

Лабораторная работа 1.3

Эффект Рамзауэра

Карцев Вадим

4 октября 2021 г.

Цель работы: исследование энергетической зависимости вероятности рассеяния электронов атомами инертного газа, определение энергий электронов при которых наблюдается «просветление» инертного газа, оценка размера его внешней электронной оболочки.

Оборудование: лампа-тиратрон, блок источников питания, осциллограф, вольтметр.

1 Теоретическая справка

Рассеяние электрона на атоме можно приближенно рассматривать как рассеяние частицы энергии E на потенциальной яме длины l и глубины U_0 . Уравнение Шрёдингера имеет вид

$$\Psi'' + k^2 \Psi = 0$$

где k_1 вне ямы и k_2 внутри равны соответственно

$$k^2 = k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad k^2 = k_2^2 = \frac{2m(E + U_0)}{\hbar^2}$$

В таком случае коэффициент прохождения равен

$$D = \frac{16k_1^2 k_2^2}{16k_1^2 k_2^2 + 4(k_1^2 - k_2^2)^2 \sin^2(k_2 l)}$$

Легко заметить, что коэффициент прохождения имеет ряд максимумов и минимумов. Максимумы будут наблюдаться при соблюдении условия

$$\sqrt{\frac{2m(E + U_0)}{\hbar^2}} l = n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

Качественно эффект Рамзауэра можно объяснить, рассмотрев интерференцию прошедшей и дважды отразившейся от оболочки волн де Бройля. Длины волн вне и внутри атома

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}, \quad \lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2m(E + U_0)}}$$

Тогда условия на первые интерференционные максимумы и минимумы выглядят следующим образом

$$2l = \frac{h}{\sqrt{2m(E_1 + U_0)}} \quad 2l = \frac{3}{2} \frac{h}{\sqrt{2m(E_2 + U_0)}} \quad (2)$$

Так же можно исключить из этих соотношений глубину потенциальной ямы

$$l = \frac{h\sqrt{5}}{\sqrt{32m(E_2 - E_1)}} \quad (3)$$

При этом глубина ямы будет равна

$$U_0 = \frac{4}{5}E_2 - \frac{9}{5}E_1 \quad (4)$$

2 Обработка результатов динамического режима

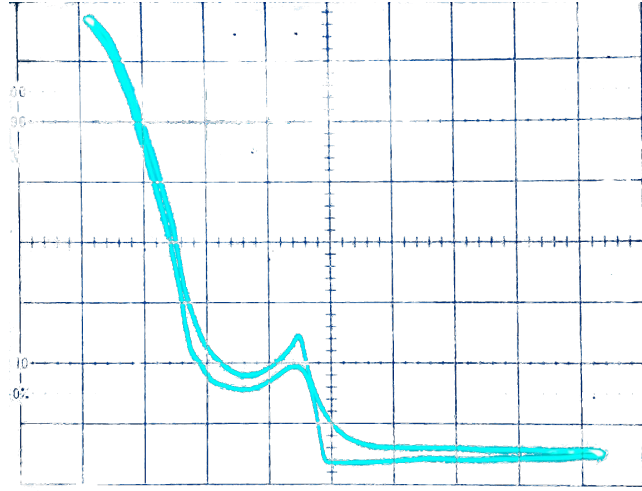


Рис 1. Осциллограмма

2.1 Расчет размера электронной оболочки атома

В обоих случаях мы получили значения максимума $E_1 = 2,5$ эВ и минимума $E_2 = 7$ эВ. Подставим измеренные значения в формулы 2.

$$2l = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (2,5 + 2,5) \cdot 6,24 \cdot 10^{-19}}} \approx 278 \text{ нм}; \quad l = \frac{278}{2} \approx 139 \text{ нм}$$

$$2l = \frac{3}{2} \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (7 + 2,5) \cdot 6,24 \cdot 10^{-19}}} \approx 302 \text{ нм}; \quad l = \frac{302}{2} \approx 151 \text{ нм}$$

Точно так же подставим полученные данные в формулу 3.

$$l = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{32 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (7 - 2,5) \cdot 6,24 \cdot 10^{-19}}} \approx 164 \text{ нм}$$

Таким образом мы получили, что размер электронной оболочки атома $l \approx 151 \text{ нм}$

2.2 Оценка глубины потенциальной ямы

Подставим в уравнение 4 измеренные значения.

