Alle Klausuren wurden nach folgendem Schlüssel bewertet:

Punkte	**Note**
100–92	1
91–80	2
79–66	3
65–51	4
50–0	nicht bestanden

Logisch-philosophische Propädeutik
Wintersemester 2008/09
Klausur

1) Ist der folgende Schluss gültig? Bitte begründen Sie ihre Antwort. **[10]**

Logiker verstehen die Welt oder die Welt ist schlicht unverständlich. Wenn Logiker die Welt verstehen, dann ist es sinnvoll, sich mit Logik zu beschäftigen, und wenn die Welt schlicht unverständlich ist, dann haben die Agnostiker recht. Also ist es sinnvoll, sich mit Logik zu beschäftigen, oder die Agnostiker haben recht.

2) Prüfen Sie mit Hilfe von Wahrheitstabellen, ob folgende Ausdrücke formal wahr sind:

a) $\neg(P \leftrightarrow Q \vee R) \leftrightarrow (Q \not\leftrightarrow \neg R)$ **[8]**

b) $(P \wedge \neg\neg Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)$ **[8]**

3) Herr S. behauptet: *Entweder Gott existiert oder Gott existiert nicht. Gott existiert. Folglich existiert Gott nicht.* Zur Begründung seiner Behauptung gibt er folgende Ableitung: **[6]**

1	(1)	$G \not\leftrightarrow \neg G$	A
2	(2)	G	A
1	(3)	$G \rightarrow \neg G$	$\not\leftrightarrow B, 1$
1,2	(4)	$\neg G$	$\rightarrow B, 3, 2$

Was halten Sie davon?

4) Geben Sie eine Ableitung im KNS:

a) $\neg A \vee \neg B \vdash A \rightarrow \neg B$ **[8]**

b) $(A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C) \vdash A \leftrightarrow C$ **[8]**

c) $\forall x(Ax \rightarrow Bx), \forall x(\neg Bx) \vdash \exists x(\neg Ax)$ **[10]**

d) $\exists x(Ax \rightarrow Bx) \vdash \forall x(Ax) \rightarrow \exists x(Bx)$ **[14]**

5) Geben Sie einen Beweis im KNS:

a) $\vdash \neg(B \leftrightarrow \neg B)$ **[12]**

b) $\vdash \exists x(Ax \wedge \neg Bx) \rightarrow \neg\forall x(Ax \rightarrow Bx)$ **[16]**

[$\sum$ **100**]

Musterlösung

Lösung zu 1: Der Schluss ist gültig, denn es gibt für die entsprechende Sequenz $L \vee U$, $(L \rightarrow S) \wedge (U \rightarrow A) \vdash S \vee A$ eine Ableitung im KNS, wobei

„L“ für „Logiker verstehen die Welt.“
„U“ für „Die Welt ist schlicht unverständlich.“
„S“ für „Es ist sinnvoll, sich mit Logik zu beschäftigen.“
„A“ für „Die Agnostiker haben recht.“

1	(1)	$L \vee U$	A
2	(2)	$(L \rightarrow S) \wedge (U \rightarrow A)$	A
2	(3)	$L \rightarrow S$	$\wedge B, 2$
4	(4)	L	A
2,4	(5)	S	$\rightarrow B, 3, 4$
2,4	(6)	$S \vee A$	$\vee E, 5$
2	(7)	$L \rightarrow S \vee A$	$\rightarrow E, \underline{4}, 6$
2	(8)	$U \rightarrow A$	$\wedge B, 2$
9	(9)	U	A
2,9	(10)	A	$\rightarrow B, 8, 9$
2,9	(11)	$S \vee A$	$\vee E, 10$
2	(12)	$U \rightarrow S \vee A$	$\rightarrow E, \underline{9}, 11$
1,2	(13)	$S \vee A$	$KD, 1, 7, 12$

Lösung zu 2a: Der Ausdruck ist nicht formal wahr, denn die Wahrheitswertverläufe von Spalte (7) und Spalte (8) sind verschieden:

(1) P	(2) Q	(3) R	(4) $\neg R$	(5) $Q \vee R$	(6) $P \leftrightarrow Q \vee R$	(7) $\neg(P \leftrightarrow Q \vee R)$	(8) $Q \not\leftrightarrow \neg R$
1	1	1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	0	0
1	0	1	0	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	1	0
0	0	0	1	0	1	0	1

Lösung zu 2b: Der Ausdruck ist formal wahr, denn sein Wahrheitswertverlauf in Spalte (8) enthält nur Einsen:

(1) P	(2) Q	(3) $\neg Q$	(4) $\neg\neg Q$	(5) $P \wedge \neg\neg Q$	(6) $\neg P$	(7) $\neg P \vee Q$	(8) $(P \wedge \neg\neg Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)$
1	1	0	1	1	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	1	1
0	0	1	0	0	1	1	1

Lösung zu 3: Herr S. hat nicht recht. Der Fehler liegt in Zeile (3) seiner Ableitung. Eine Disjunktionsbeseitigung müsste zu $G \rightarrow \neg\neg G$ oder $\neg G \rightarrow \neg G$ führen.

Lösung zu 4a:

1	(1)	$\neg A \vee \neg B$	A
2	(2)	A	A
2	(3)	$\neg\neg A$	$SP, 2$
1,2	(4)	$\neg B$	$\vee B, 1, 3$
1	(5)	$A \rightarrow \neg B$	$\rightarrow E, \underline{2}, 4$

Lösung zu 4b:

1	(1)	$(A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C)$	A
1	(2)	$A \leftrightarrow B$	$\wedge B, 1$
1	(3)	$A \rightarrow B$	$\leftrightarrow B, 2$
1	(4)	$B \leftrightarrow C$	$\wedge B, 1$
1	(5)	$B \rightarrow C$	$\leftrightarrow B, 4$
1	(6)	$A \rightarrow C$	$KS, 3, 5$
1	(7)	$B \leftrightarrow C$	$\wedge B, 1$
1	(8)	$C \rightarrow B$	$\leftrightarrow B, 7$
1	(9)	$B \rightarrow A$	$\leftrightarrow B, 2$
1	(10)	$C \rightarrow A$	$KS, 8, 9$
1	(11)	$A \leftrightarrow C$	$\leftrightarrow E, 6, 10$

Lösung zu 4c:

1	(1)	$\forall x(Ax \rightarrow Bx)$	A
2	(2)	$\forall x(\neg Bx)$	A
1	(3)	$Aa \rightarrow Ba$	$\forall B, 1$
2	(4)	$\neg Ba$	$\forall B, 2$
1,2	(5)	$\neg Aa$	$MT, 3, 4$
1,2	(6)	$\exists x(\neg Ax)$	$\exists E, 5$

Lösung zu 4d:

1	(1)	$\exists x(Ax \rightarrow Bx)$	A
2	(2)	$Aa \rightarrow Ba$	A
3	(3)	$\forall x(Ax)$	A
3	(4)	Aa	$\forall B, 3$
2,3	(5)	Ba	$\rightarrow B, 2, 4$
2,3	(6)	$\exists x(Bx)$	$\exists E, 5$
2	(7)	$\forall x(Ax) \rightarrow \exists x(Bx)$	$\rightarrow E, \underline{3}, 6$
	(8)	$(Aa \rightarrow Ba) \rightarrow (\forall x(Ax) \rightarrow \exists x(Bx))$	$\rightarrow E, \underline{2}, 7$
1	(9)	$\forall x(Ax) \rightarrow \exists x(Bx)$	$\exists B, 1, 8$

