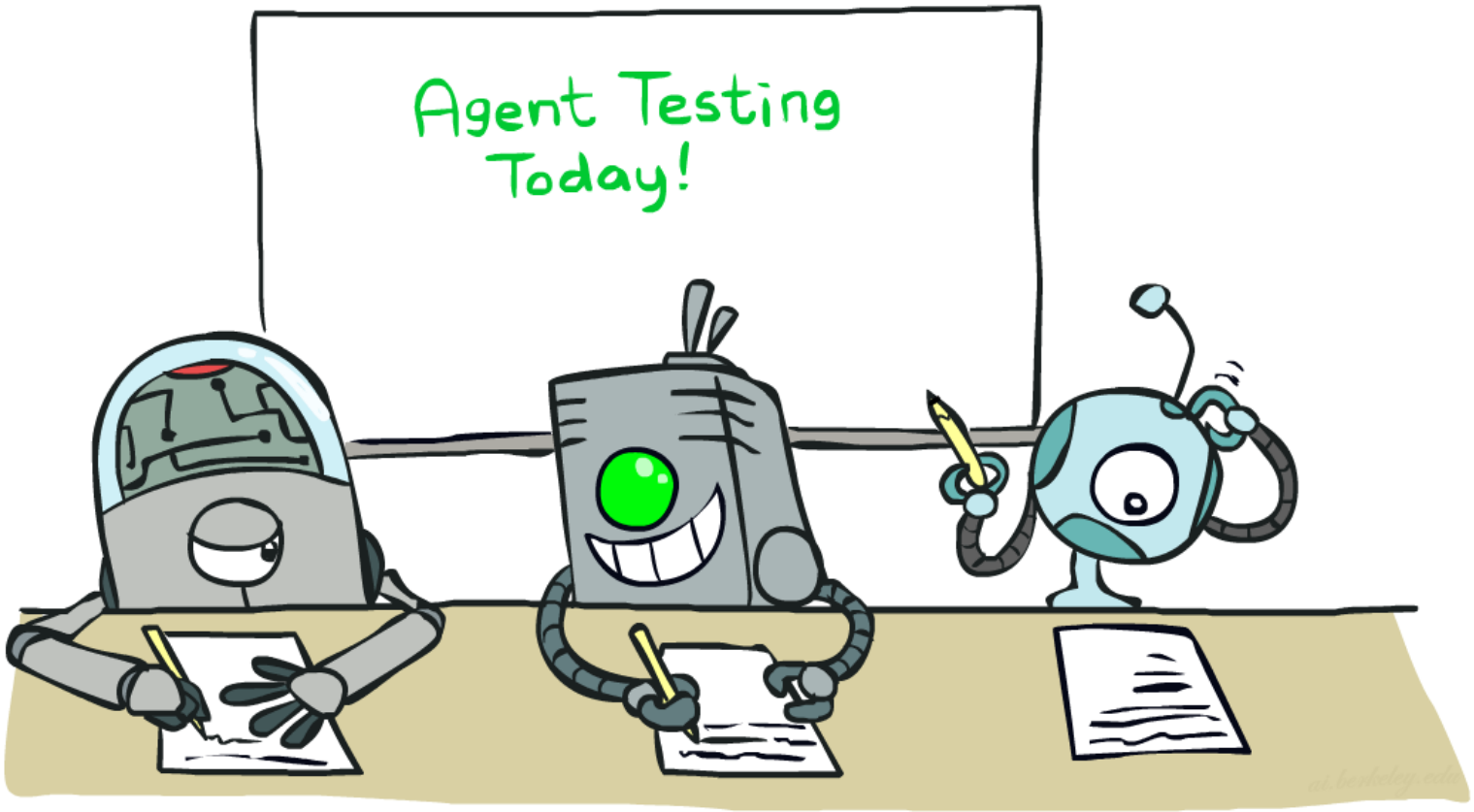
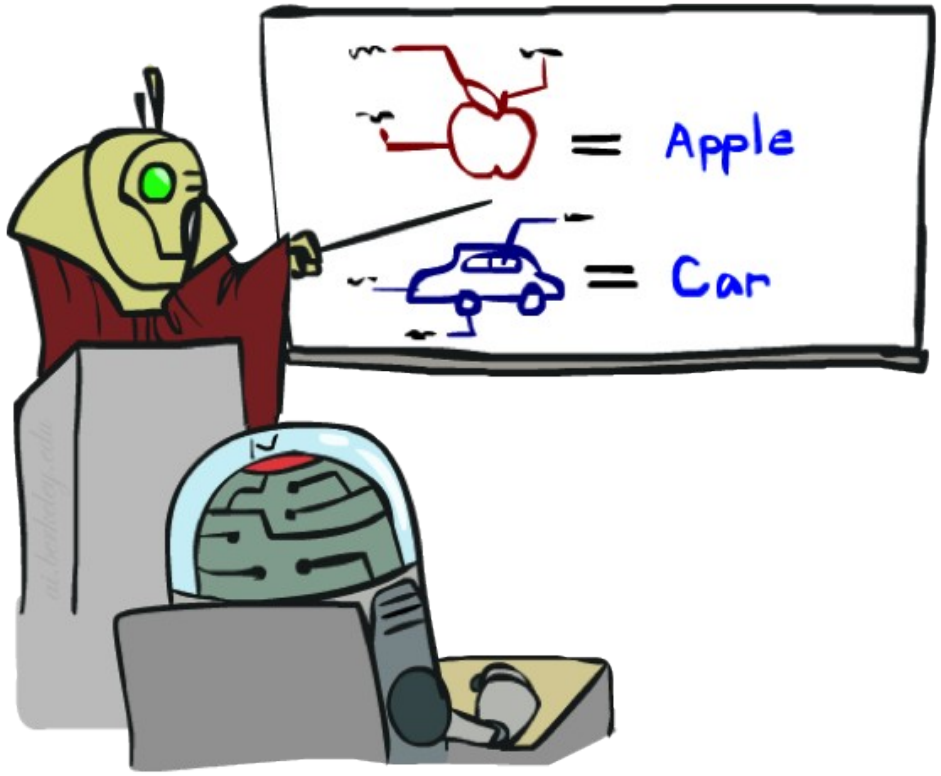
第十八章　样例学习

Learning from examples



Outline

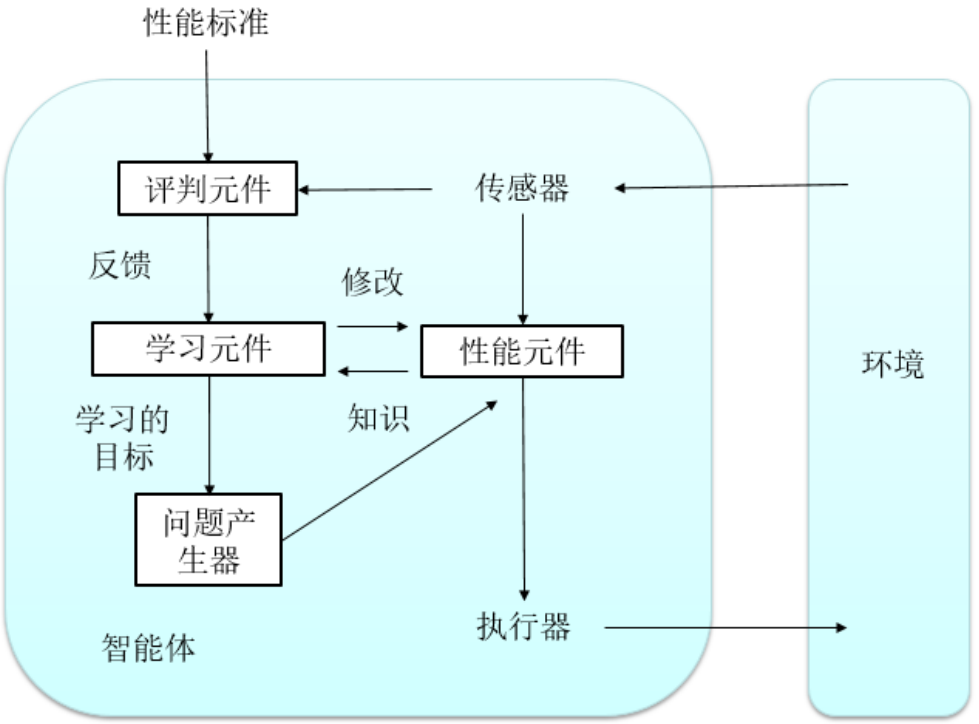
- 18.1 学习形式
- 18.2 监督学习
- 18.3 决策树归纳



18.1 学习形式

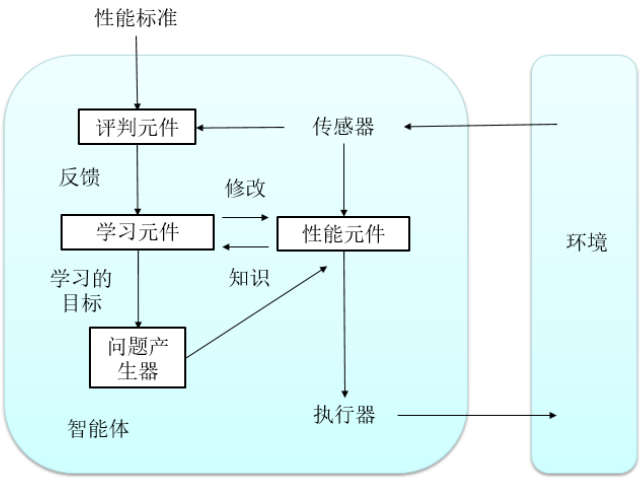
什么是学习

- 学习是一个过程，通过学习可以对 Agent 的性能进行改进
- Simon ：学习就是系统中的变化，这种变化使系统比以前更有效地去做同样的工作
- 对于未知环境，缺少全知，学习是必要的
- Agent 任何部件的性能都可以通过从数据中进行学习来改进



18.1 学习形式

- 智能体性能的改进依赖以下四个主要因素：
  - 要改进哪个部件？
  - 使用什么样的表示法？
  - Agent 具备什么样的先验知识？
  - 学习类型？



- 问题求解 Agent ：状态空间
- 逻辑 Agent ：命题逻辑或一阶逻辑
- 不确定推理 Agent ：贝叶斯网络

有监督学习

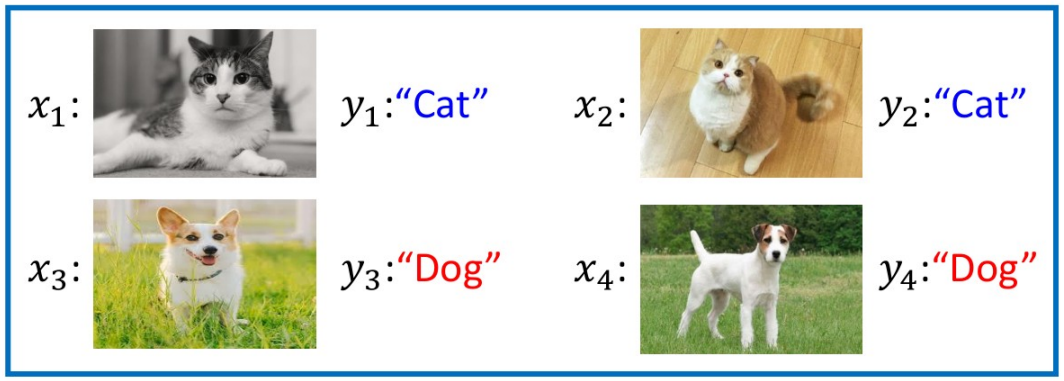
无监督学习

半监督 / 自监督学习

强化学习

18.1 学习形式

- 有监督学习（ Supervised learning ）
  - 对每一个输入都有一个正确的目标输出，从一组输入 - 输出的实例数据集中，学习出一个“输入 - 输出”的映射函数： Y=h(X) （模型参数）
  - 当新的数据到来时，可以根据 h 函数预测结果



