Обработка результатов измерений

Карцев Вадим, Б01-904

6 декабря 2020 г.

1 Измерения и погрешности

1.1 Результат измерения

Очевидно, что когда мы измеряем некоторую величину, имеет место быть некоторая неточность измерений. Например, измеряя длину тела линейкой, мы можем столкнуться с тем, что линейка может быть неточно положена, иметь неточные деления. Даже если добиться точности расположения линейки, все равно имеет место быть округление, так как деления линейки имеют некоторую цену. У устройств без шкалы на дисплее все равно может быть отображено только конечное число цифр после запятой. Таким образом, то, что мы называем измерением - это некоторое *идеализированное значение*, только приближенное к реальному.

Назовем погрешностью измерения разницу между измеренным и «истинным» значениями

$$\delta x = x_{\text{изм}} - x_{\text{ист}}$$

Однако величину δx невозможно точно определить ввиду невозможности узнать истинное значения некоторой величины.

О каких-либо величинах принято говорить не как о точных значениях, а скорее как о некотором промежутке

$$x = x_{\text{изм}} \pm \delta x$$

Кроме этого часто для наглядности используют относительную погрешность

$$\varepsilon_x = \frac{\delta x}{x_{\text{изм}}}$$

1.2 Многократные измерения

Если мы несколько раз измерим одну и ту же величину, вероятно мы получим расходящиеся по значению результаты.

$$\mathbf{X} = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$$

В таком случае результат измерений является случайной величиной, которую можно будет описать некоторым *вероятностным законом* - *распределением.* Вычислим среднее значение величины по набору $\mathbf{X}$

$$\langle x \rangle = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n} \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1}$$

Так же мы будем орудовать понятием отклонения. Так, отклонение каждого значения от среднего это

$$\Delta x_i = x_i - \langle x \rangle, \qquad i = 1...n$$

Разброс совокупности данных x_i относительно среднего принято характеризовать *среднеквадратичным отклонением*

$$s = \sqrt{\frac{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + ... + \Delta x_n^2}{n}} \equiv \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta x_i^2} \tag{2}$$

или кратко

$$s = \sqrt{\langle \Delta x^2 \rangle} \equiv \sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle} \tag{3}$$

При устремлении n к бесконечности и достаточном качестве метода измерений почти все отлонения δx_i скомпенсируются и можно ожидать что среднее значение устремится к некоторому пределу

$$\overline{x} = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

Тогда полученное значение $\overline{x}$ можно считать «истиным» средним для исследуемой величины Предельную величину среднеквадратичного отклонения обозначим как

$$\sigma = \lim_{n \to \infty} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta x_i^2}$$

Итак, если набор значений имеет не слишком большой разброс, то можно с некоторой натяжкой считать, что $\langle x \rangle \approx \overline{x}$

1.3 Классификация погрешностей

1.3.1 Случайные погрешности

1.3.2 Систематические погрешности

2 Элементы теории ошибок

2.1 Случаная величина

2.2 Нормальное рапределение

2.3 Независимые величины

2.4 Погрешность среднего

2.5 Результирующая погрешность опыта

2.6 Обработка косвенных измерений

2.6.1 Случай одной переменной

2.6.2 Случай многих переменных

3 Рекомендации по выполнению и представлению результатов работы

3.1 Проведение измерений

3.1.1 Правила ведения лабораторного журнала

3.1.2 Подготовка к работе

3.1.3 Начало работы

3.1.4 Выбор количества измерений

3.1.5 Измерения

3.1.6 Рассчёты, анализ и представление результатов

3.2 Анализ инструментальных погрешностей

3.3 Отчёт о работе

3.3.1 Требования к содержанию разделов

3.3.2 Правила округления

3.4 Построение графиков

3.4.1 Рекомендации по оформлению графиков

3.5 Некоторые типичные ошибки обработки данных

4 Оценка параметров