

Varianta 2

Problema 1 demonstrarea corectitudinii

Soluția:

- Algoritmul greedy sortează cuburile descrescător după latura acestora. Selectează cubul cu latura cea mai mare iar apoi selectează următorul cub cu latura cea mai mare (din cele rămase) care poate fi așezat deasupra cubului deja selectat (conform culorii acestuia).

Corectitudine:

- Demonstrăm prin inducție ^{după n} că algoritmul găsește o soluție optimă (n = numărul de cuburi)

pentru $n=0, 1$ afirmația este evidentă.

Fie $n \geq 2$. Presupunem că algoritmul construiește o soluție optimă pentru orice mulțime de cel mult $n-1$ cuburi.

Fie C o mulțime de n cuburi.

a) Algoritmul selectează primul cub corect.

Fie $O = \{O_1, O_2, \dots, O_p\}$ soluția optimă pentru mulțimea C de cuburi cu cuburile notate astfel încât $O_1 < O_2 < \dots < O_p$ iar $l_{O_1} > l_{O_2} > \dots > l_{O_p}$. Dacă cubul 1 aparține lui O atunci afirmația este adevărată. Presupunem că cubul 1 nu aparține lui O .

- Dacă C_{O_1} (culoarea cubului O_1) $\neq C_1$ putem înlocui în soluția O cubul O_1 cu cubul 1 și am obține un turn corect cu o înălțime mai mare, iar O fiind turnul optim, obținem contradicție.

- Dacă $C_{O_1} = C_1$, putem insera cubul 1 sub cubul O_1 și am obține un turn corect mai înalt. Contradicție.

b) Fie v primul cub care are o culoare diferită de cubul 1. și $S = \{r, r+1, \dots, n\}$ (mulțimea cuburilor care pot aparține unui turn cu baza cubul 1). Din ipoteza de inducție știm că algoritmul lucrează corect pentru $n-1$ cuburi, deci lucrează corect pentru S , iar soluția pentru C este soluția pentru $S \cup \{\text{cubul } 1\}$. Rezultă că algoritmul lucrează corect pentru C .

Complexitate:

citire: $O(n)$

sortare: $O(n \log n)$

selectarea cuburilor potrivite: $O(n)$

afișare: $O(n)$

Total

$O(n \log n)$

În cazul în care lungimea laturilor cuburilor nu este diferită algoritmul nu mai funcționează deoarece la selectarea cubului i are mai multe opțiuni din care să aleagă, iar o alegere greșită ar însemna că din cauza culorii cubului ales, nu mai poate alege un cub la fel de bun la pasul $i+1$.