Labelled Data

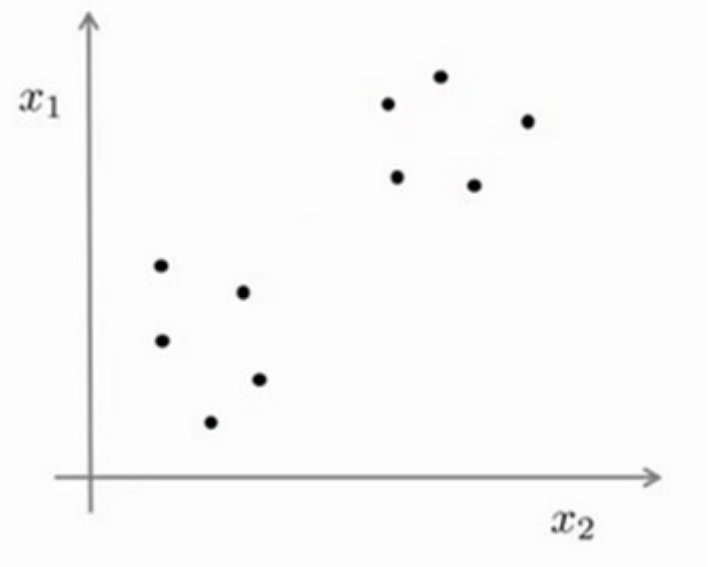
h (

) = “Cat”

18.1 学习形式

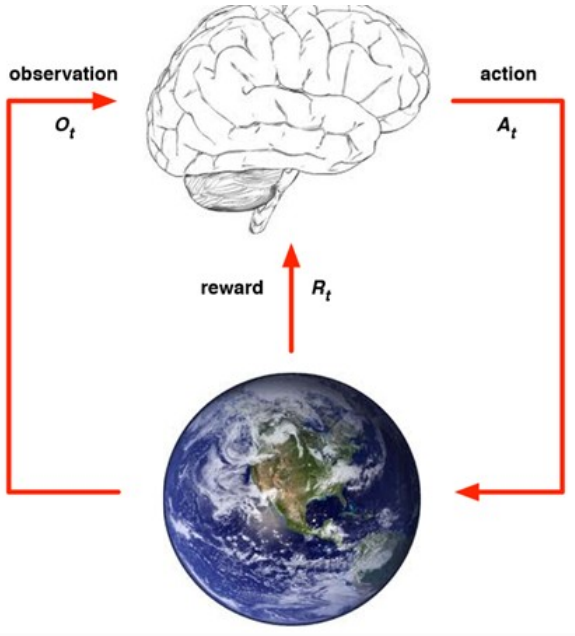
- 无监督学习（ Unsupervised learning ）
  - 没有来自外部环境的直接反馈（输出值），自组织学习输入的模式
  - 需要挖掘数据中的隐含规律
  - 最常见的任务是聚类

Training set: $\{x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}, \ldots, x^{(m)}\}$



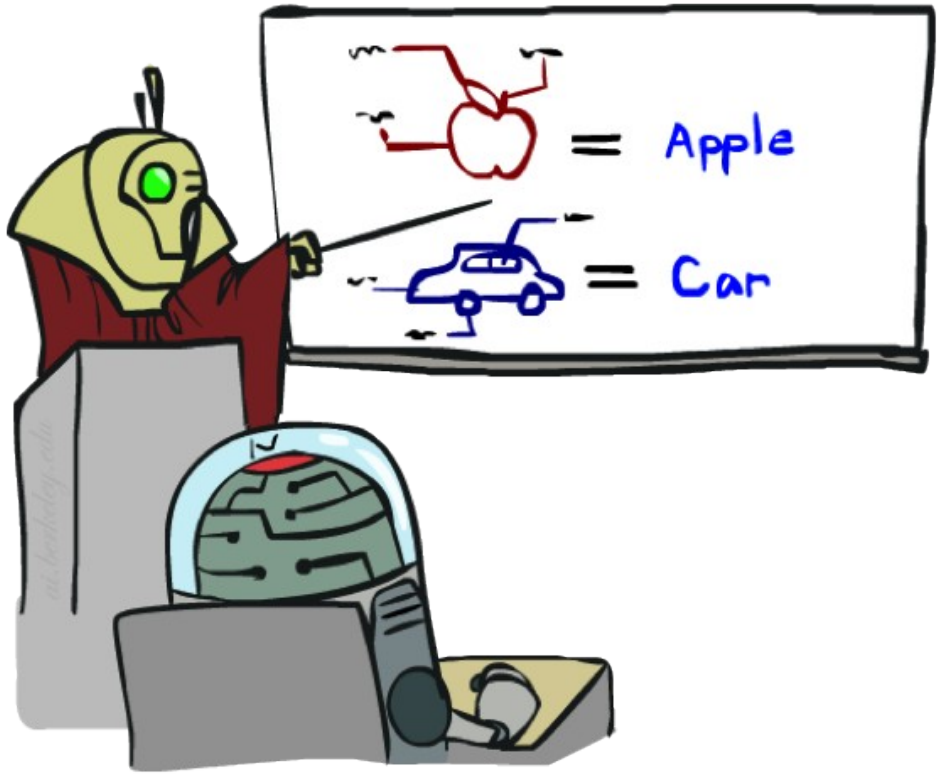
18.1 学习形式

- 强化学习（ Reinforcement learning ）
  - 外部环境仅给出一个对当前输出的一个评价（奖赏或惩罚信号），不会给出具体的期望输出
  - 系统从环境学习以使得奖励最大



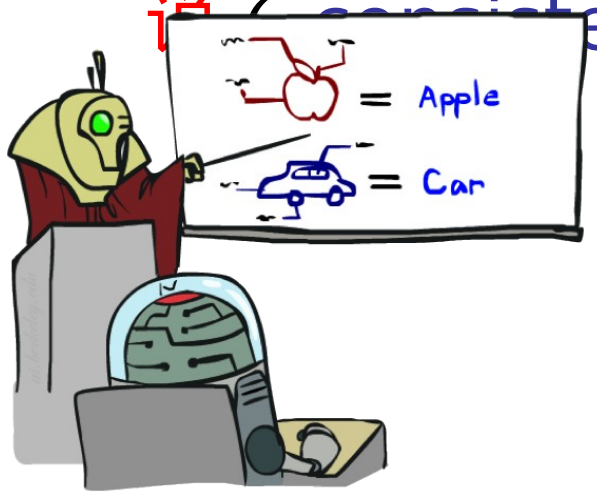
Outline

- 18.1 学习形式
- 18.2 监督学习
- 18.3 决策树归纳



18.2 监督学习

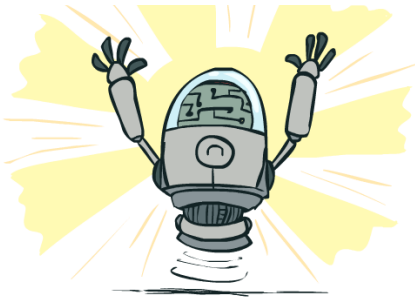
- 给定一个训练集 N 个样本，(x_1, y_1)，(x_2, y_2),...(x_n, y_n)，其中，$y_i=f(x_i)$，真实的 f 是未知的。如果假说空间 ***H*** 中存在一个假说或者函数 h（ hypothesis ），使得 $h \approx f$ ，就称 h 是一致假说（ consistent ）



训练阶段

验证阶段

测试阶段

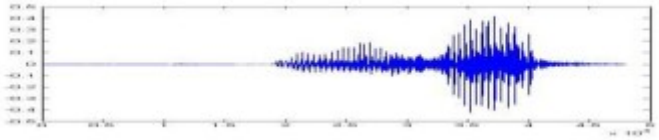


预测未来

18.2 监督学习

➢ 监督学习

- 分类学习问题：如果输出 y 是离散的值

语音识别  “How are you”

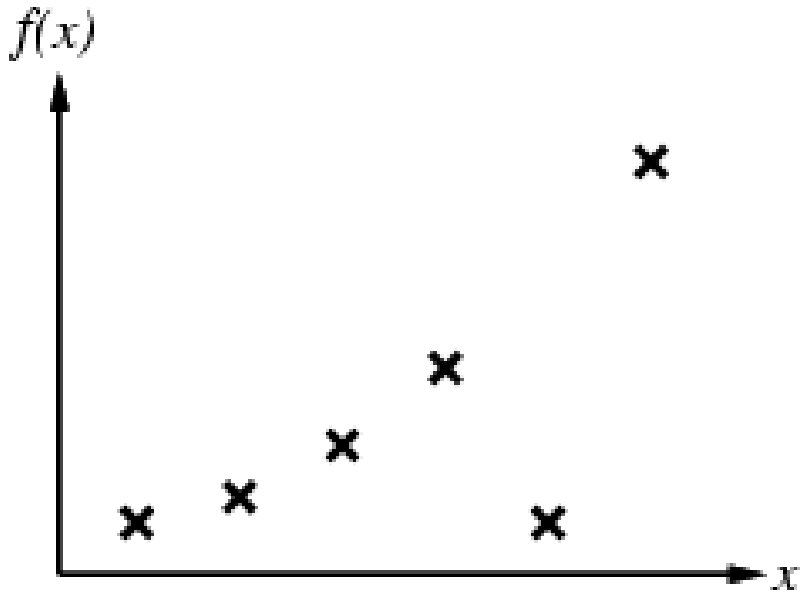
下围棋  “5-5”

