

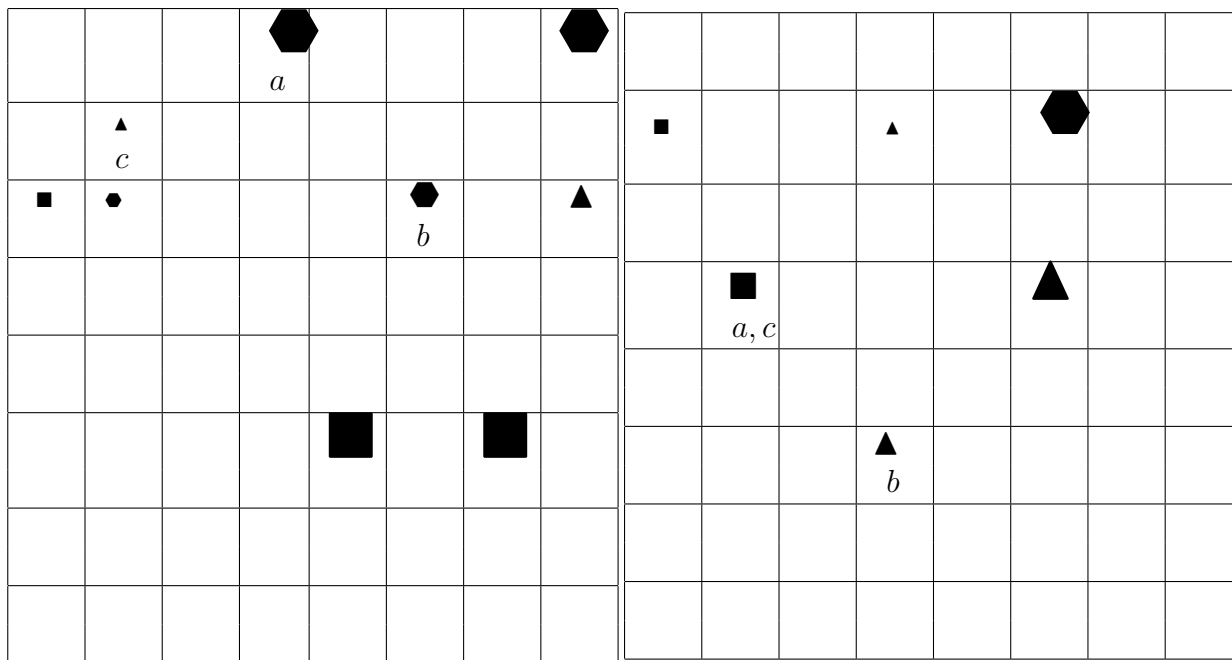
Nome completo:

Número de estudante:

Este teste tem 5 perguntas. Na perguntas 1 e 5 responda apenas ao que lhe é pedido nos lugares indicados para o efeito. Nas restantes perguntas deverá justificar a sua resposta e indicar os cálculos.

1. (a) Indique o valor lógico (V: verdade; F: falso) das seguintes sentenças nos mundos A e B abaixo.

Sentenças	A	B
$\neg(Tet(b) \rightarrow RightOf(b, a))$		
$\exists x LeftOf(x, a) \wedge \exists x (Dodec(x) \wedge Large(x))$		
$\neg[\exists x LeftOf(c, x) \leftrightarrow (Tet(a) \vee Tet(c))]$		



Mundo A

Mundo B

	Tetraedro Pequeno		Cubo Pequeno		Dodecaedro Pequeno
	Tetraedro Médio		Cubo Médio		Dodecaedro Médio
	Tetraedro Grande		Cubo Grande		Dodecaedro Grande

- (b) Escreva a negação da fórmula 1,

$$\forall x (\neg(\exists y FrontOf(x, y)) \rightarrow Dodec(x) \wedge Large(x))$$

$$\begin{aligned} & \exists x (\neg(\exists y FrontOf(x, y)) \wedge \neg(Dodec(x) \wedge Large(x))) \equiv \\ & \equiv \exists x (\neg(\exists y FrontOf(x, y)) \wedge (\neg Dodec(x) \vee \neg Large(x))) \\ & \equiv \exists x (\forall y \neg FrontOf(x, y) \wedge (\neg Dodec(x) \vee \neg Large(x))) \end{aligned}$$

2. Prove que

$$c \wedge (c \rightarrow u) \wedge (r \vee \neg u) \rightarrow r$$

é uma tautologia usando uma prova por contradição.

A prova por contradição consiste em provar que se verifica

$$c \wedge (c \rightarrow u) \wedge (r \vee \neg u) \wedge \neg r \rightarrow F$$

1. c (P)
2. $c \rightarrow u$ (P)
3. $r \vee \neg u$ (P)
4. $\neg r$ (P)
5. $\neg u$, $SD, (3, 4)$
6. $\neg c$, $MT, (2, 5)$
7. $c \wedge \neg c \equiv F$, $Conj. (1, 6)$

3. Use a indução matemática para provar a igualdade

$$\sum_{j=0}^n j!j = (n+1)! - 1, \quad \text{para } n \geq 0.$$

4. Calcule:

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{n+1} [i!i - 2i + 5!] + \sum_{i=1}^{300} (-1)^i &= \sum_{i=0}^{n+1} i!i - \sum_{i=0}^{n+1} 2i + \sum_{i=0}^{n+1} 5! + \sum_{i=1}^{300} (-1)^i \\ &= (n+2)! - 1 - 2 \sum_{i=1}^{n+1} i + (n+2)5! + 0 = (n+2)! - 1 - (n+1)(n+2) + (n+2)5!, \text{ usando a identidade na questão 3} \end{aligned}$$

5. Escreva a seguinte expressão usando a notação abreviada de somatório

$$-\frac{5x^2}{6} + \frac{7x^3}{8} - \frac{9x^4}{10} + \frac{11x^5}{12} - \frac{13x^6}{14} + \frac{15x^7}{16} = \sum_{i=3}^8 (-1)^i \frac{(2i-1)x^{i-1}}{2i}.$$