

# Лабораторная работа №8

## Модель конкуренции двух фирм

---

Ким М. А.

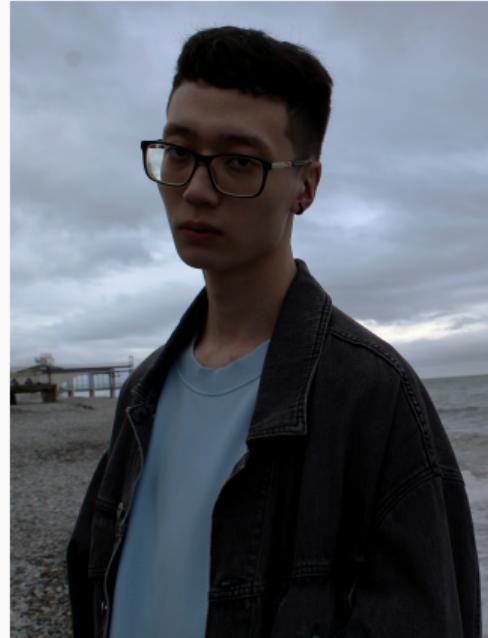
18 марта 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

# Информация

---

- Ким Михаил Алексеевич
- студент уч. группы НФИбд-01-20
- Российский университет дружбы народов
- 1032201664@pfur.ru
- <https://github.com/exmanka>



## Вводная часть

---

- Необходимость навыков моделирования реальных математических задач, построение графиков.

## Объект и предмет исследования

---

- Язык программирования Julia
- Язык моделирования Modelica
- Модель конкуренции двух фирм

## Цели и задачи

---

- Продолжить знакомство с функционалом языков Julia и Modelica.
- Описать модель конкуренции двух фирм с помощью данных языков.
- Построить графики состояния систем в соответствии с поставленными задачами.

## Материалы и методы

---

- Языки:
  - язык программирования Julia
  - язык моделирования Modelica
- Дополнительный комплекс программ:
  - Программное обеспечение OpenModelica
  - Интерактивный блокнот Pluto.jl

## Процесс выполнения работы

---

## Формулировка задания

---

## Формулировка задания

Рассмотреть два случая конкуренции двух фирм: в первом случае борьба между фирмами ведется только рыночными методами. Во втором случае, помимо экономических факторов, борьба ведется при помощи социально-психологических факторов.

1. Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

## Теоретическое введение

---

## Теоретическое введение 1

Рассмотрим случай конкуренции между двумя фирмами, которые ведут борьбу только рыночными методами.

Система уравнений для первого случая принимает вид:

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2,$$

где  $\delta = \frac{t}{c_1}$  — нормировка времени (безразмерное время),  $a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 N q}$ ,  
 $a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}$ ,  $b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}$ ,  $c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$ ,  $c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$ .

## Теоретическое введение 2

Рассмотрим случай конкуренции между двумя фирмами, при котором используются также и социально-психологические факторы.

В данном случае система уравнений принимает вид:

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \left( \frac{b}{c_1} + 0.002 \right) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2,$$

где все обозначения остаются прежними, а коэффициент, появляющийся во втором слагаемом в первом уравнении, отвечает за социально-психологические факторы.

## Теоретическое введение 3

Также заметим, что  $p_{cr}$ ,  $\tilde{p}_{1,2}$ ,  $N$  указаны в тысячах единиц, а значения  $M_{1,2}$  — в миллионах единиц.

**Pluto.jl**

---

# Код задания №1 (часть 1)

```
- begin
-     import Pkg
-     Pkg.activate() ⓘ
-     using DifferentialEquations
-     using LaTeXStrings
-     import Plots
- end
```

Activating project at `~/.julia/environments/v1.8` ⓘ

T

Период времени

```
- begin
-     const M10 = 2.2 * 1e6
-     const M20 = 1.5 * 1e6
-     const τ1 = 13
-     const τ2 = 16
-     const p1 = 10 * 1e3
-     const p2 = 8 * 1e3
-     const p_cr = 17 * 1e3
-     const N = 20 * 1e3
-     const q = 1
-
-     const a1 = p_cr / (τ12 * p12 * N * q)
-     const a2 = p_cr / (τ22 * p22 * N * q)
-     const b = p_cr / (τ12 * p12 * τ22 * p22 * N * q)
-     const c1 = (p_cr - p1) / (τ1 * p1)
-     const c2 = (p_cr - p2) / (τ2 * p2)
-
-     "Начальные условия: u0[1] = M10, u0[2] = M20"
-     u0 = [M10, M20]
-
-     "Период времени"
-     T = (0.0, c1*300)
- end
```

F!