- 回归学习问题：如果 y 是一个连续的数值
  - 预测明天的最高温度

x, y 可以是任何形式的值

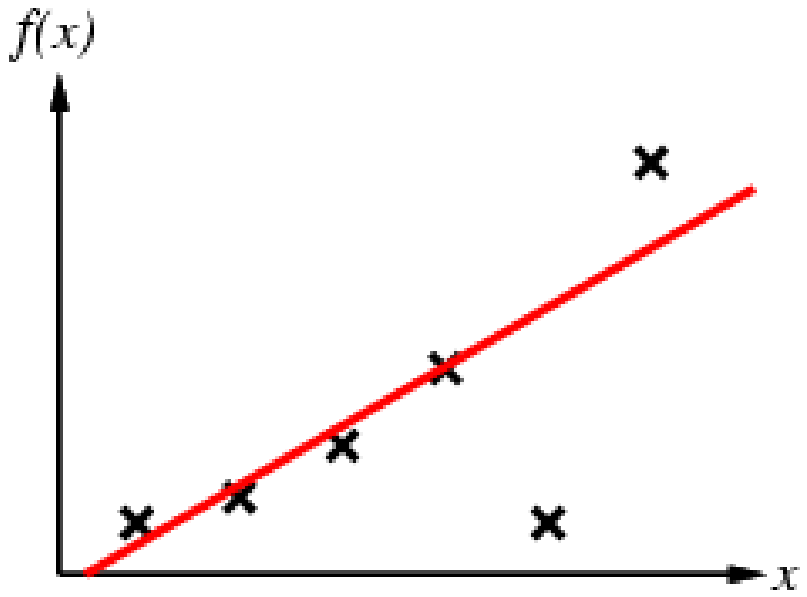
18.2 监督学习

- 举例：曲线拟合
  - 在某些数据点上拟合一个单变量函数，样例是 (x,y) 平面上的点，其中 y=f(x)
  - 在真实函数 f 未知的情况下，用一个函数 h 逼近它



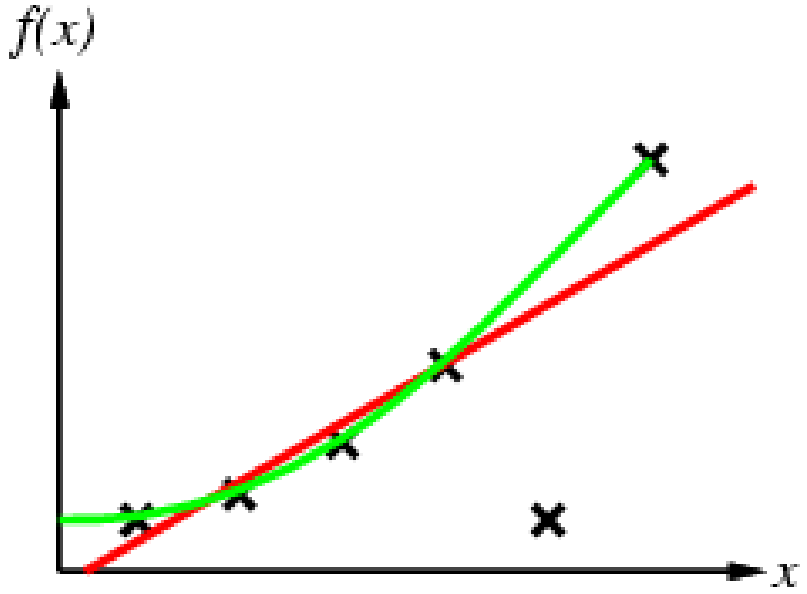
18.2 监督学习

- 举例：曲线拟合
  - 在某些数据点上拟合一个单变量函数，样例是 (x,y) 平面上的点，其中 y=f(x)
  - 在真实函数 f 未知的情况下，用一个函数 h 逼近它



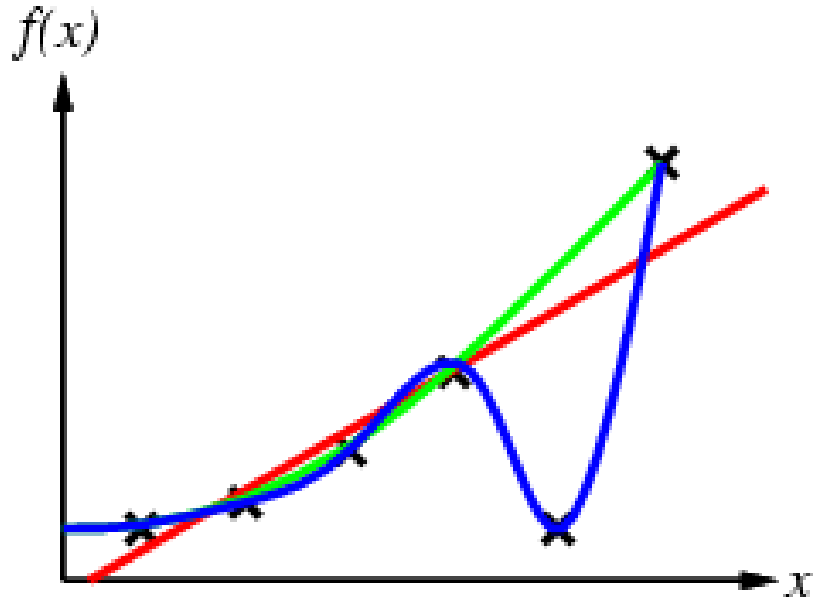
18.2 监督学习

- 举例：曲线拟合
  - 在某些数据点上拟合一个单变量函数，样例是 (x,y) 平面上的点，其中 y=f(x)
  - 在真实函数 f 未知的情况下，用一个函数 h 逼近它



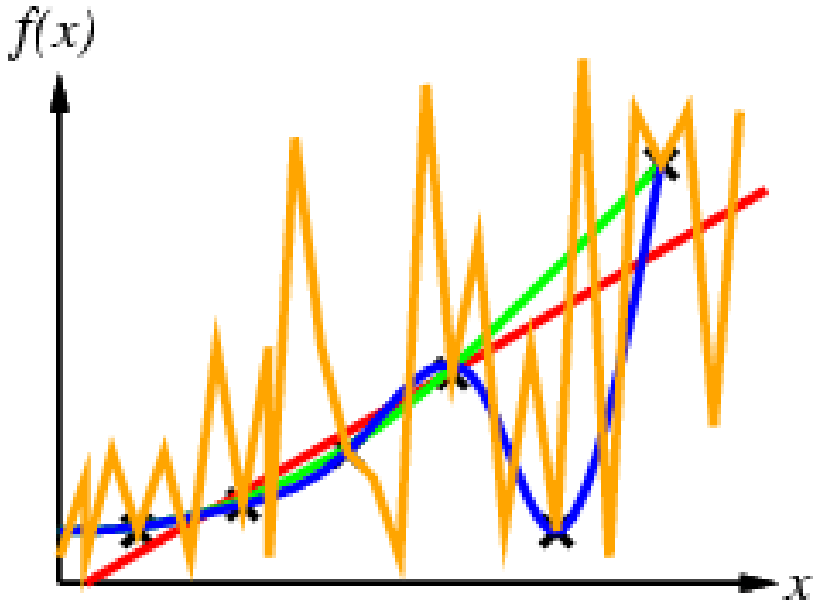
18.2 监督学习

- 举例：曲线拟合
  - 在某些数据点上拟合一个单变量函数，样例是 (x,y) 平面上的点，其中 y=f(x)
  - 在真实函数 f 未知的情况下，用一个函数 h 逼近它



18.2 监督学习

- 举例：曲线拟合
  - 在真实函数 f 未知的情况下，用一个函数 h 逼近它
  - 较好拟合训练数据的复杂假说和更好泛化的简单假说之间存在折中



归纳学习中的基本问题：如何从多个一致假说中抉择？

答案：选择与数据一致的最简单的假说（奥坎姆剃刀）

18.2 监督学习

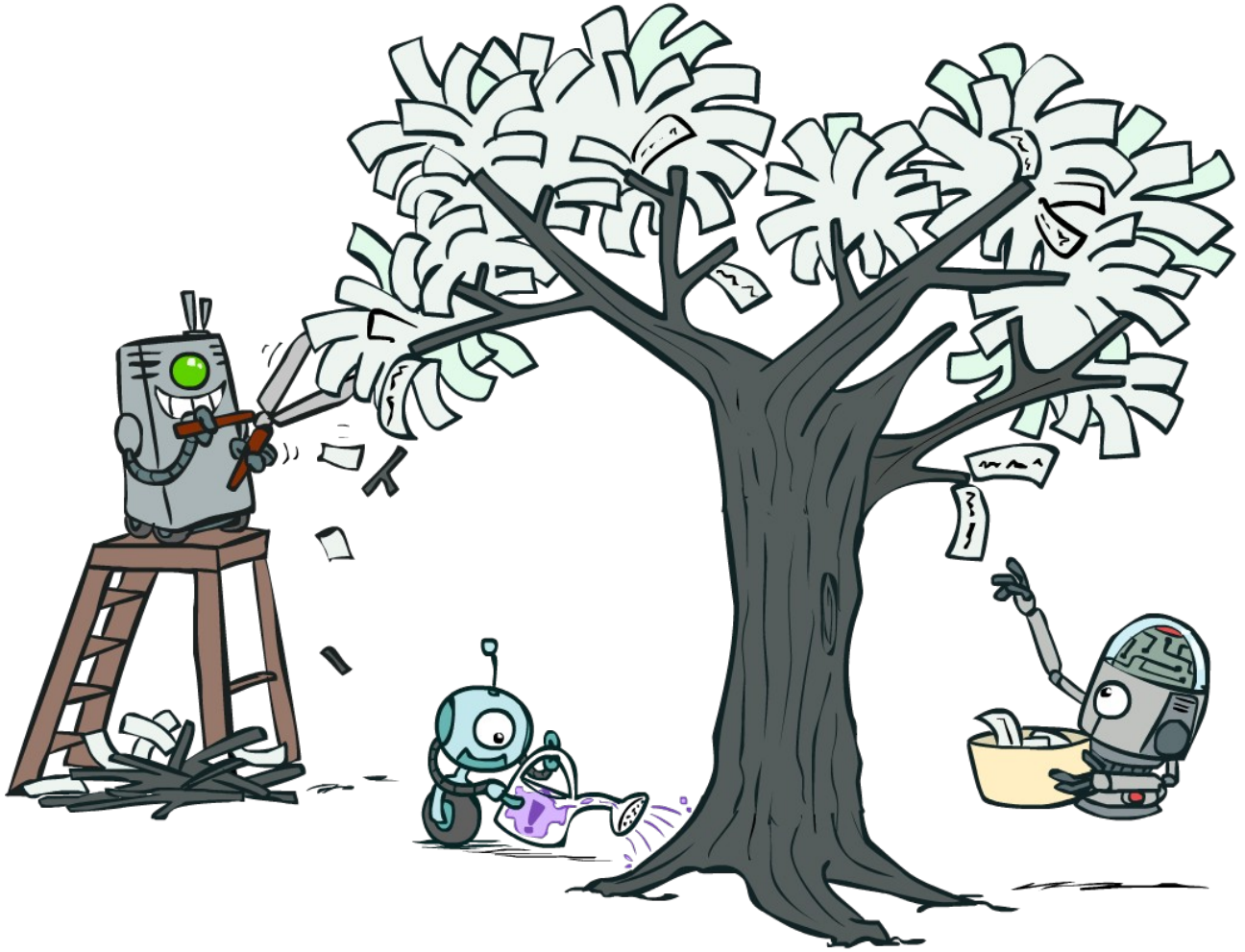
- 假说空间选择很重要。若假说空间包含真实函数，学习问题是可实现的。
- 不幸的是，由于真实函数未知，一个给定学习问题是否可实现的，并不总是可判定的

