



# Computação Gráfica

André Perrotta (avperrotta@dei.uc.pt)

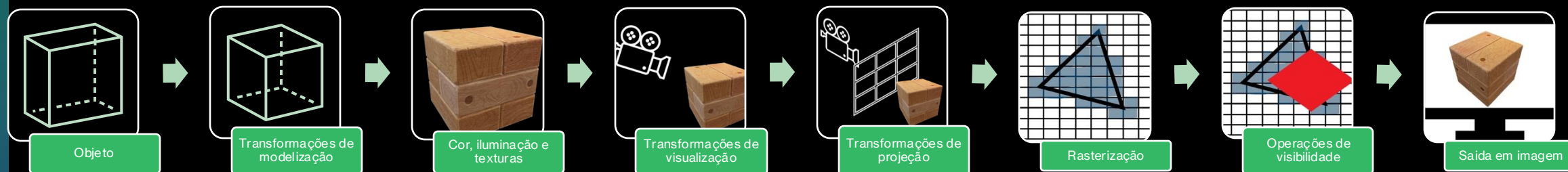
Hugo Amaro (hamaro@dei.uc.pt)

**T03: Coordenadas e  
transformações de  
modelação**

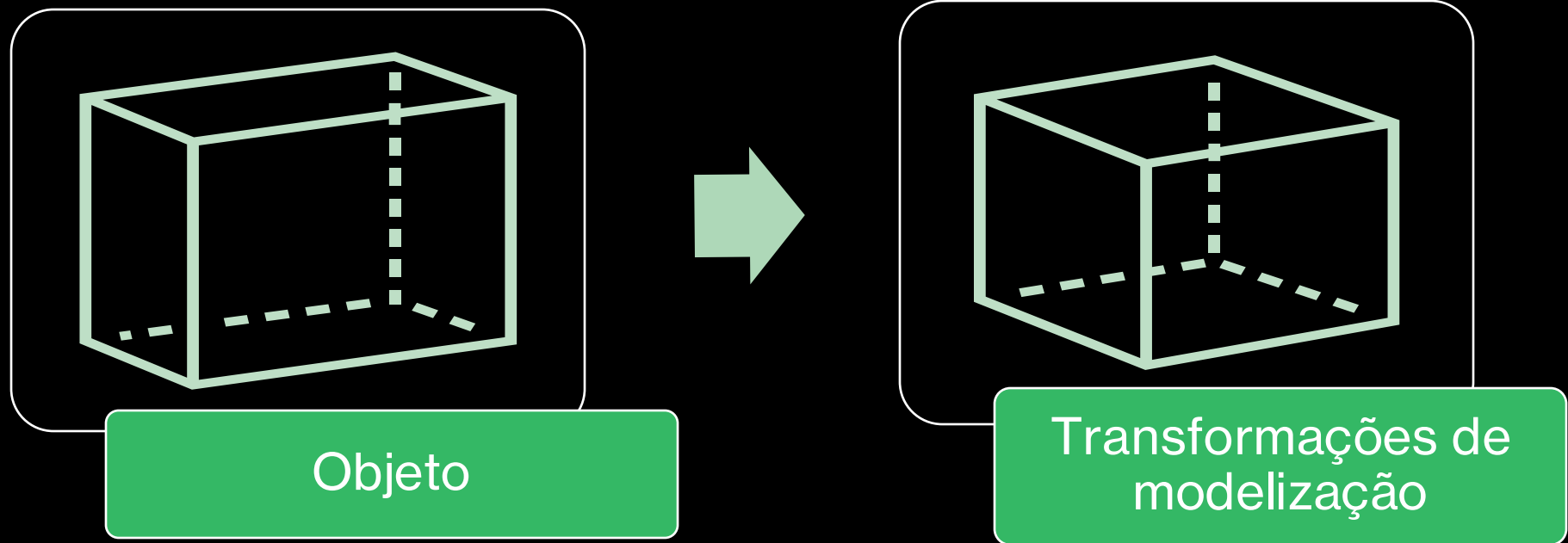
# Objetivos da aula

- Entender o sistema de coordenadas de modelação
- Entender o sistema de coordenadas de transformações geométricas
- Entender como ordenar e combinar as transformações