Правая часть нашей системы, p не используется. u[1] - M<sub>1</sub>, u[2] - M<sub>2</sub>

```
- "Правая часть нашей системы, p не используется. u[1] - M1, u[2] - M2"
- function F!(du, u, p, t)
-     # t = t / c1
-     du[1] = u[1] - (b/c1) * u[1] * u[2] - (a1/c1) * u[1]2
-     du[2] = (c2/c1) * u[2] - (b/c1) * u[1] * u[2] - (a2/c1) * u[2]2
- end
```

```
prob = ODEProblem with uType Vector{Float64} and tType Float64. In-place: true
  timespan: (0.0, 16.153846153846153)
  u0: 2-element Vector{Float64}:
    2.2e6
    1.5e6
- prob = ODEProblem(F!, u0, T)
```

## Код задания №1 (часть 2)

```
sol =
```

	timestamp	value1	value2
1	0.0	2.2e6	1.5e6
2	0.0935981	2.41537e6	1.69476e6
3	0.305346	2.98342e6	2.23367e6
4	0.574577	3.90181e6	3.17248e6
5	0.843808	5.10156e6	4.50456e6
6	1.11304	6.6679e6	6.39332e6
7	1.38227	8.71124e6	9.06872e6
8	1.6515	1.1374e7	1.2853e7
9	1.92073	1.48394e7	1.81951e7
10	2.18996	1.93413e7	2.5715e7
	⋮ more		

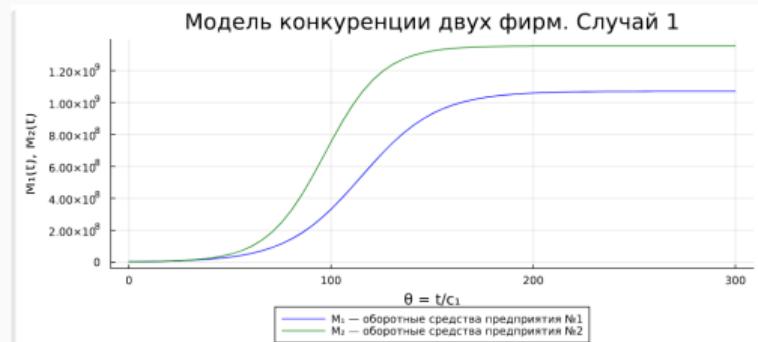
```
sol = solve(prob, dtmax=c1*5)
```

```
0.05384615384615385
```

```
begin
    const M1 = []
    const M2 = []
    for u in sol.u
        m1, m2 = u
        push!(M1, m1)
        push!(M2, m2)
    end
    time = sol.t
    for i in 1:length(time)
        time[i] /= c1
    end
    @show c1
end
```

```
c1 = 0.05384615384615385
```

# Код задания №1. Получившийся график



```
. begin
.   fig = Plots.plot(
.     dpi=150,
.     grid=:xy,
.     gridcolor=:black,
.     gridwidth=1,
.     size=(800, 400),
.     legend=:outerbottom,
.     xlabel="θ =  $t/c_1$ ",
.     ylabel="M1(t), M2(t)",
.     plot_title="Модель конкуренции двух фирм. Случай 1")
.
.   Plots.plot!(fig[1], time, [M1, M2], color=[:blue :green], label=[["M1 — оборотные
.   средства предприятия №1" "M2 — оборотные средства предприятия №2"])
.
. end
```

GKS: Rectangle definition is invalid in routine SET\_VIEWPORT

# Измененный блок кода для задания №2. Получившийся график

T

Период времени

```
begin
    const M2_0 = 2.2 * 1e6
    const M2_0 = 1.5 * 1e6
    const t1 = 13
    const t2 = 16
    const p1 = 10 * 1e3
    const p2 = 8 * 1e3
    const pcr = 17 * 1e3
    const N = 20 * 1e3
    const q = 1

    const a1 = pcr / (t12 * p12 * N * q)
    const a2 = pcr / (t22 * p22 * N * q)
    const b = pcr / (t12 * p12 * t22 * p22 * N * q)
    const c1 = (pcr - p1) / (t1 * p1)
    const c2 = (pcr - p2) / (t2 * p2)

    "Начальные условия: u0[1] = M2_0, u0[2] = M2_0"
    u0 = [M2_0, M2_0]

    "Период времени"
    T = (0.0, c1*300)
end
```

F!

