} = 25 \text{ dB}$. Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι στη συχνότητα αυτή έχουμε $26.79+0=26.79 \text{ dB}$ που είναι μεγαλύτερο από τη ζητούμενη απόσβεση άρα η προδιαγραφή αυτή υπερκαλύπτεται. Στη συχνότητα των 5kHz θέλουμε να έχουμε $\alpha_{\max} = 0.6389 \text{ dB}$. Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι στη συχνότητα αυτή έχουμε 0 dB που είναι μικρότερο από τη ζητούμενη απόσβεση άρα και η προδιαγραφή αυτή υπερκαλύπτεται.

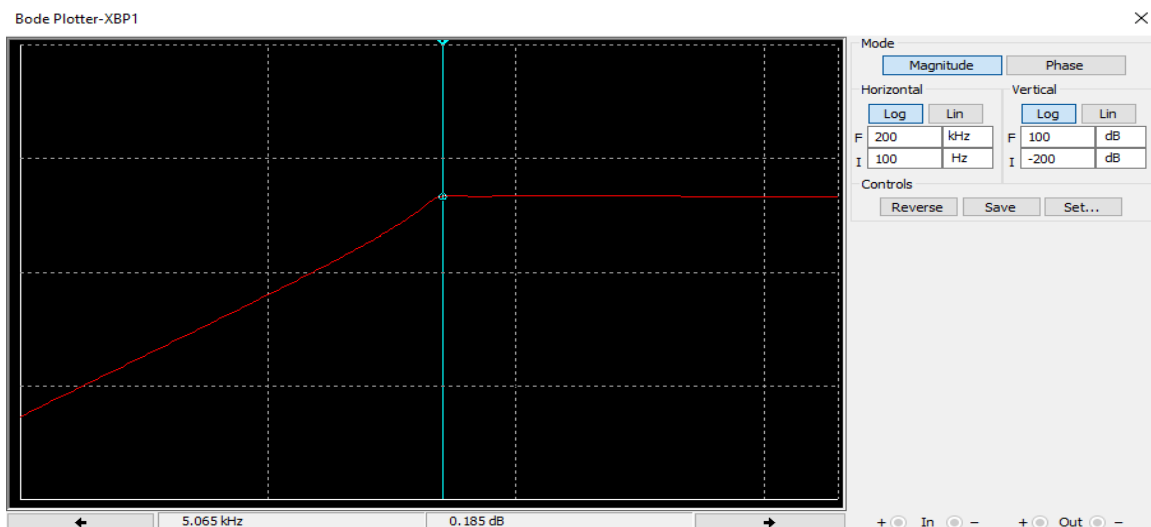
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

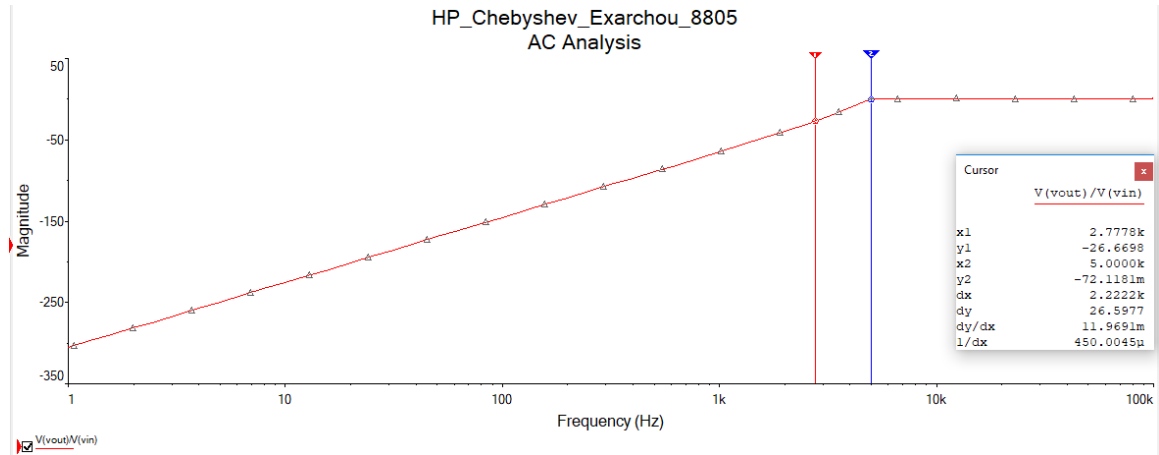
Εισάγουμε λοιπόν τις διάφορες μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.



