FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA UNIVERSIDADE DE COIMBRA

departamento de engenharia informática 1995 – 2020

Computação Gráfica

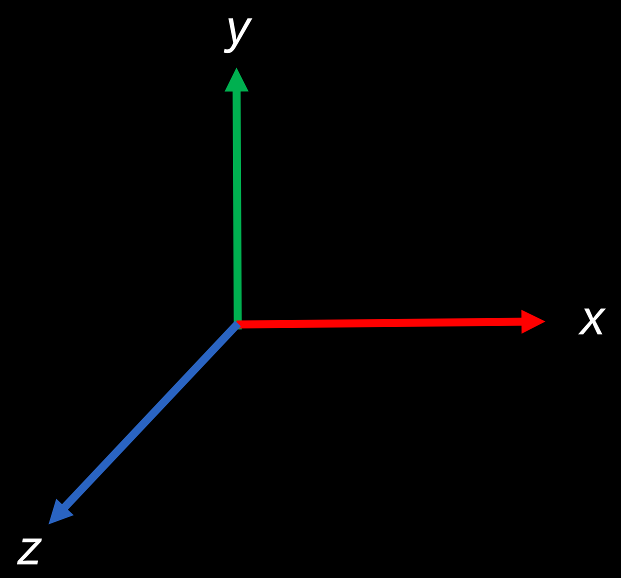
André Perrotta (avperrotta@dei.uc.pt)

Hugo Amaro (hamaro@dei.uc.pt)

T01: Vetores, coordenadas e suas propriedades

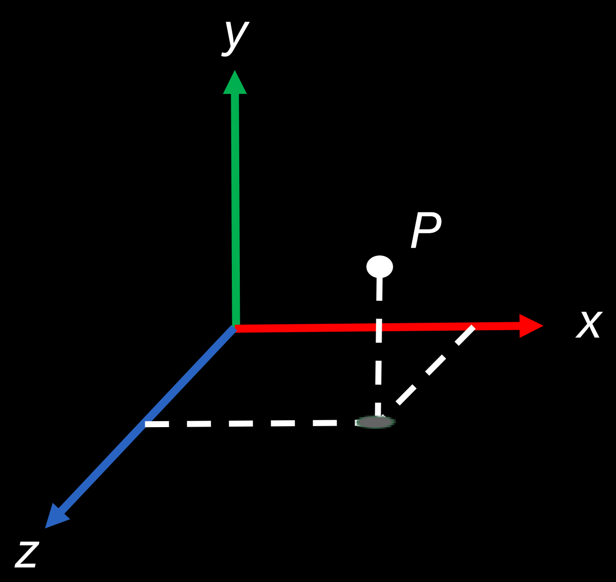
Sistema de coordenadas

- Antes de podermos falar em vetores, precisamos definir um sistema de coordenadas. No nosso caso interessa um sistema de 3 dimensões.
- Utilizaremos um sistema cartesiano, x, y, z



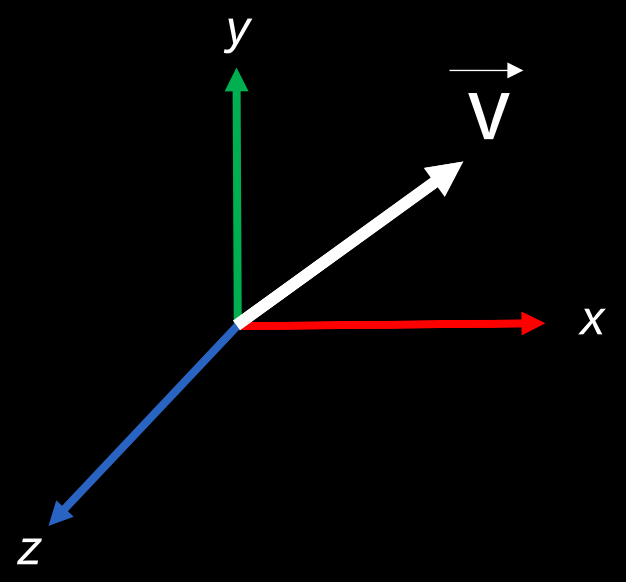
Ponto

- No nosso sistema de coordenadas, posso definir uma posição
- $P \equiv (x, y, z)$ onde x, y, z equivale à distância (em linha reta) do ponto a cada um dos planos formados pelos eixos (xz, xy, yz).