- 通过选择在给定数据下具 $h^* = \arg\max_{h \in \mathcal{H}} \mathrm{P}(h \mid \mathrm{data})$ 说 h^* ，能够实现监督学习

- 由贝叶斯公式，可得： $h^* = \arg\max_{h \in \mathcal{H}} \mathrm{P}(\mathrm{data} \mid h)\mathrm{P}(h)$

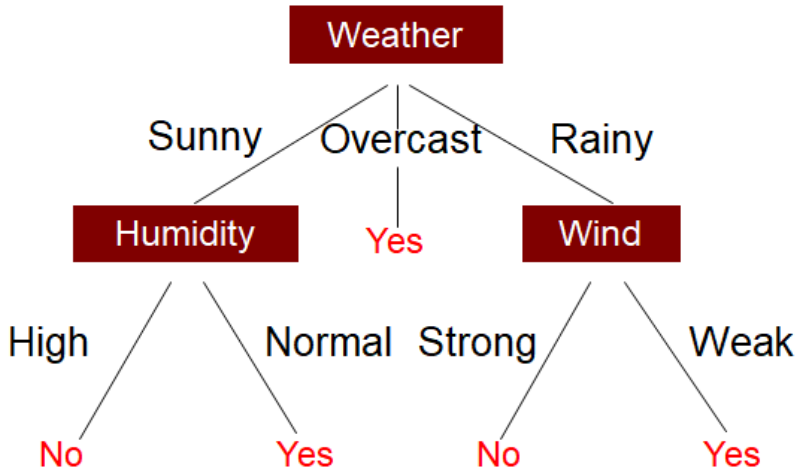
Outline

- 机器学习
- 18.3 决策树归纳
  - 18.3.1 决策树表示法
  - 18.3.2 决策树的表达能力
  - 18.3.3 从样例归纳决策树
  - 18.3.4 选择测试属性



Decision Trees

- 决策树归纳是一类最简单的机器学习形式，是一种以样例为基础的归纳学习方法
- 从一组训练数据中学习到的函数，一棵决策树表示一个函数： $y = f(x)$
  - 输入 x ：属性值向量
  - 输出 y ：一个决策
- 输入输出可以离散的，也可以连续的
- 布尔分类（二分类）
  - 输入值是离散的，输出为二值的情况
  - 输出为真：正例
  - 输出为假：反例



Play Tennis的决策树

决策树学习 - 就餐问题

基于下面的 10 个属性，决定是否要在餐馆等座位？

1. Alternate（候选）：附近是否有另一家合适的餐馆？
2. Bar（酒吧）：该餐馆中供顾客等候的吧区是否舒适？
3. Fri/Sat（周五 / 周六）是周五或周六吗？
4. Hungry（饥饿）是否饥饿？
5. Patrons(顾客)：该餐馆中有多少顾客 (None, Some, Full)
6. Price（价格）：餐馆的价格范围 ($, $$, $$$)
7. Raining（下雨）外面是否在下雨？
8. Reservation（预约）： 是否预约过？
9. Type（类型）：餐馆的种类 (French, Italian, Thai, Burger)
10. WaitEstimate（等候时间估计）：估计的等候时间 (0-10, 10-30, 30-60, >60)

基于属性的表示

- 决定是否要在餐馆等座位的实例集 X_1~X_{12}
- 实例是通过属性值描述的

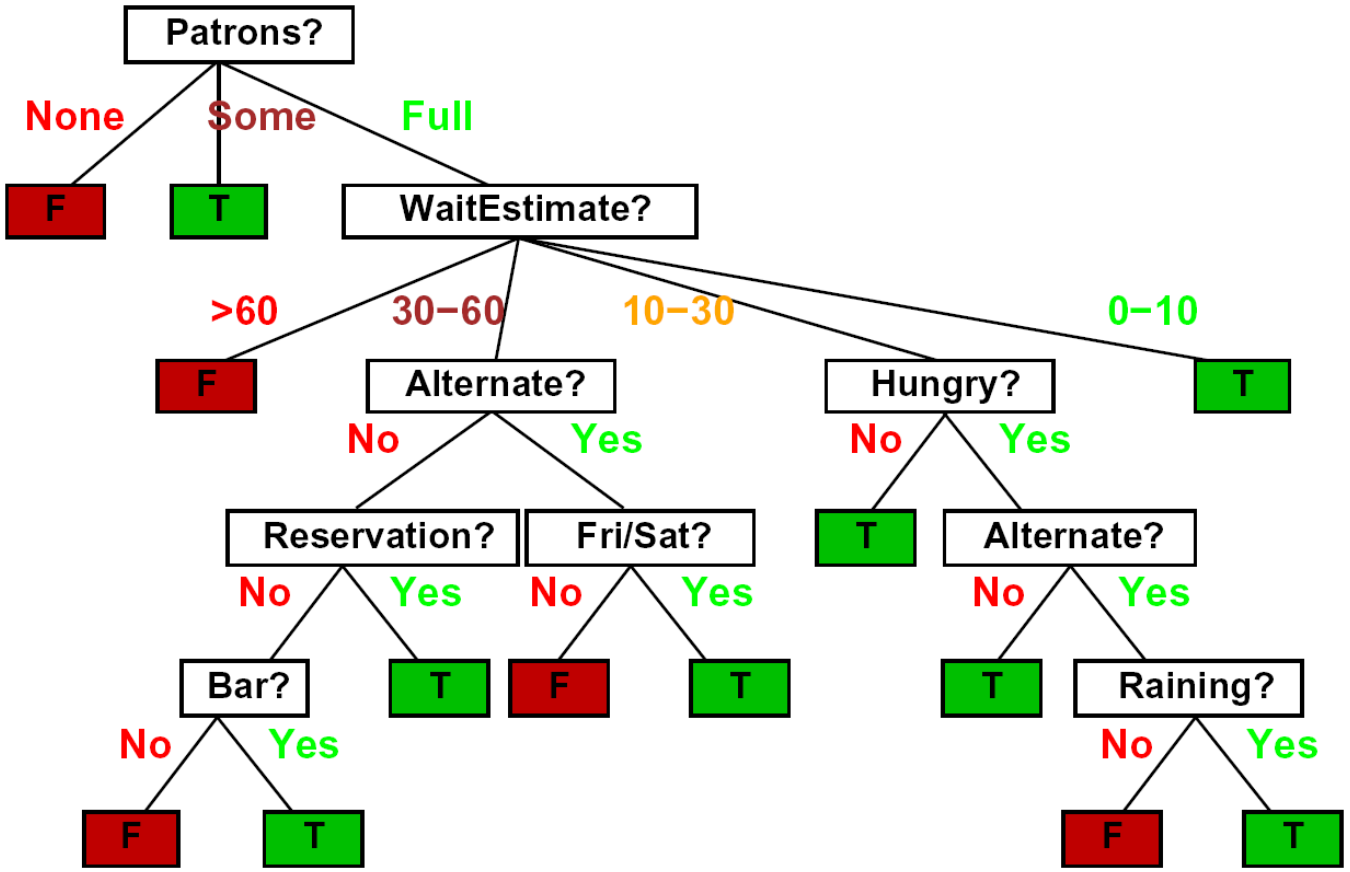
Example	Attributes										Target
	Alt	*Bar*	*Fri*	*Hun*	*Pat*	*Price*	*Rain*	*Res*	*Type*	*Est*	*Wait*
X_1	T	F	F	T	Some	$$$	F	T	French	0–10	T
X_2	T	F	F	T	Full	$	F	F	Thai	30–60	F
X_3	F	T	F	F	Some	$	F	F	Burger	0–10	T
X_4	T	F	T	T	Full	$	F	F	Thai	10–30	T
X_5	T	F	T	F	Full	$$$	F	T	French	>60	F
X_6	F	T	F	T	Some	$$	T	T	Italian	0–10	T
X_7	F	T	F	F	None	$	T	F	Burger	0–10	F
X_8	F	F	F	T	Some	$$	T	T	Thai	0–10	T
X_9	F	T	T	F	Full	$	T	F	Burger	>60	F
X_{10}	T	T	T	T	Full	$$$	F	T	Italian	10–30	F
X_{11}	F	F	F	F	None	$	F	F	Thai	0–10	F
X_{12}	T	T	T	T	Full	$	F	F	Burger	30–60	T

- 实例分类： 正 (T) 、 负 (F)

输入属性值的可能组合 9216 种，仅通过 12 个样例学习，对缺失的 9204 个输出值给出预测。

Decision Trees

- 假设空间的一种可能表示
- 决策树通过把实例从根节点排列到某个叶子节点来分类



- 一棵决策树表示一个函数： $y = f(x)$

Example	Attributes										Target
	Alt	*Bar*	*Fri*	*Hun*	*Pat*	*Price*	*Rain*	*Res*	*Type*	*Est*	*Wait*

- x= (Yes , No, No, Yes, Some , … , No)
- y = ?

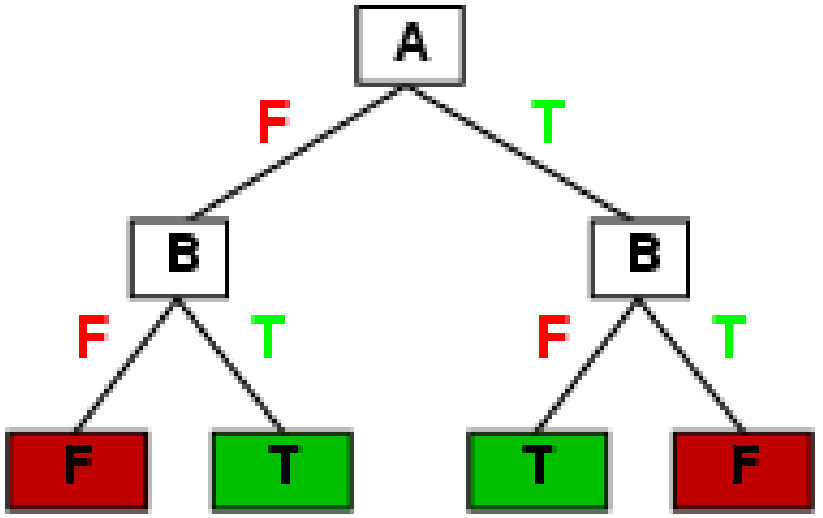
Outline

- 18.2 监督学习
- 18.3 决策树归纳
  - 18.3.1 决策树表示法
  - 18.3.2 决策树的表达能力
  - 18.3.3 从样例归纳决策树
  - 18.3.4 选择测试属性

