Hw 3.

$f(x) = x^3 e^{-x/2}$, $I_1 = \int_1^{2.6} f(x)\,dx$ (작성하는 수치값은 소수점 8번째 자리까지 표현하기로 한다.)

3.1 3점-Gauss 구적법으로 I_1을 구하시오.

$$\int_1^{2.6} f(x)\,dx = \frac{2.6-1}{2}\int_{-1}^{1} g(z)\,dz \qquad g(z) = f(0.8z+1.8)$$

$$= 0.8\left\{\frac{5}{9}g\left(-\sqrt{\tfrac{3}{5}}\right) + \frac{8}{9}g(0) + \frac{5}{9}g\left(\sqrt{\tfrac{3}{5}}\right)\right\}$$

$$\fallingdotseq 1.52196677$$ (소수점 8번째까지 표현)

3.3

```
  k          h          j=0          j=1          j=2          j=3
----------------------------------------------------------------------
  0 1.60000000 0.96395898
  1 0.80000000 1.40529566 1.55240789
  2 0.40000000 1.49332425 1.52266711 1.52068439
  3 0.20000000 1.51438970 1.52141152 1.52132782 1.52133803
----------------------------------------------------------------------
```

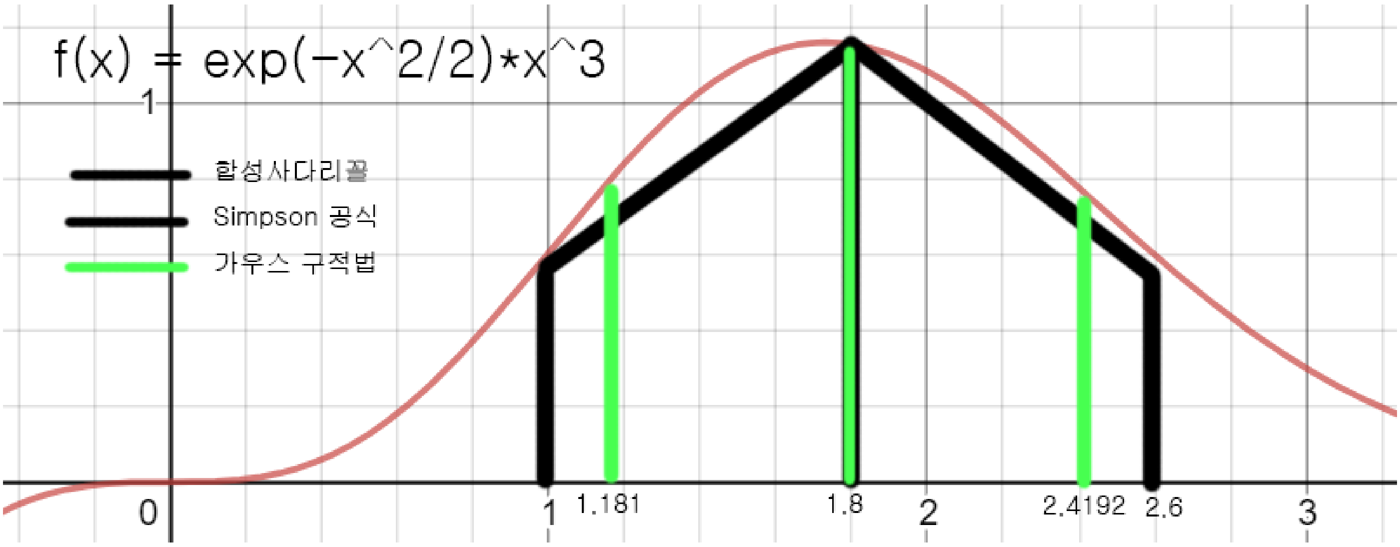
파이썬으로 구한 값을 표로 제시합니다.

3.5 (a) 엄밀적분값과 수치적분으로 구한 세가지 값과 비교하라.

1) 가우스 2) 합성사다리꼴 3) Simpson공식

파이썬에서 구한 수치적분값과 엄밀적분값을 비교할때, 파이썬안에서 비교하는것이 오차계산에 있어서 조금더 정확한 값을 구할것이라고 생각이 들어서, 파이썬 스크립트를 짜서 계산해보았다.

그래프와 세가지점은 다음과같다. (단, 그래프에서 가우스의 x값은 $0.8z+1.8$의 값을 의미한다. $z = \pm\sqrt{\tfrac{3}{5}}, 0$)



3.5 (a)

	Gauss	Mutiple_trapezoidal	Simpson
오차	0.00063049	0.11604062	0.03107161

Gauss 구적법, 심슨법 , 합성 사다리꼴방식 순으로 오차가 커진다.

3.5 (b)

k	h	j=0	j=1	j=2	j=3
0	1.60000000	0.55737730			
1	0.80000000	0.11604062	0.03107161		
2	0.40000000	0.02801203	0.00133083	0.00065189	
3	0.20000000	0.00694657	0.00007525	0.00000846	0.00000176

3.6 (c).

3점가우스구적, 합성사다리꼴, Romberg 모두 매우작은 오차를 보여주었다.

3가지 방법은 0.04% ~ 0.0001% 의 범위안에 있었으므로 충분한 정밀도로 계산이 되었고 출력도 소수점 8번째자리까지 출력했음에 충분하다고 나는 판단한다.

하지만, 상황과 과제 그리고 연구조건에 따라서 원하는 정밀도가 다를 수있다. 이때는 알고리즘에서 "hmin, eps"와 같은 제한조건을 더 낮게하여 더 정확한 값을 얻을 수 있다.

추가로, scipy.integrate 의 Romberg 와 quad 함수를 통해 구한값과 엄밀해를 비교하면 quad의 경우. 소수점을 아무리 늘려도 오차가 0이 나왔고, Romberg는 소수점 11번째자리에서 오차가 발생했다. (Default로 설정된 함수에서 실행) 이런 값과 비교해보면 오차가 크게 발생했다고 보는 관점도 있을것이라 생각이든다.