Лабораторная работа №5

Математическая модель «хищник-жертва» (модель Лотки-Вольтерры)

Ким М. А.

07 марта 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

Докладчик

- Ким Михаил Алексеевич
- студент уч. группы НФИбд-01-20
- Российский университет дружбы народов
- 1032201664@pfur.ru
- https://github.com/exmanka

Вводная часть

Актуальность

- Необходимость навыков моделирования реальных математических задач, построение графиков.

Объект и предмет исследования

- Язык программирования Julia
- Язык моделирования Modelica
- Математическая модель «хищник-жертва» (модель Лотки-Вольтерры)

Цели и задачи

- Продолжить знакомство с функционалом языков Julia и Modelica.
- Создать математическую модель Лотки-Вольтерры с помощью данных языков.
- Построить графики состояния систем в соответствии с поставленными задачами.

Материалы и методы

- Языки:
  - язык программирования Julia
  - язык моделирования Modelica
- Дополнительный комплекс программ:
  - Программное обеспечение OpenModelica
  - Интерактивный блокнот Pluto.jl

Процесс выполнения работы

Формулировка задания

Формулировка задания

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.16x(t) + 0.045x(t)y(t) \\ \\ \frac{dy}{dt} = 0.36y(t) - 0.033x(t)y(t) \end{cases}$$

Построить график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 10, y_0 = 15$. Найти стационарное состояние системы.

Pluto.jl

Код задания №1

```
begin
    import Pkg
    Pkg.activate() 💬
    using DifferentialEquations
    using LaTeXStrings
    import Plots
end
```

```
  Activating project at `~/.julia/environments/v1.8`
```

T

Период времени

```
begin
    const c = 0.16
    const d = 0.045
    const a = 0.36
    const b = 0.033
    const x₀ = 10
    const y₀ = 15

    "Начальные условия: u₀[1] -- x₀, u₀[2] -- y₀"
    u₀ = [x₀, y₀]

    "Период времени"
    T = (0.0, 70.0)
end
```

F!

Правая часть нашей системы. p, t не используются. u[1] – x, u[2] – y

```
"Правая часть нашей системы. p, t не используются. u[1] -- x, u[2] -- y"
function F!(du, u, p, t)
    du[1] = -c * u[1] + d * u[1] * u[2]
    du[2] = a * u[2] - b * u[1] * u[2]
end
```

```
prob = ODEProblem with uType Vector{Int64} and tType Float64. In-place: true
       timespan: (0.0, 70.0)
       u0: 2-element Vector{Int64}:
        10
        15
```

```
prob = ODEProblem(F!, u₀, T)
```

```
sol =
```

	timestamp	value1	value2
1	0.0	10.0	15.0
2	0.05	10.2611	15.0193
3	0.1	10.5294	15.0321
4	0.15	10.8049	15.0381
5	0.2	11.0877	15.0372
6	0.25	11.3777	15.0291
7	0.3	11.6751	15.0139
8	0.35	11.9797	14.9911
9	0.4	12.2916	14.9609
10	0.45	12.6106	14.9229

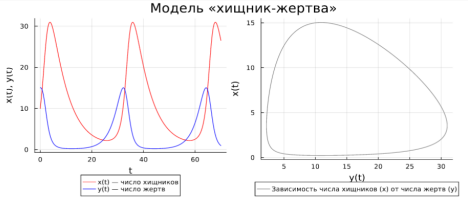
⋮ more

```
sol = solve(prob, dtmax=0.05)
```

▸ [0.0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5, 0.55, 0.6, 0.65, 0.7, 0.75, 0.

```
begin
    const xx = []
    const yy = []
    for u in sol.u
        x, y = u
        push!(xx, x)
        push!(yy, y)
    end
    time = sol.t
    time
end
```

