B419111_hw22

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} 0.4 & -1.1 & 1.4 & 0.5 \\ 0.6 & -1.3 & 1.2 & 0.3 \\ -0.9 & 0.2 & 0.7 & 1.6 \\ -1.5 & 0.8 & 0.1 & 1.0 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1.6 \\ 1.1 \\ 2.8 \\ 2.3 \end{pmatrix}$$

가우스 축척복분피베팅은 단계별로 계산과정이 복잡하여 계산기가 아닌 Excel의 도움을 받아서 계산을 진행하였다.

면저 특이행렬인지 판단하기위해 행렬식을 "$=MDETERM(\vec{A})$"으로 구해보면 $Det|\vec{A}|=0.3024$ 근이 한상존재한다.

(a) 피벗행을구하기위해, $(\vec{A}|\vec{b}|\vec{c}|\vec{r})$를 구해보자 (A4용지가 작아서 %10.3f 에서 정밀도를 맞춰주자)

($\vec{c}$는 scale Vector, $\vec{r}$는 ratio Vector이다. 앞으로 $(\vec{A}|\vec{b}|\vec{c}|\vec{r})$를 $\vec{X}$라고 지칭하겠다.)

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} \quad \vec{A} \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{b} \end{pmatrix} \begin{array}{c} \vec{c} \\ \begin{pmatrix} 1.400 \\ 1.300 \\ 1.600 \\ 1.500 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \vec{r} \\ \begin{pmatrix} 0.286 \\ 0.462 \\ 0.563 \\ 1.000 \end{pmatrix} \end{array} \longrightarrow \text{피벗행}$$

따라서, 4행과 1행을 맞바꾼다음 가우스소거를 진행한다.

$$(\vec{A}|\vec{b}) = \left(\begin{array}{cccc|c} -1.500 & 0.800 & 0.100 & 1.000 & 2.300 \\ 0 & -0.980 & 1.240 & 0.700 & 2.020 \\ 0 & -0.280 & 0.640 & 1.000 & 1.420 \\ 0 & -0.887 & 1.427 & 0.767 & 2.213 \end{array}\right)$$

(b) 위$(\vec{A}|\vec{b})$의 결과로 $\vec{X}$를 구하여 피벗행을 구해보자.

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} \quad \vec{A} \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{b} \end{pmatrix} \begin{array}{c} \vec{c} \\ \begin{pmatrix} \times \\ 1.240 \\ 1.000 \\ 1.427 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \vec{r} \\ \begin{pmatrix} \times \\ 0.790 \\ 0.280 \\ 0.621 \end{pmatrix} \end{array} \rightarrow \text{피봇행}$$

따라서, 행을 교환하지않고, 가우스소거를 진행한다.

$$(\vec{A}|\vec{b}) = \left(\begin{array}{cccc|c} -1.500 & 0.800 & 0.100 & 1.000 & 2.300 \\ 0 & -0.980 & 1.240 & 0.700 & 2.020 \\ 0 & 0 & 0.286 & 0.800 & 0.843 \\ 0 & 0 & 0.305 & 0.133 & 0.386 \end{array}\right)$$

(c) (b)의 $(\vec{A}|\vec{b})$ 결과로 $\vec{X}$를 구하여 피벗행을 구해보자.

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} \vec{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{b} \end{pmatrix} \overset{\vec{c}}{\begin{pmatrix} X \\ X \\ 0.800 \\ 0.305 \end{pmatrix}} \overset{\vec{r}}{\begin{pmatrix} X \\ X \\ 0.357 \\ 1.000 \end{pmatrix}} \rightarrow \text{피벗행}.$$

따라서, 4행과 3행을 맞바꾼 다음 가우스소거를 진행한다.

$$(\vec{A}|\vec{b}) = \left(\begin{array}{cccc|c} -1.500 & 0.800 & 0.100 & 1.000 & 2.300 \\ 0 & -0.980 & 1.240 & 0.700 & 2.020 \\ 0 & 0 & 0.305 & 0.133 & 0.386 \\ 0 & 0 & 0 & 0.675 & 0.481 \end{array}\right)$$

(e) 후방대입법으로 근을 구하자.

$$-1.5x_1 + 0.8x_2 + 0.1x_3 + x_4 = 2.3$$
$$-0.98x_2 + 1.24x_3 + 0.7x_4 = 2.02$$
$$0.305x_3 + 0.133x_4 = 0.386$$
$$0.675x_4 = 0.481$$

x_4부터 x_1까지 차례대로 근을 구한다.

$x_4 = 0.713$

$x_3 = 0.954$

$x_2 = -0.345$

$x_1 = -1.179$

$\Rightarrow$

x_1	-1.179
x_2	-0.345
x_3	0.954
x_4	0.713

(d), (f)

(d) 화공전산 교과서에서 언급됬듯이 LU 분해법 중에서 Doolite 법에의한 위삼각행렬은 축적 부분 피봇팅 가우스 소거법의 위삼각행렬과 값이 같다

변환과정을 더잘게 나누어서 $\vec{b}$ 값의 변화에 효율적으로 대처하도록 만든 알고리즘이 LU 분해법 인것 일뿐이다.