$$U_0 = \frac{4}{5} \cdot 7 - \frac{9}{5} \cdot 2.5 = 1,1B$$

2.3 Оценка потенциала ионизации

В динамическом методе мы получили напряжение пробоя $U_n \approx 12$ В. Таким образом мы можем сказать, что тиратрон наполнен **ксеноном**, для которого ионизационный потенциал $U_{nXe} = 12,1$ эВ

3 Обработка результатов статического режима

3.1 Построение графиков зависимости $I_a = f(V_c)$

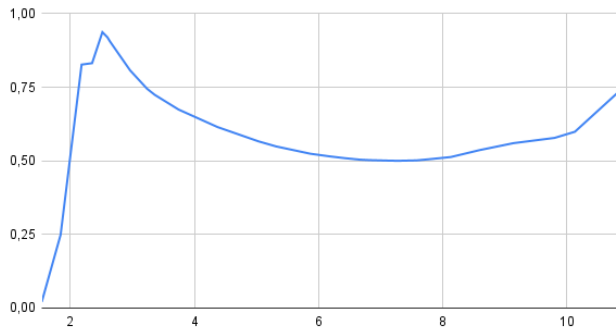


Рис 2. График для $V_n = 3,07$ В

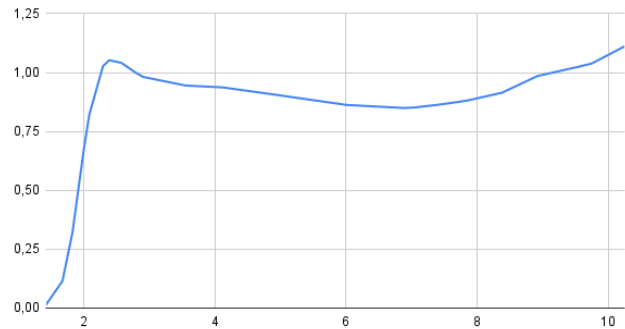


Рис 3. График для $V_n = 3,32$ В

Графики построены по таблицам данных, приведённым в разделе «Дополнительные данные» на стр. 6.

Из графиков видно что для $V_n = 3,07$ В максимум достигается при $V_1 = 2,515$ В а минимум при $V_2 = 7,279$ В. Для $V_n = 3,32$ В эти значения $V_1 = 2,39$ В и $V_2 = 6,889$ В.

3.2 Вычисление размера атома

Подставим значения для $V_n = 3,07$ В в формулы 2 и 3.

$$2l = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (2,515 + 2,5) \cdot 6,24 \cdot 10^{-19}}} \approx 277 нм; \quad l = \frac{277}{2} \approx 139 нм$$

$$2l = \frac{3}{2} \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (7,279 + 2,5) \cdot 6,24 \cdot 10^{-19}}} \approx 298 нм; \quad l = \frac{298}{2} \approx 149 нм$$

$$l = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{32 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (7,279 - 2,515) \cdot 6,24 \cdot 10^{-19}}} \approx 159 нм$$

Таким же образом поступим и с данными для $V_n = 3,32 \text{ В}$

$$2l = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (2,39 + 2,5) \cdot 6,24 \cdot 10^{-19}}} \approx 281 \text{ нм}; \quad l = \frac{281}{2} \approx 140 \text{ нм}$$

$$2l = \frac{3}{2} \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (6,889 + 2,5) \cdot 6,24 \cdot 10^{-19}}} \approx 304 \text{ нм}; \quad l = \frac{304}{2} \approx 152 \text{ нм}$$

$$l = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{32 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (6,889 - 2,39) \cdot 6,24 \cdot 10^{-19}}} \approx 164 \text{ нм}$$

Усредним размер электронной оболочки атома, полученный для разных напряжений накала. Тогда искомый размер $l \approx 151 \text{ нм}$.

3.3 Оценка глубины потенциальной ямы

Рассчитаем глубину потенциальной ямы для $V_n = 3,07 \text{ В}$:

$$U_0 = \frac{4}{5} \cdot 7,279 - \frac{9}{5} \cdot 2,515 = 1,2962 \text{ В}$$

и для $V_n = 3,32 \text{ В}$:

$$U_0 = \frac{4}{5} \cdot 6,889 - \frac{9}{5} \cdot 2,39 = 1,2092 \text{ В}$$

4 Теоретический расчет напряжений с максимальным усилением

$$k_2 l = \sqrt{\frac{2m(E_n + U_0)}{\hbar^2}} l = \pi n \Rightarrow E_n = \frac{\left(\frac{\pi \hbar n}{l}\right)^2}{2m} - U_0 = \frac{\pi^2 n^2 \hbar^2}{2m l^2} - U_0$$