Από αυτά τα διαγράμματα λοιπόν γίνεται φανερό ότι οι προδιαγραφές για το κύκλωμα καλύπτονται. Στην συχνότητα $f_s = 2.778$ kHz έχουμε απόσβεση 26.67 dB η οποία είναι μεγαλύτερη από την a_{min} και άρα η προδιαγραφή υπερκαλύπτεται. Στην συχνότητα $f_p = 5$ kHz έχουμε απόσβεση 0.07 dB η οποία είναι μικρότερη από την a_{max} και άρα και αυτή η προδιαγραφή υπερκαλύπτεται. Τέλος είναι φανερό ότι το κέρδος στις υψηλές συχνότητες είναι πράγματι 0dB.

Απόκριση σε περιοδική κυματομορφή

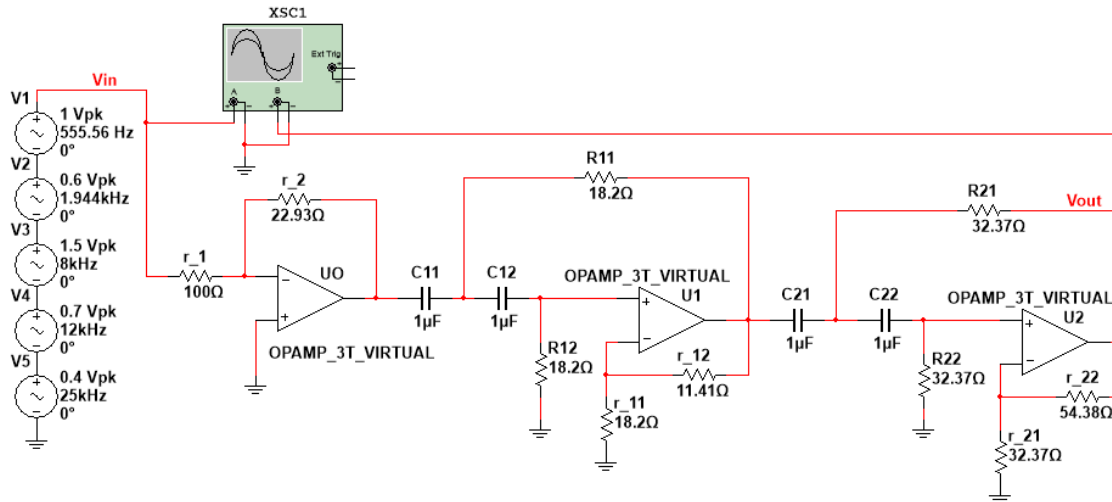
Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα μια είσοδο ως άθροισμα συνημιτόνων:

$$f(t) = \cos(0.2\omega st) + 0.6 \cos(0.7\omega st) + 1.5 \cos(1.6\omega pt) + 0.7 \cos(2.4\omega pt) + 0.4 \cos(5\omega pt)$$

Οι συχνότητες που θα παρουσιάσει το σήμα αυτό, υπολογίζονται στο Matlab:

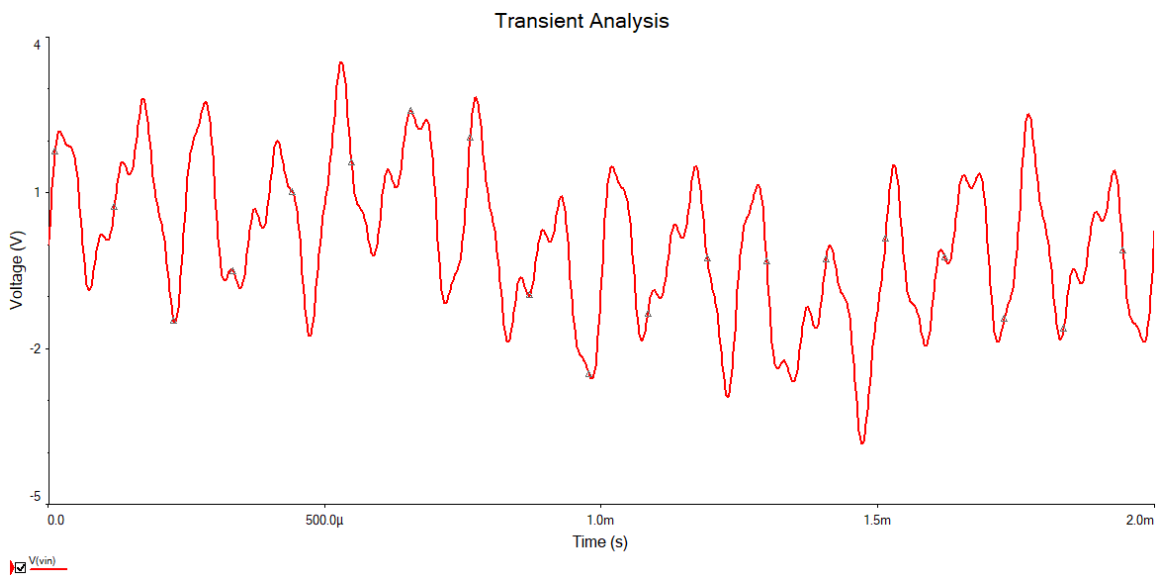
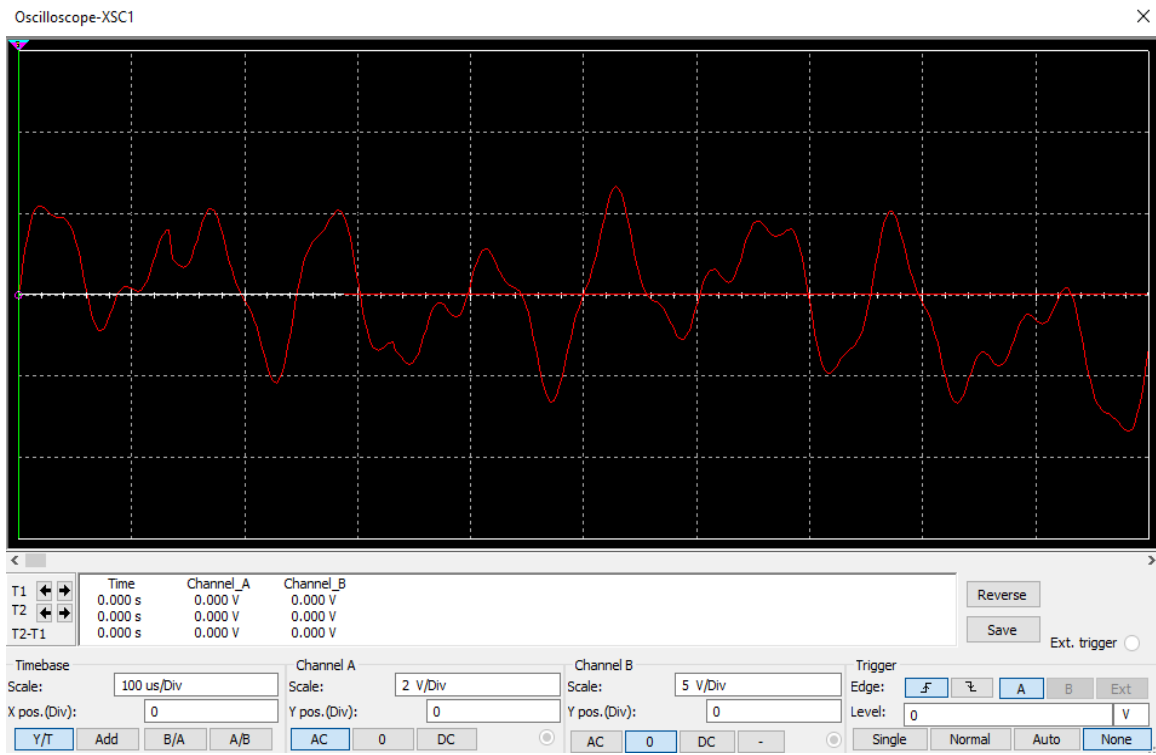
$$f_1 = 555.56 \text{ Hz}, \quad f_2 = 1.944 \text{ kHz}, \quad f_3 = 8 \text{ kHz}, \quad f_4 = 12 \text{ kHz}, \quad f_5 = 25 \text{ kHz},$$

