
Équations différentielles – Partie 1 : Primitives

Exercice 1.

Mettre en correspondance chaque fonction f avec une de ses primitives F .

- $f_1(x) = -6 \sin(2x)$, $f_2(x) = 2x$, $f_3(x) = (x+1)e^x$, $f_4(x) = -6 \sin(3x)$, $f_5(x) = 2xe^{x^2}$, $f_6(x) = 2x+2$.
 — $F_a(x) = 2 \cos(3x)$, $F_b(x) = 3 \cos(2x)$, $F_c(x) = (x+1)^2$, $F_d(x) = x^2 + 1$, $F_e(x) = e^{x^2}$, $F_f(x) = xe^x$.

Exercice 2.

Pour chacune des fonctions f suivantes, déterminer une primitive F .

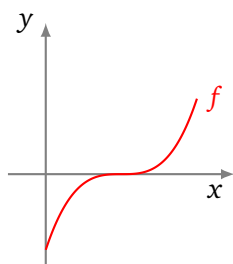
1. $f_1(x) = -\cos(2x)$
2. $f_2(x) = x^3 - 7x^2 + 1$
3. $f_3(x) = \frac{1}{2x-1}$ (sur $] -\frac{1}{2}, +\infty[$)
4. $f_4(x) = e^{\pi x - 3}$
5. $f_5(x) = -(x-2)^2$
6. $f_6(x) = \sin(8(x+1))$

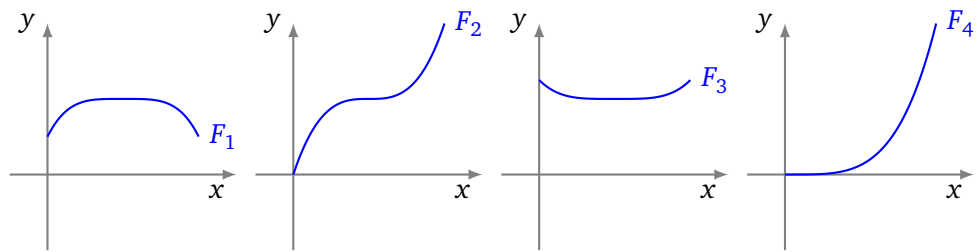
Exercice 3.

1. (a) Quelle est la dérivée de la fonction $x \mapsto u^k(x)$ où $x \mapsto u(x)$ est une fonction et k un entier ?
 (b) Calculer les dérivées des fonctions définies par $(x^4 + 7x^3 + 2)^3$, $\cos^3(2x)$, $\ln^2(x)$, $\frac{1}{(x^2+1)^2}$.
 (c) Déterminer une primitive des fonctions définies par $x(x^2+5)^5$, $\sin(x) \cos^3(x)$, $\frac{\ln^n(x)}{x}$ (où $n \geq 0$).
2. (a) Quelle est la dérivée de la fonction $x \mapsto e^{u(x)}$ où $x \mapsto u(x)$ est une fonction ?
 (b) Calculer les dérivées des fonctions définies par e^{-5x} , e^{x^3-2x} , $e^{\sin(3x)}$, $e^{1/x}$.
 (c) Déterminer une primitive des fonctions définies par e^{8x+1} , xe^{x^2+1} , $\frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$.
3. (a) Quelle est la dérivée de la fonction $x \mapsto \ln(u(x))$ où $x \mapsto u(x)$ est une fonction strictement positive ?
 (b) Calculer les dérivées des fonctions définies par $\ln(x^3 - 2)$, $\ln(e^x + e^{-x})$, $\ln(1/x)$, $\ln(\cos(x^2))$.
 (c) Déterminer une primitive des fonctions définies par $\frac{1}{x+4}$ (sur $] -4, +\infty[$), $\frac{x}{x^2+4}$ (sur \mathbb{R}), $\frac{\cos(x)}{\sin(x)}$ (pour les x où $\sin(x) > 0$).

Exercice 4.

1. Pour la fonction f représentée ci-dessous, déterminer quel est le graphe de la fonction F_i qui correspond à une primitive de f .





2. Pour la fonction f représentée ci-dessous, déterminer quel est le graphe de la fonction F_i qui correspond à une primitive de f .

