



Année 2022

QCM DE MATHÉMATIQUES - LILLE

Répondre en cochant la ou les cases correspondant à des assertions vraies (et seulement celles-ci).

Ces questions ont été écrites par Arnaud Bodin, Barnabé Croizat et Christine Sacré de l'université de Lille. Relecture de Pascal Romon.

Ce travail a été effectué en 2021-2022 dans le cadre d'un projet Hilisit porté par Unisciel.



Ce document est diffusé sous la licence *Creative Commons – BY-NC-SA – 4.0 FR*.
Sur le site Exo7 vous pouvez récupérer les fichiers sources.

Equations différentielles

Arnaud Bodin, Barnabé Croizat, Christine Sacré

1 Equations différentielles

1.1 Primitive | Facile

Question 1

Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ x^3 est une primitive de $3x^2 + 3$.
- ☐ $x^3 + 3$ est une primitive de $3x^2$.
- ☐ $\ln(x^2 + 1)$ est une primitive de $\frac{1}{x^2+1}$.
- ☐ \sqrt{x} est une primitive de $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ (sur $]0, +\infty[$).

Question 2

Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ $\cos(x)$ est une primitive de $\sin(x)$.
- ☐ $\exp(x)$ est une primitive de $\exp(x)$.
- ☐ $x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 8$ est une primitive de $4x^3 - 9x^2 + 4x$.
- ☐ $4x^3 + x^2 - 3x + 6$ est une primitive de $x^4 + 2x - 3$.

Question 3

Parmi les phrases suivantes, quelles sont les affirmations correctes ?

- ☐ L'opération du calcul de primitives est le contraire de l'opération du calcul de dérivées.
- ☐ L'opération du calcul de dérivées est le contraire de l'opération du calcul de primitives.
- ☐ Deux primitives d'une même fonction sur un intervalle sont égales à une constante près.
- ☐ Si on connaît une primitive d'une fonction, alors on les connaît toutes.

Question 4

Pour chacune des équations différentielles suivantes, la fonction donnée est-elle solution ?

- ☐ Pour $y' = \sin(x)$ la fonction $f(x) = \cos(x)$ est solution.
- ☐ Pour $y' = e^{2x}$ la fonction $f(x) = e^{2x} + 1$ est solution.
- ☐ Pour $y' = \ln(x)$ la fonction $f(x) = \frac{1}{x}$ est solution.
- ☐ Pour $y' = \frac{1}{e^x}$ la fonction $f(x) = 1 - e^{-x}$ est solution.

1.2 Primitive | Moyen

Question 5

On considère la fonction $f : x \mapsto 2e^{-2x} - 3$. Quelles sont les affirmations exactes ?

- ☐ f est une primitive de $-e^{-2x} - 3x$ sur \mathbb{R} .
- ☐ f est une primitive de $-4e^{-2x}$ sur \mathbb{R} .
- ☐ f est la primitive de $-4e^{-2x}$ sur \mathbb{R} valant -1 en $x = 0$.
- ☐ f est la dérivée de $x \mapsto -e^{-2x}$

Question 6

Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ $x \mapsto \ln(x)$ est une primitive de $x \mapsto 1/x$ sur \mathbb{R} .
- ☐ $x \mapsto \ln(x)$ est une primitive de $x \mapsto 1/x$ sur $] -\infty, 0[$.
- ☐ $x \mapsto \ln(x)$ est une primitive de $x \mapsto 1/x$ sur $]0, +\infty[$.
- ☐ $x \mapsto \ln(-x)$ est une primitive de $x \mapsto 1/x$ sur $] -\infty, 0[$.

Question 7

Soit F une primitive d'une fonction f et G une primitive d'une fonction g sur un intervalle I . Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ Si $f = g$ alors $F = G$.
- ☐ Si $F = G$ alors $f = g$.
- ☐ Si $f = g^2$ alors $F = G^2$.
- ☐ Si $F = G + C$ (où C est une constante) alors $f = g$.

Question 8

Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ Une primitive de x^k est $\frac{x^k}{k}$.
- ☐ Une primitive de $\ln(x)$ est $\frac{1}{x}$.
- ☐ Une primitive de $\frac{1}{\sqrt{x}}$ est $2\sqrt{x}$.
- ☐ Une primitive de e^{ax} est e^{ax} (où $a > 0$ est une constante).

1.3 Primitive | Difficile

Question 9

Parmi les fonctions suivantes, laquelle est une primitive de \sqrt{x} sur l'intervalle $]0, +\infty[$?