决策树的表示能力

- 决策树能表示输入属性的任何函数
- 对布尔型函数，真值表中每一行对应树中根到叶节点的一条路径：

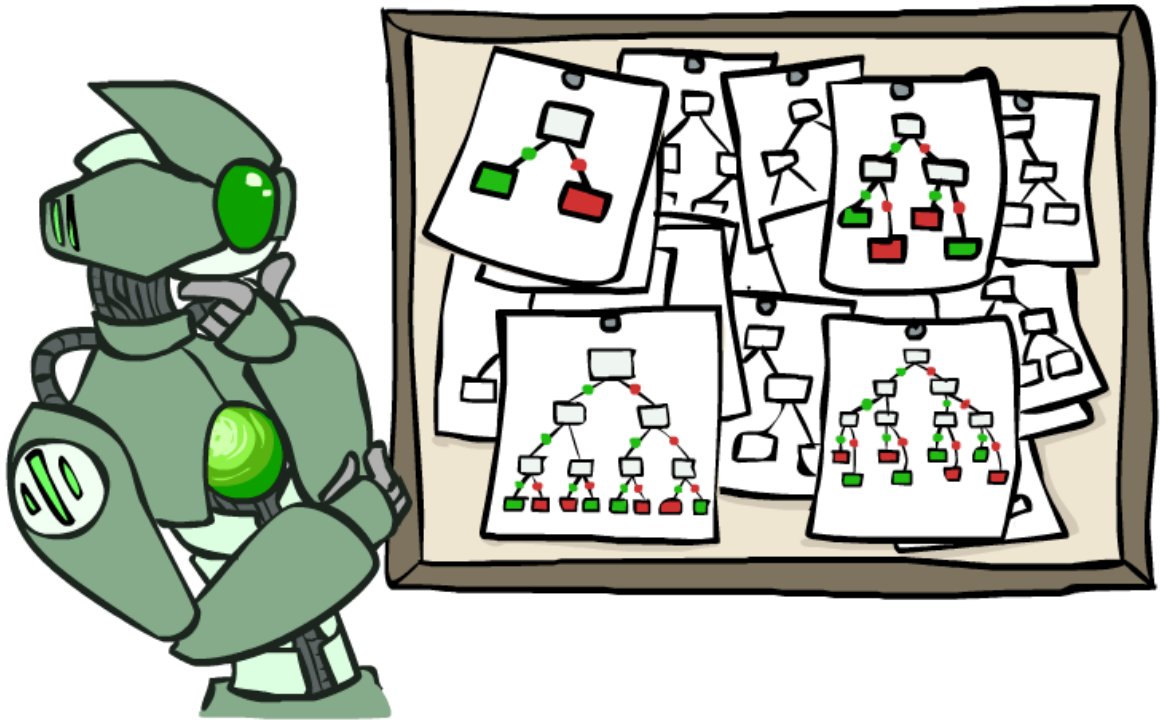
A	B	A xor B
F	F	F
F	T	T
T	F	T
T	T	F



决策树的表示能力

- 对于具有 10 个布尔属性的饭店例子， 有 2^{1024} 或者大约 10^{308} 个候选的函数

- 在如此大的空间中寻找好的假说，需要设计精巧的算法



决策树学习要点

- 目标：找到和训练集一致的较小的树（树中所有的路径都很短，整棵树的规模比较小）
- 思想：递归地选择“最好”或“最佳”的属性作为树或子树的根，通过较少数量的测试就能得到正确的分类
- 最好：分类能力最好

Outline

- 18.2 监督学习
- 18.3 决策树归纳
  - 18.3.1 决策树表示法
  - 18.3.2 决策树的表达能力
  - 18.3.3 从样例归纳决策树
  - 18.3.4 选择测试属性

Features and examples

- 就餐问题的样例
  - 12 个训练样例
  - 10 个分类属性
  - 目标 *WillWait*(真 : 正例，假 : 反

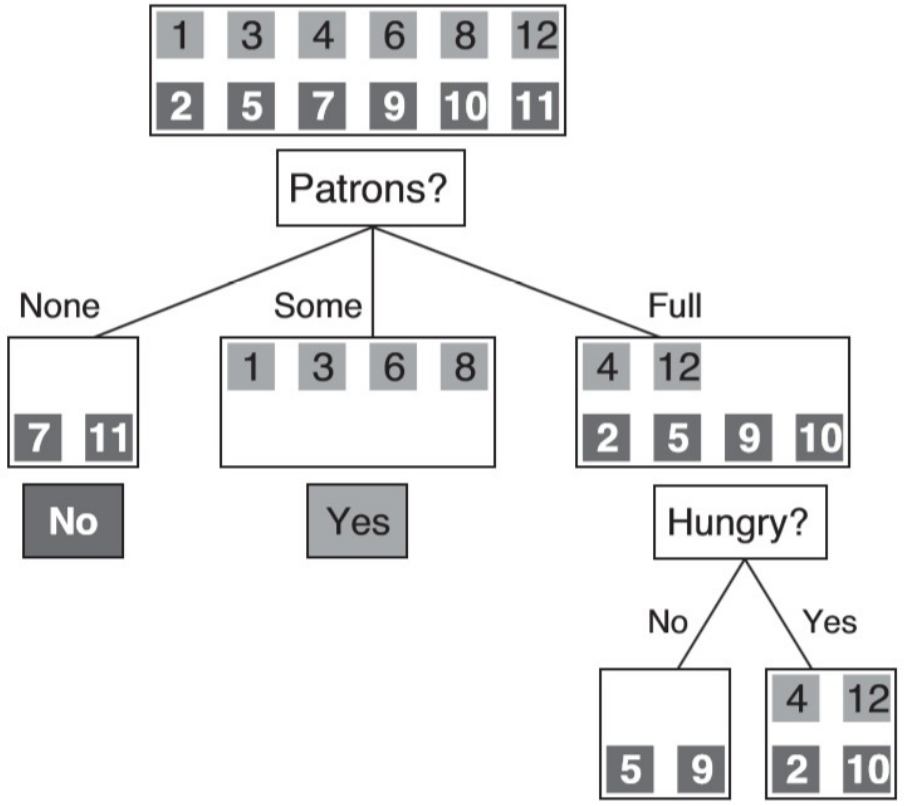
Example	Attributes										Target
	Alt	*Bar*	*Fri*	*Hun*	*Pat*	*Price*	*Rain*	*Res*	*Type*	*Est*	*WillWait*
X_1	*T*	*F*	*F*	*T*	*Some*	*$$$*	*F*	*T*	*French*	*0–10*	*T*
X_2	*T*	*F*	*F*	*T*	*Full*	*$*	*F*	*F*	*Thai*	*30–60*	*F*
X_3	*F*	*T*	*F*	*F*	*Some*	*$*	*F*	*F*	*Burger*	*0–10*	*T*
X_4	*T*	*F*	*T*	*T*	*Full*	*$*	*F*	*F*	*Thai*	*10–30*	*T*
X_5	*T*	*F*	*T*	*F*	*Full*	*$$$*	*F*	*T*	*French*	*>60*	*F*
X_6	*F*	*T*	*F*	*T*	*Some*	*$$*	*T*	*T*	*Italian*	*0–10*	*T*
X_7	*F*	*T*	*F*	*F*	*None*	*$*	*T*	*F*	*Burger*	*0–10*	*F*
X_8	*F*	*F*	*F*	*T*	*Some*	*$$*	*T*	*T*	*Thai*	*0–10*	*T*
X_9	*F*	*T*	*T*	*F*	*Full*	*$*	*T*	*F*	*Burger*	*>60*	*F*
X_{10}	*T*	*T*	*T*	*T*	*Full*	*$$$*	*F*	*T*	*Italian*	*10–30*	*F*
X_{11}	*F*	*F*	*F*	*F*	*None*	*$*	*F*	*F*	*Thai*	*0–10*	*F*
X_{12}	*T*	*T*	*T*	*T*	*Full*	*$*	*F*	*F*	*Burger*	*30–60*	*T*

目标：寻找一棵决策树：与样例一致，且规模尽可能小。

即：通过较少的测试达到正确分类。

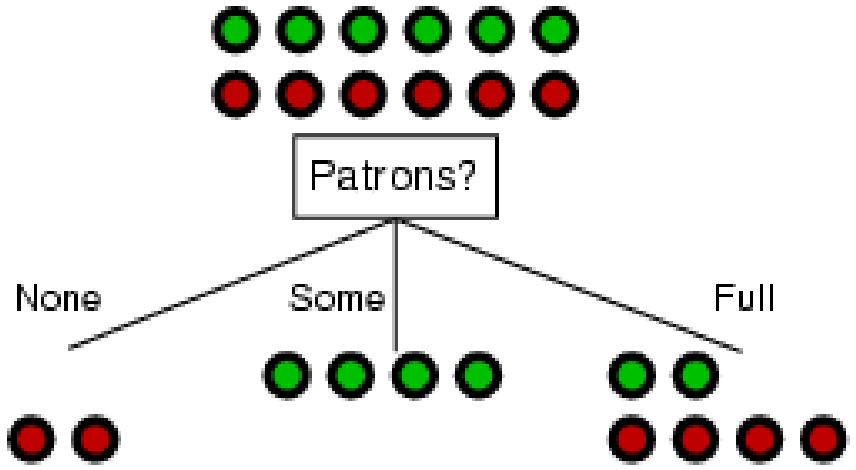
Decision Tree Learning

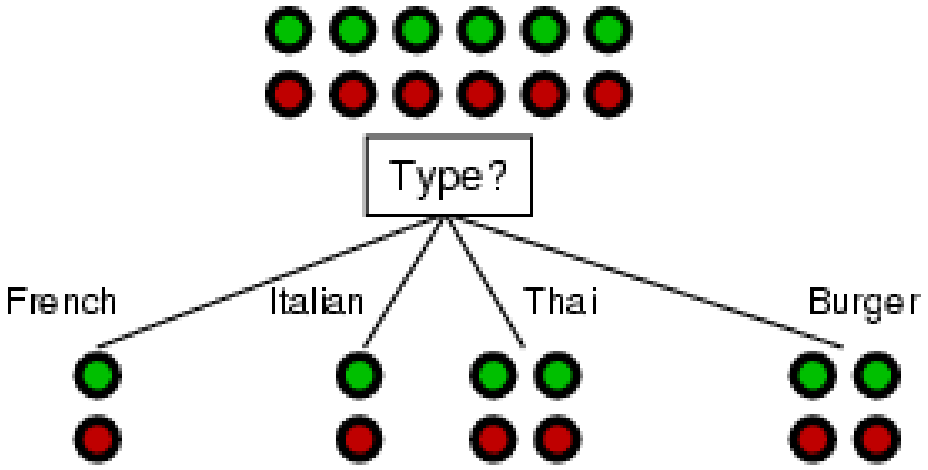
- 采用贪婪“分而治之”（ Divide- and -conquer ）的策略
  - 将问题分解为更小的子问题，这些子问题又可以被递归求解
  - 总是优先测试最重要的属性
  - “ 最重要的属性”：对于样例分类具有最大差异的属性