Графики задания №1




```
begin
    fig = Plots.plot(
        layout=(1, 2),
        dpi=150,
        grid=:xy,
        gridcolor=:black,
        gridwidth=1,
        # aspect_ratio=:equal,
        size=(800, 400),
        legend=:outerbottom,
        plot_title="Модель «хищник-жертва»"
    )

    Plots.plot!(
        fig[1],
        time,
        [xx, yy],
        color=[:red :blue],
        xlabel="t",
        ylabel="x(t), y(t)",
        label=["x(t) – число хищников" "y(t) – число жертв"]
    )

    Plots.plot!(
        fig[2],
        yy,
        xx,
        color=[:grey],
        xlabel="y(t)",
        ylabel="x(t)",
        label="Зависимость числа хищников (x) от числа жертв (y)"
    )
end
```

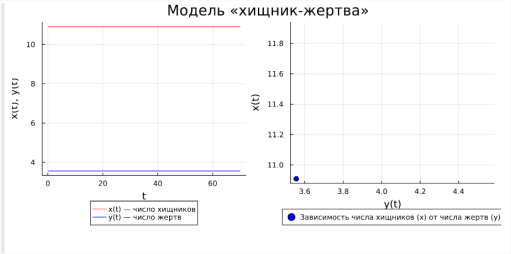
Измененный блок кода для задания №2. Получившиеся графики

T

Период времени

```
begin
    const c = 0.16
    const d = 0.045
    const a = 0.36
    const b = 0.033
    const x₀ = a / b
    const y₀ = c / d

    @show x₀
    @show y₀

    "Начальные условия: u₀[1] -- x₀, u₀[2] -- y₀"
    u₀ = [x₀, y₀]

    "Период времени"
    T = (0.0, 70.0)
end
```

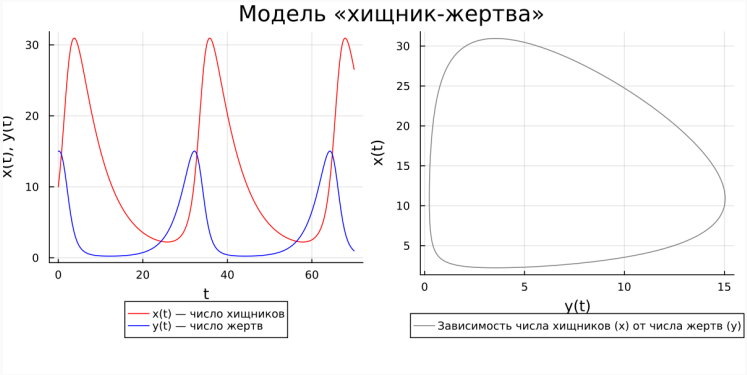
```
x₀ = 10.909090909090908
y₀ = 3.555555555555556
```



Julia

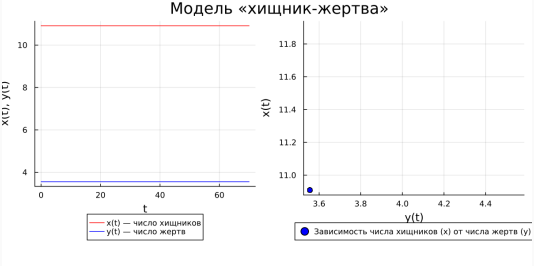
Код задания №1. Получившиеся графики

```julia
using DifferentialEquations
using Plots

const c = 0.16
const d = 0.045
const a = 0.36
const b = 0.033
const xx = 10
const yx = 15

"Начальные условия: u₀[1] -- x₀, u₀[2] -- y₀"
u₀ = [xx, yx]

"Период времени"
T = (0.0, 70.0)

"Правая часть нашей системы, p, t не используются. u[1] -- x, u[2] -- y"
function F!(du, u, p, t)
    du[1] = c * u[1] - d * u[1] * u[2]
    du[2] = a * u[2] - b * u[1] * u[2]
end


prob = ODEProblem(F!, u₀, T)
sol = solve(prob, dtmax=0.05)

const xx = []
const yy = []
for u in sol.u
    x, y = u
    push!(xx, x)
    push!(yy, y)
end
time = sol.t

fig = Plots.plot(
    layout=(1, 2),
    dpi=150,
    grid=:xy,
    gridcolor=:black,
    gridwidth=1,
    # aspect_ratio=:equal,
    size=(800, 400),
    legend=:outerbottom,
    plot_title="Модель «хищник-жертва»"
)

Plots.plot!(
    fig[1],
    time,
    [xx, yy],
    color=[:red :blue],
    xlabel="t",
    ylabel="x(t), y(t)",
    label=["x(t) — число хищников" "y(t) — число жертв"]
)

Plots.plot!(
    fig[2],
    yy,
    xx,
    color=:grey,
    xlabel="y(t)",
    ylabel="x(t)",
    label="Зависимость числа хищников (x) от числа жертв (y)"
)
savefig(fig, "../tab1 1")
```