Lösung zu 5a:

1	(1)	$B \leftrightarrow \neg B$	A
1	(2)	$B \rightarrow \neg B$	$\leftrightarrow B, 1$
3	(3)	B	A
1,3	(4)	$\neg B$	$\rightarrow B, 2, 3$
1,3	(5)	$B \wedge \neg B$	$\wedge E, 3, 4$
1	(6)	$B \rightarrow (B \wedge \neg B)$	$\rightarrow E, \underline{3}, 5$
1	(7)	$\neg B$	$\neg E, 6$
1	(8)	$\neg B \rightarrow B$	$\leftrightarrow B, 1$
1	(9)	B	$\rightarrow B, 8, 7$
1	(10)	$B \wedge \neg B$	$\wedge E, 9, 7$
	(11)	$(B \leftrightarrow \neg B) \rightarrow B \wedge \neg B$	$\rightarrow E, \underline{1}, 10$
	(12)	$\neg(B \leftrightarrow \neg B)$	$\neg E, 11$

Lösung zu 5b:

1	(1)	$\exists x(Ax \wedge \neg Bx)$	A
2	(2)	$Aa \wedge \neg Ba$	A
3	(3)	$\forall x(Ax \rightarrow Bx)$	A
3	(4)	$Aa \rightarrow Ba$	$\forall B, 3$
2	(5)	Aa	$\wedge B, 2$
2,3	(6)	Ba	$\rightarrow B, 4, 5$
2	(7)	$\neg Ba$	$\wedge B, 2$
2,3	(8)	$Ba \wedge \neg Ba$	$\wedge E, 6, 7$
2	(9)	$\forall x(Ax \rightarrow Bx) \rightarrow Ba \wedge \neg Ba$	$\rightarrow E, \underline{3}, 8$
2	(10)	$\neg \forall x(Ax \rightarrow Bx)$	$\neg E, 9$
	(11)	$Aa \wedge \neg Ba \rightarrow \neg \forall x(Ax \rightarrow Bx)$	$\rightarrow E, \underline{2}, 10$
1	(12)	$\neg \forall x(Ax \rightarrow Bx)$	$\exists B, 1, 11$
	(13)	$\exists x(Ax \wedge \neg Bx) \rightarrow \neg \forall x(Ax \rightarrow Bx)$	$\rightarrow E, \underline{1}, 12$

Logisch-philosophische Propädeutik
Wintersemester 2008/09
Nachholklausur

1) Die Regel *ex falso quodlibet* besagt, dass aus Falschem (d. h. aus einem Widerspruch) Beliebiges folgt. Plausibilisieren Sie dies mit Hilfe des KNS und der Wahrheitstafelmethode. **[10]**

2) Prüfen Sie mit Hilfe von Wahrheitstabellen, ob folgende Ausdrücke formal wahr sind:

a) $\neg(A \leftrightarrow B \vee C) \leftrightarrow (B \not\leftrightarrow \neg C)$ **[8]**

b) $(P \wedge \neg\neg Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)$ **[8]**

3) Herr S. behauptet: *Entweder es regnet oder es regnet nicht. Nun regnet es. Folglich regnet es nicht.* Zur Begründung seiner Behauptung gibt er folgende Ableitung: **[6]**

1	(1)	$R \not\leftrightarrow \neg R$	A
2	(2)	R	A
1	(3)	$R \rightarrow \neg R$	$\not\leftrightarrow B, 1$
1,2	(4)	$\neg R$	$\rightarrow B, 3, 2$

Was halten Sie davon?

4) Geben Sie eine Ableitung im KNS:

a) $\neg A \vee \neg B \vdash A \rightarrow \neg B$ **[8]**

b) $\mathrm{A} \wedge \mathrm{B} \vdash \neg(\mathrm{A} \rightarrow \neg\mathrm{B})$ **[8]**

c) $\forall x(Ax \rightarrow Bx), \forall x Ax \vdash \exists x Bx$ **[10]**

d) $\exists x(Ax \vee Bx) \vdash \forall x \neg Ax \rightarrow \exists x Bx$ **[14]**

5) Geben Sie einen Beweis im KNS:

a) $\vdash \neg(P \leftrightarrow \neg P)$ **[12]**

b) $\vdash \exists x(\neg Ax \wedge \neg Bx) \rightarrow \neg\forall x(\neg Ax \rightarrow Bx)$ **[16]**

[$\sum$ **100**]

Musterlösung

Lösung zu 1: $\mathrm{P} \wedge \neg \mathrm{P} \vdash \mathrm{Q}$:

1	(1)	$\mathrm{P} \wedge \neg\mathrm{P}$	A
1	(2)	P	$\wedge$B, 1
1	(3)	$\mathrm{P} \vee \mathrm{Q}$	$\vee$E, 2
1	(4)	$\neg$P	$\wedge$B, 1
1	(5)	Q	$\vee$B, 3, 4

P	Q	$\neg$P	$\mathrm{P} \wedge \neg\mathrm{P}$	$(\mathrm{P} \wedge \neg\mathrm{P}) \rightarrow \mathrm{Q}$
1	1	0	0	1
1	0	0	0	1
0	1	1	0	1
0	0	1	0	1

Lösung zu 2a: Der Ausdruck ist nicht formal wahr, denn die Wahrheitswertverläufe von Spalte (7) und Spalte (8) sind verschieden:

(1) A	(2) B	(3) C	(4) $\neg C$	(5) $B \vee C$	(6) $A \leftrightarrow B \vee C$	(7) $\neg(A \leftrightarrow B \vee C)$	(8) $B \not\leftrightarrow \neg C$
1	1	1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	0	0
1	0	1	0	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	1	0
0	0	0	1	0	1	0	1

Lösung zu 2b: Der Ausdruck ist formal wahr, denn sein Wahrheitswertverlauf in Spalte (8) enthält nur Einsen:

(1) P	(2) Q	(3) $\neg Q$	(4) $\neg\neg Q$	(5) $P \wedge \neg\neg Q$	(6) $\neg P$	(7) $\neg P \vee Q$	(8) $(P \wedge \neg\neg Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)$
1	1	0	1	1	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	1	1
0	0	1	0	0	1	1	1

Lösung zu 3: Herr S. hat nicht recht. Der Fehler liegt in Zeile (3) seiner Ableitung. Eine Disjunktionsbeseitigung müsste zu $R \to \neg\neg R$ oder $\neg R \to \neg R$ führen.

