

Nome completo:

Número de estudante:

Este teste tem 5 perguntas. Na pergunta 1 deverá justificar a sua resposta. Nas restantes perguntas, responda apenas ao que lhe é pedido nos lugares indicados para o efeito.

1. Verifique que $(p \vee q) \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$ é uma tautologia, usando

(a) o método de Quine. (b) equivalências básicas. (c) tabelas de verdade.

(a) $A = (p \vee q) \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$

$$A(q/V) \equiv V$$

$$A(q/F) = (p \vee F) \wedge (p \rightarrow F) \rightarrow F \equiv p \wedge \neg p \rightarrow F \equiv F \rightarrow F \equiv V$$

(b) $(p \vee q) \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q \equiv (\neg p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q \equiv q \rightarrow q \equiv V$

pois $(\neg p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow q) \equiv (p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \equiv (p \wedge \neg p) \vee q \equiv F \vee q \equiv q$

2. Sejam d a proposição "*D dorme*", p a proposição "*P pinta*", e v a proposição "*V toca violino*".

Traduza as frases seguintes para fórmulas do cálculo proposicional:

(a) D dorme sempre que P não pinta. $\neg p \rightarrow d$

(b) D dorme se e só se P não pinta. $d \leftrightarrow \neg p$

(c) Para que V toque violino é necessário que P pinte e D durma. $v \rightarrow (p \wedge d)$

(d) É suficiente que P pinte para que D não durma. $p \rightarrow \neg d$

(e) V toca violino, caso D durma e P pinte. $(d \wedge p) \rightarrow v$

3. Seja g a proposição "*A equipa marca dois golos*", a a proposição "*Ganho a aposta*", c a proposição "*Vou correr*", e l a proposição "*O cão ladra*". Considere o seguinte argumento lógico:

A equipa marca dois golos ou ganho a aposta. Vou correr só se a equipa não marcar dois golos. Para que eu ganhe a aposta é condição necessária e suficiente que o cão ladre. Logo, não corro ou o cão ladra.

Valide com **X** a fórmula proposicional abaixo que formaliza este argumento lógico:

(a) $(g \vee a) \wedge (c \rightarrow \neg g) \wedge (a \leftrightarrow l) \rightarrow (\neg c \vee l).$

X

(b) $(g \vee a) \wedge (c \rightarrow \neg g) \wedge (a \leftrightarrow l) \wedge (c \rightarrow l).$

(c) $(g \vee a) \wedge (c \rightarrow \neg g) \wedge (a \leftrightarrow l) \wedge \neg c \rightarrow l.$

4. Indique se os seguintes argumentos estão correctos: (S: sim, N: não)

S N

(a)
$$\begin{array}{l} r \wedge \neg c \\ r \rightarrow a \vee c \\ \neg f \\ \hline \therefore a \wedge \neg f \end{array}$$

X	
---	--

1. $r \wedge \neg c$ (P)
2. $r \rightarrow a \vee c$ (P)
3. $\neg f$ (P)
4. r , Simplificação (1)
5. $a \vee c$, MP (4, 2)
6. $\neg c$, Simplificação (1)
7. a , SD (5, 6)
8. $a \wedge \neg f$; Conjunção (3, 7)

(b) E estuda só se C não canta. C canta ou L lê. Logo, E estuda caso L leia.

	X
--	---

$$(F \rightarrow \neg C) \wedge (C \vee V) \rightarrow (V \rightarrow F) \equiv V \rightarrow F \equiv F$$

5. Indique a forma normal conjuntiva correspondente à função de verdade $f(p, q)$ dada pela tabela

p	q	$f(p, q)$
F	F	V
V	F	F
F	V	F
V	V	F

$$(\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q) \equiv \neg p \wedge \neg q$$

Cotação:

(1) 1; (2) 1; (3) 0.6; (4) 0.8; (5) 0.6