



南開大學
Nankai University

计算机学院
并行程序设计实验报告

矩阵计算有关的并行加速算法

姓名：高祎珂
学号：2011743
专业：计算机科学与技术

2022 年 3 月 15 日

目录

| | |
|------------------------|-----------|
| 1 实验一 | 2 |
| 1.1 实验介绍 | 2 |
| 1.2 实验平台介绍 | 2 |
| 1.3 ARM 平台 | 2 |
| 1.3.1 代码 | 2 |
| 1.3.2 程序运行结果 | 3 |
| 1.4 X86 平台 | 3 |
| 1.4.1 代码 | 3 |
| 1.4.2 程序执行结果 | 5 |
| 1.5 程序结果分析 | 5 |
| 2 实验二 | 6 |
| 2.1 实验介绍 | 6 |
| 2.2 ARM 平台 | 7 |
| 2.2.1 代码 | 7 |
| 2.2.2 程序运行结果 | 8 |
| 2.3 X86 平台 | 8 |
| 2.3.1 代码 | 8 |
| 2.3.2 程序运行结果 | 9 |
| 2.4 程序结果分析 | 9 |
| 2.5 循环展开优化 | 11 |
| 3 结果分析 | 12 |
| 3.1 VTune 分析 | 12 |

1 实验一

1.1 实验介绍

给定一个 $n \times n$ 矩阵，计算每一列与给定向量的内积，考虑两种算法设计思路：逐列访问元素的平凡算法和 cache 优化算法，进行实验对比。平凡算法逐列访问矩阵元素，一步外层循环（内存循环一次完整执行）计算出一个内积结果，而 cache 优化算法按行访问矩阵元素，一步外层循环计算不出任何一个内积，只是向每个内积累加一个乘法结果。因为在程序内部，矩阵是以二维数组形式存在，按行存储，后者令访存模式具有更好的空间局部性，从而发挥 cache 的能力。

1.2 实验平台介绍

| ARM | | X 86 | |
|-------------|---------|----------|--------------------------|
| 架构 | aarch64 | CPU 型号 | Intel Core i7-1065G7 CPU |
| CPU 数量 | 96 | 内核数 | 4 |
| CPU max MHz | 2600 | 线程数 | 8 |
| CPU min MHz | 200 | 基本频率 | 1.5GHz |
| L1dcache | 64K | L1 cache | 320KB |
| L1icache | 64K | L2cache | 2.0MB |
| L2cache | 512K | L3cache | 8.0MB |
| L3cache | 49152K | 最大内存大小 | 64GB |

1.3 ARM 平台

1.3.1 代码

源码链接在这里 [Github](#)

逐列访问平凡算法

```

1  void ordinary()
2  {
3      unsigned long diff;
4      struct timeval tv_begin, tv_end;
5      gettimeofday(&tv_begin, NULL);
6      int cir=1000;
7      for(int k=0; k<cir; k++)
8      {
9          for(int j=0; j<N; j++)
10         {
11             res[j]=0;
12             for(int i=0; i<N; i++)
13                 res[j]+=mat[i][j]*arr[i];
14         }
15     }
16     gettimeofday(&tv_end, NULL);
17     diff = 1000000 * (tv_end.tv_sec-tv_begin.tv_sec)+
18         tv_end.tv_usec-tv_begin.tv_usec;
19     cout<<(diff/1000.0)/cir<<"ms"<<endl;
20 }
```

cache 优化算法

```

1  void youhua()
2  {
3      unsigned long diff;
4      struct timeval tv_begin, tv_end;
5      gettimeofday(&tv_begin, NULL);
6      int cir=1000;
7      for(int k=0; k<cir; k++)
8      {
9          for(int i=0; i<N; i++) res[i]=0;
10         //memset(res, 0, sizeof(int)*N);
11         for(int j=0; j<N; j++)
12             for(int i=0; i<N; i++)
13                 res[i] += mat[j][i] * arr[j];
14     }
15     gettimeofday(&tv_end, NULL);
16     diff = 1000000 *
17         (tv_end.tv_sec - tv_begin.tv_sec) + tv_end.tv_usec - tv_begin.tv_usec;
18     cout << (diff / 1000.0) / cir << "ms" << endl;
19 }

