

**LAPORAN PRAKTIKUM**  
**ANALISIS ALGORITMA**



**Disusun Oleh:**

Natasya Rizky Maharani

140810180004

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS PADJADJARAN**

**2020**

## Pendahuluan

Stable Matching Problem (SMP) adalah problem algoritmik yang memberikan ilustrasi mengenai berbagai tema yang dipelajari di analisis algoritma ini. Algoritma ini muncul dari beberapa problem praktis. Oleh karena itu supaya problemnya jelas dan penyelesaian tepat perlu dilakukan 3 langkah berikut:

- Mencermati problem
- Memformulasikan problem
- Mendesain algoritma

Stable Matching Problem berasal, sebagian, pada tahun 1962, ketika David Gale dan Lloyd Shapley, dua matematika ekonom, mengajukan pertanyaan:

***Bisakah seseorang merancang sebuah perguruan tinggi proses penerimaan, atau proses perekrutan pekerjaan, itu mandiri (otomatis)?***

Inti dari proses aplikasi adalah interaksi antara dua jenis pihak yang berbeda: **perusahaan dan pelamar**.

Setiap pelamar memiliki daftar preferensi perusahaan yang ingin dimasuki, dan setiap perusahaan- setelah aplikasi masuk-membentuk daftar preferensi akan pelamarnya. Berdasarkan preferensi ini, perusahaan memberikan penawaran kepada beberapa pelamar mereka, pelamar memilih penawaran mana yang akan mereka terima. Bagaimana jika tidak dilakukan secara otomatis? Kemungkinan resiko kecurangan tinggi.

Jadi inilah pertanyaan yang diajukan Gale dan Shapley: Diberikan seperangkat preferensi di antara pemberi kerja dan pelamar, dapatkah kami menetapkan pelamar untuk pemberi kerja sehingga untuk setiap pemberi kerja  $E$ , dan setiap pelamar  $A$  yang tidak dijadwalkan bekerja untuk  $E$ , setidaknya satu dari dua hal berikut ini yang terjadi?

(i) E lebih memilih setiap satu dari daftar pelamar yang diterima(A); atau

(ii) A lebih suka situasinya saat ini daripada bekerja untuk pemberi kerja E

Jika ini berlaku, hasilnya stabil: kepentingan pribadi individu akan mencegah kesepakatan pemohon/pemberi kerja dibuat dibalik layar. Gale dan Shapley mengembangkan solusi algoritmik yang tajam untuk problem ini, yang akan kita pelajari.

### Studi Kasus

SMP ini dapat dilihat juga sebagai problem menyusun sistem dimana setiap pria dan wanita akhirnya bisa berpasangan. Jadi pertimbangkan satu set  $M = \{n_1, \dots, n_n\}$  dari  $n$  pria, dan satu set  $W = \{w_1, \dots, w_n\}$  dari  $n$  wanita. Produk kartesius  $M \times W$  menunjukkan set dari semua pasangan bentuk yang mungkin dipesan  $(n, w)$ , di mana  $n \in M$  dan  $w \in W$ . Matching  $S$  adalah seperangkat pasangan yang dipesan, masing-masing dari  $M \times W$ , dengan properti yang masing-masing anggota  $M$  dan setiap anggota  $W$  muncul di paling banyak satu pasangan di  $S$ .

Dipandu oleh motivasi awal kita dalam hal pemberi kerja dan pelamar, kita harus khawatir tentang situasi berikut: Ada dua pasangan  $(n, w)$  dan  $(n', w')$  dalam  $S$  (seperti yang digambarkan pada Gambar 1.1) dengan properti bahwa  $n$  lebih suka  $w'$  daripada  $w$ , dan  $w'$  lebih suka  $n$  ke  $n'$ . Dalam hal ini, tidak ada yang bisa menghentikan  $n$  dan  $w'$  meninggalkan pasangan mereka saat ini dan pergi bersama; set pernikahan menjadi tidak self-enforcing. Tujuan kita adalah mengembalikan serangkaian pasangan tanpa ketidakstabilan (harus stabil). Kita akan mengatakan bahwa  $S$  stabil jika:

(1) Perfect (1 laki-laki tepat berhubungan dengan satu perempuan), dan

(2) tidak ada ketidakstabilan sehubungan dengan  $S$

### Syarat:

- Perfect Match: semua orang dicocokkan secara monogami.