Για τη δημιουργία αυτού του σήματος χρησιμοποιήθηκαν πέντε πηγές AC Voltage συνδεδεμένες σε σειρά, κάθε μια από τις οποίες αντιστοιχεί σε μια θεμελιώδη συχνότητα:

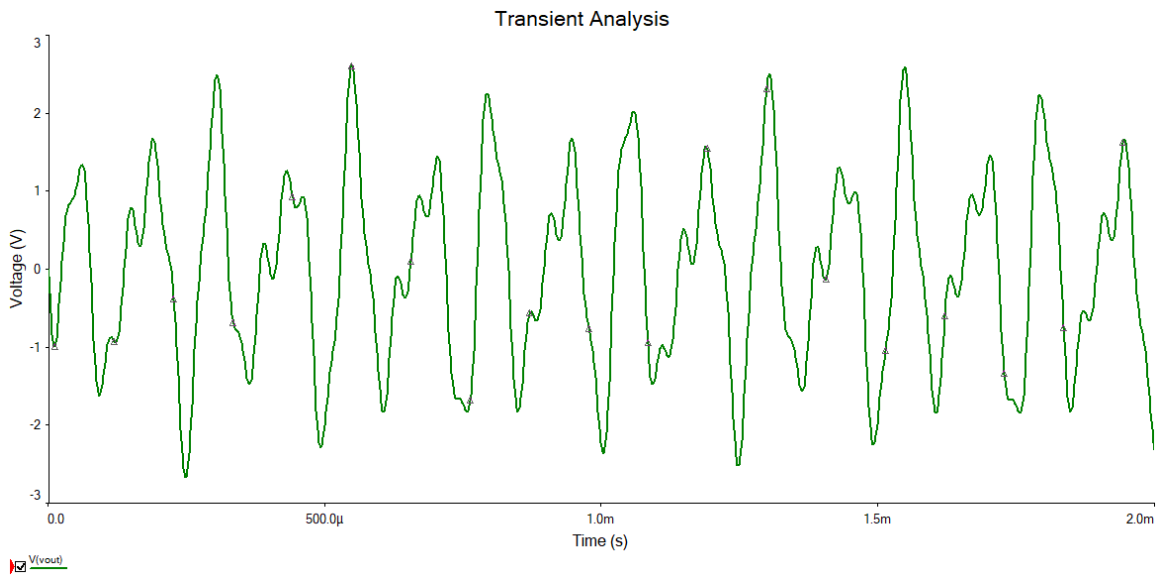
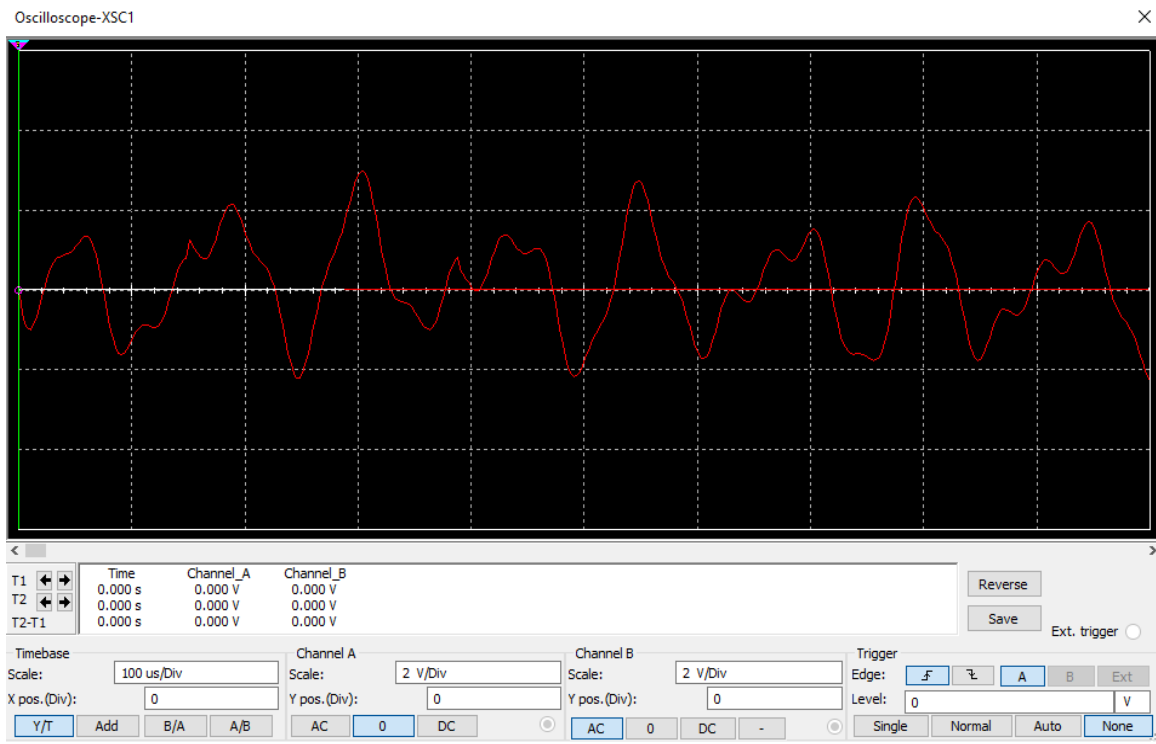


Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα.

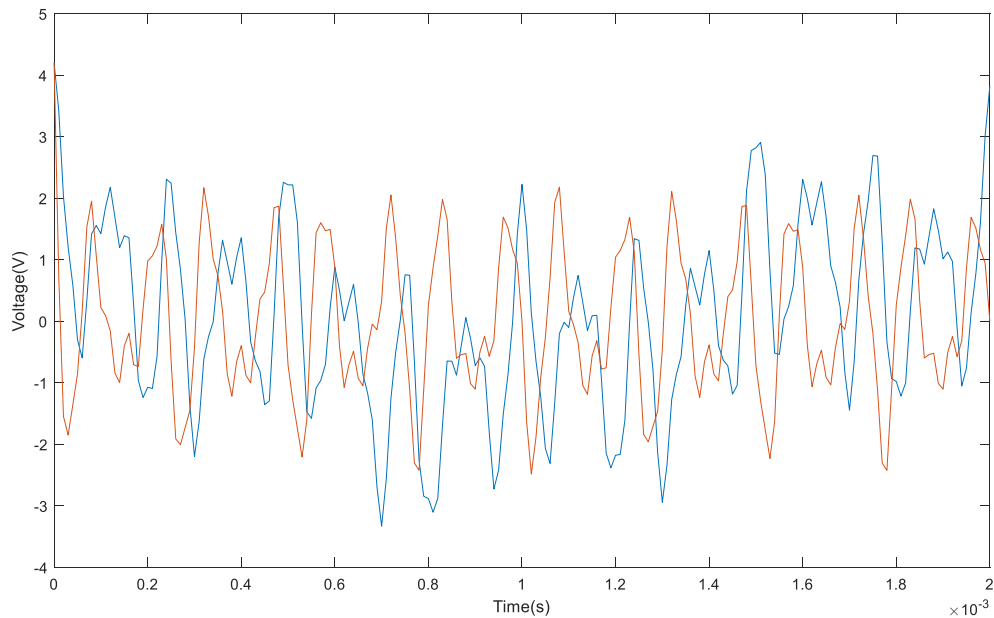
Σήμα Εισόδου :