Lösung zu 4a:

1	(1)	$\neg A \vee \neg B$	A
2	(2)	A	A
2	(3)	$\neg\neg A$	$SP, 2$
1,2	(4)	$\neg B$	$\vee B, 1, 3$
1	(5)	$A \to \neg B$	$\to E, \underline{2}, 4$

Lösung zu 4b:

1	(1)	$\mathrm{A} \wedge \mathrm{B}$	A
2	(2)	$\mathrm{A} \to \neg\mathrm{B}$	A
1	(3)	A	$\wedge\mathrm{B}, 1$
1, 2	(4)	$\neg\mathrm{B}$	$\to\mathrm{B}, 2, 3$
1	(5)	B	$\wedge\mathrm{B}, 1$
1, 2	(6)	$\mathrm{B} \wedge \neg\mathrm{B}$	$\wedge\mathrm{E}, 5, 4$
1	(7)	$(\mathrm{A} \to \neg\mathrm{B}) \to (\mathrm{B} \wedge \neg\mathrm{B})$	$\to\mathrm{E}, \underline{2}, 6$
1	(8)	$\neg(\mathrm{A} \to \neg\mathrm{B})$	$\neg\mathrm{E}, 7$

Lösung zu 4c:

1	(1)	$\forall x(Ax \to Bx)$	A
2	(2)	$\forall x Ax$	A
1	(3)	$Aa \to Ba$	$\forall B, 1$
2	(4)	Aa	$\forall B, 2$
1,2	(5)	Ba	$\to\mathrm{B}, 3, 4$
1,2	(6)	$\exists x B Ax$	$\exists E, 5$

Lösung zu 4d:

1	(1)	$\exists x(Ax \vee Bx)$	A
2	(2)	$Aa \vee Ba$	A
3	(3)	$\forall x \neg Ax$	A
3	(4)	$\neg Aa$	$\forall B, 3$
2,3	(5)	Ba	$\vee B, 2, 4$
2,3	(6)	$\exists x Bx$	$\exists E, 5$
2	(7)	$\forall x \neg Ax \to \exists x Bx$	$\to E, \underline{3}, 6$
	(8)	$(Aa \vee Ba) \to (\forall x \neg Ax \to \exists x Bx)$	$\to E, \underline{2}, 7$
1	(9)	$\forall x \neg Ax \to \exists x Bx$	$\exists B, 1, 8$

Lösung zu 5a:

1	(1)	$P \leftrightarrow \neg P$	A
1	(2)	$P \to \neg P$	$\leftrightarrow B, 1$
3	(3)	P	A
1,3	(4)	$\neg P$	$\to B, 2, 3$
1,3	(5)	$P \wedge \neg P$	$\wedge E, 3, 4$
1	(6)	$P \to (P \wedge \neg P)$	$\to E, \underline{3}, 5$
1	(7)	$\neg P$	$\neg E, 6$
1	(8)	$\neg P \to P$	$\leftrightarrow B, 1$
1	(9)	P	$\to B, 8, 7$
1	(10)	$P \wedge \neg P$	$\wedge E, 9, 7$
	(11)	$(P \leftrightarrow \neg P) \to P \wedge \neg P$	$\to E, \underline{1}, 10$
	(12)	$\neg(P \leftrightarrow \neg P)$	$\neg E, 11$

Lösung zu 5b:

1	(1)	$\exists x(\neg Ax \wedge \neg Bx)$	A
2	(2)	$\neg Aa \wedge \neg Ba$	A
3	(3)	$\forall x(\neg Ax \rightarrow Bx)$	A
3	(4)	$\neg Aa \rightarrow Ba$	$\forall B, 3$
2	(5)	$\neg Aa$	$\wedge B, 2$
2,3	(6)	Ba	$\rightarrow B, 4, 5$
2	(7)	$\neg Ba$	$\wedge B, 2$
2,3	(8)	$Ba \wedge \neg Ba$	$\wedge E, 6, 7$
2	(9)	$\forall x(\neg Ax \rightarrow Bx) \rightarrow Ba \wedge \neg Ba$	$\rightarrow E, \underline{3}, 8$
2	(10)	$\neg\forall x(\neg Ax \rightarrow Bx)$	$\neg E, 9$
	(11)	$\neg Aa \wedge \neg Ba \rightarrow \neg\forall x(\neg Ax \rightarrow Bx)$	$\rightarrow E, \underline{2}, 10$
1	(12)	$\neg\forall x(\neg Ax \rightarrow Bx)$	$\exists B, 1, 11$
	(13)	$\exists x(\neg Ax \wedge \neg Bx) \rightarrow \neg\forall x(\neg Ax \rightarrow Bx)$	$\rightarrow E, \underline{1}, 12$

Logisch-philosophische Propädeutik
Wintersemester 2009/10
Klausur

1) Ist der folgende Schluss (aussagenlogisch) gültig? Bitte begründen Sie ihre Antwort mit Hilfe des KNS. **[10]**

Sartre trinkt gerne Kaffee oder er trinkt gerne Tee. Wenn er Tee mag, so isst er auch gerne Gebäck. Wenn er keinen Kaffee mag, dann mag er auch kein Gebäck. Also trinkt Sartre gerne Kaffee.

2) Sind folgende Ausdrücke formal wahr? Begründen Sie Ihre Antwort mit Wahrheitstabellen.

a) $\neg(A \leftrightarrow B \vee C) \leftrightarrow (B \not\leftrightarrow \neg C)$ **[6]**

b) $(A \vee B) \rightarrow (A \vee C)$ **[6]**

c) $A \not\leftrightarrow B \wedge \neg C \rightarrow \neg A$ **[8]**

3) Ist es möglich, dass in einer Ableitung die Regelanwendung „→E,<u>4</u>,2“ vorkommt? Wenn ja, warum; wenn nein, warum nicht? **[5]**

4) Was ist in der folgenden Ableitung falsch? Korrigieren Sie den Fehler. **[7]**

(1)	$A \rightarrow A$	SVI
(2)	$B \vee A \rightarrow A$	$\vee E, 1$
(3)	$B \vee A \rightarrow A \vee C$	$\vee E, 2$
(4)	$\neg(A \vee C) \rightarrow \neg(B \vee A)$	$KP, 3$

5) Geben Sie eine Ableitung im KNS:

a) $\neg A \vee B \vdash B \vee \neg A$ **[8]**

(Tipp: Was für ein Dilemma!)

b) $R \vdash R$ **[8]**

(Tipp: Eine Annahme ist noch keine Ableitung!)

c) $\neg b \rightarrow \neg a \vdash a \rightarrow \neg(\neg b \wedge c)$ **[10]**

(Tipp: Erst mal was <u>a</u>nnehmen, dann wird's tollens am Morgen!)

d) $\forall x[Ax \rightarrow (Bx \wedge Cx)], \exists x(Ax) \vdash \exists x(Cx)$ **[14]**

(Tipp: Alles darf beseitigt werden und das Richtige angenommen!)

e) Einige Griechen sind Philosophen. Kein Sophist ist Philosoph. Also sind einige Griechen keine Sophisten. **[18]**

(Ohne Tipp)

[$\sum$ 100]

Musterlösung

Lösung zu 1: Der Schluss ist gültig, denn es gibt für die entsprechende Sequenz $K \vee T$, $T \to G$, $\neg K \to \neg G \vdash K$ eine Ableitung im KNS, wobei

„K“ für „Sartre trinkt gerne Kaffee.“
„T“ für „Sartre trinkt gerne Tee.“
„G“ für „Sartre isst gerne Gebäck.“

1	(1)	$K \vee T$	A
2	(2)	$T \to G$	A
3	(3)	$\neg K \to \neg G$	A
4	(4)	$\neg K$	A
3,4	(5)	$\neg G$	$\to B, 3, 4$
2,3,4	(6)	$\neg T$	$MT, 2, 5$
1,2,3,4	(7)	K	$\vee B, 1, 6$
1,2,3,4	(8)	$K \wedge \neg K$	$\wedge E, 7, 4$
1,2,3	(9)	$\neg K \to K \wedge \neg K$	$\to E, \underline{4}, 8$
1,2,3	(10)	$\neg\neg K$	$\neg E, 9$
1,2,3	(11)	K	$\neg\neg B, 10$