```

1.3.2 程序运行结果

| 数据规模 | 平凡算法运行时间/ms | cache 优化算法运行时间/ms | 加速比 |
|------|-------------|-------------------|---------|
| 100 | 0.05422 | 0.05142 | 1.05445 |
| 200 | 0.2171 | 0.20538 | 1.05706 |
| 300 | 0.4873 | 0.4616 | 1.05568 |
| 400 | 0.88096 | 0.82308 | 1.07032 |
| 500 | 1.40098 | 1.295 | 1.08184 |
| 600 | 2.0842 | 1.8607 | 1.12012 |
| 700 | 2.9895 | 2.53052 | 1.18138 |
| 800 | 3.87792 | 3.29566 | 1.17667 |
| 900 | 5.10648 | 4.17374 | 1.22348 |
| 1000 | 7.07402 | 5.18464 | 1.36442 |
| 1100 | 7.511 | 6.321 | 1.18826 |
| 2100 | 31.113 | 23.693 | 1.31317 |
| 3100 | 64.287 | 51.801 | 1.24104 |
| 4100 | 183.959 | 90.287 | 2.03749 |
| 5100 | 358.586 | 146.88 | 2.44135 |
| 6100 | 569.638 | 211.414 | 2.69442 |
| 7100 | 871.257 | 282.497 | 3.08413 |
| 8100 | 979.214 | 367.195 | 2.66674 |
| 9100 | 1345.1 | 463.653 | 2.90109 |

1.4 X86 平台

1.4.1 代码

源码链接可在这里找到 [Github](#)

逐列访问平凡算法

```

1  void ordinary(int n)
2  {
3      long long head, tail, freq;
4      QueryPerformanceFrequency((LARGE_INTEGER *)&freq);
5      QueryPerformanceCounter((LARGE_INTEGER *)&head);
6      int times=0;
7      while(times<n)
8      {
9          for(int i = 0; i < N; i++)
10             {
11                 sum[i]=0.0;
12                 for(int j = 0; j < N; j++)
13                     sum[i] += b[j][i] * a[j];
14             }
15             times++;
16         }
17         QueryPerformanceCounter((LARGE_INTEGER *)&tail);
18         cout<<(tail-head)*1000.0/(n*freq)<<"ms"<<endl;
19     }

```

cache 优化算法

```

1  void youhua(int n)
2  {
3      long long head, tail, freq;
4      QueryPerformanceFrequency((LARGE_INTEGER *)&freq);
5      QueryPerformanceCounter((LARGE_INTEGER *)&head);
6      int times=0;
7      while(times<n)
8      {
9          for(int i = 0; i < N; i++)
10             sum[i] = 0.0;
11          for(int j = 0; j < N; j++)
12             for(int i=0;i<N;i++)
13                 sum[i] += b[j][i] * a[j];
14             times++;
15         }
16         QueryPerformanceCounter((LARGE_INTEGER *)&tail);
17         cout<<(tail-head)*1000.0/(freq*n)<<"ms"<<endl;
18     }

```

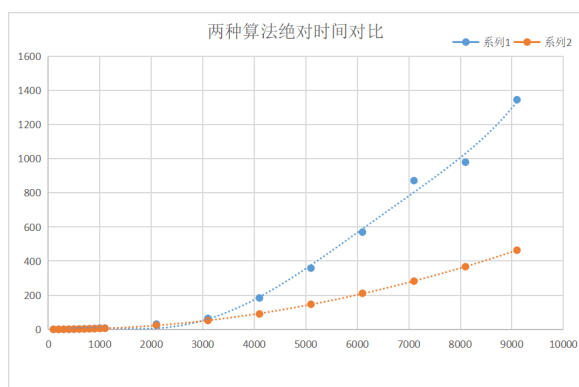
程序在设计时，设计了不同的问题规模，对于不同问题规模设计了不同的重复执行次数，问题规模较小时，重复执行次数较大，问题规模较大时，就缩减了重复执行次数，这样也便于程序执行总时间的合理性。

