Exo7

Année 2020

QCM — Mathématiques pour la SVT

1 Questions – Fiche 8 - Primitives

Question 1
Quelle fonction est une primitive de $f(x) = \frac{6x+2}{3x^2+2x-1}$?

- ☐ [Faux] $F(x) = \frac{1}{3x^2+2x-1}$
- ☐ [Faux] $F(x) = \frac{3x^2+2x-1}{6x+2}$
- ☐ [Vrai] $F(x) = \ln(3x^2+2x-1)$
- ☐ [Faux] $F(x) = \ln\left(\frac{6x+2}{3x^2+2x-1}\right)$

Explications: La dérivée de $F(x) = \ln(3x^2+2x-1)$ est $\frac{u'}{u}$ avec $u = 3x^2+2x-1$, donc $F'(x) = \frac{6x+2}{3x^2+2x-1} = f(x)$.

Question 2
Combien vaut l'intégrale $\int_1^3 x\,dx$?

- ☐ [Vrai] 4
- ☐ [Faux] 5
- ☐ [Faux] 8
- ☐ [Faux] 10

Explications: Un primitive de $f(x) = x$ est $F(x) = \frac{1}{2}x^2$. Ainsi $\int_1^3 x\,dx = \left[\frac{1}{2}x^2\right]_1^3 = \frac{1}{2}\left(3^2-1^2\right) = \frac{8}{2} = 4$.

Question 3
Combien vaut l'intégrale $\int_1^2 1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\,dx$?

- ☐ [Faux] $\frac{1}{2}+\ln(2)$
- ☐ [Vrai] $\frac{3}{2}+\ln(2)$
- ☐ [Faux] $-\frac{1}{2}+\ln(2)$
- ☐ [Faux] $\frac{1}{2}-\ln(2)$

Explications: Un primitive de $f(x) = 1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$ est $F(x) = x+\ln(x)-\frac{1}{x}$. Ainsi $\int_1^2 f(x)\,dx = [F(x)]_1^2 = F(2)-F(1) = \left(2+\ln(2)-\frac{1}{2}\right)-\left(1+\ln(1)-\frac{1}{1}\right) = \frac{3}{2}+\ln(2)$.

Question 4
On considère $f(x) = \frac{1}{x^2-x}$. On écrit $\frac{1}{x^2-x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1}$.

- ☐ [Vrai] On a $A = -1$ et $B = 1$.
- ☐ [Faux] On a $A = 1$ et $B = -1$.
- ☐ [Faux] Une primitive de f est $F(x) = -\frac{A}{x^2} - \frac{B}{(x-1)^2}$
- ☐ [Vrai] Une primitive de f est $F(x) = A\ln(x) + B\ln(x-1)$

Explications: $f(x) = \frac{1}{x^2-x} = \frac{-1}{x} + \frac{1}{x-1}$ donc $A = -1$ et $B = 1$. Une primitive de f est $F(x) = A\ln(x) + B\ln(x-1)$. *Bonus.* On a donc $F(x) = -\ln(x) + \ln(x-1) = \ln\left(\frac{x-1}{x}\right)$.

Question 5
Combien vaut l'intégrale $\int_0^2 xe^{x^2+1}\,dx$?

- ☐ [Faux] $e\left(e^4+1\right)$
- ☐ [Faux] $e\left(e^4-1\right)$
- ☐ [Faux] $\frac{1}{2}e\left(e^4+1\right)$
- ☐ [Vrai] $\frac{1}{2}e\left(e^4-1\right)$

Explications: Une primitive de $f(x) = xe^{x^2+1}$ est $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2+1}$. Ainsi $\int_0^2 f(x)\,dx = [F(x)]_0^2 = F(2) - F(0) = \frac{1}{2}\left(e^5 - e^1\right) = \frac{1}{2}e\left(e^4-1\right)$.