Выразим l из исходного выражения и подставим его в формулу.

$$l = \frac{\pi \hbar n}{\sqrt{2m(E_n + U_0)}} = \frac{\pi \hbar}{\sqrt{2m(E_1 + U_0)}}$$

$$E_n = f(E_1, n) = \frac{\pi^2 n^2 \hbar^2}{2m \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m(E_1 + U_0)}} - U_0 = \underbrace{(E_1 + U_0) n^2 - U_0}_{\text{Искомая зависимость}}$$

По полученной формуле рассчитаем напряжения на которых наблюдаются максимумы 2-го и 3-го порядка, приняв $E_1 = 2,515 \text{ В}$, $U_0 = 3,07 \text{ В}$.

Порядок максимума	1	2	3
Напряжение максимума	2,52 В	19,27 В	47,20 В

5 Расчет вероятности рассеяния электронов

По данным можно построить график зависимости вероятности рассеяния с точностью до константы

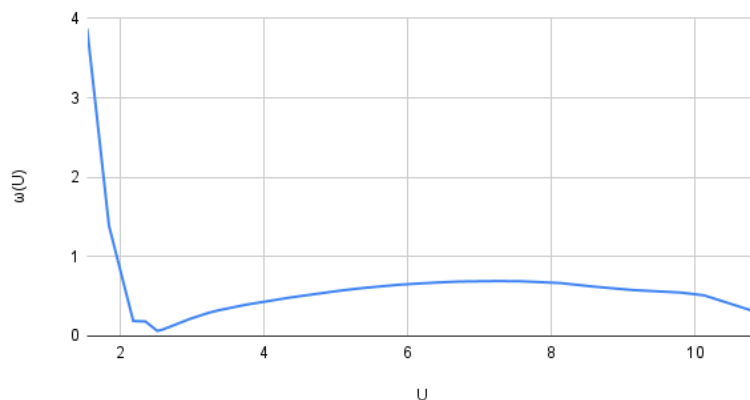


Рис 4. Зависимость вероятности рассеивания от энергии электронов

6 Вывод

В ходе работы была статическим и динамическим методом исследована ВАХ тиратрона, в обоих случаях соответствующая теоретической, получено значение размера внешней оболочки атома инертного газа и потенциал его ионизации, по которому было определено, что это ксенон.

7 Дополнительные данные

$$V_n = 3,07B$$

N	V_c	V_I	I
1	1,538	2,08	0,0208
2	1,842	24,9	0,249
3	2,18	82,7	0,827
4	2,349	83,18	0,8318
5	2,515	93,72	0,9372
6	2,595	92	0,92
7	2,636	90,59	0,9059
8	2,722	87,98	0,8798
9	2,961	80,75	0,8075
10	3,234	74,5	0,745
11	3,358	72,43	0,7243
12	3,742	67,43	0,6743
13	4,37	61,48	0,6148
14	5,029	56,63	0,5663
15	5,314	54,9	0,549
16	5,863	52,43	0,5243
17	6,185	51,5	0,515
18	6,422	50,91	0,5091
19	6,668	50,4	0,504
20	6,816	50,25	0,5025
21	7,14	50,07	0,5007
22	7,279	50,02	0,5002
23	7,577	50,16	0,5016
24	7,786	50,57	0,5057
25	8,127	51,3	0,513
26	8,589	53,64	0,5364
27	9,135	56,01	0,5601
28	9,799	57,8	0,578
29	10,126	59,89	0,5989
30	10,866	74,13	0,7413

$$V_n = 3,32B$$

N	V_c	V_i	I
1	1,422	1,25	0,0125
2	1,677	11,5	0,115
3	1,83	32,2	0,322
4	1,996	66,2	0,662
5	2,086	82,15	0,8215
6	2,295	102,74	1,0274
7	2,39	105,21	1,0521
8	2,569	104,19	1,0419
9	2,626	103,13	1,0313
10	2,795	99,92	0,9992
11	2,907	98,13	0,9813
12	3,555	94,48	0,9448
13	4,117	93,7	0,937
14	4,905	90,65	0,9065
15	6,005	86,25	0,8625
16	6,889	84,94	0,8494
17	7,044	85,17	0,8517
18	7,396	86,3	0,863
19	7,683	87,4	0,874
20	7,854	88,15	0,8815
21	8,377	91,45	0,9145
22	8,916	98,5	0,985
23	9,533	102,41	1,0241
24	9,743	103,82	1,0382
25	10,249	111,17	1,1117