Lösung zu 2a: Der Ausdruck ist nicht formal wahr, denn die Wahrheitswertverläufe von Spalte (7) und Spalte (8) sind verschieden:

(1) A	(2) B	(3) C	(4) $\neg C$	(5) $B \vee C$	(6) $A \leftrightarrow B \vee C$	(7) $\neg(A \leftrightarrow B \vee C)$	(8) $B \not\leftrightarrow \neg C$
1	1	1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	0	0
1	0	1	0	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	1	0
0	0	0	1	0	1	0	1

Lösung zu 2b: Der Ausdruck ist nicht formal wahr, denn in der letzten Spalte kommt eine Null vor:

A	B	C	$A \vee B$	$A \vee C$	$(A \vee B) \to (A \vee C)$
1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	0	1

Lösung zu 2c: Der Ausdruck $[A \not\leftrightarrow (B \wedge \neg C)] \rightarrow \neg A$ ist nicht formal wahr, da in der letzten Spalte mehrere Nullen vorkommen:

A	B	C	$\neg C$	(1) $B \wedge \neg C$	(2) $A \not\leftrightarrow$ (1)	$\neg A$	(2) $\rightarrow \neg A$
1	1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1
0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	1	1

Lösung zu 3: Nein, denn das würde bedeuten, dass die Aussage in Zeile (2) von der Aussage in Zeile (4) abhängt. Beim Stand von Zeile (2) kann Zeile (4) aber noch gar nicht vorkommen. Grundsätzlich kann bei der Regel $\rightarrow E$ die erste Ziffer nie größer sein als die zweite, d. h. bei $\rightarrow E, \underline{x}, y$ gilt $x \leq y$.

Lösung zu 4: Die Bindungsstärke der Junktoren, die über den Hauptjunktor entscheidet, wurde nicht beachtet. Die konsequente Klammerung zeigt diese (und damit die Unkorrektheit von KP in der vierten Zeile):

(1)	$A \rightarrow A$	SVI
(2)	$B \vee (A \rightarrow A)$	$\vee E, 1$
(3)	$(B \vee (A \rightarrow A)) \vee C$	$\vee E, 2$

Lösung zu 5a:

1	(1)	$\neg A \vee B$	A
2	(2)	$\neg A$	A
2	(3)	$B \vee \neg A$	$\vee E, 2$
4	(4)	B	A
4	(5)	$B \vee \neg A$	$\vee E, 4$
	(6)	$\neg A \rightarrow (B \vee \neg A)$	$\rightarrow E, \underline{2}, 3$
	(7)	$B \rightarrow (B \vee \neg A)$	$\rightarrow E, \underline{4}, 5$
1	(8)	$B \vee \neg A$	$KD, 1, 6, 7$

Lösung zu 5b:

1	(1)	P	A
	(2)	$P \rightarrow P$	SVI
1	(3)	P	$\rightarrow B, 2, 1$

Lösung zu 5c:

1	(1)	$\neg b \rightarrow \neg a$	A
2	(2)	a	A
2	(3)	$\neg\neg a$	$SP, 2$
1,2	(4)	$\neg\neg b$	$MT, 1, 3$
1,2	(5)	$\neg\neg b \vee \neg c$	$\vee E, 4$
1,2	(6)	$\neg(\neg b \wedge c)$	$DM, 5$
1	(7)	$a \rightarrow \neg(\neg b \wedge c)$	$\rightarrow E, \underline{2}, 6$

Lösung zu 5d:

1	(1)	$\forall x[Ax \to (Bx \wedge Cx)]$	A
2	(2)	$\exists x Ax$	A
1	(3)	$Aa \to (Ba \wedge Ca)$	$\forall B, 1$
4	(4)	Aa	A
1,4	(5)	$Ba \wedge Ca$	$\to B, 3, 4$
1,4	(6)	Ca	$\wedge B, 5$
1,4	(7)	$\exists x Cx$	$\exists E, 6$
1	(8)	$Aa \to \exists x Cx$	$\to E, \underline{4}, 7$
1,2	(9)	$\exists x Cx$	$\exists B, 2, 8$

Lösung zu 5e:

1	(1)	$\exists x(Gx \wedge Px)$	A
2	(2)	$\forall x(Sx \to \neg Px)$	A
2	(3)	$Sa \to \neg Pa$	$\forall B, 2$
4	(4)	$Ga \wedge Pa$	A
4	(5)	Pa	$\wedge B, 4$
4	(6)	$\neg\neg Pa$	$SP, 5$
2,4	(7)	$\neg Sa$	$MT, 3, 6$
4	(8)	Ga	$\wedge B, 4$
2,4	(9)	$Ga \wedge \neg Sa$	$\wedge E, 8, 7$
2,4	(10)	$\exists x(Gx \wedge \neg Sx)$	$\exists E, 9$
2	(11)	$(Ga \wedge Pa) \to \exists x(Gx \wedge \neg Sx)$	$\to E, \underline{4}, 10$
1,2	(12)	$\exists x(Gx \wedge \neg Sx)$	$\exists B, 1, 11$

Dabei gilt: „Gx“ für „x ist Grieche“
„Px“ für „x ist Philosoph“
„Sx“ für „x ist Sophist“

Logisch-philosophische Propädeutik
Wintersemester 2009/10
Nachholklausur

1) Ist der folgende Schluss (aussagenlogisch) gültig? Bitte begründen Sie ihre Antwort mit Hilfe des KNS. **[10]**

Wenn Kant Wild mag, so mag er auch Senf. Kant mag Wild oder Fisch. Wenn er keinen Fisch mag, dann mag er keinen Senf. Also mag Kant Fisch.

2) Sind folgende Ausdrücke formal wahr? Begründen Sie Ihre Antwort mit Wahrheitstabellen.

a) $(A \wedge \neg\neg B \vee C) \not\leftrightarrow (C \leftrightarrow B)$ **[6]**

b) $(A \wedge B) \rightarrow (A \wedge C)$ **[6]**

c) $A \leftrightarrow \neg B \rightarrow C \not\leftrightarrow A$ **[8]**

3) Ist es möglich, dass in einer Ableitung die Regelanwendung „KP,4,2“ vorkommt? Wenn ja, warum; wenn nein, warum nicht? **[5]**

4) Was ist in der folgenden Ableitung falsch? Korrigieren Sie den Fehler. **[7]**

(1)	$A \rightarrow A$	SVI
(2)	$B \rightarrow A \rightarrow A$	HA,1
(3)	$C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow A$	HA,2
(4)	$\neg(A \rightarrow A) \rightarrow \neg(C \rightarrow B)$	KP,3

5) Geben Sie eine Ableitung im KNS:

a) $H \leftrightarrow A, U \rightarrow \neg A \vdash H \rightarrow \neg U$ **[8]**

(Tipp: Erst mal etwas <u>a</u>nnehmen, dann die Ketten rasseln lassen!)

b) $\neg R \vee \neg\neg R \vdash R \rightarrow (\neg R \vee \neg\neg R)$ **[8]**

(Tipp: Man muss auch mal Schwäche zeigen können!)

c) $\neg(P \vee \neg Q) \rightarrow \neg R \vdash R \rightarrow \neg(\neg(P \vee \neg Q) \wedge S)$ **[12]**

(Tipp: Haben Sie sich die erste Klausur genau angesehen?)

d) $\forall x(Ax \not\leftrightarrow Bx),\ Ba \vdash \exists x \neg Ax$ **[14]**

(Tipp: Bei unkritischen Regeln muss man nichts beachten – wie schön!)

e) Alle Philosophen sind Logikenthusiasten. Alle Logikenthusiasten sind glücklich. Also sind alle Philosophen glücklich. <u>**[16]**</u>

(Ohne Tipp, da sowieso wahr.)