# Pipeline de renderização



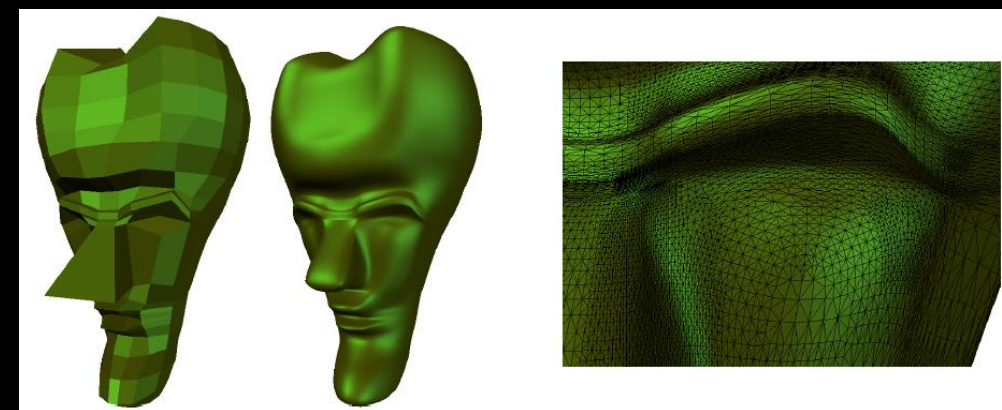
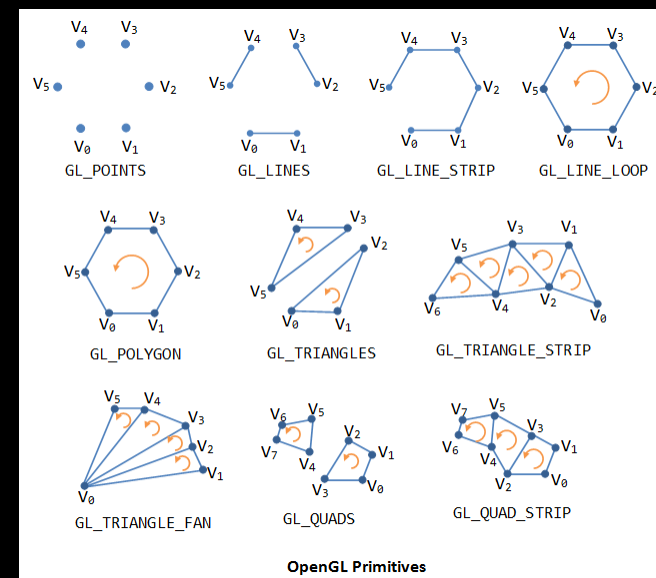
# Pipeline de renderização: etapa de modelização e transformação do modelo



# Modelo: conjunto de vértices + primitiva de desenho

- Em computação gráfica, um objeto desenhado na tela é sempre gerado pela definição de dois parâmetros:
  - Uma lista de vértices, determinados por posições no espaço 2D ou 3D
  - Uma instrução de como conectar os vértices, formando ou não faces
    - Primitivas de desenho

```
glBegin(PRIMITIVA);  
V1(x, y, z);  
V2(x, y, z);  
...  
Vn(x, y, z);  
glEnd()
```



# Coordenadas do Modelo

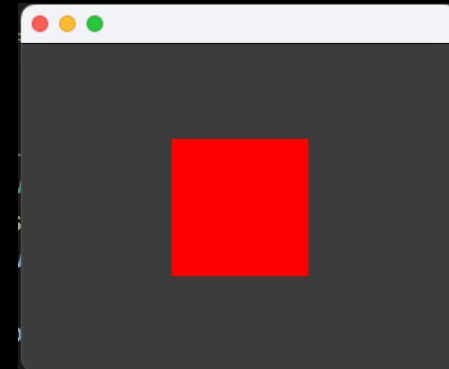
- As coordenadas utilizadas para determinar os vértices do modelo utilizam o referencial determinado pelo “utilizador”.
- No Openframeworks, por defeito, este sistema está determinado na seguinte forma:



# Coordenadas do Modelo

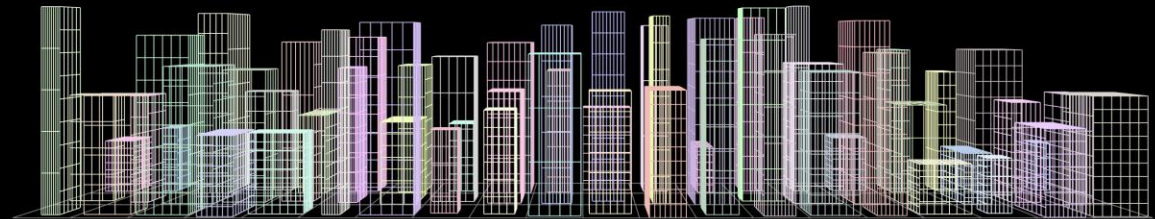
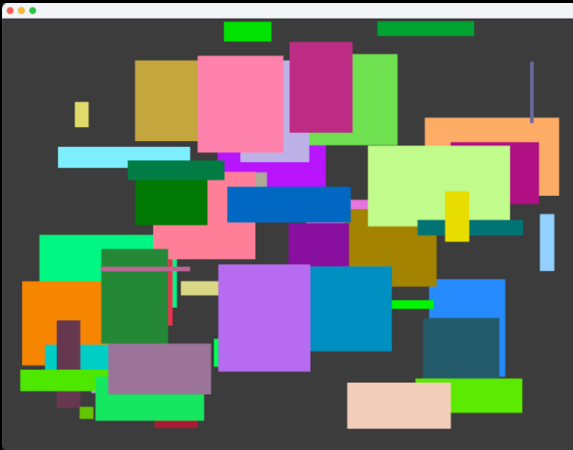
- Exemplo prático:
  - Para desenhar um retângulo de 100x100 pixels, perfeitamente centrado no meio da janela utilizo a seguinte instrução(pseudo-code):

```
glBegin(GL_QUADS);  
glVertex3f(meioX - 50, meioY - 50, 0);  
glVertex3f(meioX - 50, meioY + 50, 0);  
glVertex3f(meioX + 50, meioY + 50, 0);  
glVertex3f(meioX + 50, meioY - 50, 0);  
glEnd();
```



# Coordenadas do Modelo

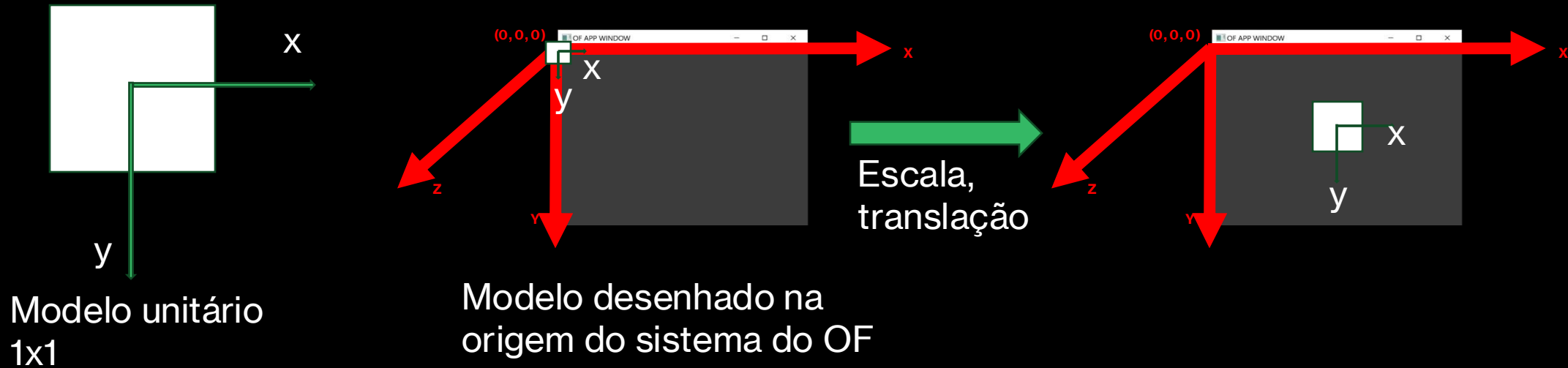
- Apesar de ser uma estratégia correta e funcional, quando queremos construir uma cena com múltiplos modelos, onde muitos deles são repetições transformadas de um modelo base, esta estratégia não é a melhor.