- ☐ $2x\sqrt{x}$
- ☐ $\frac{1}{2\sqrt{x}}$
- ☐ $x^2\sqrt{x}$
- ☐ $\frac{2}{3}x\sqrt{x}$

Question 10

Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ $x^2 e^{1/x}$ est une primitive de $(2x - 1)e^{1/x}$ sur $] -\infty, 0[$.
- ☐ $\ln(|x|)$ est une primitive de $1/x$ sur \mathbb{R} .
- ☐ $\ln(x^2 + x + 1)$ est une primitive de $\frac{2x}{x^2 + x + 1}$ sur \mathbb{R} .
- ☐ $e^x \ln(x)$ est une primitive de $e^x \ln(x) + e^x/x$ sur $]0, +\infty[$.

Question 11

Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ Une primitive de $\sin(x)e^{\cos(x)}$ est $-e^{\cos(x)}$.
- ☐ Une primitive de $\cos(x^3 + x)$ est $\sin(x^3 + x)$.
- ☐ Une primitive de $\ln(x)$ est $x \ln(x) - x$ (sur $]0, +\infty[$).
- ☐ Une primitive de $4x^3 + 4x$ est $(x^2 + 1)^2$.

Question 12

Soit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction définie sur un intervalle. Soit F une primitive de f . C désigne une constante. Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ Si $f(x) = 0$ sur I alors $F(x) = C$.
- ☐ Si $f(x) = x$ alors $F(x) = x^2 + C$.
- ☐ Si $f(x) \times \cos(x) = 1$ alors $F(x) = \frac{1}{\sin(x)} + C$.
- ☐ Si $f(\ln(x)) = 0$ alors $F(x) = e^x + C$.

1.4 Notion d'équation différentielle | Facile**Question 13**

On considère la fonction $f : x \mapsto 2e^{-x} + 3$. Parmi les équations différentielles suivantes, quelles sont celles dont f est solution ?

- ☐ $y' = -y + 3$
- ☐ $y' = y - 4e^{-x} - 3$
- ☐ $y' = 2y + 3$
- ☐ $y' = -2e^{-x}$

Question 14

Parmi les fonctions suivantes, quelles sont celles qui sont solutions de l'équation différentielle $y' = 2y - 10$.

- ☐ $f : x \mapsto 4e^{2x} + 5$
- ☐ $f : x \mapsto e^{2x} + 5$
- ☐ $f : x \mapsto 2e^x + 5$
- ☐ $f : x \mapsto 2x + 5$

Question 15

Parmi les fonctions suivantes quelles sont celles qui sont des solutions de l'équation différentielle $y' = xy$?

- ☐ $f(x) = \exp(x^2)$
- ☐ $f(x) = 2 \exp(x^2/2)$
- ☐ $f(x) = 0$
- ☐ $f(x) = 1$

Question 16

Soit la fonction $f(x) = \cos(x)$. De quelle(s) équation(s) différentielle(s) f est-elle solution ?

- ☐ $y' = y$
- ☐ $y'' = -y$
- ☐ $y' - y = -\sin(x) - \cos(x)$
- ☐ $y'' = -y'$

1.5 Notion d'équation différentielle | Moyen**Question 17**

Soit l'équation différentielle $y' = 2x(y + x) - 1$. Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ $y = e^{x^2} - x$ est une solution.
- ☐ Cette équation différentielle n'a pas de solution constante.
- ☐ $y = -x$ est une solution.
- ☐ $y = e^{x^2} - x + 1$ est une solution.

Question 18

Soit l'équation différentielle $xy' - 3y = 0$. Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ $x^3 + 1$ est une solution.
- ☐ x^3 est une solution.
- ☐ e^{3x} est une solution.
- ☐ La fonction nulle est la seule solution constante.

Question 19

Soit f une solution de l'équation différentielle $y' = y^2 + 1$. Quelles sont les affirmations vraies sur la fonction f ?

- ☐ f est une fonction croissante.
- ☐ f est une fonction décroissante.
- ☐ f' est une fonction positive.
- ☐ f peut être une fonction constante.

Question 20

Soit l'équation différentielle $y' - 2xy = 4x$. Quelles sont les affirmations vraies concernant les solutions de cette équation ?

- ☐ $y = -2$ est une solution.
- ☐ $y = +2$ est une solution.
- ☐ $y = e^{x^2} + 2$ est une solution.
- ☐ $y = e^{x^2} - 2$ est une solution.