[$\sum$ **100**]

Musterlösung

Lösung zu 1: Der Schluss ist gültig, denn es gibt für die entsprechende Sequenz $W \to S$, $W \vee F$, $\neg F \to \neg S \;\vdash\; F$ eine Ableitung im KNS, wobei

„W“ für „Kant mag Wild.“
„F“ für „Kant mag Fisch.“
„S“ für „Kant mag Senf.“

1	(1)	$W \to S$	A
2	(2)	$W \vee F$	A
3	(3)	$\neg F \to \neg S$	A
4	(4)	$\neg F$	A
3,4	(5)	$\neg S$	$\to B, 3, 4$
1,3,4	(6)	$\neg W$	$MT, 1, 5$
1,2,3,4	(7)	F	$\vee B, 2, 6$
1,2,3,4	(8)	$F \wedge \neg F$	$\wedge E, 7, 4$
1,2,3	(9)	$\neg F \to F \wedge \neg F$	$\to E, \underline{4}, 8$
1,2,3	(10)	$\neg\neg F$	$\neg E, 9$
1,2,3	(11)	F	$\neg\neg B, 10$

Lösung zu 2a: Der Ausdruck ist nicht formal wahr, denn der Wahrheitswertverlauf von Spalte (9) weist auch Nullen auf:

(1) A	(2) B	(3) C	(4) $\neg B$	(5) $\neg\neg B$	(6) $A \wedge \neg\neg B$	(7) $A \wedge \neg\neg B \vee C$	(8) $C \leftrightarrow B$	(9) (7) $\nleftrightarrow$ (8)
1	1	1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1	0	1
0	0	0	1	0	0	0	1	1

Lösung zu 2b: Der Ausdruck ist nicht formal wahr, denn in der letzten Spalte kommt eine Null vor:

A	B	C	$A \wedge B$	$A \wedge C$	$(A \wedge B) \to (A \wedge C)$
1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1
0	0	0	0	0	1

Lösung zu 2c: Der Ausdruck $A \leftrightarrow [\neg B \to (C \not\leftrightarrow A)]$ ist nicht formal wahr, da in der letzten Spalte mehrere Nullen vorkommen:

A	B	C	$C \not\leftrightarrow A$	$\neg B$	(1) $\neg B \to C \not\leftrightarrow A$	$A \leftrightarrow (1)$
1	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	1	1	0
0	0	0	0	1	0	1

Lösung zu 3: Nein, denn die Regel der Kontraposition (KP) wird auf nur eine Zeile angewendet.

Lösung zu 4: Die Bindungsstärke der Junktoren, die über den Hauptjunktor entscheidet, wurde nicht beachtet. Die konsequente Klammerung zeigt diese (und damit die Unkorrektheit von KP in der vierten Zeile). Korrekt sähe die Ableitung so aus:

(1)	$A \to A$	SVI
(2)	$B \to (A \to A)$	HA,1
(3)	$C \to (B \to (A \to A))$	HA,2
(4)	$\neg(B \to (A \to A)) \to \neg C$	KP,3

Lösung zu 5a:

1	(1)	$H \leftrightarrow A$	A
2	(2)	$U \to \neg A$	A
3	(3)	A	A
3	(4)	$\neg\neg A$	$SP, 3$
2	(5)	$\neg\neg A \to \neg U$	$KP, 2$
2,3	(6)	$\neg U$	$\to B, 5, 4$
2	(7)	$A \to \neg U$	$\to E, \underline{3}, 6$
1	(8)	$H \to A$	$\leftrightarrow B, 1$
1,2	(9)	$H \to \neg U$	$KS, 8, 7$

Lösung zu 5b:

1	(1)	$\neg R \vee \neg\neg R$	A
1	(2)	$R \to (\neg R \vee \neg\neg R)$	$HA, 1$

Lösung zu 5c:

1	(1)	$\neg(P \vee \neg Q) \to \neg R$	A
2	(2)	R	A
2	(3)	$\neg\neg R$	$SP, 2$
1,2	(4)	$\neg\neg(P \vee \neg Q)$	$MT, 1, 3$
1,2	(5)	$\neg\neg(P \vee \neg Q) \vee \neg S$	$\vee E, 4$
1,2	(6)	$\neg(\neg(P \vee \neg Q) \wedge S)$	$DM, 5$
1	(7)	$R \to \neg(\neg(P \vee \neg Q) \wedge S)$	$\to E, \underline{2}, 6$

Lösung zu 5d:	1	(1)	$\forall x(Ax \not\leftrightarrow Bx)$	A
	2	(2)	Ba	A
	1	(3)	$Aa \not\leftrightarrow Ba$	$\forall B, 1$
	1	(4)	$Aa \rightarrow \neg Ba$	$\not\leftrightarrow B, 3$
	2	(5)	$\neg\neg Ba$	$SP, 2$
	1,2	(6)	$\neg Aa$	$MT, 4, 5$
	1,2	(7)	$\exists x \neg Ax$	$\exists E, 6$

Lösung zu 5e:	1	(1)	$\forall x(Px \rightarrow Lx)$	A
	2	(2)	$\forall x(Lx \rightarrow Gx)$	A
	1	(3)	$Pa \rightarrow La$	$\forall B, 1$
	2	(4)	$La \rightarrow Ga$	$\forall B, 2$
	1,2	(5)	$Pa \rightarrow Ga$	$KS, 3, 4$
	1,2	(6)	$\forall x(Px \rightarrow Gx)$	$\forall E, 5$

Dabei gilt: „Px“ für „x ist Philosoph“
„Lx“ für „x ist Logikenthusiast“
„Gx“ für „x ist glücklich“

Logisch-philosophische Propädeutik
Wintersemester 2010/11
Klausur

1) Sind folgende Ausdrücke formal wahr? Begründen Sie Ihre Antwort mit Wahrheitstabellen.

a) $(\neg P \vee Q) \rightarrow (\neg P \wedge R)$ **[10]**

b) $(S \not\leftrightarrow H) \wedge (\neg S \rightarrow \neg H) \rightarrow S$ **[10]**

2) Ist der folgende Schluss (aussagenlogisch) gültig? Bitte begründen Sie ihre Antwort mit Hilfe des KNS. **[20]**

Wenn Dialektik tiefgründig ist, dann ist Hegel ein Philosoph. Dialektik ist entweder sinnwidrig oder tiefgründig. Wenn Dialektik nicht sinnwidrig ist, dann ist Hegel kein Philosoph. Ergo ist Dialektik sinnwidrig.