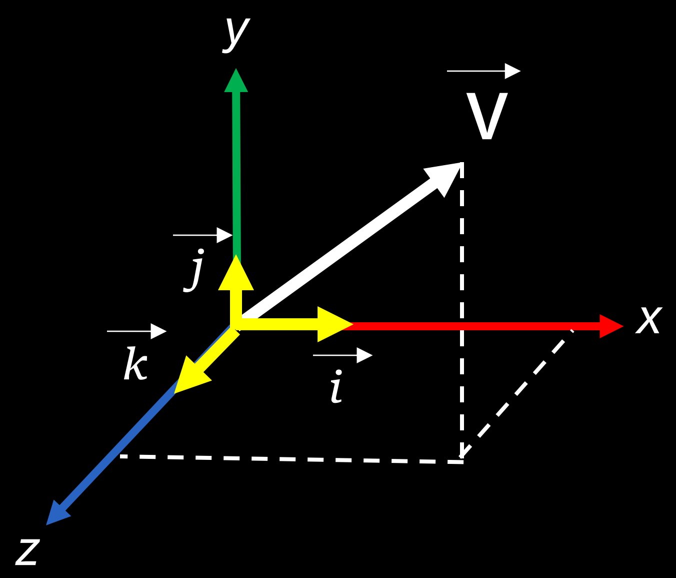
Vetor

- Um Vetor é uma construção matemática que combina, num só objeto, 3 quantidades (ou propriedades):
  - Módulo
  - Direção
  - Sentido



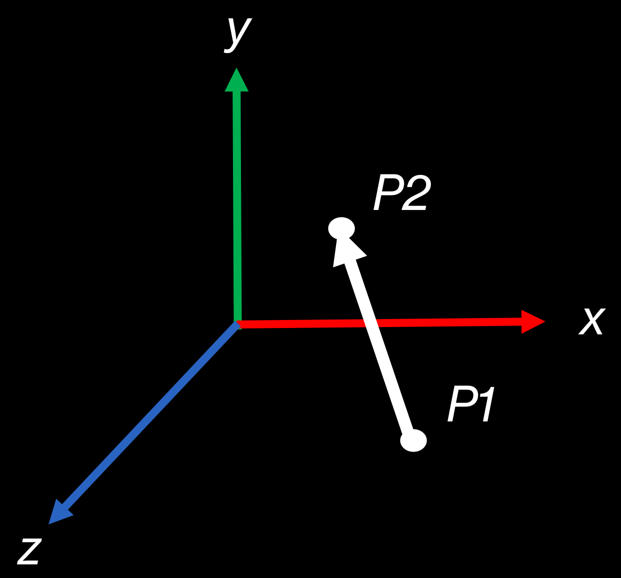
Vetor

- Posso definir um vetor de várias formas:
  - $\vec{V} \equiv (Vx, Vy, Vz)$
  - $\vec{V} \equiv \begin{bmatrix} Vx \\ Vy \\ Vz \end{bmatrix}$
  - $\vec{V} \equiv (Vx, Vy, Vz)$
  - $\vec{V} \equiv V_x i + V_y j + V_z k$ com i, j, k vetores unitário



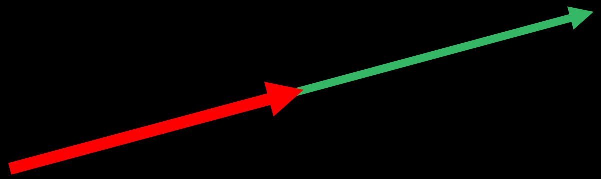
Vetor

- Um vetor não tem localização e não precisa partir da origem.
- Com dois pontos posso definir um vetor
  - $\vec{V} = P2 - P1 = (P2x - P1x, P2y\text{-}P1y, P2z - P1z)$