Измененный блок кода для задания №2. Получившиеся графики

```
4   const c = 0.16
5   const d = 0.045
6   const a = 0.36
7   const b = 0.033
8   const x₀ = a / b
9   const y₀ = c / d
10
11  @show x₀
12  @show y₀
13
14  "Начальные условия: u₀[1] -- x₀, u₀[2] -- y₀"
15  u₀ = [x₀, y₀]
```

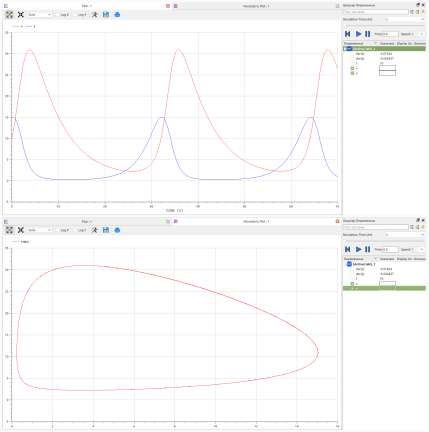


OpenModelica

Код задания №1. Получившиеся графики

Доступный на запись | Model | Вид Текст | lab5_1 | /media/sf__/Лабораторные работы/lab5/source/lab5_1.mo

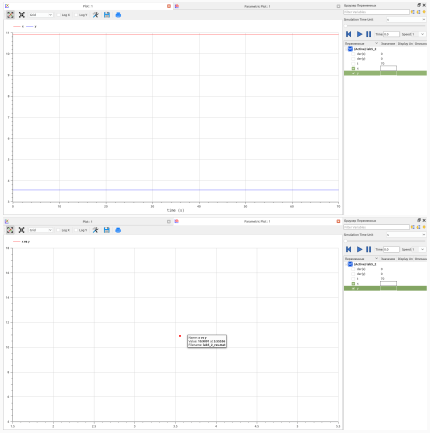
```
model lab5_1
  constant Real c = 0.16;
  constant Real d = 0.045;
  constant Real a = 0.36;
  constant Real b = 0.033;
  Real t = time;
  Real x(t);
  Real y(t);
initial equation
  x = 10;
  y = 15;
equation
  der(x) = -c * x + d * x * y;
  der(y) = a * y - b * x * y;
  annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=70, Interval = 0.05));
end lab5_1;
```



Код задания №2. Получившиеся графики

Доступный на запись | Model | Вид Текст | lab5_2 | /media/sf__/Лабораторные работы/lab5/source/lab5_2.mo

```
model lab5_2
  constant Real c = 0.16;
  constant Real d = 0.045;
  constant Real a = 0.36;
  constant Real b = 0.033;
  Real t = time;
  Real x(t);
  Real y(t);
initial equation
  x = a / b;
  y = c / d;
equation
  der(x) = -c * x + d * x * y;
  der(y) = a * y - b * x * y;
  annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=70, Interval = 0.05));
end lab5_2;
```



Результаты

Результаты

- Созданы математические модели Лотки-Вольтерры с помощью данных языков.
- Построены графики состояния систем в соответствии с поставленными задачами.

Вывод

Продолжил знакомство с функционалом языка программирования Julia и языка моделирования Modelica, а также с функционалом программного обеспечения OpenModelica и интерактивного блокнота Pluto. Используя эти средства, построил математические модели «хищник-жертва» (модели Лотки-Вольтерры).