Σήμα Εξόδου :



Η είσοδος και η έξοδος σε κοινό διάγραμμα στο Matlab φαίνονται παρακάτω:



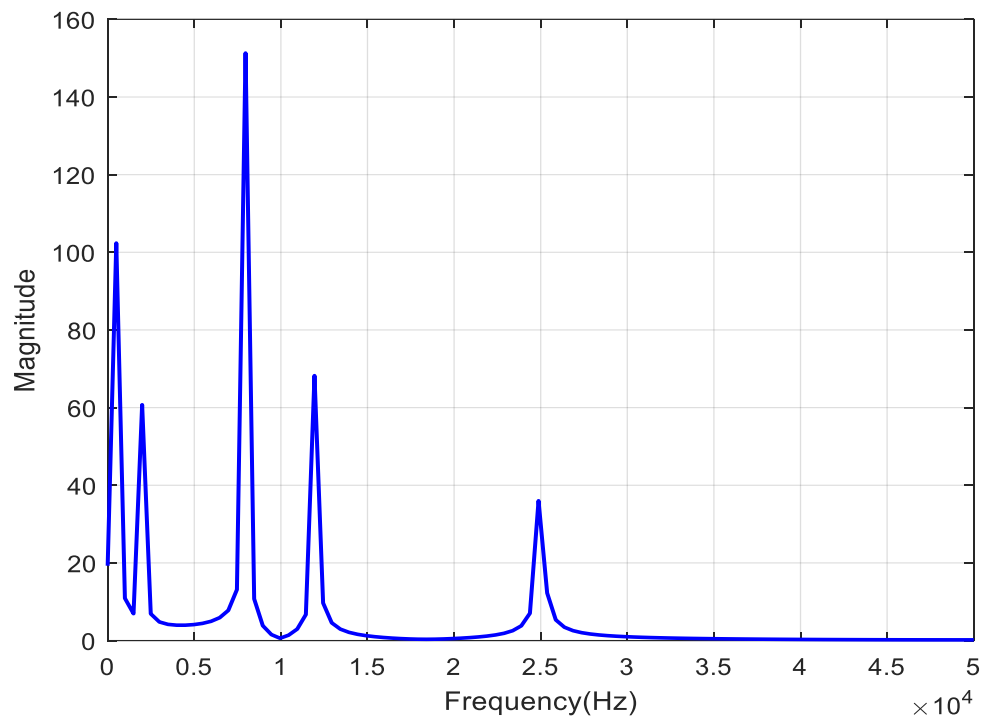
Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου που προκύπτουν, ενώ σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: V/Div , sec/Div κτλ.). Πιο αναλυτικά, παρατηρούμε ότι το σήμα εξόδου είναι σε πλάτος περίπου ίσο σε σχέση με το σήμα εισόδου. Το κέρδος του φίλτρου γίνεται φανερό, καθώς έχουμε 0dB κέρδος. Επίσης είναι ευδιάκριτη η απαλοιφή των υψηλών συχνοτήτων εισόδου.