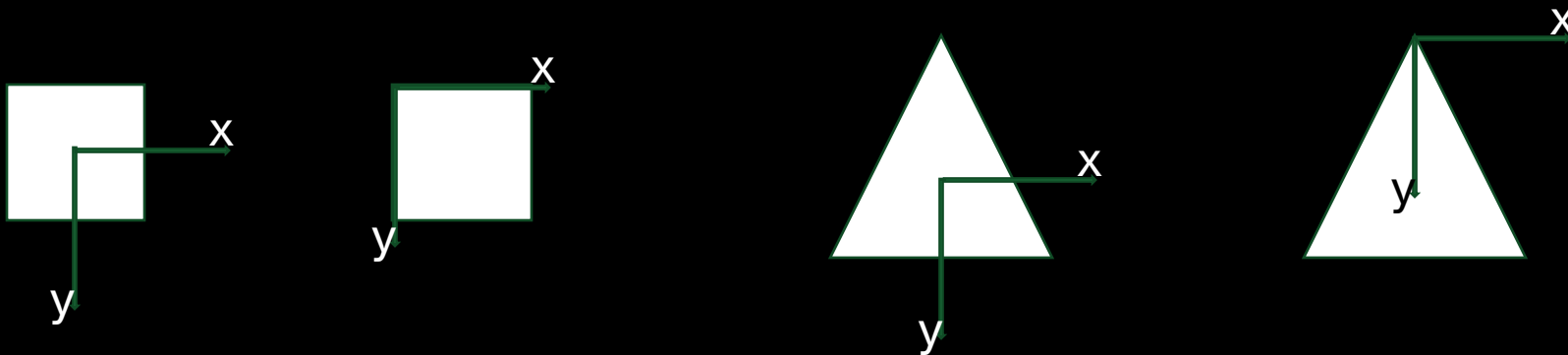
# Coordenadas do Modelo

- Uma outra estratégia é utilizar um sistema de coordenadas com origem no próprio modelo, e posicionar e dimensionar o modelo na cena utilizando transformações geométricas.



# Coordenadas do Modelo

- Nesta estratégia, usualmente criamos modelos base, de tamanho unitário, com origem determinada de forma a facilitar sua utilização através de transformações de translação, escala e rotação.
- A decisão da origem (“pivot do modelo”) é uma decisão do utilizador.