1.4.2 程序执行结果

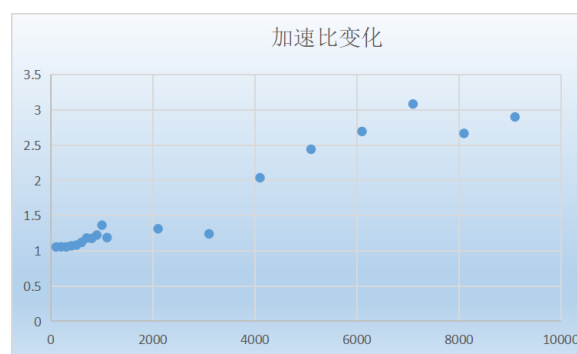
| 数据规模 | 平凡算法运行时间/ms | cache 优化算法运行时间/ms | 加速比 |
|------|-------------|-------------------|----------|
| 100 | 0.0291 | 0.0298 | 0.97651 |
| 200 | 0.1148 | 0.1158 | 0.991364 |
| 300 | 0.3028 | 0.3016 | 1.00398 |
| 400 | 0.5237 | 0.483 | 1.08427 |
| 500 | 0.9002 | 0.738 | 1.21978 |
| 600 | 1.3699 | 1.0793 | 1.26925 |
| 700 | 1.9496 | 1.4744 | 1.3223 |
| 800 | 2.7027 | 2.04 | 1.32485 |
| 900 | 3.674 | 2.4605 | 1.49319 |
| 1000 | 4.1047 | 3.0688 | 1.33756 |
| 1100 | 5.1215 | 3.8966 | 1.31435 |
| 2100 | 20.1825 | 13.7928 | 1.46326 |
| 3100 | 61.8444 | 28.6999 | 2.15486 |
| 4100 | 123.433 | 50.263 | 2.45574 |
| 5100 | 194.051 | 78.2931 | 2.47852 |
| 6100 | 292.81 | 110.163 | 2.65796 |
| 7100 | 445.965 | 150.822 | 2.9569 |
| 8100 | 609.16 | 216.534 | 2.81323 |
| 9100 | 808.811 | 287.126 | 2.81692 |

1.5 程序结果分析

对于 ARM 平台，程序执行结果，作图分析如下：



(a) 两种算法绝对时间对比

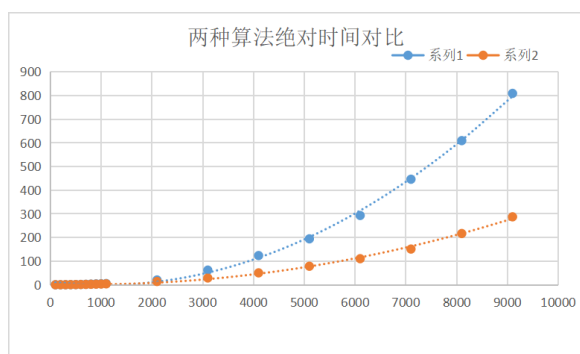


(b) 加速比

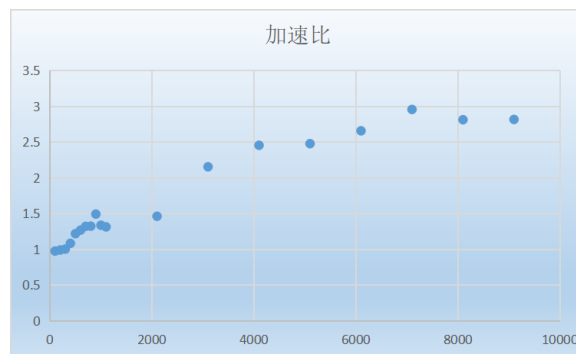
图 1.1: ARM 不同算法的执行时间对比

分析上面两幅图可知，cache 算法优化与原来按列访问的平凡算法相比，对于运行时间的确有了优化，且在问题规模较大时，加速比也在不断上升，这个优化效果更加明显，矩阵规模达到 7000+ 时，cache 算法的优势几乎是平凡算法的 3 倍。出现这种情况从理论上分析来说是因为采用 Cache 优化算法，是 cache 命中率增大，不用每进行一次运算就进行一次内存读取，极大减小了读取内存时间，具体分析还可通过 VTune 工具来定性描述。

