

Nome completo:

Número de estudante:

Este teste tem 5 perguntas. Na perguntas 1 e 5 responda apenas ao que lhe é pedido nos lugares indicados para o efeito. Nas restantes perguntas deverá justificar a sua resposta e indicar os cálculos.

1. (a) Indique o valor lógico (V: verdade; F: falso) das seguintes sentenças nos mundos *A* e *B* abaixo.

Sentenças	A	B
$\forall x (Small(x) \rightarrow \exists y (x \neq y \wedge SameCol(x, y)))$	F	V
$\forall x \forall y (\neg SameShape(x, y) \wedge \neg Cube(x) \wedge \neg Cube(y) \rightarrow SameCol(x, y) \vee SameRow(x, y))$	F	V
$\exists x \forall y (SameShape(x, y) \vee BackOf(x, y))$	V	V

<b>Mundo A</b>	<b>Mundo B</b>

	Tetraedro Pequeno		Cubo Pequeno		Dodecaedro Pequeno
	Tetraedro Médio		Cubo Médio		Dodecaedro Médio
	Tetraedro Grande		Cubo Grande		Dodecaedro Grande

- (b) Escreva a negação da fórmula

$$\forall x (Small(x) \rightarrow \exists y (x \neq y \wedge SameCol(x, y)))$$

$$\exists x (Small(x) \wedge \forall y (x = y \vee \neg SameCol(x, y)))$$

2. Prove que

$$\neg a \wedge (w \rightarrow t) \wedge (w \vee s) \wedge (\neg a \rightarrow \neg s) \rightarrow t$$

é uma tautologia usando uma prova por contradição.

A prova por contradição consiste em provar que se verifica

$$\neg a \wedge (w \rightarrow t) \wedge (w \vee s) \wedge (\neg a \rightarrow \neg s) \wedge \neg t \rightarrow F$$

$$1. \neg a \quad (P)$$

$$2. w \rightarrow t \quad (P)$$

$$3. w \vee s \quad (P)$$

$$4. \neg a \rightarrow \neg s \quad (P)$$

$$5. \neg t \quad (P)$$

$$6. \neg w, MT, (2, 5)$$

$$7. \neg s, MT, (1, 4)$$

$$8. w, SD, (3, 7)$$

$$9. w \wedge \neg w \equiv F, Conj. (6, 8)$$

3. Use a indução matemática para provar a igualdade

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}, \text{ para } n \geq 1.$$

4. Calcule:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{197} \sum_{j=3}^{23} (-1)^j \frac{1}{i(i+1)} + \sum_{i=0}^{299} \frac{1}{2} &= \sum_{j=3}^{23} (-1)^j \sum_{i=1}^{197} \frac{1}{i(i+1)} + \sum_{i=0}^{299} \frac{1}{2} = -\frac{197}{198} + \sum_{i=0}^{299} \frac{1}{2} \text{ usando a igualdade na questão 3} \\ &= -\frac{197}{198} + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{299} 1 = -\frac{197}{198} + \frac{1}{2} \times 300 \end{aligned}$$

5. Escreva a seguinte expressão usando a notação abreviada de somatório

$$\frac{x}{1} - \frac{3x^2}{2 \times 2!} + \frac{5x^{2 \times 3}}{3 \times 3!} - \frac{7x^{2 \times 3 \times 4}}{4 \times 4!} + \frac{9x^{2 \times 3 \times 4 \times 5}}{5 \times 5!} - \frac{11x^{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6}}{6 \times 6!} + \frac{13x^{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7}}{7 \times 7!} = \sum_{i=1}^7 (-1)^{i+1} \frac{(2i-1)x^{i!}}{i \cdot i!}.$$