Правая часть нашей системы, p не используется. u[1] - M<sub>1</sub>, u[2] - M<sub>2</sub>

```
"Правая часть нашей системы, p не используется. u[1] - M1, u[2] - M2"
function F!(du, u, p, t)
    # t = t / c1
    du[1] = u[1] - ((b/c1) + 0.0014) * u[1] * u[2] - (a1/c1) * u[1]2
    du[2] = (c2/c1) * u[2] - (b/c2) * u[1] * u[2] - (a2/c2) * u[2]2
end
```

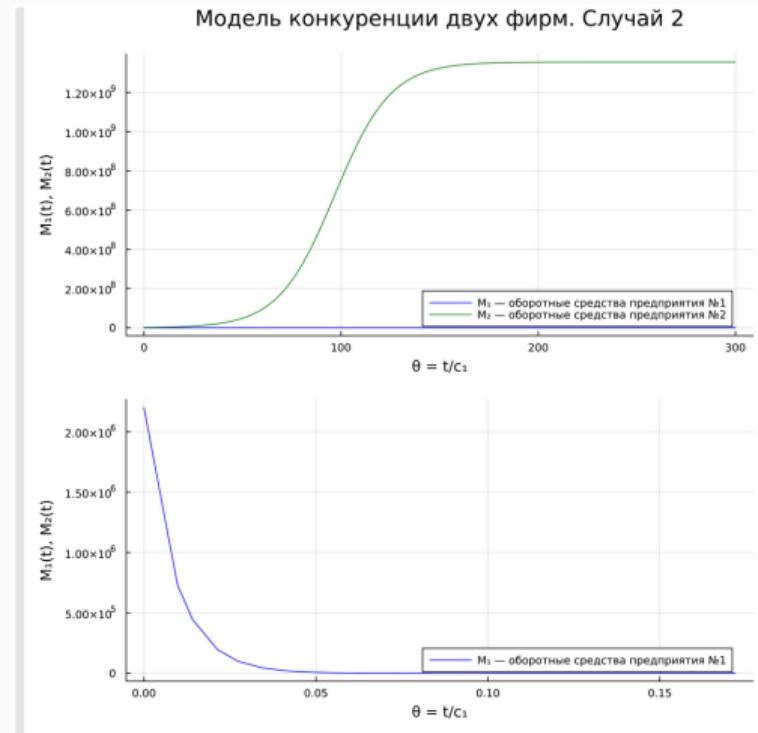
sol =

	timestamp	value1	value2
1	0.0	2.2e6	1.5e6
2	0.000525809	7.30294e5	1.50103e6
3	0.000762734	4.43957e5	1.50149e6
4	0.00115346	1.9533e5	1.50226e6
5	0.00147311	99745.7	1.50288e6
6	0.00184661	45470.1	1.50362e6
7	0.00220431	21420.0	1.50432e6
8	0.00258178	9675.96	1.50506e6
9	0.00295768	4383.59	1.50586e6
10	0.00334171	1951.48	1.50655e6