对于 X 86 平台程序执行结果，作图分析如下：



(a) 两种算法绝对时间对比

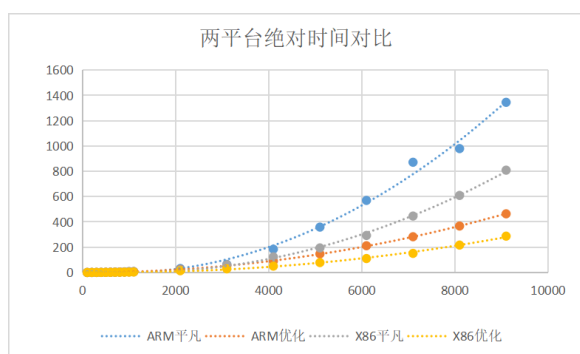


(b) 加速比

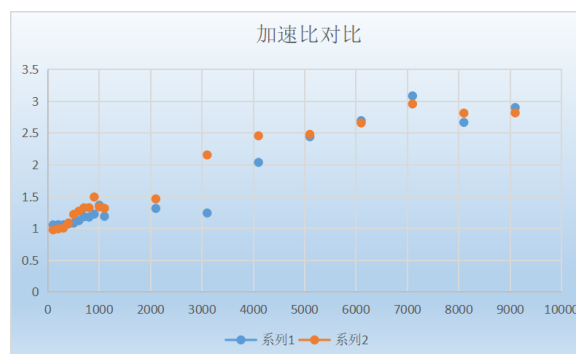
图 1.2: X 86 不同算法的执行时间对比

整体规律表现基本与 ARM 平台相同，加速比变化趋势与两种算法的绝对时间对比变化趋势都几乎相同，但是 X 86 平台有一个异常情况，在数据规模较小时，出现了优化算法效果不如平凡算法的情况，按理来说不应该出现这种状况，使用 VTune 工具查看一下具体发生了什么。

ARM 和 X 86 平台对比分析



(a) 两个平台绝对时间对比



(b) 加速比

图 1.3: 两个平台性能对比

整体而言，两者变化趋势几乎一样，但是横向对比，本机由于 cache 较大，性能会比在鲲鹏服务器上跑的 arm 平台性能更优，主要是读取内存的时间较短，可用 VTune 工具具体查看分析。

2 实验二

2.1 实验介绍

计算 n 个数的和，考虑两种算法设计思路：逐个累加的平凡算法（链式）；适合超标量架构的指令级并行算法（相邻指令无依赖），如最简单的两路链式累加，再如递归算法——两两相加、中间结果再两两相加，依次类推，直至只剩下最终结果。

实验平台与实验一相同

2.2 ARM 平台

2.2.1 代码

源码链接可在这里找到 [Github](#)

逐个累加平凡算法

```
1  void ordinary ()
2  {
3      unsigned long diff;
4      struct timeval tv_begin, tv_end;
5      gettimeofday(&tv_begin, NULL);
6      while(times < cir)
7      {
8          for(int i=0; i<scale; i++)
9              sum += a[i];
10             times++;
11         }
12         gettimeofday(&tv_end, NULL);
13         diff = 1000000 * (tv_end.tv_sec - tv_begin.tv_sec) +
14             tv_end.tv_usec - tv_begin.tv_usec;
15         cout << (diff / 1000.0) / cir << "ms" << endl;
16     }
```

两路链式累加算法

```
1  void youhua ()
2  {
3      unsigned long diff;
4      struct timeval tv_begin, tv_end;
5      gettimeofday(&tv_begin, NULL);
6      while(times < cir)
7      {
8          sum = 0;
9          long sum1 = 0;
10         long sum2 = 0;
11         for (int i = 0; i < scale; i += 2)
12         {
13             sum1 += a[i];
14             sum2 += a[i + 1];
15         }
16         sum = sum1 + sum2;
17         times++;
18     }
19     gettimeofday(&tv_end, NULL);
20     diff = 1000000 * (tv_end.tv_sec - tv_begin.tv_sec) +
21         tv_end.tv_usec - tv_begin.tv_usec;
22     cout << (diff / 1000.0) / cir << "ms" << endl;
23 }
```


程序在设计时，设计了不同的问题规模，对于不同问题规模设计了不同的重复执行次数，问题规模较小时，重复执行次数较大，问题规模较大时，就缩减了重复执行次数，利用 `gettimeofday` 计时函数来计算所用时间，这样也便于程序执行总时间的合理性。

2.2.2 程序运行结果

| 数据规模 | 平凡算法运行时间/ms | 优化算法运行时间/ms | 加速比 |
|-------|-------------|-------------|---------|
| 10 | 3e-05 | 2e-05 | 1.5 |
| 210 | 0.00065 | 0.00042 | 1.54762 |
| 410 | 0.00126 | 0.00092 | 1.36957 |
| 610 | 0.00186 | 0.00121 | 1.53719 |
| 810 | 0.00246 | 0.00161 | 1.52795 |
| 1010 | 0.004 | 0.002 | 2 |
| 11010 | 0.035 | 0.022 | 1.59091 |
| 21010 | 0.066 | 0.042 | 1.57143 |
| 31010 | 0.097 | 0.063 | 1.53968 |
| 41010 | 0.13 | 0.082 | 1.58537 |
| 51010 | 0.167 | 0.106 | 1.57547 |
| 61010 | 0.19 | 0.123 | 1.54472 |
| 71010 | 0.227 | 0.142 | 1.59859 |
| 81010 | 0.252 | 0.162 | 1.55556 |
| 91010 | 0.284 | 0.183 | 1.55191 |