Ανάλυση Fourier

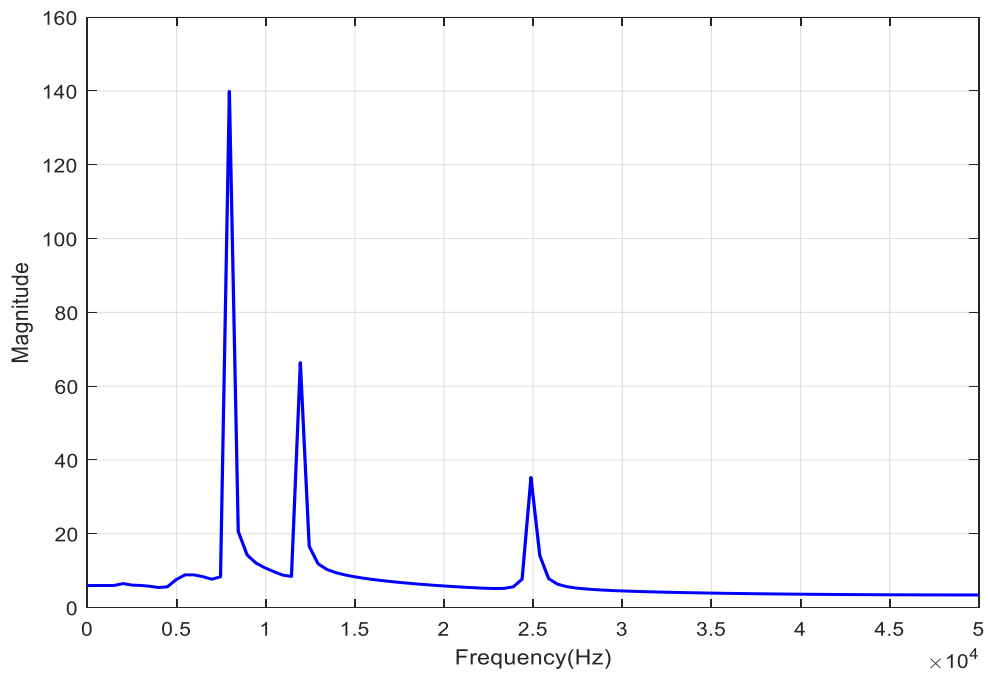
Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

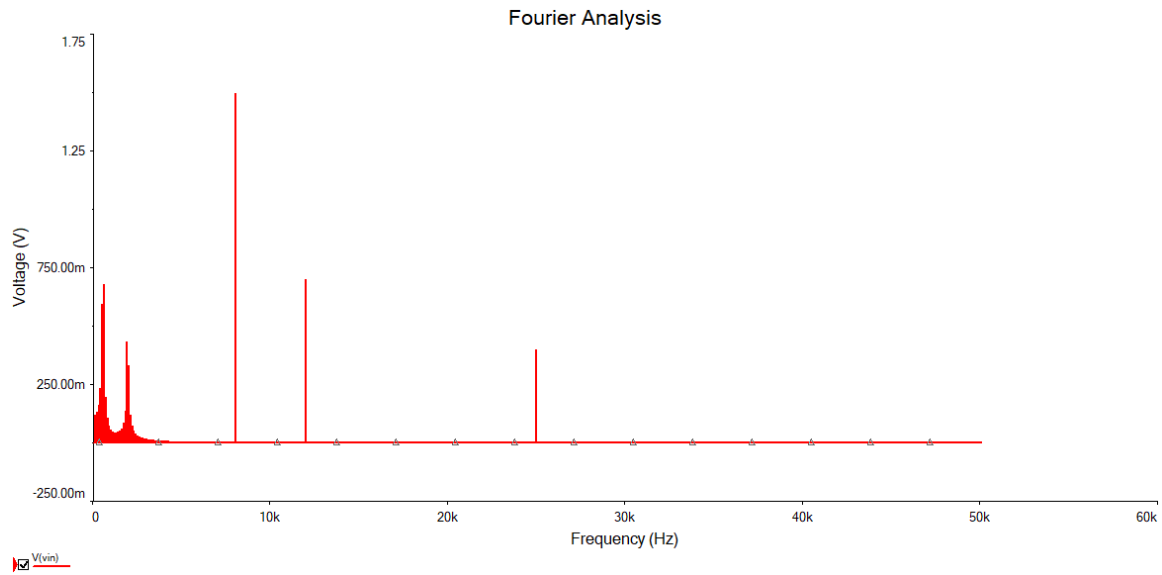
Φάσμα Σήματος Εισόδου :