1.6 Notion d'équation différentielle | Difficile**Question 21**

Soit f une solution de l'équation différentielle $y' = 2y - x^3$. On sait que la courbe représentative de f passe par le point $A(1, 2)$. Quelle est la pente de sa tangente au point A ?

- ☐ -1
- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ 3

Question 22

Soit f une solution de l'équation différentielle $y' = y + 3x$. On sait de plus que la courbe représentative de f passe par le point $A(-1, 2)$. Quelles sont les affirmations exactes ?

- ☐ La pente de la tangente à la courbe de f au point A est -1 .
- ☐ La pente de la tangente à la courbe de f au point A est 4 .
- ☐ La tangente à la courbe de f au point A admet pour équation : $y = -x + 1$.
- ☐ La tangente à la courbe de f au point A admet pour équation : $y = 4x + 6$.

Question 23

Soit l'équation différentielle $xy' = y - x$ définie pour $x \in]0, +\infty[$. Quelles sont les fonctions solutions de cette équation, quelle que soit la constante C ?

- ☐ $f(x) = x - C \ln(x)$
- ☐ $f(x) = x - \ln(x) + C$
- ☐ $f(x) = Cx - x \ln(x)$
- ☐ $f(x) = x - C$

Question 24

Soit f une solution de l'équation différentielle $y' = \cos(x)y$, vérifiant $f(\frac{\pi}{3}) = 3$. On considère la courbe représentative de f . Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ La tangente en $x = \frac{\pi}{3}$ a pour équation $y = \frac{3}{2}x + 3$.
- ☐ La tangente en $x = \frac{\pi}{3}$ a pour équation $y = \frac{3}{2}(x - \frac{\pi}{3}) + 3$.
- ☐ La tangente en $x = \frac{\pi}{2}$ est horizontale.
- ☐ La tangente en $x = \frac{\pi}{3}$ est horizontale.

1.7 $y' = ay$ | Facile

Question 25

Les solutions de l'équation différentielle $y' = -y$ sont :

- ☐ $e^{-x} + C$ avec C constante réelle.
- ☐ $e^x + C$ avec C constante réelle.
- ☐ Ce^{-x} avec C constante réelle.
- ☐ Ce^x avec C constante réelle.

Question 26

Les solutions de l'équation différentielle $y' + 2y = 0$ sont :

- ☐ $e^{-2x} + C$ avec C constante réelle.
- ☐ $e^{2x} + C$ avec C constante réelle.
- ☐ Ce^{2x} avec C constante réelle.
- ☐ Ce^{-2x} avec C constante réelle.

Question 27

De quelle(s) équation(s) différentielle(s) $4e^{3x}$ est-elle une solution ?

- ☐ $y' = 3y$
- ☐ $3y' = y$
- ☐ $y' = 4y$
- ☐ $4y' = y$

Question 28

Parmi les fonctions suivantes, quelles sont celles solutions de l'équation différentielle $y' = 3y$?

- ☐ $f(x) = 3e^{2x}$
- ☐ $f(x) = 2e^{3x}$
- ☐ $f(x) = e^{-3x}$
- ☐ $f(x) = e^{-2x}$

Question 29

Parmi les fonctions suivantes, quelles sont celles solutions de l'équation différentielle $y' = \frac{1}{e}y$?

- ☐ $f(x) = C \exp(x/e)$
- ☐ $f(x) = C \exp(ex)$
- ☐ $f(x) = Ce \exp(x)$
- ☐ $f(x) = C \frac{\exp(x)}{e}$

1.8 $y' = ay$ | Moyen

Question 30

Que peut-on dire des solutions de l'équation différentielle $y' = ay$?

- ☐ Ce sont toutes des fonctions croissantes sur \mathbb{R} .
- ☐ Ce sont toutes des fonctions décroissantes sur \mathbb{R} .
- ☐ Si $a \geq 0$, ce sont des fonctions croissantes sur \mathbb{R} .
- ☐ Ce sont toutes des fonctions monotones sur \mathbb{R} .

Question 31

Soit $f : x \mapsto -2e^{3x}$. Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ f est la seule solution de l'équation différentielle $y' = 3y$ dont la courbe représentative passe par le point $A(0, 3)$.
- ☐ f est la seule solution de l'équation différentielle $y' = 3y$ qui tend vers $-\infty$ lorsque x tend vers $+\infty$.
- ☐ f est la seule solution de l'équation différentielle $y' = 3y$ valant -2 en $x = 0$.
- ☐ f est la seule solution de l'équation différentielle $y' = 3y$ dont la dérivée en $x = 0$ est -6 .

