1. 논리와 증명

3조

김민지

김현영

정진아

홍인표

1-2 번

- 문제 1: 다음 명제들이 항진명제라는 것을 진리표를 이용해서 보이시오

① $\sim(\sim p \wedge q) \vee q$

② $(\sim p \vee q) \vee (p \wedge \sim q)$

p	q	~p	$(\sim p \wedge q)$	$\sim(\sim p \wedge q)$	$\sim(\sim p \wedge q) \vee q$
T	T				
T	F				
F	T				
F	F				

②

p	q	$(\sim p \lor q)$	$(p \land \sim q)$	$(\sim p \lor q) \lor (p \land \sim q)$
T	T	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

2-2 번

- 문제 2: 다음 명제들이 모순명제라는 것을 진리표를 이용해서 보이시오

① $(\sim p \lor q) \land (p \land \sim q)$

② $(p \land q) \land (p \land \sim q)$

p	q	~p	$(\sim p \lor q)$	~q	$(p \land \sim q)$	$(\sim \boldsymbol{p} \lor \boldsymbol{q}) \land (\boldsymbol{p} \land \sim \boldsymbol{q})$
T	T					
T	F					
F	T					
F	F					

②

p q	$p \wedge q$	$p \wedge \sim q$	$(p \wedge q) \wedge (p \wedge \sim q)$
T T	T	F	F
T F	F	T	F
F T	F	F	F
F F	F	F	F

3-2 번

- 문제 3: 다음 명제의 쌍 들에 대해서 두 명제가 동등한지를 진리표를 이용해 확인하시오

① $p \wedge (p \vee q)$와 p

② $\sim p \vee \sim q$와 $\sim(p \vee q)$

p	q	$(p \vee q)$	$\boldsymbol{p} \wedge (\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q})$
T	T		
T	F		
F	T		
F	F		

② 동등X

p	q	$\sim p \vee \sim q$	$\sim(p \vee q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	T	F
F	F	T	F

4-2 번

- 문제 4: 명제식의 변형을 통하여 다음 명제를 간소화하시오.

① $(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)$

② $(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$

② $(\underbrace{p \wedge \sim p}_{\emptyset}) \vee \sim q \Rightarrow \sim q$

5-2 번 & 5-4번

- 문제 5: 다음 명제들이 참인지 확인하시오. 단, R은 실수의 집합을 의미하고, Z는 정수의 집합을 의미한다.

① $\forall x \in R, x^2 \geq x$

② $\forall x \in Z, x^2 \geq x$

③ $\exists x \in R, x^2 < x$

④ $\exists x \in Z, x^2 < x$

① $\forall x \in R, x^2 \geq x$ 거짓 (반례 : $x = \frac{1}{2}$)

② $\forall x \in Z, x^2 \geq x$ 참 ($x^2 - x \geq 0 \rightarrow x(x-1) \geq 0$  $0 < x < 1$을 제외하고 성립하므로)

③ $\exists x \in R, x^2 < x$ 참 (〃)

④ $\exists x \in Z, x^2 < x$ 거짓 (〃)

*전체한정자 : "모든"의 의미
∀ (for every) ∀x : 모든 x에 대해서

*존재한정자 : "존재"를 의미.
∃ (there exists) ∃x : 어떤 x에 대해서

7번

- 문제 7: n이 홀수이면 $n^2 + n$은 짝수임을 증명하라.

$n = 2k - 1$ (k는 자연수)

$n^2 + n = (2k-1)^2 + (2k-1)$

$= 4k^2 - 4k + 1 + 2k - 1$

$= 4k^2 - 2k = 2k(2k-1) \rightarrow$ 짝수

9번

- 문제 9: (대우를 증명) 자연수 n에 대해, $n^2 + 5$가 홀수이면 n은 짝수임을 증명하라 (힌트: 명제 대신, n이 홀수이면 $n^2 + 5$은 짝수임을 증명한다)

대우) $n =$ 홀수 $\rightarrow$ $n^2 + 5 =$ 짝수

$n = 2k - 1 \rightarrow n^2 + 5 = 4k^2 - 4k + 6$

$= 2(2k^2 - 2k + 3) \rightarrow$ 짝수

10번

- 문제 10: n^2이 짝수이면 n은 짝수임을 증명하라.

(대우) n 홀수 $\rightarrow$ n^2 홀수

$n = 2k - 1 \rightarrow n^2 = 4k^2 - 4k + 1$

$= 2(2k^2 - 2k) + 1 \rightarrow$ 홀수

11번

- 문제 11: (경우를 나누어 증명) 자연수 n에 대해 $n^2 + 5n + 3$은 항상 홀수임을 증명하라.

(힌트: n이 짝수인 경우와 홀수인 경우를 따로 증명한다)

i) $n=2k-1$ 일때

$$n^2+5n+3 = 4k^2-4k+1+10k-5+3$$
$$= 4k^2+6k-1$$
$$= 2(2k^2+3k-1)+1 \longrightarrow \text{홀수}$$

ii) $n=2k$ 일 때

$$n^2+5n+3 = 4k^2+10k+3$$
$$= 2(2k^2+5k+1)+1 \longrightarrow \text{홀수}$$

12번

- 문제 12: n^2이 3의 배수이면 n은 3의 배수임을 증명하라.

i) $n=3k-2$ 일때

$$n^2 = 9k^2-12k+4$$
$$= 3(3k^2-4k+1)+1 \longrightarrow \text{3의 배수 X}$$

ii) $n=3k-1$ 일 때

$$n^2 = 9k^2-6k+1$$
$$= 3(3k^2-2k)+1 \longrightarrow \text{3의 배수 X}$$