选择一个属性

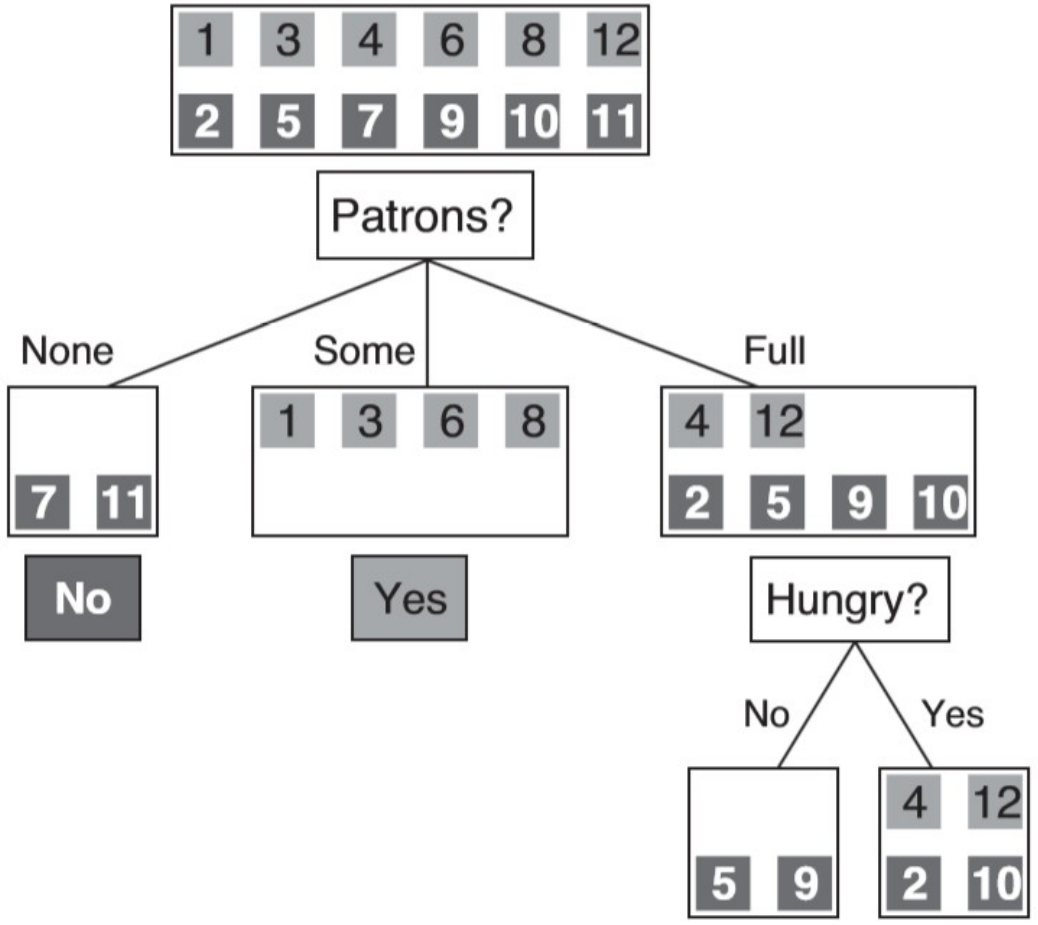
- 采用贪婪“分而治之”（ Divide- and -conquer ）的策略
  - 总是优先测试最重要的属性
  - “ 最重要的属性”：对于样例分类具有最大差异的属性





Decision Tree Learning

- 决策树生成要考虑 4 种情况：
  - 1. 如果剩余样例都是正例（或反例），则返回，可回答 Yes 或 No
  - 2. 如果既有正例又有反例，则选择最好属性继续分裂
  - 3. 如果没有留下任何样例，则返回一个缺省值（父结点样例中最常见的输出）
  - 4. 如果没有属性，返回剩余样例中得票最多的分类。

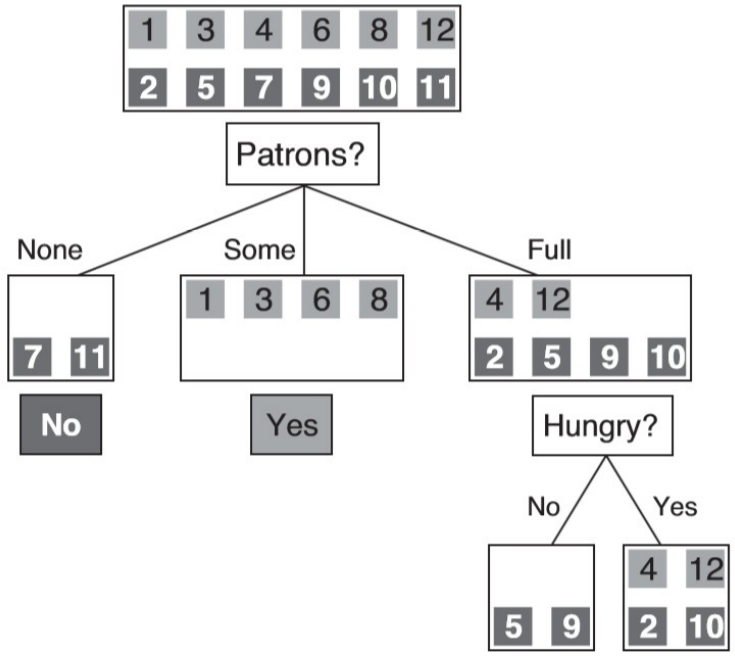


Decision Tree Learning

- Aim: find a small tree consistent with the training examples
- Idea: (recursively) choose "most significant" attribute as root of (sub)tree

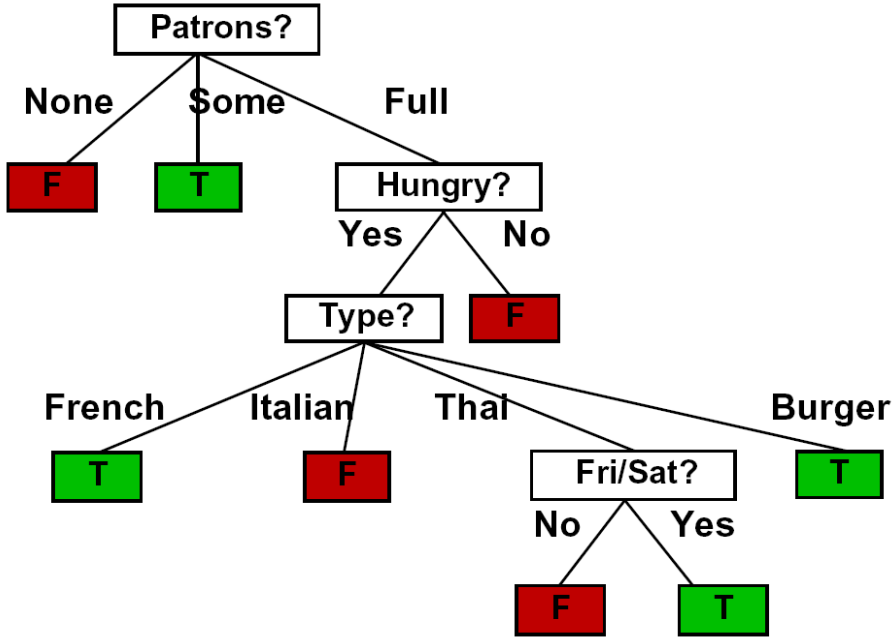
function DECISION-TREE-LEARNING($examples, attributes, parent\_examples$) **returns** a tree

if $examples$ is empty **then return** PLURALITY-VALUE($parent\_examples$)
else if all $examples$ have the same classification **then return** the classification
else if $attributes$ is empty **then return** PLURALITY-VALUE($examples$)
else
  $A \leftarrow \text{argmax}_{a \in attributes}$ IMPORTANCE($a, examples$)
  $tree \leftarrow$ a new decision tree with root test A
  for each value v_k of A **do**
    $exs \leftarrow \{e : e \in examples$ **and** $e.A = v_k\}$
    $subtree \leftarrow$ DECISION-TREE-LEARNING($exs, attributes - A, examples$)
    add a branch to $tree$ with label $(A = v_k)$ and subtree $subtree$
  return $tree$



Example: Learned Tree

- Decision tree learned from these 12 examples:



- Substantially simpler than “true” tree

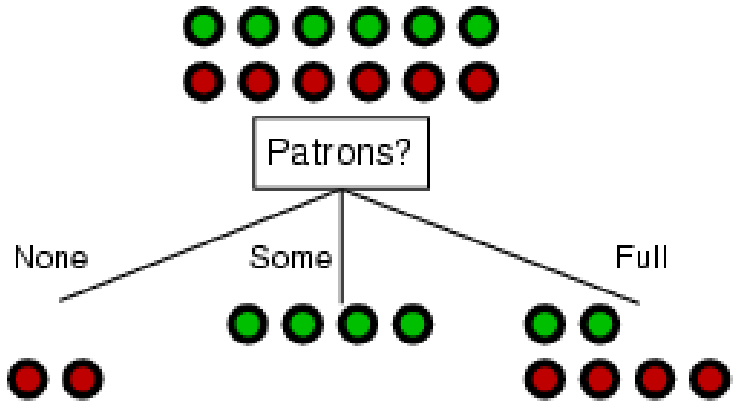
- Also: it’s reasonable

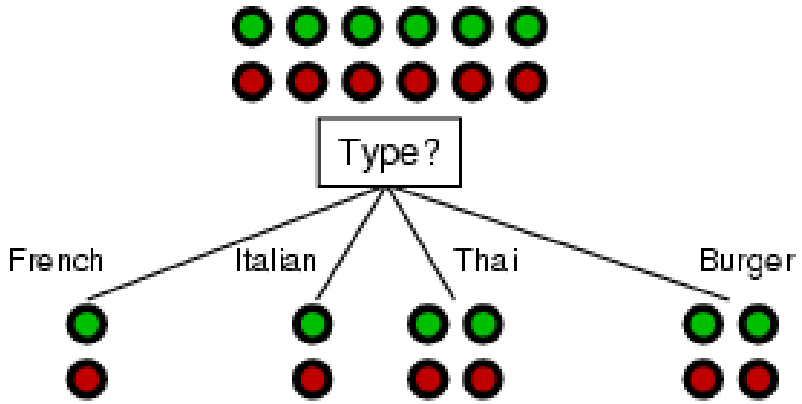
Outline

- 18.2 监督学习
- 18.3 决策树归纳
  - 18.3.1 决策树表示法
  - 18.3.2 决策树的表达能力
  - 18.3.3 从样例归纳决策树
  - 18.3.4 选择测试属性

选择一个属性

- 思想：理想的属性是将实例分为只包含正例或只包含反例的集合



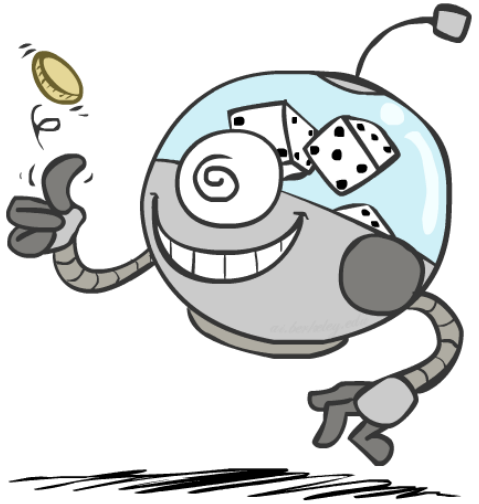


- *Patrons?*　不理想，但是很不错
- we need a measure of how “good” a split is, even if the results aren’t perfectly separated out

