

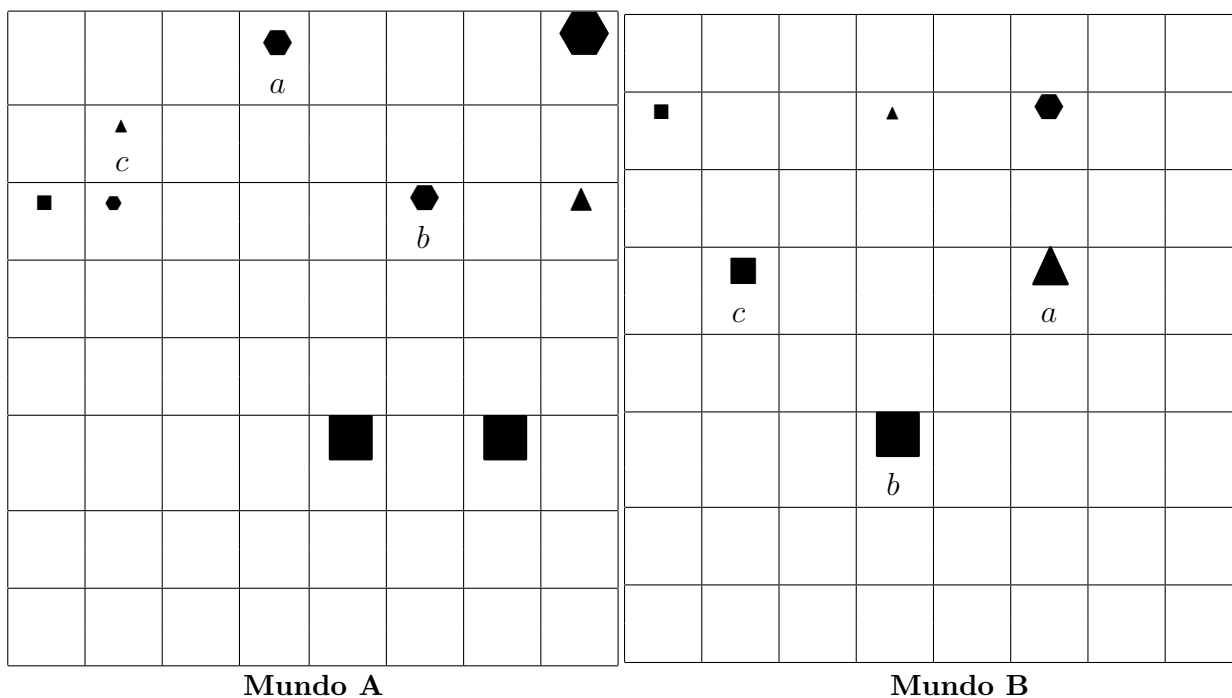
Nome completo:

Número de estudante:

Este teste tem 5 perguntas. Na perguntas 1 e 5 responda apenas ao que lhe é pedido nos lugares indicados para o efeito. Nas restantes perguntas deverá justificar a sua resposta e indicar os cálculos.

1. (a) Indique o valor lógico (V: verdade; F: falso) das seguintes sentenças nos mundos *A* e *B* abaixo.

Sentenças	A	B
$\exists x \forall y (SameShape(x, y) \vee BackOf(x, y))$	V	F
$\forall x \forall y (\neg SameShape(x, y) \wedge \neg Cube(x) \wedge \neg Cube(y) \rightarrow SameCol(x, y) \vee SameRow(x, y))$	F	V
$\forall x (Small(x) \rightarrow \exists y (x \neq y \wedge SameCol(x, y)))$	F	F



- |   |  |  |
|---|--|--|
| <p>▲ Tetraedro Pequeno</p> <p>▲ Tetraedro Médio</p> <p>▲ Tetraedro Grande</p> | <p>■ Cubo Pequeno</p> <p>■ Cubo Médio</p> <p>■ Cubo Grande</p> | <p>● Dodecaedro Pequeno</p> <p>● Dodecaedro Médio</p> <p>● Dodecaedro Grande</p> |
|---|--|--|

- (b) Escreva a negação da fórmula

$$\exists x \forall y (\neg SameShape(x, y) \rightarrow BackOf(x, y))$$

$$\forall x \exists y (\neg SameShape(x, y) \wedge \neg BackOf(x, y))$$

2. Prove que

$$(w \vee s) \wedge (w \rightarrow m) \wedge (s \rightarrow b) \wedge \neg b \rightarrow m$$

é uma tautologia usando uma prova por contradição.

A prova por contradição consiste em provar que se verifica

$$(w \vee s) \wedge (w \rightarrow m) \wedge (s \rightarrow b) \wedge \neg b \wedge \neg m \rightarrow F$$

$$1. w \vee s \quad (P)$$

$$2. w \rightarrow m \quad (P)$$

$$3. s \rightarrow b \quad (P)$$

$$4. \neg b \quad (P)$$

$$5. \neg m \quad (P)$$

$$6. \neg s, MT, (3, 4)$$

$$7. \neg w, MT, (2, 5)$$

$$8. w, SD, (1, 6)$$

$$9. w \wedge \neg w \equiv F, Conj.(7, 8)$$

3. Use a indução matemática para provar a igualdade

$$\sum_{i=1}^n i(i+1) = n(n+1)(n+2)/3, \text{ para } n \geq 1.$$

4. Calcule:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{197} \sum_{j=3}^{23} (-1)^j \frac{i(i+1)}{7} + \sum_{i=0}^{300} 1 = \sum_{j=3}^{23} (-1)^j \sum_{i=1}^{197} \frac{i(i+1)}{7} + 301 \\ & = -1 \times \frac{1}{7} \sum_{i=1}^{197} i(i+1) + 301 = -\frac{1}{7} \frac{197 \times 198 \times 199}{3} + 301, \text{ usando a identidade na questão 3.} \end{aligned}$$

5. Escreva a seguinte expressão usando a notação abreviada de somatório

$$-\frac{x^4}{1 \times 4} + \frac{3x^9}{2 \times 9} - \frac{5x^{16}}{3 \times 16} + \frac{7x^{25}}{4 \times 25} - \frac{9x^{36}}{5 \times 36} + \frac{11x^{49}}{6 \times 49} = \sum_{i=1}^7 (-1)^i \frac{(2i-1)x^{(i+1)^2}}{i \cdot (i+1)^2}.$$