(1) Setiap pria mendapatkan satu wanita.

(2) Setiap wanita mendapatkan satu pria.

- Stable Matching: pencocokan sempurna tanpa pasangan tidak stabil.

### Stable Matching Problemnya:

Dengan daftar preferensi pria dan wanita, temukan sebuah stable matching jika ada.

#### Contoh 1

- Pertanyaan: Jika dipasangkan X-C, Y-B, dan Z-A, apakah stabil?

	favorite ↓			least favorite ↓
	1st	2nd	3rd	
Xavier	Amy	Bertha	Clare	
Yancey	Bertha	Amy	Clare	
Zeus	Amy	Bertha	Clare	

Men's Preference Profile

	favorite ↓			least favorite ↓
	1st	2nd	3rd	
Amy	Yancey	Xavier	Zeus	
Bertha	Xavier	Yancey	Zeus	
Clare	Xavier	Yancey	Zeus	

Women's Preference Profile

- Jawaban: Tidak. Bertha & Xavier akan putus

#### Contoh 2

- Pertanyaan: Jika dipasangkan X-A, Y-B, dan Z-C, apakah stabil?

	favorite ↓			least favorite ↓
	1st	2nd	3rd	
Xavier	Amy	Bertha	Clare	
Yancey	Bertha	Amy	Clare	
Zeus	Amy	Bertha	Clare	

Men's Preference Profile

	favorite ↓			least favorite ↓
	1st	2nd	3rd	
Amy	Yancey	Xavier	Zeus	
Bertha	Xavier	Yancey	Zeus	
Clare	Xavier	Yancey	Zeus	

Women's Preference Profile

- Jawaban: Ya

## Worksheet 01

Jika Anda belum mengerjakan worksheet 01 di kelas, maka Anda dapat mengerjakannya di awal praktikum. Anda diberikan waktu 30 menit untuk menyelesaikan persoalan pada worksheet 01. Bagi Anda yang sudah mengerjakan, Anda dapat langsung mengerjakan tugas praktikum dan mencocokkan hasil worksheet 01 Anda dengan tugas praktikum.

### Worksheet 01

Dengan Algoritma Gale-Shapley, cari himpunan stable-matching yang sesuai dengan preference- lists berikut ini. Gunakan processor terhebat yang Anda miliki (otak) untuk mengikuti algoritma G- S dan output tidak perlu diuraikan per-looping tetapi Anda harus memahami hasil setiap looping.

Men's Preferences Profile					
	0 <sup>th</sup>	1 <sup>st</sup>	2 <sup>nd</sup>	3 <sup>rd</sup>	4 <sup>th</sup>
Victor	Bertha	Amy	Diane	Erika	Clare
Wyatt	Diane	Bertha	Amy	Clare	Erika
Xavier	Bertha	Erika	Clare	Diane	Amy
Yancey	Amy	Diane	Clare	Bertha	Erika
Zeus	Bertha	Diane	Amy	Erika	Clare

  

Women's Preferences Profile					
	0 <sup>th</sup>	1 <sup>st</sup>	2 <sup>nd</sup>	3 <sup>rd</sup>	4 <sup>th</sup>
Amy	Zeus	Victor	Wyatt	Yancey	Xavier
Bertha	Xavier	Wyatt	Yancey	Victor	Zeus
Clare	Wyatt	Xavier	Yancey	Zeus	Victor
Diane	Victor	Zeus	Yancey	Xavier	Wyatt
Erika	Yancey	Wyatt	Zeus	Xavier	Victor

## Tugas Praktikum

- Ubahlah pseudocode algoritma G-S pada worksheet 01 ke dalam program menggunakan bahasa C++
- Gunakan table pria sebagai table acuan untuk memudahkan Anda menentukan pasangannya.
- Cocokkan jawaban Anda pada worksheet 01 dengan hasil program yang Anda buat
- Jika ada yang berbeda tuliskan bagian mana yang berbeda dan analisislah (Poin ini disampaikan pada bagian Analisis Algoritma) yang sudah disiapkan.

