Численное решение уравнения переноса с использование технологии MPI

Лабораторная работа №1 по курсу Параллельное программирование

Конкс Эрик Б01-818

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + 2\frac{\partial u}{\partial x} = x + t, \;\; x \in (0,\ 1],\ t \in \ (0,\ 1] \\ u|_{x=0} = e^{-t}, \;\; u|_{t=0} = cos(\pi x) \end{cases}$$

Явная центральная трехточечная схема:

$$(u_m^{k+1} - 0.5(u_{m+1}^k + u_{m-1}^k))/\tau + 2(u_{m+1}^k - u_{m-1}^k)/2h = f_m^k, k = 0..., K-1, m = 0, \dots, M-1$$

Для сходимости

$$2t >= h$$

Торетически ускорение в реализованном алгоритме

$$S = O(\frac{KM + \frac{K(K-1)}{2}}{K[\frac{K+M-1}{p}]})$$

In [1]:

```
import numpy as np
import pandas as pd
from matplotlib import cm
import matplotlib.pyplot as plt
plt.rcParams["figure.figsize"] = (20, 20)
```

In [2]:

```
with open("latency.txt", "r") as f_l:
    (count, latency) = f_l.readline().split(';')
    print(f"При пересылки массива из {count} int'ов задержка: {latency} мс\n")

h = np.array([0.001, 0.0001, 0.00001, 0.000005, 0.000002])
seq = np.array([0.025, 0.167, 1.637, 3.322, 8.533])
p = np.array([[0.355, 0.499, 2.501, 4.441, 11.169],
    [0.332, 0.415, 1.250, 2.295, 5.441],
    [0.306, 0.349, 0.855, 1.529, 3.322],
    [0.264, 0.279, 0.657, 1.051, 2.219]])


df = pd.DataFrame({"Шаг по сетке(h) при t=0.001": h, "Последовательный": seq, "1
Процессор": p[0], "2 Процессора": p[1], "3 Процессора": p[2], "4 Процессора": p[
3]}).transpose()
print("Таблица замеров времени с помощью утилиты time(real - sys) в секундах")
print(df)
print("\nТаблица ускорения")
df = pd.DataFrame({"Шаг по сетке(h) при t=0.001": h, "1 Процессор": seq/p[0], "2
Процессора": seq/p[1], "3 Процессора": seq/p[2], "4 Процессора": seq/p[3]}).tran
spose()
print(df)
print("\nТаблица эффективности")
df = pd.DataFrame({"Шаг по сетке(h) при t=0.001": h, "1 Процессор": seq/p[0], "2
Процессора": seq/p[1]/2, "3 Процессора": seq/p[2]/3, "4 Процессора": seq/p[3]/4
}).transpose()
print(df)
```

При пересылки массива из 1024 int'ов задержка: 0.001987 мс

Таблица замеров времени с помощью утилиты time(real - sys) в секундах

	0	1	2	3	4
Шаг по сетке(h) при t=0.001	0.001	0.0001	0.00001	0.000005	0.000002
Последовательный	0.025	0.1670	1.63700	3.322000	8.533000
1 Процессор	0.355	0.4990	2.50100	4.441000	11.169000
2 Процессора	0.332	0.4150	1.25000	2.295000	5.441000
3 Процессора	0.306	0.3490	0.85500	1.529000	3.322000
4 Процессора	0.264	0.2790	0.65700	1.051000	2.219000

Таблица ускорения

	0	1	2	3	4
Шаг по сетке(h) при t=0.001	0.001000	0.000100	0.000010	0.000005	0.000002
1 Процессор	0.070423	0.334669	0.654538	0.748030	0.763990
2 Процессора	0.075301	0.402410	1.309600	1.447495	1.568278
3 Процессора	0.081699	0.478510	1.914620	2.172662	2.568633
4 Процессора	0.094697	0.598566	2.491629	3.160799	3.845426

Таблица эффективности

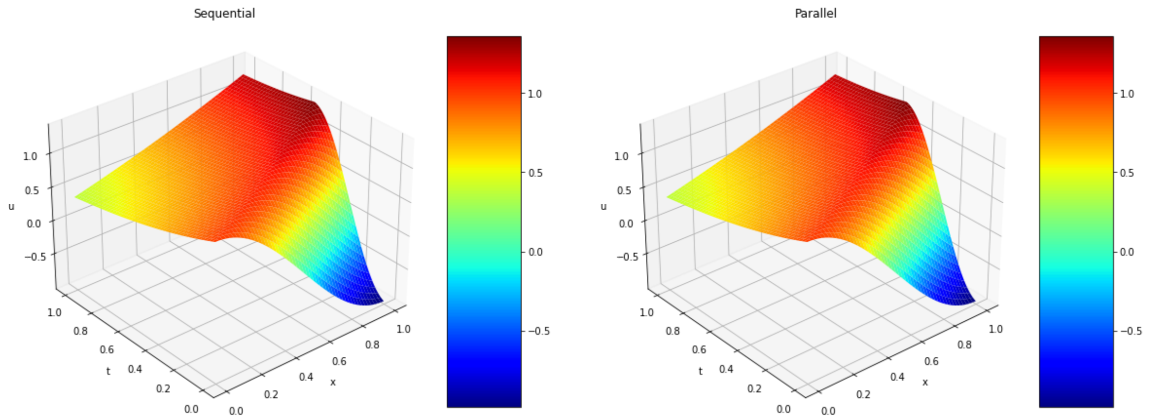
	0	1	2	3	4
Шаг по сетке(h) при t=0.001	0.001000	0.000100	0.000010	0.000005	0.000002
1 Процессор	0.070423	0.334669	0.654538	0.748030	0.763990
2 Процессора	0.037651	0.201205	0.654800	0.723747	0.784139
3 Процессора	0.027233	0.159503	0.638207	0.724221	0.856211
4 Процессора	0.023674	0.149642	0.622907	0.790200	0.961356