Entropy and Information

- 形式化度量“相当好”和“真正无用”，使用信息收益的概念定义属性的 Importance

- 熵是信息论中的基本量（ Shannon, Weaver,1949 ）
  - 熵是随机变量的不确定性度量，量化整个概率分布中的不确定性总量
  - 不确定性越小，熵越小
  - 单位：比特
  - 一般地，设随机变量 V 取值为 v_k 的概率： $P(v_k)$ ，则 V 的熵定义为：



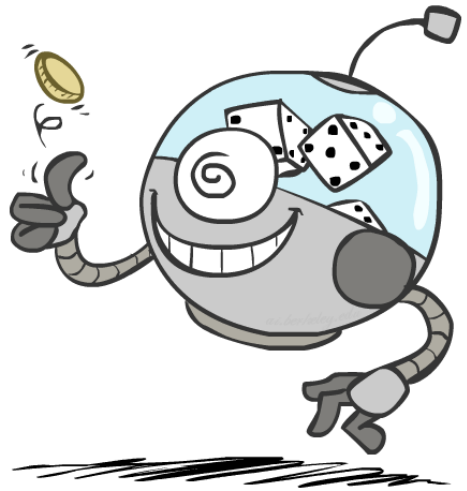
$$\text{Entropy:} \quad H(V) = \sum_k P(v_k) \log_2 \frac{1}{P(v_k)} = -\sum_k P(v_k) \log_2 P(v_k)$$

Entropy and Information

- 熵是信息论中的基本量（ Shannon, Weaver,1949 ）
  - 熵是随机变量的不确定性度量
  - Scale: bits

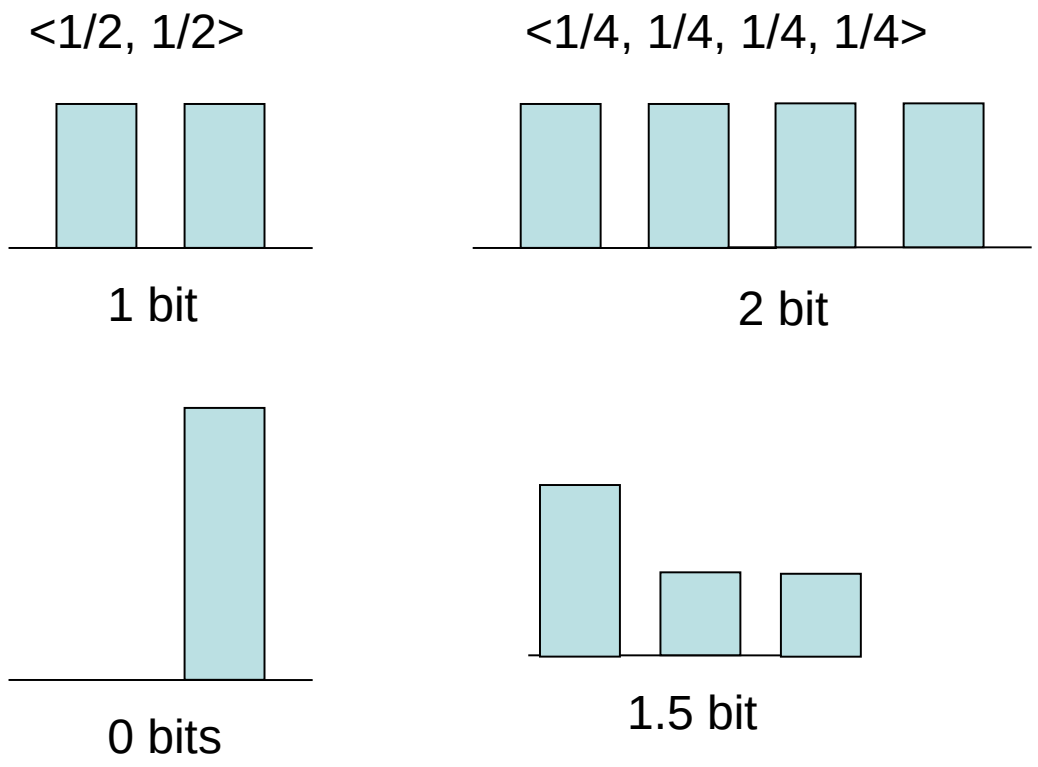
$$\text{Entropy:} \quad H(V) = \sum_k P(v_k) \log_2 \frac{1}{P(v_k)} = -\sum_k P(v_k) \log_2 P(v_k)$$

  - Answer to Boolean question with prior <1/2, 1/2>? 抛硬币的熵
  - Answer to 4-way question with prior <1/4, 1/4, 1/4, 1/4>? 四面色子的熵
  - Answer to 4-way question with prior <0, 0, 0, 1>?
  - Answer to 3-way question with prior <1/2, 1/4, 1/4>?



Entropy

- Also called the entropy of the distribution
  - More uniform = higher entropy
  - More values = higher entropy
  - More peaked = lower entropy



- 设布尔随机变量以 q 的概率为真，则可以定义该变量的熵：

$$B(q) = -(q \log_2 q + (1-q) \log_2 (1-q))$$

Entropy

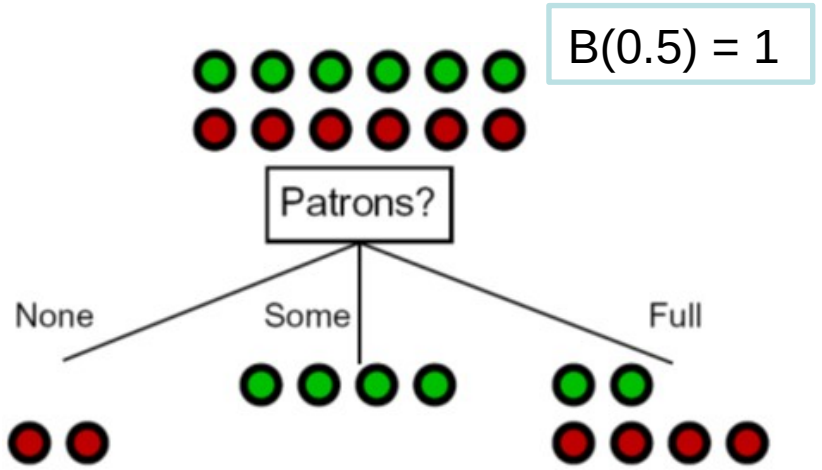
- 设布尔随机变量以 q 的概率为真，则可以定义该变量的熵：

$$B(q) = -(q \log_2 q + (1-q) \log_2 (1-q))$$

  - 例如，一个训练集包括 p 个正例样本和 n 个负例样本，目标属性的熵：

$$H(Goal) = B\left(\frac{p}{p+n}\right)$$

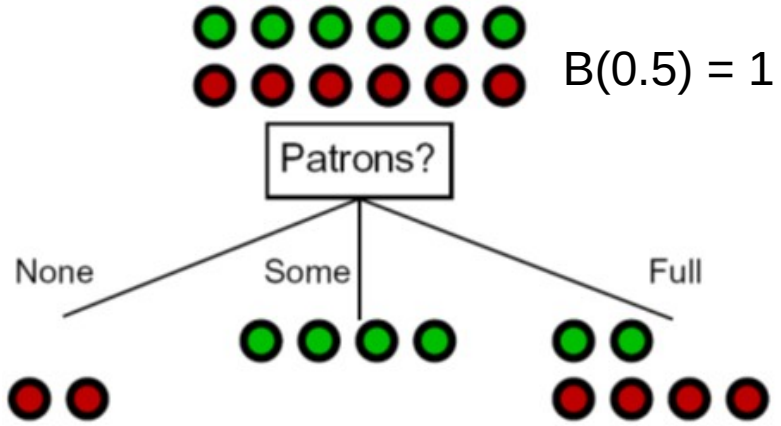
$$\frac{p}{p+n}, \frac{n}{p+n}) = - \frac{p}{p+n} \log_2 \frac{p}{p+n} - \frac{n}{p+n} \log_2 \frac{n}{p+n}$$



信息增益

- 信息增益（ Information Gain ）：一个属性 *A* 的信息增益就是由于使用这个属性分裂样例而导致的期望熵降低，即不确定性的减少量

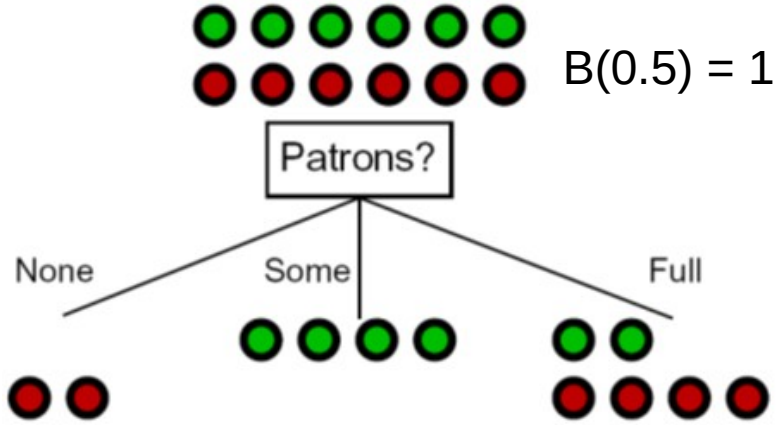
$$Gain(A) = B(\frac{p}{p+n}) - Remainder(A)$$



信息增益

- *Remainder*(*A*) 是用属性 *A* 测试后剩余的期望熵：一个属性 *A* 假定有 *d* 个不同的取值，根据其取值可以将数据集 E 分成 $E_1, \ldots, E_d$ 子集，每个子集 E_i 包含 p_i 个正例， n_i 个负例，

$$Remainder(A) = \sum_{k=1}^{d} \frac{p_k+n_k}{p+n} B(\frac{p_k}{p_k+n_k})$$



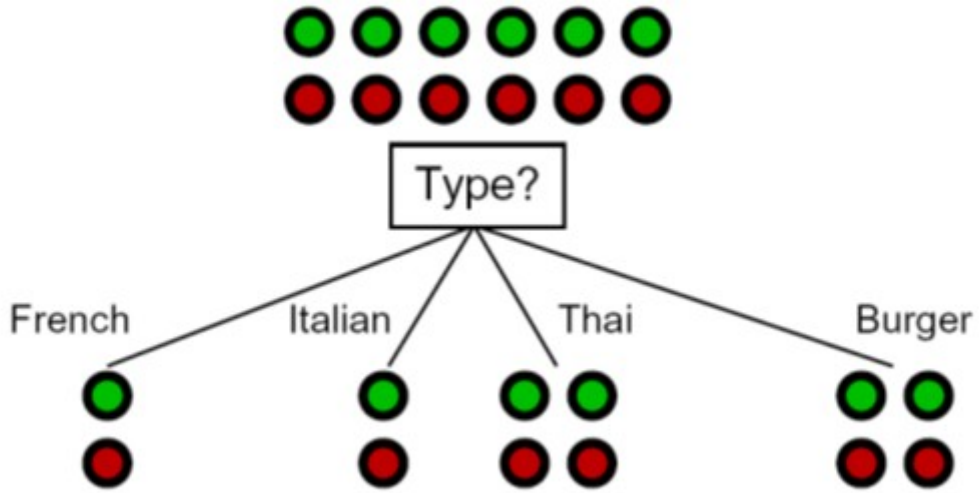
$$Remainder(A) = \frac{2}{12}B(\frac{0}{2}) + \frac{4}{12}B(\frac{4}{4}) + \frac{6}{12}B(\frac{2}{6})$$