: more

```
sol = solve(prob, dtmax=c1)
```

# Получившийся график для задания №2



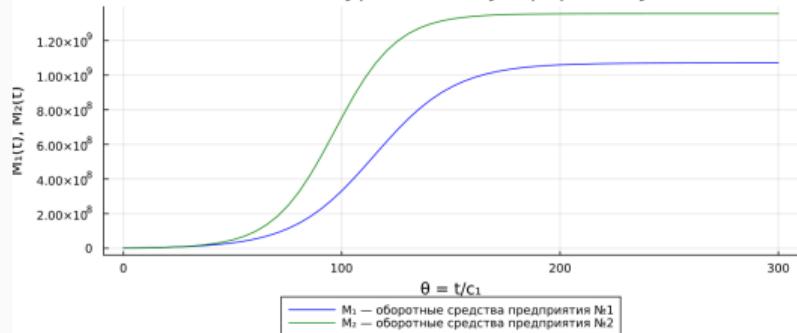
**Julia**

---

# Код задания №1. Получившийся график

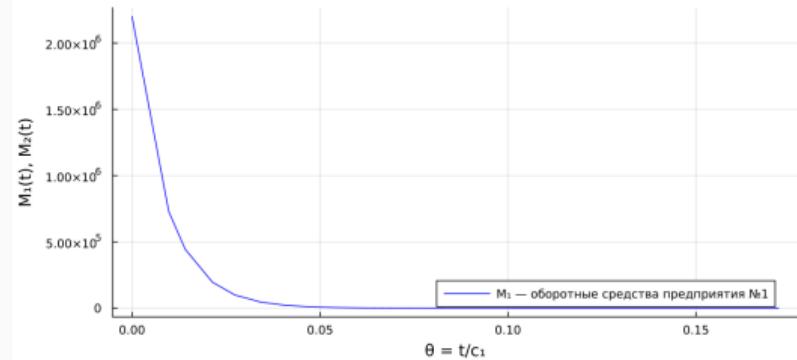
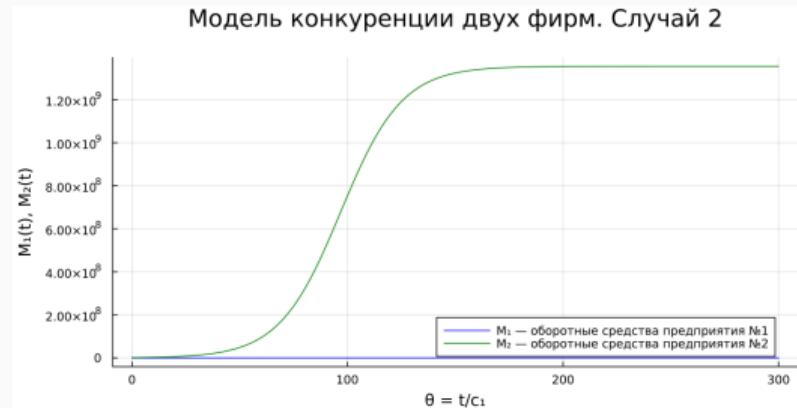
```
1  using DifferentialEquations
2  using Plots
3
4
5  const M1_0 = 2.2 * 1e6
6  const M2_0 = 1.5 * 1e6
7  const t1 = 13
8  const t2 = 16
9  const p1 = 0.1 * 1e3
10 const p2 = 0.1 * 1e3
11 const p_C = 17 * 1e3
12 const M = 20 * 1e3
13 const n = 1
14
15 const a1 = p_C * cr / (t1^2 * p1^2 * n + q)
16 const a2 = p_C * cr / (t2^2 * p2^2 * n + q)
17 const c1 = (p_C * cr * p1) / (t1 * p1)
18 const c2 = (p_C * cr * p2) / (t2 * p2)
19
20 "Начальные условия: u[1] = M1_0, u[2] = M2_0"
21 u0 = [M1_0, M2_0]
22
23 "Период времени"
24 T = (0.., c1*360)
25
26 "Правая часть нашей системы, p не используется. u[1] = M1, u[2] = M2"
27 function F!(t, u, p)
28     x = u[1]
29     y = u[2]
30     du[1] = u[1] - (b/c1) * u[1] * u[2] - (a1/c1) * u[1]^2
31     du[2] = (c2/c1) * u[2] - (b/c1) * u[1] + u[2] - (a2/c1) * u[2]^2
32 end
33
34
35 prob = ODEProblem(F!, u0, T)
36 sol = solve(prob, dtmax=c1*5)
37
38
39 const M1 = []
40 const M2 = []
41 for u in sol.u
42     m1, m2 = u
43     push!(M1, m1)
44     push!(M2, m2)
45 end
46
47 time = sol.t
48 for i in 1:length(time)
49     time[i] /= c1
50 end
51
52 gshow c1
53
54 fig = Plots.plot(
55     dpi=50,
56     grid=:xy,
57     gridcolor=:black,
58     griddash=:solid,
59     size=(400, 400),
60     legend=:outerbottom,
61     xlabel="θ = t/c1",
62     ylabel="M1(t), M2(t)",
63     plot_title="Модель конкуренции двух фирм. Случай 1")
64
65 Plots.plot!(fig[1], time, [M1, M2], color=[blue;green], label=[M1 " — оборотные средства предприятия №1"; M2 " — оборотные средства предприятия №2"])
66
67 savefig!(fig, ".../lab0_2")
```