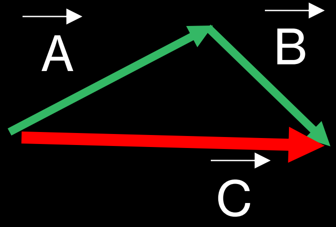


Operações com vetores

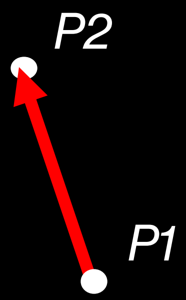
- Escalar um vetor:
  - $\vec{V}' = s\vec{V} = s(Vx, Vy, Vz) = (sVx, sVy, sVz)$



- Somar vetores
  - $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$

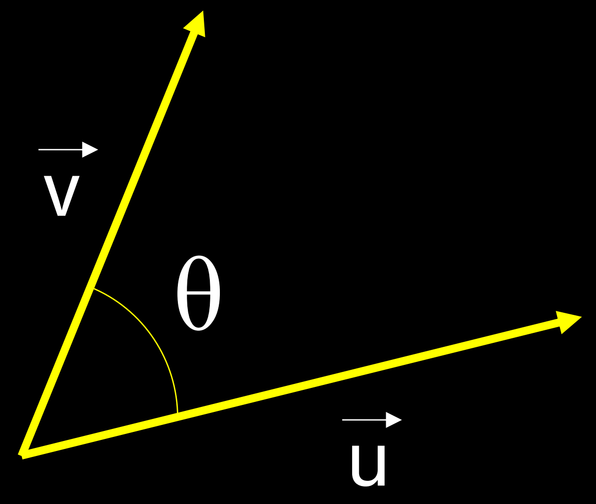


- Ponto – Ponto = vetor
  - $P2 - P1 = \vec{V}$
- Ponto + Vetor = Ponto
  - $P1 + \vec{V} = P2$



Operações com vetores

- Produto interno (aka: dot product, scalar product, inner product)
  - Projeção de um vetor no outro.
  - Expõe a relação angular entre 2 vetores.
  - $\vec{u} \cdot \vec{v} = \langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos\theta = \vec{u}^T \vec{v} = \sum_i \vec{u}_i \vec{v}_i$
  - $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ -> vetores perpendiculares



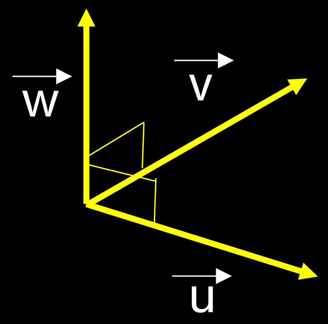
Operações com vetores

- Norma
  - Tamanho de um vetor
  - $\|\overrightarrow{v}\| = \sqrt{\langle \overrightarrow{v}, \overrightarrow{v} \rangle}$

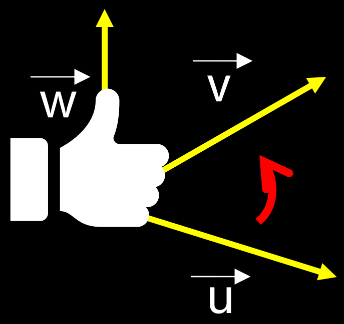
- Versor
  - Direção de um vetor
  - $\overrightarrow{n_v} = \frac{\overrightarrow{v}}{\|\overrightarrow{v}\|}$

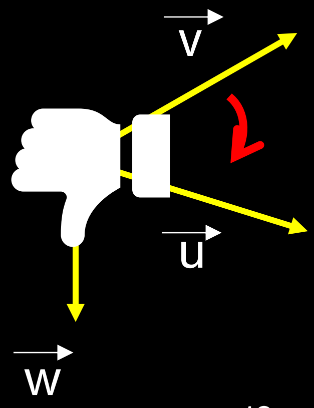
Operações com vetores

- Produto vetorial
  - $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{w} = (u_y v_z - u_z v_y)\vec{i} + (u_z v_x - u_x v_z)\vec{j} + (u_x v_y - u_y v_x)\vec{k}$
  - Retorna um vetor perpendicular aos vetores do produto



  - Não é simétrico
  - $\vec{v} \times \vec{u} = -\vec{w}$
  - Direção de $\vec{w}$ é dada pela regra da mão direita





Dúvidas?