

3. Indique a opção correcta quanto à validade de cada uma das deduções seguintes (V: dedução válida, F: dedução falaciosa):

V F

(a) De $p \vee \neg q$ e $\neg q$ deduz-se p .

--	--

(b) $a \rightarrow b \equiv \neg a \vee b \vee F \equiv a \wedge \neg b \rightarrow F$.

--	--

(c) De $\neg(\neg a \rightarrow (b \rightarrow \neg c))$ deduz-se $a \rightarrow (\neg b \rightarrow c)$.

--	--

(d) $a \rightarrow (b \rightarrow c) \equiv b \rightarrow (a \rightarrow c)$.

--	--

4. Considere a função $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definida por

$$h(n) = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 1 \\ n^2 + h(n-1) & \text{se } n \geq 2. \end{cases}$$

(a) A partir desta definição, calcule $h(4)$.

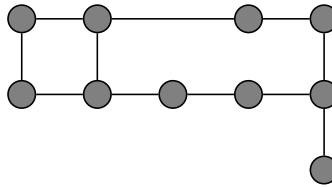
(b) Escreva agora a definição de $h(n)$ na forma de um somatório.

(c) Usando o método de indução matemática, prove que $h(n) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, para qualquer $n \in \mathbb{N}$.

(d) (i) Calcule $\sum_{i=1}^{15} i^2$.

(ii) Usando propriedades dos somatórios mostre que $\sum_{i=1}^n i(i+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$.

5. Qual é o menor número de arestas que tenho de acrescentar ao grafo seguinte de forma a conseguir desenhá-lo sem levantar o lápis do papel e sem tornar a passar por uma linha previamente traçada?



6. Considere a matriz A onde a e b são parâmetros inteiros não negativos

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a & 2 & 0 & 2 \\ a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & b \\ 2 & 0 & 1 & b & 0 \end{bmatrix}.$$

(a) Considere $a = b = 16$ em A e seja G o grafo com essa matriz de adjacência.

(i) Qual é a sequência dos graus de G ?

(ii) Qual é o número de arestas de G ?

(iii) O grafo G é euleriano? É semi-euleriano?

(b) Dê valores a a e b em A de modo a que o grafo com essa matriz de adjacência seja euleriano.