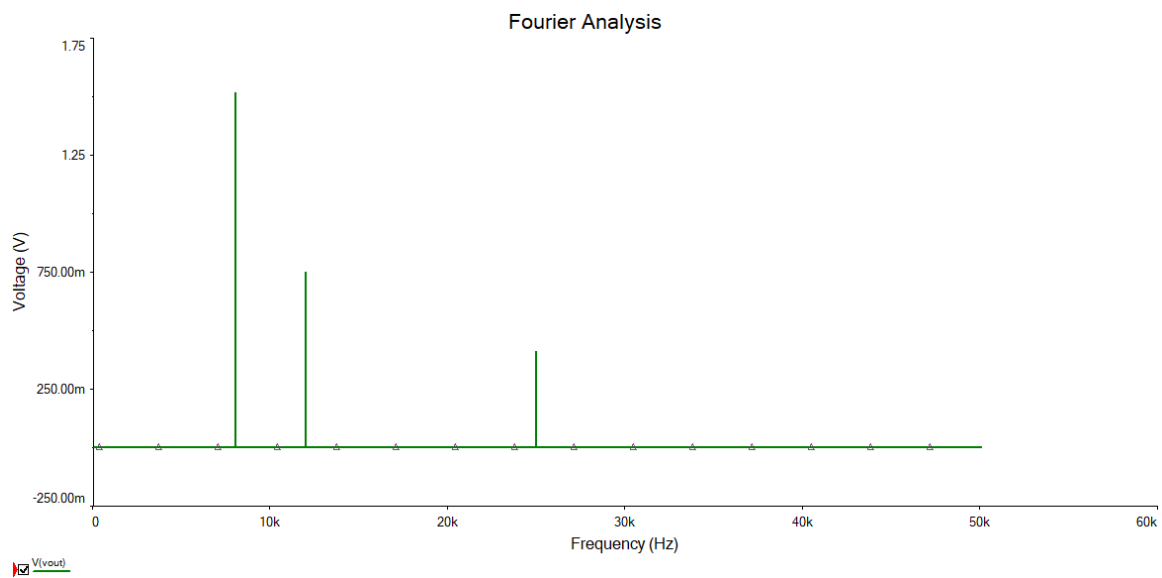
Φάσμα Σήματος Εξόδου :



Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:



Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:



Τόσο με τη βοήθεια του Matlab όσο και του Multisim παρατηρούμε ό,τι στην είσοδο του φίλτρου υπάρχουν πέντε ώσεις. Στην έξοδο οι δυο από αυτές, δηλαδή οι $f_1 = 555.56 \text{ Hz}$ και $f_2 = 1.944 \text{ KHz}$ (που πράγματι είναι μικρότερες από την f_s) εξαλείφονται.

Παράλληλα παρατηρείται και ο μη αποσβεστικός χαρακτήρας του φίλτρου στις υψηλές συχνότητες. Το πλάτος των ώσεων στην έξοδο είναι ίσο με αυτό στη είσοδο κάτι το οποίο είναι απολύτως λογικό σύμφωνα με την προδιαγραφή για 0dB κέρδος. Έτσι συνάγεται το συμπέρασμα ό,τι το φίλτρο λειτουργεί σωστά, καθώς ικανοποιούνται όλες οι προδιαγραφές της εκφώνησης.