3) Die Regel *ex falso quodlibet* besagt, dass aus Falschem Beliebiges folgt. Bitte erläutern Sie diese Regel unter Zuhilfenahme der Wahrheitstafel-Methode und des KNS. **[20]**

4) Was ist in der folgenden Ableitung falsch? **[10]**

1	(1)	$T \rightarrow H$	A
2	(2)	$S \not\leftrightarrow T$	A
2	(3)	$S \rightarrow T$	$\not\leftrightarrow$B,2
1,2	(4)	$S \rightarrow H$	KS,3,1

5) Geben Sie eine Ableitung im KNS:

a) Alle Hegelianer sind Dialektiker. Alle Dialektiker haben ein Problem mit dem *principium contradictionis exclusi.* Also haben alle Hegelianer ein Problem mit dem *principium contradictionis exclusi.* **[15]**

b) $\forall x[\neg Px \rightarrow (Qx \wedge \neg Rx)],\ \neg Pa \vdash \exists x \neg Rx$ **[15]**

[$\sum$ **100**]

Musterlösung

Lösung zu 1a: Der Ausdruck ist nicht formal wahr, denn in der letzten Spalte kommen mehrere Nullen vor:

P	Q	R	$\neg P$	$\neg P \vee Q$	$\neg P \wedge R$	$(\neg P \vee Q) \rightarrow (\neg P \wedge R)$
1	1	1	0	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	0	0

Lösung zu 1b: Der Ausdruck ist formal wahr, da in der letzten Spalte nur Einsen stehen:

				(1)	(2)	(3)	
S	H	$\neg S$	$\neg H$	$S \not\leftrightarrow H$	$\neg S \rightarrow \neg H$	$(1) \wedge (2)$	$(3) \rightarrow S$
1	1	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	1

Lösung zu 2: Der Schluss ist gültig, denn es gibt für die entsprechende Sequenz $T \rightarrow H$, $S \not\leftrightarrow T$, $\neg S \rightarrow \neg H \vdash S$ eine Ableitung im KNS, wobei

„T“ für „Dialektik ist tiefgründig.“
„H“ für „Hegel ist ein Philosoph.“
„S“ für „Dialektik ist sinnwidrig.“

1	(1)	$T \rightarrow H$	A
2	(2)	$S \not\leftrightarrow T$	A
3	(3)	$\neg S \rightarrow \neg H$	A
4	(4)	$\neg S$	A
2	(5)	$\neg S \rightarrow T$	$\not\leftrightarrow B, 2$
2,4	(6)	T	$\rightarrow B, 5, 4$
1,2,4	(7)	H	$\rightarrow B, 1, 6$
3	(8)	$\neg\neg H \rightarrow \neg\neg S$	$KP, 3$
1,2,4	(9)	$\neg\neg H$	$SP, 7$
1,2,3,4	(10)	$\neg\neg S$	$\rightarrow B, 8, 9$
1,2,3,4	(11)	$\neg S \wedge \neg\neg S$	$\wedge E, 4, 10$
1,2,3	(12)	$\neg S \rightarrow (\neg S \wedge \neg\neg S)$	$\rightarrow E, \underline{4}, 11$
1,2,3	(13)	$\neg\neg S$	$\neg E, 12$
1,2,3	(14)	S	$\neg\neg B, 13$

Lösung zu 3: Falschheit lässt sich formal als Widersprüchliches rekonstruieren. Bei dieser Interpretation würde *ex falso quodlibet* die Gültigkeit der Sequenz $\mathrm{A} \wedge \neg \mathrm{A} \ \vdash \ \mathrm{B}$ bzw. die formale Wahrheit des Ausdrucks $(\mathrm{A} \wedge \neg \mathrm{A}) \rightarrow \mathrm{B}$ behaupten (wobei B tautologisch, kontradiktorisch oder kontingent sein kann). Beides trifft zu:

1	(1)	$\mathrm{A} \wedge \neg \mathrm{A}$	A
1	(2)	A	$\wedge$B, 1
1	(3)	$\mathrm{A} \vee \mathrm{B}$	$\vee$E, 2
1	(4)	$\neg \mathrm{A}$	$\wedge$B, 1
1	(5)	B	$\vee$B, 3, 4

A	B	$\neg$A	(1) $\mathrm{A} \wedge \neg \mathrm{A}$	(2) $\mathrm{A} \vee \neg \mathrm{A}$	$(\mathrm{A} \wedge \neg \mathrm{A}) \rightarrow \mathrm{B}$	$1 \rightarrow 1$	$1 \rightarrow 2$
1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1

(Andere bzw. zusätzliche Antwortmöglichkeit:) Man kann die Regel *ex falso quodlibet* (auch) so verstehen, dass, A vorausgesetzt, aus der Verneinung von A Beliebiges folgt. Das entsprechende Theorem würde lauten $\vdash \mathrm{A} \rightarrow (\neg \mathrm{A} \rightarrow \mathrm{B})$, dessen Korrektheit sich im Hilfe von KNS und Wahrheitstafel-Methode wie folgt zeigen lässt:

1	(1)	A	A
1	(2)	$\neg$A	A
1,2	(3)	$\mathrm{A} \wedge \neg \mathrm{A}$	$\wedge$E, 1, 2
1,2	(4)	$\neg$A	$\wedge$B, 3
1,2	(5)	$\neg \mathrm{A} \vee \mathrm{B}$	$\vee$E, 4
1	(6)	$\neg\neg$A	SP, 1
1,2	(7)	B	$\vee$B, 5, 6
1	(8)	$\neg \mathrm{A} \rightarrow \mathrm{B}$	$\rightarrow$E, $\underline{2}$, 7
	(9)	$\mathrm{A} \rightarrow (\neg \mathrm{A} \rightarrow \mathrm{B})$	$\rightarrow$E, $\underline{1}$, 8

A	B	$\neg$A	(1) $\mathrm{A} \wedge \neg \mathrm{A}$	(2) $\mathrm{A} \vee \neg \mathrm{A}$	$\neg \mathrm{A} \rightarrow \mathrm{B}$	$\mathrm{A} \rightarrow (\neg \mathrm{A} \rightarrow \mathrm{B})$	$\mathrm{A} \rightarrow (\neg \mathrm{A} \rightarrow 1)$	$\mathrm{A} \rightarrow (\neg \mathrm{A} \rightarrow 2)$
1	1	0	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	0	1	1	1

Lösung zu 4: Die Regel der Kontravalenzbeseitigung in Zeile (3); korrekt wäre $S \rightarrow \neg T$. Somit ist der Kettenschluss in Zeile (4) nicht möglich.

Lösung zu 5a:				
	1	(1)	$\forall x(Hx \to Dx)$	A
	2	(2)	$\forall x(Dx \to Px)$	A
	1	(3)	$Ha \to Da$	$\forall B, 1$
	2	(4)	$Da \to Pa$	$\forall B, 2$
	1,2	(5)	$Ha \to Pa$	$KS, 3, 4$
	1,2	(6)	$\forall x(Hx \to Px)$	$\forall E, 5$

Dabei gilt: „Hx“ für „x ist Hegelianer“
„Dx“ für „x ist Dialektiker“
„Px“ für „x hat ein Problem mit dem *p. c. e.*“

Lösung zu 5b:				
	1	(1)	$\forall x[\neg Px \to (Qx \wedge \neg Rx)]$	A
	2	(2)	$\neg Pa$	A
	1	(3)	$\neg Pa \to (Qa \wedge \neg Ra)$	$\forall B, 1$
	1,2	(4)	$Qa \wedge \neg Ra$	$\to B, 3, 2$
	1,2	(5)	$\neg Ra$	$\wedge B, 4$
	1,2	(6)	$\exists x \neg Rx$	$\exists E, 5$