Модель конкуренции двух фирм. Случай 1



# Измененный блок кода для задания №2. Получившийся график

```
21 "Начальные условия: u0[1] = M1_0, u0[2] = M2_0"
22 u0 = [M1_0, M2_0]
23
24 "Период времени"
25 T = (0.0, c1*300)
26
27 "Правая часть нашей системы, p не используется. u[1] = M1, u[2] = M2"
28 function F!(du, u, p, t)
29     # t = t / c1
30     du[1] = u[1] - ((b/c1) + 0.0014) * u[1] * u[2] - (a1/c1) * u[1]^2
31     du[2] = (c2/c1) * u[2] - (b/c1) * u[1] * u[2] - (a2/c1) * u[2]^2
32 end
33
34
35 prob = ODEProblem(F!, u0, T)
36 sol = solve(prob, dtmax=c1)
```



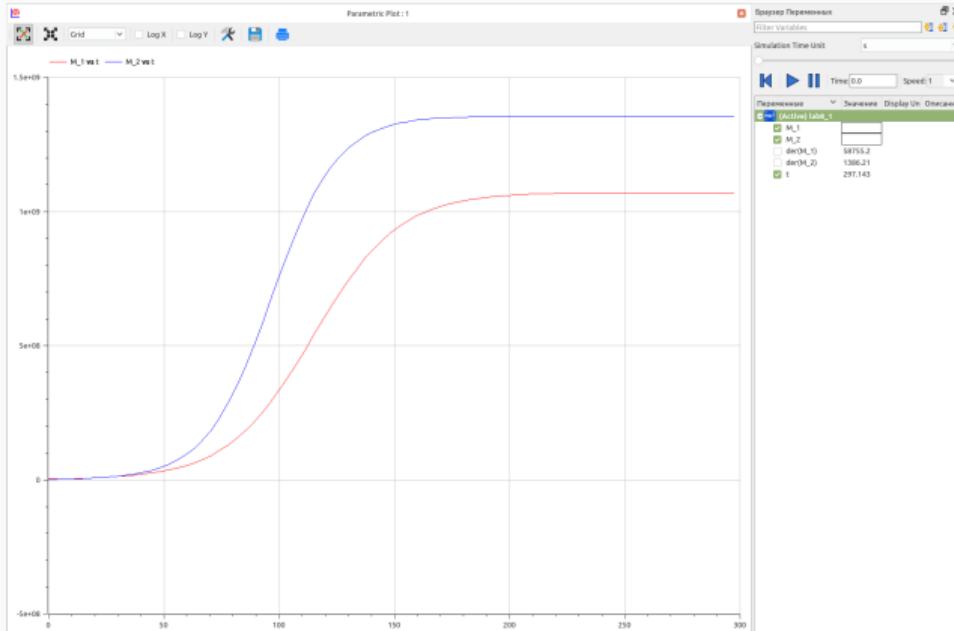
**OpenModelica**

---

# Код задания №1. Получившийся график

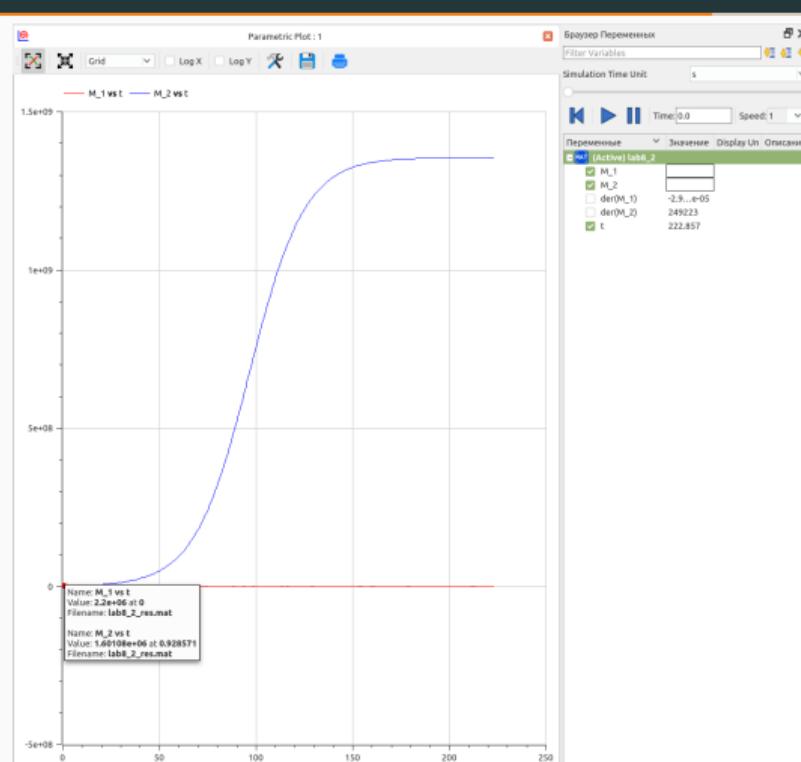
```
lab8_1

1 model lab8_1
2  constant Real M_1_0 = 2.2 * 1e6;
3  constant Real M_2_0 = 1.5 * 1e6;
4  constant Integer p_1 = 10 * integer(1e3);
5  constant Integer p_2 = 8 * integer(1e3);
6  constant Integer tau_1 = 13;
7  constant Integer tau_2 = 16;
8  constant Integer p_cr = 17 * integer(1e3);
9  constant Integer N = 20 * integer(1e3);
10 constant Integer q = 1;
11
12 constant Real a_1 = p_cr / (tau_1^2 * p_1^2 * N * q);
13 constant Real a_2 = p_cr / (tau_2^2 * p_2^2 * N * q);
14 constant Real b = p_cr / (tau_1^2 * p_1^2 * tau_2^2 * p_2^2 * N * q);
15 constant Real c_1 = (p_cr - p_1) / (tau_1 * p_1);
16 constant Real c_2 = (p_cr - p_2) / (tau_2 * p_2);
17
18 Real t = time / c_1;
19 Real M_1(t);
20 Real M_2(t);
21 initial equation
22 M_1 = M_1_0;
23 M_2 = M_2_0;
24 equation
25  der(M_1) = M_1 - (b/c_1) * M_1 * M_2 - (a_1/c_1) * M_1^2;
26  der(M_2) = (c_2/c_1) * M_2 - (b/c_1) * M_1 * M_2 - (a_2/c_1) * M_2^2;
