

---

---

## Logique, ensembles et raisonnements – Partie 1

---

---

### Exercice 1.

---

Dire si les assertions suivantes sont vraies ou fausses.

1. " $6 \times 7 = 42$ "
2. " $8 \times 8 = 49$ "
3. "Tout entier impair est multiple de 2."
4. "Tout nombre réel non nul admet un inverse."
5. "Il existe une solution réelle de l'équation  $x^2 + x + 1 = 0$ ."
6. "Il existe une solution réelle de l'équation  $x^2 - 3x + 1 = 0$ ."

### Exercice 2.

---

Dire si les assertions suivantes sont vraies ou fausses. Dans ces phrases  $x$  désigne un nombre réel quelconque fixé ( $x \in \mathbb{R}$ ) et  $n$  un entier naturel quelconque ( $n \in \mathbb{N}$ ).

1. " $(x > 0)$  ou  $(x \leq 0)$ "
2. " $(x^2 \geq 0)$  ou  $(x^2 \leq 0)$ "
3. " $(n$  est divisible par 2) ou  $(n$  est divisible par 3)"
4. " $\text{non}(x^4 < 0)$ "
5. " $(x > 3)$  ou  $\text{non}(x \geq 4)$ "
6. " $(n$  est impair) et  $(n$  est divisible par 2)"
7. " $(n$  est pair) ou  $(\text{non}(n$  est divisible par 2))"
8. " $(x > 0)$  ou  $(x < 0)$  ou  $(x = 0)$ "
9. " $(x > 0)$  et  $(\text{non}(x > 0))$ ".

### Exercice 3.

---

Dire si les assertions suivantes sont vraies ou fausses.

1.  $\forall n \in \mathbb{N} \quad n$  est un nombre premier
2.  $\exists n \in \mathbb{N} \quad n$  est un nombre premier
3.  $\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 + 1 \geq 1$
4.  $\exists x \in \mathbb{R} \quad x^2 + 1 \geq 1$
5.  $\forall x \in \mathbb{R}_+^* \quad x > \frac{1}{x}$
6.  $\exists x \in \mathbb{R}_+^* \quad x > \frac{1}{x}$
7.  $\exists x \in \mathbb{R} \quad x^2 + x - 1 = 0$
8.  $\exists x \in \mathbb{Z} \quad x^2 + x - 1 = 0$

### Exercice 4.

---

Remplacer les pointillés des propositions suivantes par le symbole le plus adapté parmi  $\implies$ ,  $\impliedby$  ou  $\iff$ .

Dans ces phrases  $x$  et  $y$  désignent des nombres réels et  $n$  un entier naturel.

1.  $x > 0$  .....  $x^2 > 0$
2.  $-x < 0$  .....  $3x > 1$
3.  $x^2 = 4$  .....  $(x = 2)$  ou  $(x = -2)$
4.  $x \neq y$  .....  $x^2 \neq y^2$
5.  $xy = 0$  .....  $x = 0$  ou  $y = 0$
6.  $xy = 0$  .....  $x = 0$  et  $y = 0$
7.  $xy \neq 0$  .....  $x \neq 0$  ou  $y \neq 0$
8.  $n \geq 3$  et  $n$  impair .....  $n \geq 3$  et  $n$  un nombre premier
9.  $n \geq 3$  et  $n$  pair .....  $n \geq 3$  et  $n$  n'est pas un nombre premier

### Exercice 5.

Écrire la contraposée de chacune des propositions suivantes. Dans ces phrases,  $x$  désigne un réel et  $n$  un entier naturel quelconque. (On ne demande pas de dire si les phrases sont vraies ou fausses.)

1. Il pleut  $\implies$  Je prends mon parapluie
2.  $x^2 \neq 0 \implies x \neq 0$
3.  $7x - 1 > 20 \implies x > 3$
4.  $n^2$  est pair  $\implies n$  est pair
5. Si un triangle est rectangle alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés opposés.