对于表格数据分析，随着数据规模的增大，两种算法运行时间都在不断延长，但是加速比并没有明显增大，基本维持在 1.5 左右，

2.3 X86 平台

2.3.1 代码

源码链接可在这里找到 [Github](#)

逐个累加平凡算法

```

1  void ordinary()
2  {
3      long long head, tail, freq;
4      QueryPerformanceFrequency((LARGE_INTEGER *)&freq);
5      QueryPerformanceCounter((LARGE_INTEGER *)&head);
6      int repeat=0;
7      while(repeat<cir)
8      {
9          for(int i=0;i<scale;i++)
10             sum+=a[i];
11             repeat++;
12     }
13     QueryPerformanceCounter((LARGE_INTEGER *)&tail);
14     double space=(tail-head)*1000.0/(freq*repeat);
15     cout<<space<<"ms"<<endl;
16 }
```

两路链式累加算法

```

1  void youhua()
2  {
3      long long head2, tail2;
4      QueryPerformanceCounter((LARGE_INTEGER*)&head2);
5      repeat=0;
6      while(repeat<cir)
7      {
8          long sum1 = 0;
9          long sum2 = 0;
10         for (int i = 0; i < scale; i += 2)
11         {
12             sum1 += a[i];
13             sum2 += a[i + 1];
14         }
15         sum = sum1 + sum2;
16         repeat++;
17     }
18     QueryPerformanceCounter((LARGE_INTEGER *)&tail2);
19     double space1=(tail2-head2)*1000.0/(freq*repeat);
20 }

```

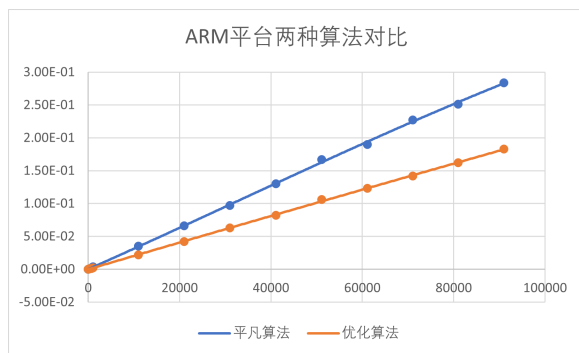
算法设计思路基本与 ARM 平台相同，只是更换了计时函数

2.3.2 程序运行结果

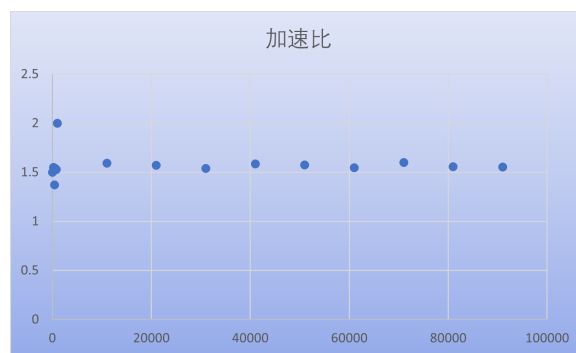
| 数据规模 | 平凡算法运行时间/ms | 优化算法运行时间/ms | 加速比 |
|-------|-------------|-------------|---------|
| 10 | 1.7e-05 | 1.4e-05 | 1.21429 |
| 210 | 0.00042 | 0.000251 | 1.67331 |
| 410 | 0.00089 | 0.000483 | 1.84265 |
| 610 | 0.001358 | 0.000707 | 1.92079 |
| 810 | 0.001626 | 0.000943 | 1.72428 |
| 1010 | 0.0019 | 0.0012 | 1.58333 |
| 11010 | 0.0216 | 0.0128 | 1.6875 |
| 21010 | 0.0405 | 0.0247 | 1.63968 |
| 31010 | 0.1113 | 0.0361 | 3.0831 |
| 41010 | 0.1294 | 0.0585 | 2.21197 |
| 51010 | 0.1434 | 0.0805 | 1.78137 |
| 61010 | 0.1453 | 0.0875 | 1.66057 |
| 71010 | 0.1503 | 0.1141 | 1.31727 |
| 81010 | 0.1779 | 0.1131 | 1.57294 |
| 91010 | 0.2001 | 0.141 | 1.41915 |