Question 32

Soit l'équation différentielle $y' + 5y = 0$. Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ Les solutions générales sont $y(x) = Ce^{-5x}$.
- ☐ Les solutions générales sont $y(x) = Ce^{5x}$.
- ☐ La solution vérifiant $y(1) = 0$ est $y(x) = e^{-5x}$.
- ☐ La solution vérifiant $y(1) = 0$ est $y(x) = e^{5x}$.

Question 33

Pour quelles valeurs de a et b la fonction $y(x) = 7e^{-5x}$ est-elle solution de $y' = ay$ avec $y(0) = b$?

- ☐ $a = -5$ et $b = 7$
- ☐ $a = 5$ et $b = 7$
- ☐ $a = 5$ et $b = 0$
- ☐ $a = 0$ et $b = 7$

1.9 $y' = ay$ | Difficile

Question 34

Soit f la solution de l'équation différentielle $y' + 3y = 0$ telle que $f'(0) = -6$. Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ La courbe représentative de f passe par $A(0, 2)$.
- ☐ La courbe représentative de f passe par $A(0, -6)$.
- ☐ f est toujours négative.
- ☐ f est une fonction décroissante sur \mathbb{R} .

Question 35

Soit f la solution de l'équation différentielle $y' = 4y$ telle que $f(1) = e^4$.

- ☐ La courbe représentative de f passe par le point $A(1, e^4)$.
- ☐ La courbe représentative de f passe par le point $B(0, 1)$.
- ☐ La pente de la tangente à la courbe de f en $x = 1$ est 4.
- ☐ On n'a pas assez de données pour déterminer la pente de la tangente à la courbe de f en $x = 0$.

Question 36

Soit l'équation différentielle $y' = ay$ avec $a > 0$. Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ Il n'y a pas de solutions constantes.
- ☐ Il y a une seule solution constante.
- ☐ Toute solution vérifie $y(x) \geq 0$.
- ☐ Toute solution $y(x)$ tend vers 0 lorsque x tend vers $-\infty$.

Question 37

Soit la solution de l'équation différentielle $y' = 2y$ vérifiant $y(0) = -1$. Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ La solution est toujours négative.
- ☐ La solution est une fonction décroissante.
- ☐ La pente de la tangente en $x = 0$ vaut 1.
- ☐ La pente de la tangente en $x = 1$ vaut $-2e^2$.

1.10 $y' = ay + b$ et $y' = ay + f$ | Facile**Question 38**

Soit l'équation différentielle $2y' + 4y = 3$. Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ La seule solution constante est $y = 3/2$.
- ☐ La seule solution constante est $y = 3/4$.
- ☐ Les solutions sont $Ce^{-4x} - 3$ avec C constante réelle.
- ☐ Les solutions sont $Ce^{-2x} + 3/4$ avec C constante réelle.

Question 39

Soit l'équation différentielle $3y' = y - 3$. Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ La seule solution constante est $y = 1$.
- ☐ La seule solution constante est $y = 3$.
- ☐ Les solutions sont $Ce^{3x} + 1$ avec C constante réelle.
- ☐ Les solutions sont $Ce^{x/3} + 3$ avec C constante réelle.

Question 40

Soit $f(x) = e^x + 3$. De quelle(s) équation(s) différentielle(s) cette fonction est-elle solution ?

- ☐ $y' - y = e^x$
- ☐ $y' = y - 3$
- ☐ $3y' - y = 0$
- ☐ $y' - 3y = 0$

Question 41

Soit l'équation différentielle $y' = 2y + \cos(x)$. Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ Les solutions de l'équation homogène associée sont les $y(x) = C \sin(x)$.
- ☐ Les solutions de l'équation homogène associée sont les $y(x) = C \cos(x)$.
- ☐ Une solution particulière est $y(x) = \frac{1}{5} \sin(x) - \frac{2}{5} \cos(x)$.
- ☐ Une solution particulière est $y(x) = e^{2x}$.

Question 42

Soit l'équation différentielle $y' = 2y - 2x + 1$. Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ La seule solution constante est $y(x) = x - \frac{1}{2}$.
- ☐ $y(x) = x$ est une solution particulière.
- ☐ $y(x) = 3e^{2x} + x$ est une solution particulière.
- ☐ $y(x) = x^2$ est une solution particulière.