Logisch-philosophische Propädeutik, WS 2012/13
Klausur

1) Will man durch den TÜV kommen, müssen die Bremsen funktionieren. Man kann also sagen: funktionierende Bremsen sind eine notwendige Bedingung dafür, die TÜV-Prüfung zu bestehen. Was bedeuten dann nicht funktionierende Bremsen in Bezug auf den TÜV? Geben Sie bei Ihrer Antwort auch eine Formalisierung an. **[6]**

2) Sie erfahren, dass Thomas katholisch ist und gerne Rotwein trinkt. Geben Sie eine prädikatenlogische Formalisierung dieser Aussage und nennen Sie drei induktive Folgerungen daraus, verbal und formalisiert. **[8]**

3) Sind folgende Ausdrücke formal wahr? Begründen Sie Ihre Antwort mit Wahrheitstabellen.

a) $(A \vee B \leftrightarrow C) \leftrightarrow \neg(\neg B \leftrightarrow C)$ **[12]**

b) $\neg A \nleftrightarrow \neg B \rightarrow A$ **[12]**

4) Wie die Kettenschlussregel zeigt, gilt für Subjunktionen die Transitivitätsregel. Gilt diese Regel auch für Kontravalenzen? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe einer Wahrheitswerttabelle. **[15]**

5) Die nachfolgende Ableitung zeigt den Versuch, die Aussage in Zeile (4) aus den Aussagen der Zeilen (1) und (2) abzuleiten. Ist es so möglich? Wenn nicht: wie ginge es dann? **[6]**

1	(1)	$A \leftrightarrow B$	A
2	(2)	$\neg B$	A
1	(3)	$B \rightarrow A$	$\leftrightarrow B, 1$
1,2	(4)	$\neg A$	$MT, 3, 2$

6) *Karl ist ziemlich dick. Also treibt er keinen Sport.* Formalisieren Sie diesen Schluss mit Hilfe der Prädikatenlogik und ergänzen Sie dabei die nicht genannte Prämisse (eine Ableitung ist nicht nötig). **[6]**

7) Geben Sie eine Ableitung im KNS:

a) $(A \vee \neg B) \rightarrow C, \neg C \vdash B$ **[15]**

b) $\forall x[Ax \nleftrightarrow \neg(Bx \vee Cx)], Aa \vdash \neg Ba \rightarrow \exists x(Cx)$ **[20]**

[$\sum$ **100**]

Bearbeitungszeit 60 min
Viel Erfolg!

Logisch-philosophische Propädeutik, WS 2012/13
Musterlösung zur Klausur

Aufgabe 1: Nicht funktionierende Bremsen sind eine hinreichende Bedingung dafür, dass man die TÜV-Prüfung nicht besteht. Man könnte das Verhältnis von Bremsen und TÜV-Prüfung demnach so formalisieren: B = „Das Auto hat funktionierende Bremsen“ und T = „Das Auto besteht die TÜV-Prüfung“, dann gelte $T \rightarrow B$ (= Funktionierende Bremsen sind eine notwendige Bedingung für das Bestehen der TÜV-Prüfung) bzw. $\neg B \rightarrow \neg T$ (= Nicht funktionierende Bremsen sind eine hinreichende Bedingung dafür, dass man die TÜV-Prüfung nicht besteht).

Aufgabe 2: Die Formalisierung der Aussage könnte sein: $Kt \wedge Rt$. Eine kleine Auswahl möglicher induktiver Schlüsse:

1) Alle Katholiken trinken gerne Rotwein. $\forall x(Kx \rightarrow Rx)$
2) Jeder, der gerne Rotwein trinkt, ist katholisch. $\forall x(Rx \rightarrow Kx)$
3) Alle, die „Thomas“ heißen, sind katholisch. $\forall x(Tx \rightarrow Kx)$
4) Alle, die gerne Rotwein trinken, heißen Thomas. $\forall x(Rx \rightarrow Tx)$
5) Alle Männer trinken gerne Alkohol. $\forall x(Mx \rightarrow Ax)$
6) Alle katholischen Rotweinfreunde sind Männer. $\forall x[(Kx \wedge Rx) \rightarrow Mx]$

„t“ für „Thomas“
„Kx“ für „x ist katholisch.“
„Rx“ für „x trinkt gerne Rotwein.“
„Tx“ für „x heißt „Thomas“
„Mx“ für „x ist ein Mann“
„Ax“ für „x trinkt gerne Alkohol“

Aufgabe 3a: Der Ausdruck ist nicht formal wahr, denn die Wahrheitswertverläufe der Spalten (5) und (8) sind verschieden:

(1) A	(2) B	(3) C	(4) $A \vee B$	(5) $4 \leftrightarrow C$	(6) $\neg B$	(7) $\neg B \leftrightarrow C$	(8) $\neg 7$
1	1	1	1	1	0	0	1
1	1	0	1	0	0	1	0
1	0	1	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1	0	1

Aufgabe 3b: Der Ausdruck ist nicht formal wahr, denn in der letzten Spalte kommt eine Null vor:

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \not\leftrightarrow \neg B$	$(\neg A \not\leftrightarrow \neg B) \to A$
1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1

Aufgabe 4: Würde für Kontravalenzen die Transitivitätsregel gelten, dann wäre der Ausdruck $[(A \not\leftrightarrow B) \wedge (B \not\leftrightarrow C)] \to A \not\leftrightarrow C$ formal wahr, was er aber nicht ist, wie die folgende Wahrheitstafel zeigt:

(1) A	(2) B	(3) C	(4) $A \not\leftrightarrow B$	(5) $B \not\leftrightarrow C$	(6) $4 \wedge 5$	(7) $A \not\leftrightarrow C$	(8) $(4 \wedge 5) \to 7$
1	1	1	0	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	1

Aufgabe 5: Die Anwendung des Modus Tollens ist falsch. Korrekt wäre die Ableitung bei anderer $\leftrightarrow B$ in Zeile (3). Dann hätte die Ableitung folgende Gestalt:

1	(1)	$A \leftrightarrow B$	A
2	(2)	$\neg B$	A
1	(3)	$A \to B$	$\leftrightarrow B, 1$
1,2	(4)	$\neg A$	$MT, 3, 2$

Aufgabe 6: Der Schluss lautet $Dk, \forall x(Dx \to \neg Sx) \vdash \neg Sk$, mit k = „Karl“, Dx = „x ist ziemlich dick“ und Sx = „x treibt Sport“.

