

Nome completo:

Número de estudante:

Nas questões 4, 5 e 6 justifique convenientemente as suas respostas e indique os principais cálculos. Nas questões 1, 2 e 3, uma resposta certa terá a cotação máxima que lhe for atribuída, e uma resposta errada terá o valor negativo da metade dessa cotação.

1. Seja g a proposição "*A equipa ganha*", t a proposição "*Estou triste*", c a proposição "*Vou ao cinema*", e l a proposição "*O cão ladra*". Considere o seguinte argumento lógico:

A equipa ganha ou estou triste. A equipa ganha só se vou ao cinema. Para o cão ladrar é condição suficiente que eu esteja triste. O cão não ladra. Portanto, vou ao cinema.

Valide com **X** a fórmula proposicional abaixo que formaliza este argumento lógico:

(a) $(g \vee t) \wedge (g \rightarrow c) \wedge (t \rightarrow l) \wedge \neg l \rightarrow c.$

☐

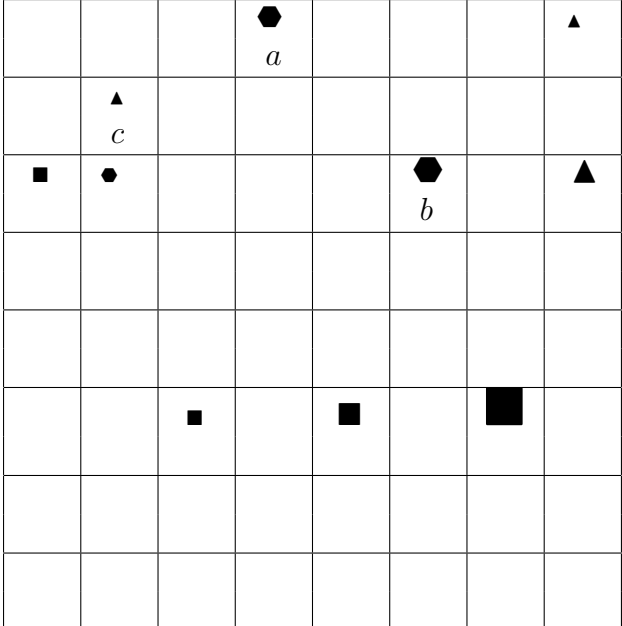
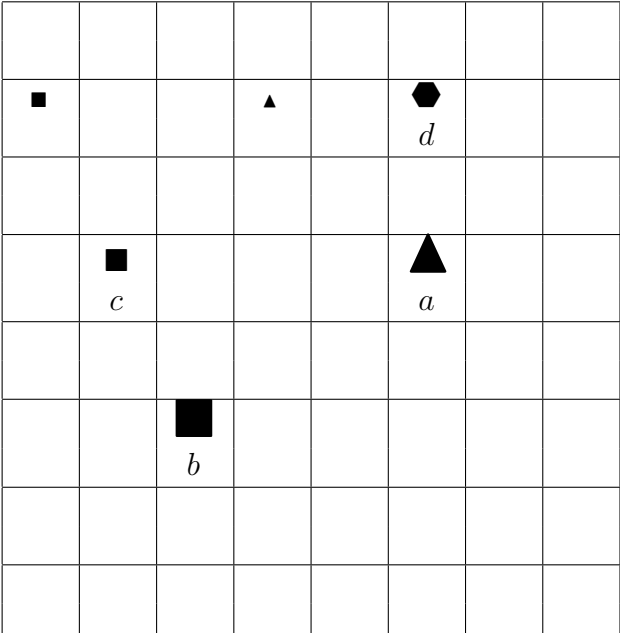
(b) $(g \vee t) \wedge (c \rightarrow g) \wedge (l \rightarrow t) \wedge \neg l \rightarrow c.$

☐

2. (a) Indique o valor lógico (V: verdade; F: falso) das seguintes sentenças nos mundos A e B abaixo.










Sentenças	A	B
$\neg(Tet(a) \leftrightarrow \exists x \text{ Smaller}(x, a))$		
$\exists x(Dodec(x) \wedge \text{SameRow}(x, b))$		
$\forall x \forall y (\neg \text{SameShape}(x, y) \vee Tet(y) \vee Cube(x))$		

- (b) Nos casos em que a fórmula 3 é falsa indique objectos x e y que a não satisfazem:

	
---	--

Mundo A

Mundo B

- | | | |
|---|--|--|
|  Tetraedro Pequeno |  Cubo Pequeno |  Dodecaedro Pequeno |
|  Tetraedro Médio |  Cubo Médio |  Dodecaedro Médio |
|  Tetraedro Grande |  Cubo Grande |  Dodecaedro Grande |

3. Indique a opção correcta quanto à validade de cada uma das deduções seguintes (V: dedução válida, F: dedução falaciosa):

V F

(a) $a \wedge \neg b \rightarrow F \equiv \neg a \vee b \vee F \equiv a \rightarrow b$.

--	--

(b) De $p \vee \neg q$ e $\neg q$ deduz-se p .

--	--

(c) $\neg(\neg a \rightarrow (b \rightarrow \neg c)) \equiv a \rightarrow (\neg b \rightarrow c)$.

--	--

(d) De $a \rightarrow (b \rightarrow c)$ deduz-se $b \rightarrow (a \rightarrow c)$.

--	--

4. Considere a função $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definida por

$$h(n) = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 1 \\ n^2 + h(n-1) & \text{se } n \geq 2. \end{cases}$$

(a) A partir desta definição, calcule $h(4)$.

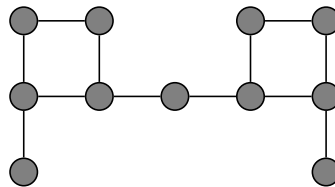
(b) Escreva agora a definição de $h(n)$ na forma de um somatório.

(c) Usando o método de indução matemática, prove que $h(n) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, para qualquer $n \in \mathbb{N}$.

(d) (i) Calcule $\sum_{i=1}^{20} i^2$.

(ii) Usando propriedades dos somatórios mostre que $\sum_{i=1}^n i(i+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$.

5. Qual é o menor número de arestas que tenho de acrescentar ao grafo seguinte de forma a conseguir desenhá-lo sem levantar o lápis do papel e sem tornar a passar por uma linha previamente traçada?



6. Considere a matriz A onde a e b são parâmetros inteiros não negativos

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a & 2 & 0 & 2 \\ a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & b \\ 2 & 0 & 1 & b & 0 \end{bmatrix}.$$

(a) Considere $a = b = 16$ em A e seja G o grafo com essa matriz de adjacência.

(i) Qual é a sequência dos graus de G ?

(ii) Qual é o número de arestas de G ?

(iii) O grafo G é euleriano? É semi-euleriano?

(b) Dê valores a a e b em A de modo a que o grafo com essa matriz de adjacência seja euleriano.