Aula #2 - 23/09/2022

Departamento de Engenharia Informática da Universidade de Coimbra

Estruturas Discretas 2022/23 — Folha 1 - TP

Lógica proposicional

6. Use os símbolos proposicionais p e q para formalizar os seguintes argumentos lógicos:

   (a) Se 10 é um número primo, 10 não pode ser igual a 2 vezes 5. 10 é igual a 2 vezes 5. Logo, 10 não pode ser um número primo.

a) p = 10 é primo

q = 10 é igual a 2×5

O argumento lógico pode ser escrito sob a forma:

1. $p \to \neg q$
2. q

---

3. $\neg p$

ou sob a forma de uma implicação:

$(p \to \neg q) \wedge q \to \neg p$

   (b) Se chove frequentemente, os agricultores queixam-se. Se não chove frequentemente, os agricultores queixam-se. Consequentemente, os agricultores queixam-se.

b) p = chove frequentemente

q = os agricultores queixam-se

O argumento lógico apresentado escreve-se:

1. $p \to q$

$$\begin{array}{l} 1.\ p \to q \\ 2.\ \neg p \to q \\ \hline 3.\ q \end{array}$$

ou

$$(p \to q) \wedge (\neg p \to q) \to q$$

(c) O António almoça na cantina ou o António almoça em casa. O António não almoça na cantina. Logo, o António almoça em casa.

c) p = O António almoça na cantina

q = ———————— em casa

O argumento é:

$$\begin{array}{l} 1.\ p \vee q \\ 2.\ \neg p \\ \hline 3.\ q \end{array}$$

ou $(p \vee q) \wedge \neg p \to q$

8. Coloque parênteses nas expressões seguintes de tal modo que sejam indicadas as regras de prioridade estabelecidas para os conectivos envolvidos.

(a) $p \wedge q \wedge r \to p$.

(b) $p \wedge r \vee q \to \neg r$.

(c) $\neg(p_1 \wedge p_2) \to \neg q \vee p_1$.

(d) $p \to q \to \neg q \to \neg q$.

a) $((p \wedge q) \wedge r) \to p$

b) $((p \wedge r) \vee q) \to (\neg r)$

c) $(\neg(p_1 \wedge p_2)) \rightarrow ((\neg q) \vee p_1)$

d) $((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q)) \rightarrow (\neg q)$

9. Escreva as tabelas de verdade para:

(a) $\neg(\neg p \vee \neg q)$.

a)

p	q	¬p	¬q	¬p ∨ ¬q	¬(¬p ∨ ¬q)
V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	V	F
F	F	V	V	V	F

(b) $(\neg p \wedge (\neg q \wedge r)) \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r)$.

b) Feito no Boole:

=1=	=2=	=3=						(1)		
P	Q	R	(¬P ∧ (¬Q ∧ R)) ∨ (Q ∧ R)∨(P∧R)							
T	T	T	F	F	F	F	T	T	T	T
T	T	F	F	F	F	F	F	F	F	F
T	F	T	F	F	T	T	F	F	T	T
T	F	F	F	F	T	F	F	F	F	F
F	T	T	T	F	F	F	T	T	T	F
F	T	F	T	F	F	F	F	F	F	F
F	F	T	T	T	T	T	T	F	T	F
F	F	F	T	F	T	F	F	F	F	F
									(1)	

(c) $(p \vee (q \wedge r)) \vee \neg((p \vee q) \wedge (r \vee s))$.

c) Feito no Boole:

=1=	=2=	=3=	=4=			(1)				
P	Q	R	S	(P ∨ (Q ∧ R)) ∨ ¬((P ∨ Q) ∧ (R ∨ S))						
T	T	T	T	T	T	T	F	T	T	T
T	T	T	F	T	T	T	F	T	T	T
T	T	F	T	T	F	T	F	T	T	T
T	T	F	F	T	F	T	T	T	F	F
T	F	T	T	T	F	T	F	T	T	T
T	F	T	F	T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	T	T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F	T	T	T	F	F
F	T	T	T	T	T	T	F	T	T	T
F	T	T	F	T	T	T	F	T	T	T
F	T	F	T	F	F	F	F	T	T	T
F	T	F	F	F	F	T	T	T	F	F
F	F	T	T	F	F	T	T	F	F	T
F	F	T	F	F	F	T	T	F	F	T
F	F	F	T	F	F	T	T	F	F	T
F	F	F	F	F	F	T	T	F	F	F
						(1)				

(d) $(p\to\neg q)\wedge(q\to p)$.

d) Feito no Boole :

=1=	=2=			(1)	
P	Q	(P → ¬Q) ∧ (Q → P)			
T	T	F	F	F	T
T	F	T	T	T	T
F	T	T	F	F	F
F	F	T	T	T	T
				(1)	

(e) $((p\to q)\to q)\vee\neg p$.

e) Feito no Boole :

=1=	=2=		(1)		
P	Q	((P → Q) → Q) ∨ ¬P			
T	T	T	T	T	F
T	F	F	T	T	F
F	T	T	T	T	T
F	F	T	F	T	T
				(1)	

10. O conectivo lógico conhecido por "ou exclusivo", e denotado por $\dot\vee$, é definido pela tabela de verdade

p	q	$p \dot\vee q$	$p \vee q$
V	V	F	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	F

$V \vee V \equiv V$

$V \dot\vee V \equiv F$

(a) Mostre que $\dot\vee$ é equivalente a $\neg(p \leftrightarrow q)$.

(b) Construa a tabela de verdade para $(p \dot\vee q) \dot\vee r$.

a)

p	q	$p \leftrightarrow q$	$\neg(p \leftrightarrow q)$	$p \dot\vee q$
V	V	V	F	F
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	V	F	F

As proposições são equivalentes

b)

p	q	r	$(p \dot\vee q)$	$(p \dot\vee q) \dot\vee r$
V	V	V	F	V
V	V	F	F	F
V	F	V	V	F
V	F	F	V	V
F	V	V	V	F
F	V	F	V	V
F	F	V	F	V
F	F	F	F	F

coluna final

11. Determine valores de verdade para as variáveis proposicionais p, q e r para os quais o valor de verdade da fbf $(p \vee q \to r) \wedge p \to (r \to q)$ seja falso.

$$(p \vee q \to r) \wedge p \to (r \to q) \equiv F$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (p \vee q \to r) \wedge p \equiv V \\ r \to q \equiv F \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overline{\qquad} \\ r \equiv V \wedge q \equiv F \end{cases}$$

$$\begin{cases} (\underbrace{p \vee F \to V}_{\equiv V}) \wedge p \equiv V \\ r \equiv V \wedge q \equiv F \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underbrace{V \wedge p}_{p} \equiv V \\ r \equiv V \wedge q \equiv F \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} p \equiv V \\ r \equiv V \\ q \equiv F \end{cases}$$

NOTA:

$p \to V \equiv V$

$V \to p \equiv p$

$p \to F \equiv \neg p$

$F \to p \equiv V$

12. Qual é o valor de verdade das seguintes proposições?

(a) O número 2 é primo ou 4 é ímpar.

a) $V \vee F \equiv V$

(b) O número 2 não é primo e 4 é ímpar.

b) $F \wedge F \equiv F$

(c) O número 2 é primo e 4 é ímpar.

c) $V \wedge F \equiv F$

(d) O número 2 não é primo ou 4 é ímpar.

d) $F \vee F \equiv F$

(e) Se 2 não for primo então 4 é ímpar.

e) $F \to F \equiv V$

(f) Se 2 não for primo então 4 é par.

f) $F \longrightarrow V \equiv V$

(g) Se 2 não for primo e 4 for par então $4 < 2$.

g) $(F \wedge V) \longrightarrow F \equiv F \longrightarrow F \equiv V$