	0	1	2	3	4
Victor	Bertha	Amy	Diane	Erika	Clare
Wyatt	Diane	Bertha	Amy	Clare	Erika
Xavier	Bertha	Erika	Clare	Diane	Amy
Yancey	Amy	Diane	Clare	Bertha	Erika
Zeus	Bertha	Diane	Amy	Erika	Clare

	0	1	2	3	4
Amy	Zeus	Victor	Wyatt	Yancey	Xavier
Bertha	Xavier	Wyatt	Yancey	Victor	Zeus
Clare	Wyatt	Xavier	Yancey	Zeus	Victor
Diane	Victor	Zeus	Yancey	Xavier	Wyatt
Erika	Yancey	Wyatt	Zeus	Xavier	Victor

### **Kesimpulan :**

1. Victor x Amy
2. Wyatt x Clare
3. Xavier x Bertha
4. Yancey x Erika
5. Zeus x Diane

### **Analisis Algoritma**

Jawablah pertanyaan berikut:

1. **Apakah jawaban Anda di Worksheet 01 dan Program sama persis? Jika Tidak? Kenapa?**

= Ya, sama.

Anda diminta untuk membuktikan algoritma G-S benar dengan menjawab pertanyaan berikut:

#### **Fakta (1.1):**

Seorang wanita tetap bertunangan dari titik di mana dia menerima proposal pertamanya; dan urutan mitra yang bertunangan dengannya menjadi lebih baik dan lebih baik lagi (hal ini sesuai dengan daftar preferensi wanita). -> **tidak perlu dipertanyakan.**

#### **Fakta (1.2):**

Urutan wanita yang dilamar pria lebih buruk dan lebih buruk lagi (hal ini sesuai dengan daftar preferensi pria). -> **tidak perlu dipertanyakan**

**Teorema (1.3):**

**Algoritma G-S berakhir setelah paling banyak  $n^2$  iterasi menggunakan While Loop. Buktikan!**

= Pada saat while loop pasangan dicoba untuk dicocokkan, yaitu dimana pria yang belum mendapat pasangan melamar wanita berikutnya dalam daftar pilihannya, lalu seseorang yang belum pernah dilamar oleh pria tersebut. Karena laki-laki berjumlah  $n$  dan setiap Panjang daftar prefensi adalah  $n$ , maka paling banyak proposal adalah  $n^2$ . Jadi jumlah dalam iterasi paling banyak adalah  $n^2$

**Teorema (1.4):**

**Jika seorang pria bebas di beberapa titik dalam eksekusi algoritma, maka ada seorang wanita yang belum dia ajak bertunangan. Buktikan!**

= Misalkan ada waktu tertentu dalam pelaksanaan algoritma ketika seorang pria belum mendapat pasangan, namun telah melamar setiap wanita. Ini berarti, setiap wanita telah diusulkan setidaknya satu kali, dan setiap wanita bertunangan. Jadi, kita telah melibatkan  $n$  wanita dan karenanya  $n$  laki-laki bertunangan, yang menyiratkan bahwa  $m$  juga terlibat dan tidak mungkin ada pria yang tidak memiliki pasangan karena jumlah pasangannya sama-sama berjumlah  $n$ .

**Teorema (1.5):**

**Himpunan  $S$  yang dikembalikan saat terminasi adalah *perfect matching* Buktikan!**

= Karena semua mendapat pasangan



**Teorema (1.6):**

**Sebuah eksekusi algoritma G-S mengembalikan satu set pasangan  $S$ . Set  $S$  adalah pasangan yang stabil. Buktikan!**

= Menunjukkan bahwa pencocokan yang dikembalikan adalah pencocokan sempurna. Buktinya dengan kontradiksi. Misalkan tidak, maka ada seorang pria yang masih lajang di akhir algoritma. Menurut teori 2, itu berarti  $m$  belum melamar beberapa wanita. Tetapi kemudian, algoritma tidak akan keluar dari pengulangan loop, menghasilkan kontradiksi yang diinginkan. Menunjukkan bahwa pencocokan yang dikembalikan stabil. Lagi-lagi buktinya dengan kontradiksi. Misalkan ada laki-laki  $m$  dan  $m'$  dan wanita  $w$  dan  $w'$  sehingga  $(m, w)$  dan  $(m', w')$  berada di  $S$ , tetapi  $m$  lebih suka  $w'$  ke  $w$  dan  $w'$  lebih suka  $m$  ke  $m'$ . Dengan algoritma,  $w$  adalah wanita terakhir yang saya ajukan. Karena  $m$  lebih suka  $w'$  ke  $w$ ,  $m$  harus sudah mengusulkan ke  $w'$  sebelum usulannya ke  $w$ . Pada saat itu, atau nanti,  $w'$  bertunangan dengan seorang pria, katakanlah  $m''$ , yang ia sukai lebih dari  $m$ . Pada akhirnya,  $w'$  bertunangan dengan  $m'$ . Oleh teori 1, menemukan bahwa  $w'$  lebih memilih  $m'$  daripada  $m''$  dan lebih memilih  $m''$  daripada  $m$ ; ini menyiratkan bahwa  $w'$  lebih suka  $m'$  daripada  $m$ , bertentangan dengan asumsi bahwa  $w'$  lebih memilih  $m$  daripada  $m'$ .

