

Licenciatura en Sistemas de información - FCyT - UADER

Matemática Discreta - Examen Final - 21/02/2024

RECUERDE QUE DEBE JUSTIFICAR TODAS SUS RESPUESTAS.

Ejercicio 1 (22 puntos):

- a) Determinar el término en el desarrollo de la potencia $(2x - 3y + 5)^{10}$ cuya parte literal es x^4y^3 .
- b) Se está planeando organizar una cena para 50 invitados, y se tiene que decidir qué platos servir. Hay 4 opciones de platos principales (Carne Asada, Pollo asado, Pastas con estofado, Vegetariano) y 3 opciones de postres (Flan, Helado, Budín de pan). ¿De cuántas formas es posible armar el pedido para todos los invitados, si se sabe que 10 invitados son vegetarianos y que el helado sólo se va a servir a estas personas?

Ejercicio 2 (22 puntos):

- a) Demostrar, que para todo natural n :
$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$$
- b) Resolver la siguiente relación de recurrencia:

$$a_{n+1} - 3a_n + 4 \cdot 3^n = 0, \forall n \geq 0 \text{ con } b_0 = 1$$

Ejercicio 3 (15 puntos):

Dada la función de codificación $E : B^3 \rightarrow B^6$ generada por una matriz G y sea la matriz dada H su matriz de verificación de paridad:

- i) Determinar el conjunto de palabras codificadas.
- ii) Evaluar la capacidad de detección y de corrección de errores.
- iii) De ser posible, hallar la palabra codificada si se recibe $r = 010110$.

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4 (21 puntos):

- a) ¿Es \mathbb{Z}_{19} un grupo multiplicativo? Si su respuesta es afirmativa, hallar el subgrupo no trivial de mayor orden.
- b) Resolver la ecuación: $2^{68}X \equiv -311 \pmod{19}$
- c) Indicar si los grupos multiplicativos $G = \{1, -1, i, -i\}$ y U_{10} (el grupo de las unidades del anillo \mathbb{Z}_{10}) son isomorfos. ¿Son grupos cíclicos?

Ejercicio 5 (20 puntos):

- a) Imaginemos que estás diseñando un sistema de distribución de energía para una red eléctrica. Tienes dos tipos de generadores disponibles: Generadores de tipo A y Generadores de tipo B. Los generadores de tipo A producen 10 megavatios (MW) cada uno, mientras que los generadores de tipo B producen 15 MW cada uno. Tu objetivo es satisfacer una demanda de 280 MW utilizando una combinación de estos dos tipos de generadores. ¿Cuántos generadores de tipo A y cuántos de tipo B necesitas para satisfacer la demanda de 280 MW? ¿Cuántas soluciones tiene el problema? Listar cinco.
- b) Analizar la veracidad de la siguiente afirmación: “Sean a y b dos enteros, si 5 divide a $3a - 2b$ y 5 divide a $a + 2b$, entonces a y b son múltiplos por 5”

Ejercicio 6 - Sólo alumnos LIBRES (20 puntos):

Construir una máquina de estados finitos, con $\mathcal{I} = \{a, b\}$ y $\mathcal{O} = \{0, 1\}$, que reconozca todas las cadenas que tengan:

- a) como **sufijo** $bbab$ (con solapamiento)
- b) como **sufijo** bab en la posición $3k$ -ésima.

Luego, para ambos casos, hallar $\nu(s_0, x)$ y $\omega(s_0, x)$ para $x = abbabbabbbba$.