Lic. a Eng. Informática 23/11/2016 Frequência B1 - Estruturas Discretas Duração: 2h00m

Nome completo:

Número de estudante:

Nas questões 4, 5 e 6 justifique convenientemente as suas respostas e indique os principais cálculos. Nas questões 1, 2 e 3, uma resposta certa terá a cotação máxima que lhe for atribuída, e uma resposta errada terá o valor negativo da metade dessa cotação.

1. Seja g a proposição "A equipa ganha", t a proposição "Estou triste", v a proposição "Vou viajar", e l a proposição "O cão ladra". Considere o seguinte argumento lógico:

Para o cão ladrar é condição suficiente que eu esteja triste. O cão não ladra. A equipa ganha ou estou triste. A equipa ganha só se vou viajar. Portanto, vou viajar.

Valide com ${\bf X}$ a fórmula proposicional abaixo que formaliza este argumento lógico:

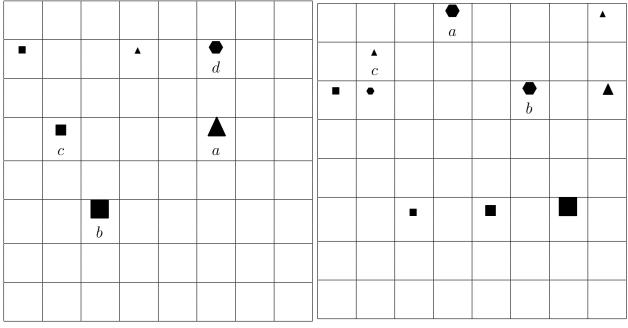
(a)
$$(l \to t) \land \neg l \land (g \lor t) \land (v \to g) \to v.$$

(b) $(t \to l) \land \neg l \land (g \lor t) \land (g \to v) \to v.$

2. (a) Indique o valor lógico (V: verdade; F: falso) das seguintes sentenças nos mundos A e B abaixo.

Sentenças	A	В
$\neg (Tet(a) \leftrightarrow \exists x \; Smaller(x, a))$		
$\forall x \forall y \ (\neg SameShape(x,y) \lor Tet(y) \lor Cube(x))$		
$\exists x (Dodec(x) \land SameRow(x,b))$		

(b) Nos casos em que a fórmula 2 é falsa indique objectos x e y que a não satisfazem:



Mundo A Mundo B

▲ Tetraedro Pequeno▲ Tetraedro Médio▲ Tetraedro Grande

Cubo PequenoCubo MédioCubo Grande

Dodecaedro PequenoDodecaedro Médio

Dodecaedro Medio
 Dodecaedro Grande

3. Indique a opção correcta quanto à validade de cada uma das deduções seguintes (V: dedução válida, \mathbf{V} F: dedução falaciosa): \mathbf{F}



(a) De $p \vee \neg q$ e $\neg q$ deduz-se p.



(b) $a \to b \equiv \neg a \lor b \lor F \equiv a \land \neg b \to F$



(c) De $\neg(\neg a \to (b \to \neg c))$ deduz-se $a \to (\neg b \to c)$.

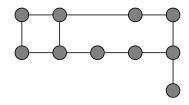


(d) $a \to (b \to c) \equiv b \to (a \to c)$.

4. Considere a função $h \colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definida por

$$h(n) = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 1\\ n^2 + h(n-1) & \text{se } n \ge 2. \end{cases}$$

- (a) A partir desta definição, calcule h(4).
- (b) Escreva agora a definição de h(n) na forma de um somatório.
- (c) Usando o método de indução matemática, prove que $h(n) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, para qualquer $n \in \mathbb{N}$.
- (d) (i) Calcule $\sum_{i=1}^{10} i^2$.
 - (ii) Usando propriedades dos somatórios mostre que $\sum_{i=1}^{n} i(i+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$.
- 5. Qual é o menor número de arestas que tenho de acrescentar ao grafo seguinte de forma a conseguir desenhá-lo sem levantar o lápis do papel e sem tornar a passar por uma linha previamente traçada?



6. Considere a matriz A onde a e b são parâmetros inteiros não negativos

$$A = \left[\begin{array}{ccccc} 0 & a & 2 & 0 & 2 \\ a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & b \\ 2 & 0 & 1 & b & 0 \end{array} \right].$$

- (a) Considere a = b = 16 em A e seja G o grafo com essa matriz de adjacência.
 - (i) Qual é a sequência dos graus de G?
 - (ii) Qual é o número de arestas de G?
 - (iii) O grafo G é euleriano? É semi-euleriano?
- (b) Dê valores a a e b em A de modo a que o grafo com essa matriz de adjacência seja euleriano.