Program:

```
/*
```

```
Nama      : Natasya Rizky Maharani
```

```
NPM       : 140810180004
```

```
Kelas    : B
```

```
Deskripsi : Worksheet 1
```

```
*/
```

```
#include <iostream>
```

```
#include <string.h>
```

```
#include <stdio.h>
```

```
using namespace std;
```

```
#define N 5
```

```
bool chooseMen(int prioritas[2 * N][N], int w, int m, int m1)
```

```
{
```

```
    for (int i = 0; i < N; i++)
```

```
    {
```

```
        if (prioritas[w][i] == m1)
```

```
            return true;
```

```
        if (prioritas[w][i] == m)
```

```
            return false;
```

```

    }
}

void smp(int prioritas[2 * N][N]) //smp adalah untuk pencocokan nya
{
    int pasanganWanita[N];

    bool priaJomblo[N];

    memset(pasanganWanita, -1, sizeof(pasanganWanita));
    memset(priaJomblo, false, sizeof(priaJomblo));

    int jumlahJomblo = N;

    while (jumlahJomblo > 0)
    {
        int m;

        for (m = 0; m < N; m++)
            if (priaJomblo[m] == false)
                break;

        for (int i = 0; i < N && priaJomblo[m] == false; i++)
        {
            int w = prioritas[m][i];

            if (pasanganWanita[w - N] == -1)

```

```

{
    pasanganWanita[w - N] = m;
    priaJomblo[m] = true;
    jumlahJomblo--;
}

else
{
    int m1 = pasanganWanita[w - N];

    if (chooseMen(prioritas, w, m, m1) == false)
    {
        pasanganWanita[w - N] = m;
        priaJomblo[m] = true;
        priaJomblo[m1] = false;
    }
}

}

}

}

cout << "=====" << endl;

cout << " Man      Women " << endl;

cout << "*****" << endl;

string man;

string woman;

```

```
for (int i = 0; i < N; i++)  
{  
    if (i < N)  
    {  
        if (pasanganWanita[i] == 0)  
            man = "Victor";  
        if (pasanganWanita[i] == 1)  
            man = "Wyatt";  
        if (pasanganWanita[i] == 2)  
            man = "Xavier";  
        if (pasanganWanita[i] == 3)  
            man = "Yancey";  
        if (pasanganWanita[i] == 4)  
            man = "Zeus";  
  
        if (i == 0)  
            woman = "Amy";  
        if (i == 1)  
            woman = "Bertha";  
        if (i == 2)  
            woman = "Clare";  
        if (i == 3)  
            woman = "Diane";  
        if (i == 4)
```

```

        woman = "Erika";

    }

    cout << " " << man << "\t " << woman << endl;

    }

    cout << "======" << endl;

}

```

```

int main()

{

    int prioritas[2 * N][N] = {{6, 5, 8, 9, 7},

                                {8, 6, 5, 7, 9},

                                {6, 9, 7, 8, 5},

                                {5, 8, 7, 6, 9},

                                {6, 8, 5, 9, 7},

                                {4, 0, 1, 3, 2},

                                {2, 1, 3, 0, 4},

                                {1, 2, 3, 4, 0},

                                {0, 4, 3, 2, 1},

                                {3, 1, 4, 2, 0}};

    smp(prioritas);

    return 0;

}

```

Output:

```

=====
   Man      Women
*****
Victor      Amy
Xavier      Bertha
Wyatt       Clare
Zeus        Diane
Yancey      Erika
=====

```