In [3]:

```
t_s = []
t_p = []
x_s = []
x_p = []
u_s = []
u_p = []
with open("grid_seq.csv", "r") as f_s, open("grid_par.csv", "r") as f_p:
    t_s_line = f_s.readline()
    t_p_line = f_p.readline()
    t_s = t_s_line.split(';')[:-1]
    for i in range(len(t_s)):
        t_s[i] = float(t_s[i])

    t_p = t_p_line.split(';')[:-1]
    for i in range(len(t_p)):
        t_p[i] = float(t_p[i])

    x_s_line = f_s.readline()
    x_p_line = f_p.readline()
    x_s = x_s_line.split(';')[:-1]
    for i in range(len(x_s)):
        x_s[i] = float(x_s[i])

    x_p = x_p_line.split(';')[:-1]
    for i in range(len(x_p)):
        x_p[i] = float(x_p[i])

    for line in f_s.readlines():
        tmp = line.split(';')[:-1]
        for i in range(len(tmp)):
            tmp[i] = float(tmp[i])
        u_s.append(tmp)

    for line in f_p.readlines():
        tmp = line.split(';')[:-1]
        for i in range(len(tmp)):
            tmp[i] = float(tmp[i])
        u_p.append(tmp)

x_s, t_s = np.meshgrid(x_s, t_s)
x_p, t_p = np.meshgrid(x_p, t_p)
u_s = np.array(u_s)
u_p = np.array(u_p)
```

In [4]:

```
fig, (ax_s, ax_p) = plt.subplots(1, 2, subplot_kw={"projection": "3d"})
surf_s = ax_s.plot_surface(x_s, t_s, u_s, cmap=cm.jet, linewidth=0)
surf_p = ax_p.plot_surface(x_p, t_p, u_p, cmap=cm.jet, linewidth=0)
ax_s.set_xlabel('x')
ax_s.set_ylabel('t')
ax_s.set_zlabel('u')
ax_p.set_xlabel('x')
ax_p.set_ylabel('t')
ax_p.set_zlabel('u')
ax_s.view_init(30, 230)
ax_p.view_init(30, 230)
ax_s.title.set_text("Sequential")
ax_p.title.set_text("Parallel")
fig.colorbar(surf_s, shrink=0.5, aspect=5, ax=ax_s)
fig.colorbar(surf_p, shrink=0.5, aspect=5, ax=ax_p)
plt.show()
```



1. Ускорение и эффективность параллельных алгоритмов

   Ускорение

   $$S = \frac{T_1}{T_p}$$

   $$T_1 \; - \; \text{время выполнения последовательного алгоритма}$$
   $$T_2 \; - \; \text{время выполнения параллельного алгоритма на } p \text{ процессорах}$$

   Эффективность

   $$E = \frac{S}{p}$$

2. Закон Амдаля

   Максималальное ускорение, которое можно получить с помощью алгоритма с долей последовательных операция α от общего объема

   $$S = \frac{1}{\alpha + \frac{1-\alpha}{p}}$$

3. Свойста канала передачи данных. Латентность

   Передача единицы данных через канал передачи данных занимает некоторое время называемой латентностью канала. Соответственно отношение размера данных n к времени передачи t называется пропускной способностью.

4. Виды обменов "точка-точка": синхронные, асинхронные. Буферизация данных

   Обмены бывают блокирующие и неблокирующие. При блокирующий обмене отправитель останавливается, пока получатель не примет сообщение. В то время получатель тоже останавлен и ждет когда отправитель ему отправит сообщение. При не блокирующем обмене отправитель и получатель выполняют обмен без проверки отправления и доставки.

   При буферизованном обмене выделяется память, в которую отправитель копирует свои данные и откуда себе копирует получатель.

5. Балансировка загрузки: статическая и динамическая

   Статическая балансировка выполняет распределение вычислительных узлов по процессорам до начала параллельного алгоритма и процесса вычисления.

   Динамическая балансировка выполняется в процессе параллельной программе и позволяет менять распределение по процессорам в зависимости от того как меняется обстановка, с целью максимизации использования процессоров.

6. Геометрический параллелизм

   Геометрический параллелизм - метод, в котором задача разбивается на области, которые пересекаются только на границах. Далее эти области распределяются для вычисления по процессорам. Одну область обрабатывает только один процессор

7. Конвейерный параллелизм

   Конвейерный параллелизм - метод разбиения выполнения задачи на отдельные небольшие микроэтапы, которые требует только части вычислительного оборудования. Такие микроэтапы ставятся на 'конвейер' и позволяют нагрузить все части вычислительной системы, а значит выполнять сразу несколько задач за тоже время.