1.11 $y' = ay + b$ et $y' = ay + f$ | Moyen

Question 43

Quelles sont les valeurs de a , b et c telles que $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$ soit solution de l'équation différentielle $y' + 2y = 4x^2 + 2x - 1$?

- ☐ $a = 4, b = 2, c = -1$
- ☐ $a = 2, b = -1, c = 0$
- ☐ $a = 2, b = -1, c = -1$
- ☐ $a = 4, b = -3, c = 1$

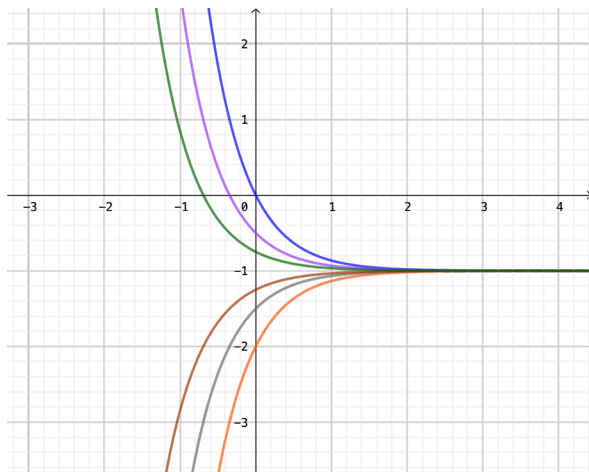
Question 44

Parmi les fonctions suivantes, quelles sont celles qui sont solutions sur \mathbb{R} de l'équation différentielle $y' = 2y + e^{2x}$ et qui valent 2 en $x = 0$:

- ☐ $x \mapsto 2e^{2x}$
- ☐ $x \mapsto xe^{2x}$
- ☐ $x \mapsto xe^{2x} + 2$
- ☐ $x \mapsto (x + 2)e^{2x}$

Question 45

Le graphique ci-dessous représente plusieurs solutions de l'équation différentielle $y' + 2y = b$, où b est un réel. Quelle est la valeur de b ?



- ☐ $b = -2$
- ☐ $b = -1$
- ☐ $b = 1/2$
- ☐ $b = 1$

Question 46

Soit l'équation différentielle $y' + y = e^x$. Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ Les solutions de l'équation homogène associée sont $y(x) = C e^x$.
- ☐ Une solution particulière est $y(x) = e^{-x}$.
- ☐ La solution vérifiant $y(0) = 1$ est $y(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$.
- ☐ La solution vérifiant $y(1) = 1$ est $y(x) = e \cdot e^{-x}$.

Question 47

Soit l'équation différentielle $y' = y + x^2 - 1$. Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ Les solutions de l'équation homogène associée sont $y(x) = \frac{1}{3}x^3 - x + C$.
- ☐ Les solutions de l'équation homogène associée sont $y(x) = C e^{x^2-1}$.
- ☐ Une solution particulière est $y(x) = e^x$.
- ☐ Une solution particulière est $y(x) = -x^2 - 2x - 1$.

Question 48

On considère l'équation différentielle $y' + y = 2x^2(x + 3)$. Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ Il existe un nombre réel r tel que $y(x) = e^{rx}$ soit une solution particulière.
- ☐ Il existe deux nombres entiers k et n tels que $y(x) = kx^n$ soit une solution particulière.
- ☐ $y(x) = e^{-x} + 2x^3$ est une solution particulière vérifiant $y(0) = 0$.
- ☐ $y(x) = -2e^{-x} + 2x^3$ est une solution particulière vérifiant $y(0) = 0$.

Question 49

Soit (E) l'équation différentielle $y' + 5y = 5x^2 + 2x$. Alors :

- ☐ Si f est solution de (E) , alors la fonction $x \mapsto f(x) - 5x^2 - 2x$ est solution de l'équation différentielle $(H) : y' + 5y = 0$.
- ☐ Si f est solution de (E) , alors la fonction $x \mapsto f(x) - x^2$ est solution de l'équation différentielle $(H) : y' + 5y = 0$.
- ☐ Si f est solution de (E) , alors la fonction $x \mapsto f(x) - e^{-5x}$ est solution de l'équation différentielle $(H) : y' + 5y = 0$.
- ☐ Si f est solution de (E) , alors la fonction $x \mapsto f(x) - 2x$ est solution de l'équation différentielle $(H) : y' + 5y = 0$.