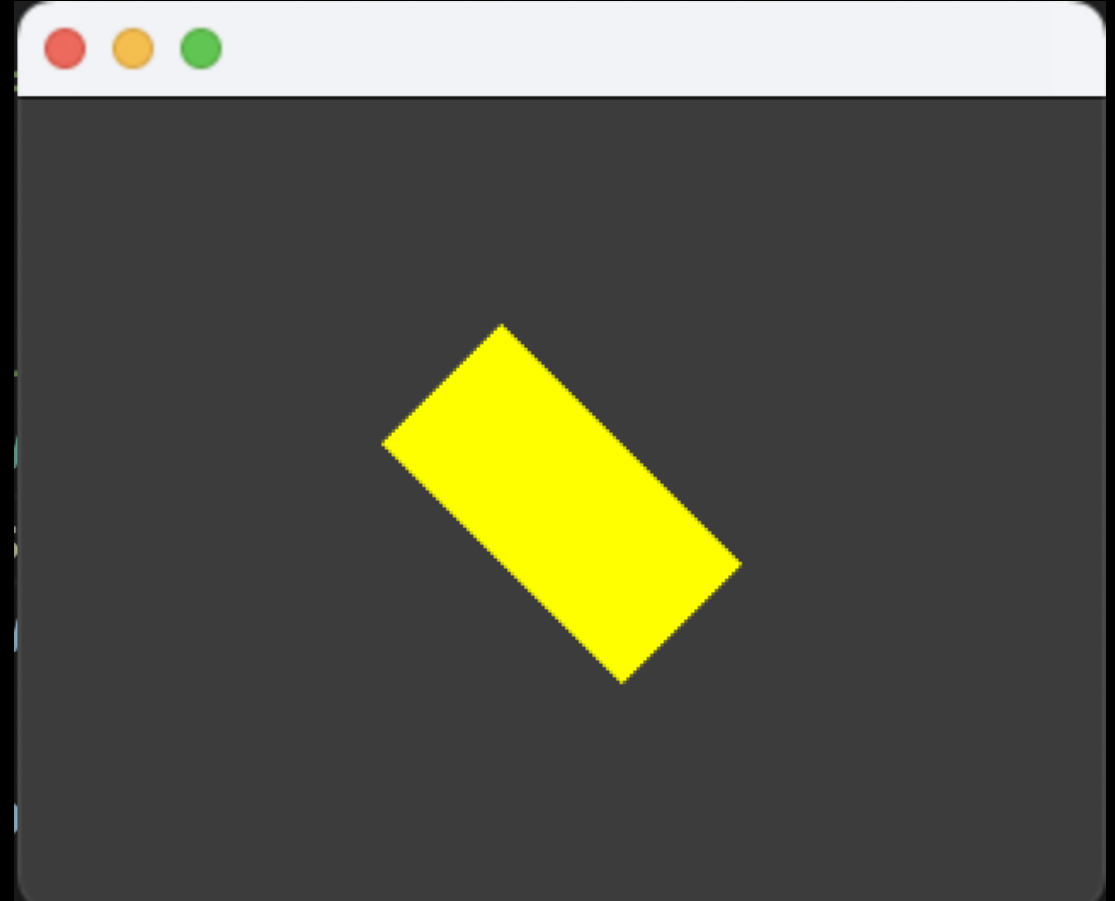


# Transformação

- Uma transformação geométrica (escala, translação, rotação) aplicada à um modelo é definida como:
  - Multiplicação de todos os vértices que determinam o modelo por uma matriz de transformação 4x4 (3D + coordenada homogênea) que, por sua vez, é a combinação (multiplicação) de todas as transformações desejadas.
- As transformações utilizam como sistema de coordenadas o referencial configurado para a janela da aplicação.

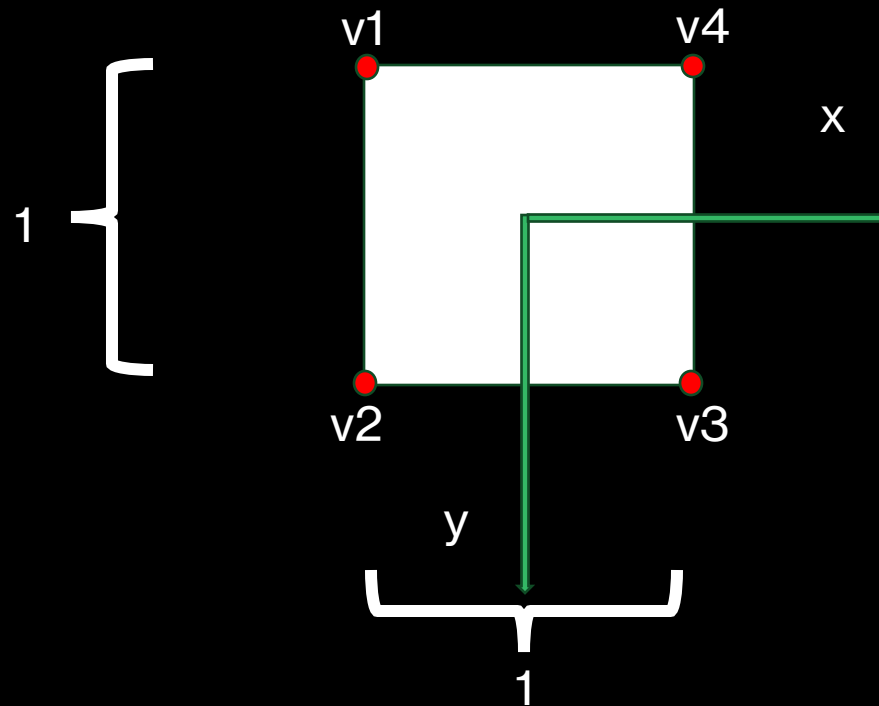
# Transformação

- Um exemplo para entender:
  - Queremos realizar o seguinte desenho: desenhar um retângulo de lados 50x100 pixels, centralizado perfeitamente no centro da janela da aplicação, com uma rotação de  $45^\circ$  no sentido anti-horário.