2.4 程序结果分析

对于 ARM 平台，程序执行结果，作图分析如下：



(a) 两种算法绝对时间对比

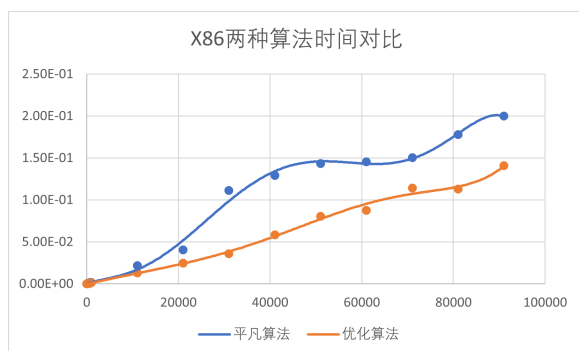


(b) 加速比

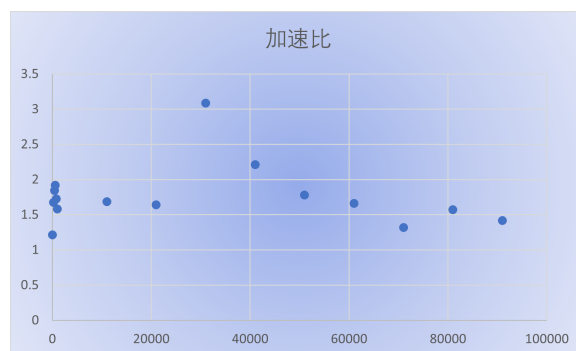
图 2.4: ARM 不同算法的执行时间对比

分析上面两幅图可知，cache 算法优化与原来按列访问的平凡算法相比，对于运行时间的确有了优化，且在问题规模较大时，加速比也在不断上升，这个优化效果更加明显，矩阵规模达到 7000+ 时，cache 算法的优势几乎是平凡算法的 3 倍。出现这种情况从理论上分析来说是因为采用 Cache 优化算法，是 cache 命中率增大，不用每进行一次运算就进行一次内存读取，极大减小了读取内存时间，具体分析还可通过 VTune 工具来定性描述。

对于 X 86 平台程序执行结果，作图分析如下：



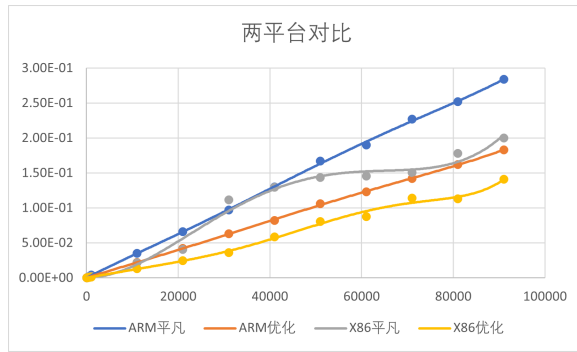
(a) 两种算法绝对时间对比



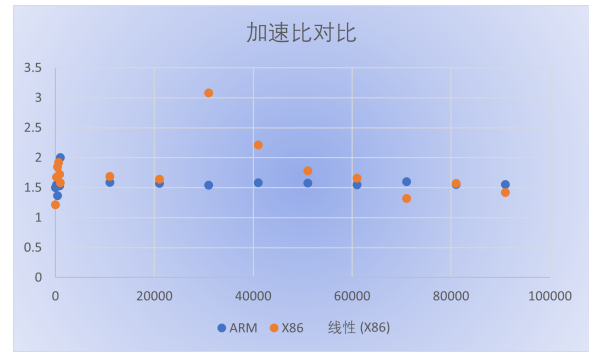
(b) 加速比

图 2.5: X 86 不同算法的执行时间对比

整体规律表现基本与 ARM 平台相同，加速比变化趋势与两种算法的绝对时间对比变化趋势都几乎相同，但是 X 86 平台有一个异常情况，在数据规模较小时，出现了优化算法效果不如平凡算法的情况，按理来说不应该出现这种状况，使用 VTune 工具查看一下具体发生了什么。ARM 和 X 86 平台对比分析