27 annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=16, Interval=0.2));
28 end lab8_1;
```



## Код задания №2. Получившиеся график

```
lab8_2
1  model lab8_2
2  constant Real M_1_0 = 2.2 * 1e6;
3  constant Real M_2_0 = 1.5 * 1e6;
4  constant Integer p_1 = 10 * integer(1e3);
5  constant Integer p_2 = 8 * integer(1e3);
6  constant Integer tau_1 = 13;
7  constant Integer tau_2 = 16;
8  constant Integer p_cr = 17 * integer(1e3);
9  constant Integer N = 20 * integer(1e3);
10 constant Integer q = 1;
11
12 constant Real a_1 = p_cr / (tau_1^2 * p_1^2 * N * q);
13 constant Real a_2 = p_cr / (tau_2^2 * p_2^2 * N * q);
14 constant Real b = p_cr / (tau_1^2 * p_1^2 * tau_2^2 * p_2^2 * N * q);
15 constant Real c_1 = (p_cr - p_1) / (tau_1 * p_1);
16 constant Real c_2 = (p_cr - p_2) / (tau_2 * p_2);
17
18 Real t = time / c_1;
19 Real M_1(t);
20 Real M_2(t);
21 initial equation
22 M_1 = M_1_0;
23 M_2 = M_2_0;
24 equation
25 der(M_1) = M_1 - ((b/c_1) + 0.0014) * M_1 * M_2 - (a_1/c_1) * M_1^2;
26 der(M_2) = (c_2/c_1) * M_2 - (b/c_1) * M_1 * M_2 - (a_2/c_1) * M_2^2;
27 annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=12, Interval=0.05));
28 end lab8_2;
```



## Результаты

---

## Результаты

---

- Описана математическая модель конкуренции двух фирм с помощью языков Julia и Modelica.
- Построены графики состояния систем в соответствии с поставленными задачами.

## Вывод

Продолжил знакомство с функционалом языка программирования Julia и языка моделирования Modelica, а также с функционалом программного обеспечения OpenModelica и интерактивного блокнота Pluto. Используя эти средства, построил математическую модель конкуренции двух фирм.