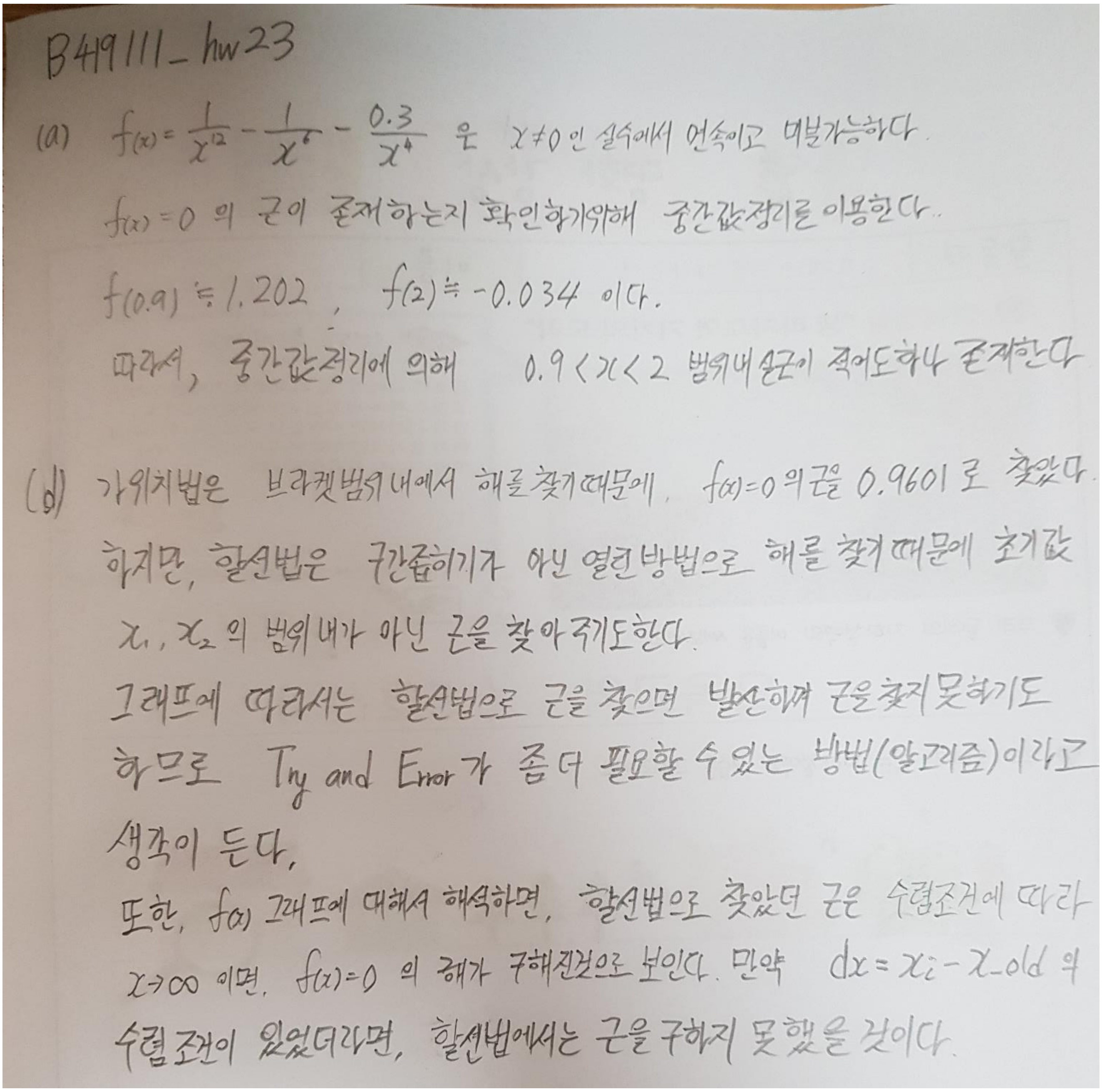
(f) numpy. linalg. solve 로 풀어도 동일한 해가 나왔다.

x_0 : -1.179

x_1 : -0.345

x_2 : 0.954

x_3 : 0.713.



B419111_hw23

(a) $f(x)=\frac{1}{x^{12}}-\frac{1}{x^{6}}-\frac{0.3}{x^{4}}$ 은 $x\neq0$ 인 실수에서 연속이고 미분가능하다.

$f(x)=0$ 의 근이 존재하는지 확인하기위해 중간값정리를 이용한다.

$f(0.9)\fallingdotseq1.202$, $f(2)\fallingdotseq-0.034$ 이다.

따라서, 중간값정리에 의해 $0.9<x<2$ 범위내 실근이 적어도하나 존재한다

(d) 가위치법은 브라켓범위내에서 해를 찾기때문에, $f(x)=0$ 의근을 0.9601 로 찾았다.

하지만, 할선법은 구간좁히기가 아닌 열린방법으로 해를 찾기 때문에 초기값 x_1, x_2 의 범위내가 아닌 근을 찾아주기도한다.

그래프에 따라서는 할선법으로 근을 찾으면 발산하여 근을찾지못하기도 하므로 Try and Error가 좀더 필요할 수 있는 방법(알고리즘)이라고 생각이 든다.

또한, $f(x)$ 그래프에 대해서 해석하면, 할선법으로 찾았던 근은 수렴조건에 따라 $x\to\infty$ 이면, $f(x)=0$ 의 해가 구해진것으로 보인다. 만약 $dx=x_i-x\_old$ 의 수렴조건이 있었더라면, 할선법에서는 근을 구하지 못했을 것이다.

마지막으로 f(x)의 그래프 모양을 제시한다