(a) 两平台绝对时间对比



(b) 加速比

图 2.6: 两平台性能对比

整体而言，两者变化趋势几乎一样，但是横向对比，本机由于 cache 较大，性能会比在鲲鹏服务器上跑的 arm 平台性能更优，主要是读取内存的时间较短，可用 VTune 工具体查看分析。

2.5 循环展开优化

对于此实验又进行了循环展开优化，采用了每次循环增加迭代次数，用不同的迭代次数来看循环展开的优势。

伪代码如下

循环展开伪代码

```

1  void unroll()
2  {
3      timepoint head;
4      repeat=0;
5      while(repeat<cir)
6      {
7          long sum1 = 0;
8          long sum2 = 0;
9          .....
10         long sumn=0;
11         for (int i = 0; i < scale; i += n)
12         {
13             sum1 += a[i];
14             sum2 += a[i + 1];
15             .....
16             sumn += a[i + n - 1];
17         }
18         sum = sum1 + sum2 + ...+sumn;
19         repeat++;
20     }
21     timespoint tail;
22     double space1=(tail-head)/repeat;
23
24 }
```

不同超标量下的运行时间结果如下：

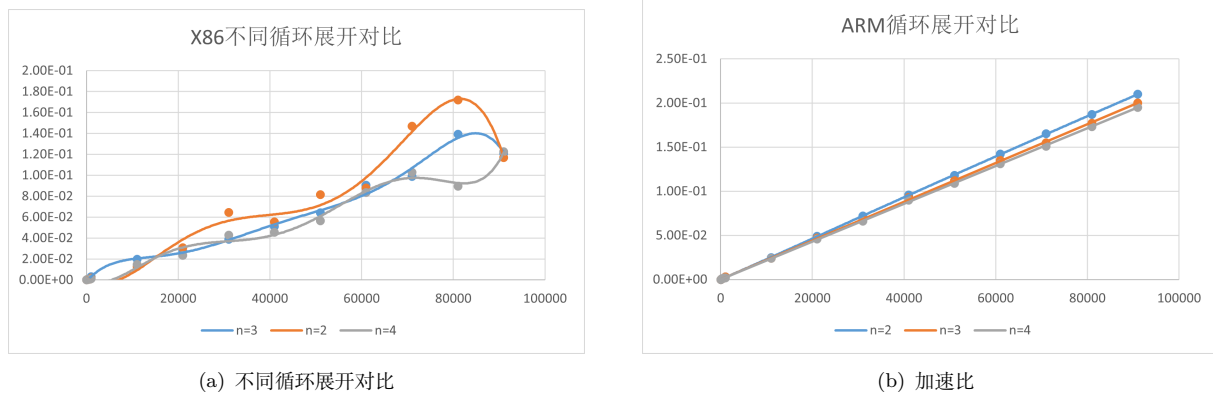


图 2.7: 两平台的不同循环展开对比

3 结果分析

3.1 VTune 分析

不同平台，不同算法最后运行时间有所不同，这是因为在两个平台上不同 cache 大小，采用不同的代码编写，线程不同，对 cache 的利用率也不同。运用 VTune 工具对 ARM 平台不同算法的 L1,L2,L3cache 利用率分析如下表所示：

| | 实验一平凡算法 | 实验一优化算法 | 实验二平凡算法 | 实验二优化算法 |
|----------------------|---------------|---------------|---------|------------|
| Hardware Event Count | | | | |
| L1_HIT | 1,268,435,498 | 1,287,742,845 | 378,585 | 16,026,744 |
| L1_MISS | 11,722,887 | 1,842,975 | 27,360 | 154,164 |
| L2_HIT | 9,482,208 | 1,763,232 | 10,335 | 91,622 |
| L2_MISS | 2,240,853 | 79,926 | 17,061 | 62,685 |
| L3_HIT | 2,065,698 | 71,103 | 28,935 | 26,706 |
| L3_MISS | 97,485 | 41,979 | 5,679 | 22,221 |

从表中可以看出，优化算法之所以快，要么是因为大幅度增大了 L1cache_HIT，或者大幅减小了 L1cache_MISS，这样使读取内存不至于过多浪费，极大地利用了 cache 的特性。从这里我们也可以看出，如果想要提高程序的有异性，在设计算法时，我们也要考虑并行设计，以达到更好的效果。