Question 50

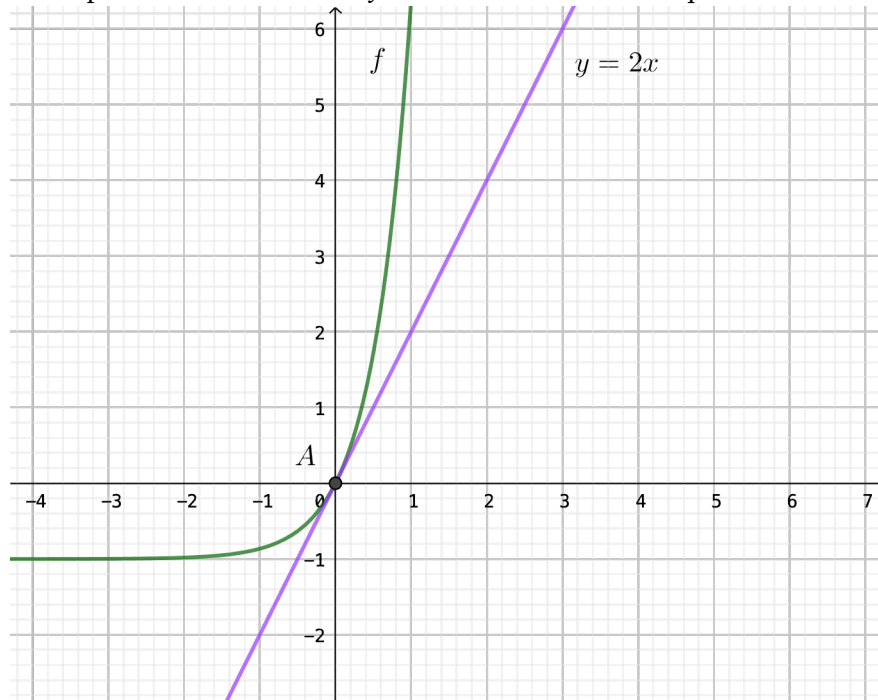
Soit l'équation différentielle $y' = y + 2e^{3x} + 4xe^{3x}$. On recherche une solution particulière sous la forme $f(x) = axe^{bx}$. Quelles doivent être les valeurs de a et b ?

- ☐ $a = 4, b = 3$
- ☐ $a = 2, b = 3$
- ☐ $a = 1, b = 3$
- ☐ $a = 1, b = 4$

1.12 $y' = ay + b$ et $y' = ay + f$ | Difficile

Question 51

Le graphique ci-dessous représente la courbe représentative d'une fonction f ainsi que sa tangente en un point A . Cette fonction f est solution d'une des équations différentielles suivantes ; laquelle ?



- ☐ $y' = 2x$
- ☐ $y' = y + 1$
- ☐ $y' = 2y + 2$
- ☐ $y' = 2y - 2$

Question 52

Soit f une fonction dont la courbe représentative admet pour tangente en $x = -1$ la droite d'équation $y = 2x - 2$. Parmi les équations différentielles suivantes, quelle est la seule dont f peut être une solution ?

- ☐ $y' = y + e^x$
- ☐ $y' = -y + 2x$
- ☐ $y' = 2y + 3x^3$
- ☐ $2y' - y = 2$

Question 53

Soit l'équation différentielle $2y' = 3y + 1$. Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ Il y a au moins une solution dont la limite en $-\infty$ est 0.
- ☐ La solution vérifiant $y(0) = 0$ est $y(x) = \frac{1}{3}(e^{\frac{3}{2}x} - 1)$.
- ☐ La solution vérifiant $y(0) = 0$ est $y(x) = 0$.
- ☐ La solution vérifiant $y(0) = 0$ est $y(x) = e^{\frac{3}{2}x} - 1$.

Question 54

Soit l'équation différentielle $y' = y + 3x - 2$. Quelles sont les affirmations vraies ?

- ☐ Une solution particulière est $y(x) = -3x - 1$.
- ☐ Une solution particulière est $y(x) = 3x - 2$.
- ☐ La solution vérifiant $y(0) = 1$ est $y(x) = 2e^x - 3x - 1$.
- ☐ La solution vérifiant $y(0) = 1$ est $y(x) = 3e^x + 3x - 2$.

Question 55

Soit f une solution de l'équation différentielle $(H) : y' = 4y$. De quelle équation différentielle la fonction $g : x \mapsto f(x) + e^{2x}$ sera-t-elle solution ?

- ☐ $y' = 4y + e^{2x}$
- ☐ $y' - 4y = 4e^{2x}$
- ☐ $y' = 4y - 2e^{2x}$
- ☐ $y' = 2y$