Aufgabe 7a:

1	(1)	$(A \vee \neg B) \to C$	A
2	(2)	$\neg C$	A
1,2	(3)	$\neg(A \vee \neg B)$	$MT, 1, 2$
1,2	(4)	$\neg A \wedge \neg\neg B$	$DM, 3$
1,2	(5)	$\neg\neg B$	$\wedge B, 4$
1,2	(6)	B	$\neg\neg B, 5$

Aufgabe 7b:

1	(1)	$\forall x[Ax \not\leftrightarrow \neg(Bx \vee Cx)]$	A
2	(2)	Aa	A
1	(3)	$Aa \not\leftrightarrow \neg(Ba \vee Ca)$	$\forall B, 1$
1	(4)	$Aa \to \neg\neg(Ba \vee Ca)$	$\not\leftrightarrow B, 3$
1,2	(5)	$\neg\neg(Ba \vee Ca)$	$\to B, 4, 2$
1,2	(6)	$Ba \vee Ca$	$\neg\neg B, 5$
7	(7)	$\neg Ba$	A
1,2,7	(8)	Ca	$\vee B, 6, 7$
1,2,7	(9)	$\exists x Cx$	$\exists E, 8$
1,2	(10)	$\neg Ba \to \exists x Cx$	$\to E, \underline{7}, 9$

Logisch-philosophische Propädeutik, WS 2012/13
Nachholklausur

1) Betrachten Sie das folgende kleine Gespräch zwischen Anton und Berta. Was ist von Antons Schluss zu halten? Bitte begründen Sie ihre Antwort mit Hilfe einer Wahrheitswerttafel. **[6]**

Anton: Aha, in Berlin regnet es also. Berta: Wie kommst du denn darauf? Anton: Ganz einfach: Immer wenn es in Berlin regnet, hat der Zug Verspätung und da der Zug schon vor 10 Minuten hätte ankommen müssen, steht fest, dass es in Berlin regnet.

2) Anja erzählt: „Die letzten drei Jahre habe ich meine Urlaube in skandinavischen Städten verbracht: Ich war in Oslo, Stockholm und Göteborg. Ich habe nur freundliche Menschen getroffen“. Aus diesem kleinen Bericht könnte Anja nun ganz verschiedene induktive Schlüsse ziehen, d. h. sie könnte zeitlich, räumlich und mengenmäßig verallgemeinern. Geben Sie zu jeder Verallgemeinerungsart ein Beispiel, bei dem jeweils deutlich wird, dass Anja sich der Unsicherheit ihrer Schlüsse bewusst ist. **[8]**

3) Sind folgende Ausdrücke formal wahr? Begründen Sie Ihre Antwort mit Wahrheitstabellen.

a) $(A \vee B \to C) \leftrightarrow \neg(\neg B \wedge C)$ **[12]**

b) $\neg A \to \neg B \nleftrightarrow A$ **[12]**

4) Zeigen Sie mit Hilfe einer Wahrheitswerttabelle die Gültigkeit der Regel *Konstruktives Dilemma.* **[15]**

5) Was ist falsch in der nachfolgenden Ableitung? **[6]**

1	(1)	$\neg A \to \neg B \nleftrightarrow A$	A
2	(2)	$\neg A \to \neg B$	A
1	(3)	$\neg A \to \neg B \to \neg A$	$\nleftrightarrow B, 1$
1,2	(4)	$\neg A$	$\to B, 3, 2$

6) *Jana war gestern viel zu dünn angezogen. Deshalb ist sie heute krank.* Formalisieren Sie diesen Schluss mit Hilfe der Prädikatenlogik und ergänzen Sie dabei die nicht genannte Prämisse (eine Ableitung ist nicht nötig). **[6]**

7) Geben Sie eine Ableitung im KNS:

a) $\neg(A \vee \neg B), C \to \neg B \vdash \neg C$ **[15]**

b) *Kein Mathematiker spielt Lotto, aber alle Mathematiker spielen Schach. Heinz ist Mathematiker. Also gibt es Leute, die zwar nicht Lotto, aber Schach spielen.* **[20]**

Bearbeitungszeit 60 min

Viel Erfolg!

Logisch-philosophische Propädeutik, WS 2012/13
Musterlösung zur Nachholklausur

Aufgabe 1: Antons Schluss lautet $R \to V, V \vdash R$, mit R = „In Berlin regnet es“ und V = „Der Zug hat Verspätung“. Dass dies ein Fehlschluss ist, kann man an der folgenden Warheitstafel ablesen. Wäre der Schluss korrekt, müssten in der letzten Spalte (wo die Aussage steht, die Antons Schluss entspricht) nur Einsen stehen.

R	V	$R \to V$	$(R \to V) \wedge V$	$[(R \to V) \wedge V] \to R$
1	1	1	1	1
1	0	0	0	1
0	1	1	1	0
0	0	1	0	1

Aufgabe 2:

- Eine zeitliche Verallgemeinerung könnte lauten: „Wenn ich im nächsten Jahr wieder dorthin fahre, treffe ich vermutlich nur freundliche Menschen.“
- Eine räumliche Verallgemeinerung könnte lauten: „Vermutlich sind in ganz Skandinavien die Menschen freundlich.“
- Eine mengenmäßige Verallgemeinerung könnte lauten: „Vermutlich sind alle Einwohner dieser drei Städte freundlich.“

Aufgabe 3a: Der Ausdruck ist nicht formal wahr, denn die Wahrheitswertverläufe der Spalten (5) und (8) sind verschieden:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
A	B	C	$A \vee B$	$4 \to C$	$\neg B$	$\neg B \wedge C$	$\neg 7$
1	1	1	1	1	0	0	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1	1	0
0	0	0	0	1	1	0	1

Aufgabe 3b: Der Ausdruck ist nicht formal wahr, denn in der letzten Spalte kommt eine Null vor:

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg B \not\leftrightarrow A$	$\neg A \to (\neg B \not\leftrightarrow A)$
1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1

Aufgabe 4: Das Konstruktive Dilemma hat die Form $A \vee B, A \to C, B \to C \vdash C$. Diese Sequenz ist gültig, wenn der Ausdruck $(A \vee B) \wedge [(A \to C) \wedge (B \to C)] \to C$ formal wahr ist, was die folgende Wahrheitstafel zeigt:

(1) A	(2) B	(3) C	(4) $A \vee B$	(5) $A \to C$	(6) $B \to C$	(7) $5 \wedge 6$	(8) $4 \wedge 7$	$8 \to C$
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1	1	0	1
0	0	0	0	1	1	1	0	1

Aufgabe 5: Die Kontravalenzbeseitigung in Zeile 3 ist unzulässig, da es sich bei dem Ausdruck in Zeile 1 nicht um eine Kontravalenz, sondern um eine Subjunktion handelt.

Aufgabe 6: Der Schluss lautet $Dj, \forall x(Dx \to Kx) \vdash Kj$, mit j = „Jana", Dx = „x ist zu dünn angezogen" und Kx = „x wird krank".

Aufgabe 7a:

1	(1)	$\neg(A \vee \neg B)$	A
2	(2)	$C \to \neg B$	A
1	(3)	$\neg A \wedge \neg\neg B$	$DM, 1$
2	(4)	$\neg\neg B \to \neg C$	$KP, 2$
1	(5)	$\neg\neg B$	$\wedge B, 3$
1,2	(6)	$\neg C$	$\to B, 4, 5$

Aufgabe 7b:

1	(1)	$\forall x[Mx \to \neg Lx)]$	A
2	(2)	$\forall x[Mx \to Sx)]$	A
3	(3)	Mh	A
1	(4)	$Mh \to \neg Lh$	$\forall B, 1$
2	(5)	$Mh \to Sh$	$\forall B, 2$
1,3	(6)	$\neg Lh$	$\to B, 4, 3$
1,2	(7)	Sh	$\to B, 5, 3$
1,2,3	(8)	$\neg Lh \wedge Sh$	$\wedge E, 6, 7$
1,2,3	(9)	$\exists x(\neg Lx \wedge Sx)$	$\exists E, 8$

Dabei gilt: „Mx" für „x ist Mathematiker"
„Lx" für „x spielt Lotto"
„Sx" für „x spielt Schach"
„h" für „Heinz"'