# Transformação

1. Definir o modelo base a ser utilizado: retângulo unitário (1x1) com origem em seu centro



$$\begin{aligned}V1 &= (-0.5, -0.5, 0) \\V2 &= (-0.5, 0.5, 0) \\V3 &= (0.5, 0.5, 0) \\V4 &= (0.5, -0.5, 0)\end{aligned}$$

# Transformação

2. Sabemos que para atingir o objetivo final, teremos de realizar 3 operações de transformação:
- Escalar (S) -> 50 no eixo X, 100 no eixo Y
  - Transladar (T) -> metade da largura da janela em X, metade da largura da janela em Y
  - Rotacionar (R) -> 45° no sentido anti-horário em torno do eixo Z
- Assim, temos as seguintes hipóteses:
1. S x T x R x Vértice
  2. S x R x T x Vértice
  3. T x R x S x Vértice
  4. T x S x R x Vértice
  5. R x S x T x Vértice
  6. R x T x S x Vértice

**Multiplicação de matrizes NÃO é comutativa!**

**MatrizA x MatrizB != MatrizB x MatrizA**

# Ordem das Transformações

- Como saber a ordem?
  - Não existe uma regra geral ou “receita de bolo” para seguir. Existem algumas indicações que funcionam na maioria das vezes, mas, podem não resultar em muitos casos.
  - Uma operação de matrizes do tipo:  $A \times B \times C \times \text{Vértice}$ , pode ser realizada em várias etapas
    1.  $C \times \text{Vertice} = CV\_res$
    2.  $B \times CV = BCV\_res$
    3.  $A \times BCV\_res = \text{Resultado Final}$

# Ordem das Transformações

- Ou seja, a 1ª transformação aplicada ao vértice é a C, e não a A
- A ordem da escrita matemática é a ordem contrária à da “intuição”
- Assim, posso pensar em algumas guias que funcionam na maior parte dos casos:
  - Usualmente, a primeira transformação à aplicar ao modelo deve ser a de escala, para dimensioná-lo conforme desejado.
  - Depois, o usual é realizar as transformações de rotação em torno dos eixos (pivot) do modelo.
  - Em seguida, transformações de translação para posição final.
- Quando isso falha:
  - Quando temos múltiplas rotações em torno do eixo (pivot) do modelo.
    - A ordem dessas rotações depende de “intuição” ou tentativa e erro.
  - Quando queremos girar um objeto em torno de uma órbita.
    - Nesse caso, devemos realizar também uma translação do tamanho do raio da órbita e uma rotação para a posição na órbita, antes de uma translação final para a posição do centro da órbita. (veremos isso em aulas futuras).



# Ordem das transformações

- Voltando ao nosso exemplo, temos as seguintes matrizes de transformação:

S =

|    |     |   |   |
|----|-----|---|---|
| 50 | 0   | 0 | 0 |
| 0  | 100 | 0 | 0 |
| 0  | 0   | 1 | 0 |
| 0  | 0   | 0 | 1 |

R =

|         |        |        |        |
|---------|--------|--------|--------|
| 0.7071  | 0.7071 | 0      | 0      |
| -0.7071 | 0.7071 | 0      | 0      |
| 0       | 0      | 1.0000 | 0      |
| 0       | 0      | 0      | 1.0000 |

No OF, por defeito, o eixo Y está orientado para baixo,  
Logo rodar 45° anti-horário = rodar -45°

T =

|   |   |   |     |
|---|---|---|-----|
| 1 | 0 | 0 | 512 |
| 0 | 1 | 0 | 384 |
| 0 | 0 | 1 | 0   |
| 0 | 0 | 0 | 1   |

Utilizando uma Janela de  
1024x768 pixels

# Ordem das transformações

- Seguindo as indicações, devo então utilizar a seguinte ordem:
  - T x R x S x Vértice

TransFinal =

|          |         |        |          |
|----------|---------|--------|----------|
| 35.3553  | 70.7107 | 0      | 512.0000 |
| -35.3553 | 70.7107 | 0      | 384.0000 |
| 0        | 0       | 1.0000 | 0        |
| 0        | 0       | 0      | 1.0000   |

# Ordem das transformações

V1\_final =

529.6777  
330.9670  
0  
1.0000

V2\_final =

458.9670  
401.6777  
0  
1.0000

V3\_final =

494.3223  
437.0330  
0  
1.0000

V4\_final =

565.0330  
366.3223  
0  
1.0000

# Dúvidas?

- Vamos fazer exercícios para entender melhor como realizar as transformações.