信息增益

- 按属性 A 分裂的信息增益，是熵的期望降低的量

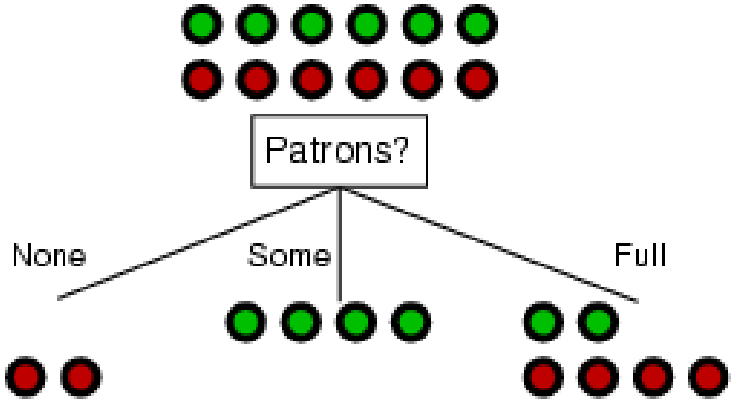
$$Gain(A) = B(\frac{p}{p+n}) - Remainder(A)$$

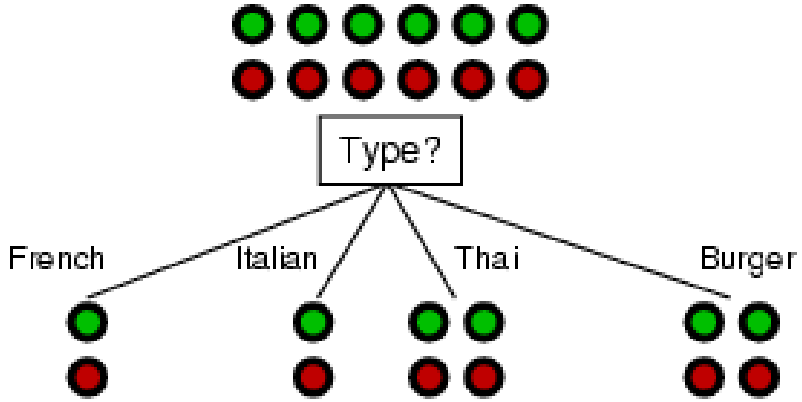
$$Remainder(A) = \sum_{k=1}^{d} \frac{p_k+n_k}{p+n} B(\frac{p_k}{p_k+n_k})$$



$$Gain(Type) = \ ?$$

信息增益





$$Gain(Patrons) = 1-\left[\frac{2}{12}B\left(\frac{0}{2}\right)+\frac{4}{12}B\left(\frac{4}{4}\right)+\frac{6}{12}B\left(\frac{2}{6}\right)\right] \approx 0.541\text{比特}$$

$$Gain(Type) = 1-\left[\frac{2}{12}B\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{2}{12}B\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{4}{12}B\left(\frac{2}{4}\right)+\frac{4}{12}B\left(\frac{2}{4}\right)\right] = 0\text{比特}$$

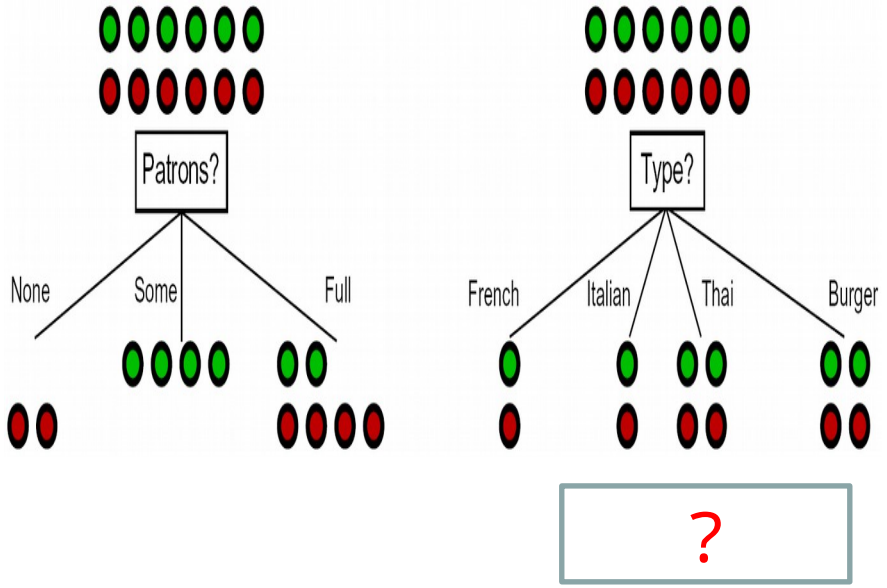
其他的属性的信息增益也可以进行类似的计算

结论： Patrons 具有最高的信息增益，被决策树算法选为决策树的根

Next Step: Recurse

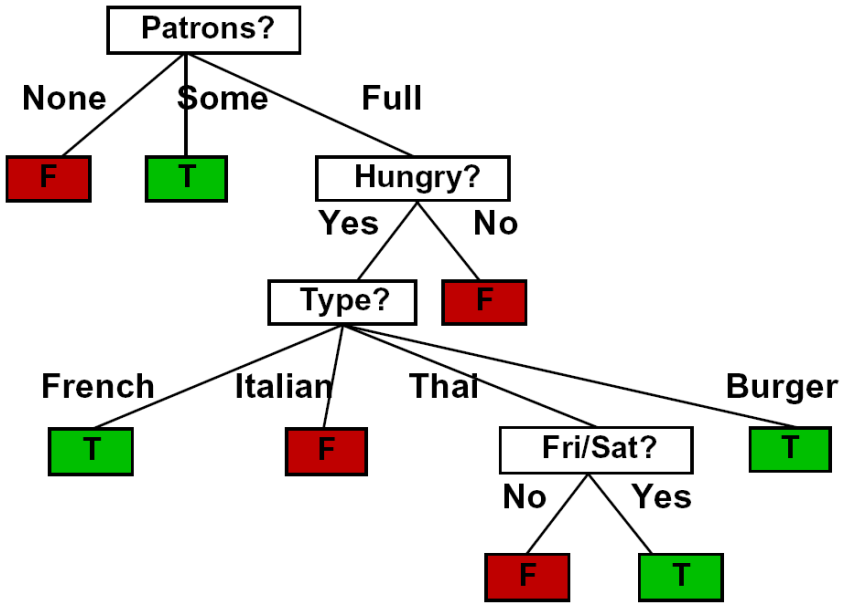
- 继续找下一个属性！
- Two branches are done
- What to do under “full”?
  - See what examples are there…

Example	Attributes										Target
	Alt	*Bar*	*Fri*	*Hun*	*Pat*	*Price*	*Rain*	*Res*	*Type*	*Est*	*WillWait*
X_1	*T*	*F*	*F*	*T*	*Some*	*$$$*	*F*	*T*	*French*	*0–10*	*T*
X_2	*T*	*F*	*F*	*T*	*Full*	*$*	*F*	*F*	*Thai*	*30–60*	*F*
X_3	*F*	*T*	*F*	*F*	*Some*	*$*	*F*	*F*	*Burger*	*0–10*	*T*
X_4	*T*	*F*	*T*	*T*	*Full*	*$*	*F*	*F*	*Thai*	*10–30*	*T*
X_5	*T*	*F*	*T*	*F*	*Full*	*$$$*	*F*	*T*	*French*	*>60*	*F*
X_6	*F*	*T*	*F*	*T*	*Some*	*$$*	*T*	*T*	*Italian*	*0–10*	*T*
X_7	*F*	*T*	*F*	*F*	*None*	*$*	*T*	*F*	*Burger*	*0–10*	*F*
X_8	*F*	*F*	*F*	*T*	*Some*	*$$*	*T*	*T*	*Thai*	*0–10*	*T*
X_9	*F*	*T*	*T*	*F*	*Full*	*$*	*T*	*F*	*Burger*	*>60*	*F*
X_{10}	*T*	*T*	*T*	*T*	*Full*	*$$$*	*F*	*T*	*Italian*	*10–30*	*F*
X_{11}	*F*	*F*	*F*	*F*	*None*	*$*	*F*	*F*	*Thai*	*0–10*	*F*
X_{12}	*T*	*T*	*T*	*T*	*Full*	*$*	*F*	*F*	*Burger*	*30–60*	*T*



总结 - 选择测试属性

Example	Attributes										Target
	Alt	*Bar*	*Fri*	*Hun*	*Pat*	*Price*	*Rain*	*Res*	*Type*	*Est*	*WillWait*
X_1	T	F	F	T	Some	$$$	F	T	French	0–10	T
X_2	T	F	F	T	Full	$	F	F	Thai	30–60	F
X_3	F	T	F	F	Some	$	F	F	Burger	0–10	T
X_4	T	F	T	T	Full	$	F	F	Thai	10–30	T
X_5	T	F	T	F	Full	$$$	F	T	French	>60	F
X_6	F	T	F	T	Some	$$	T	T	Italian	0–10	T
X_7	F	T	F	F	None	$	T	F	Burger	0–10	F
X_8	F	F	F	T	Some	$$	T	T	Thai	0–10	T
X_9	F	T	T	F	Full	$	T	F	Burger	>60	F
X_{10}	T	T	T	T	Full	$$$	F	T	Italian	10–30	F
X_{11}	F	F	F	F	None	$	F	F	Thai	0–10	F
X_{12}	T	T	T	T	Full	$	F	F	Burger	30–60	T



$$H(Goal) = B\left(\frac{p}{p+n}\right)$$

$$B(q) = -(q\log_2 q + (1-q)\log_2(1-q))$$

$$Remainder(A) = \sum_{k=1}^{d} \frac{p_k+n_k}{p+n} B\left(\frac{p_k}{p_k+n_k}\right)$$

$$Gain(A) = B\left(\frac{p}{p+n}\right) - Remainder(A)$$

练习：打球决策树

数据：

14 天的气象数据 (属性： outlook ， temperature ， humidity ， windy) ，并已知这些天气是否打球 (play) 。

问题：

根据决策树算法，构建一棵是否打球的决策树。并给出每个结点选择分裂属性时所作的计算。

outlook	temperature	humidity	windy	play
sunny	hot	high	FALSE	no
sunny	hot	high	TRUE	no
overcast	hot	high	FALSE	yes
rainy	mild	high	FALSE	yes
rainy	cool	normal	FALSE	yes
rainy	cool	normal	TRUE	no
overcast	cool	normal	TRUE	yes
sunny	mild	high	FALSE	no
sunny	cool	normal	FALSE	yes
rainy	mild	normal	FALSE	yes
sunny	mild	normal	TRUE	yes
overcast	mild	high	TRUE	yes
overcast	hot	normal	FALSE	yes
rainy	mild	high	TRUE	no