

基于序列对和模拟退火算法的布局问题研究

Research on packing problem based on sequence pair and simulated annealing algorithm

(中北大学) 孙翠翠 林 都

SUN Cui-cui LIN Du

摘要: 结合布局问题的具体特点,采用序列对来间接描述布局问题的解结构,并且在模拟退火算法的基础上对布局问题的优化算法进行了研究,综合构成了一种有效求解布局问题的模拟退火算法。还将传统模拟退火算法和加回火策略的模拟退火算法的测试结果进行了比较。通过测试模块验证,传统算法取得了很优的结果,加回火策略的算法略微优于传统优化算法但却大大增加了时间复杂度。

关键词: 布局问题; 模拟退火算法; 回火策略; 序列对

中图分类号: TP301.6

文献标识码: A

Abstract: A effective simulated annealing algorithm to solve packing problems is introduced. Traditional simulated annealing algorithm and temper strategy based on traditional simulated annealing algorithm are both adopted so as to improve result optimization. Considering the characteristics of packing problem, Sequence pair is used to describe the structure of the answer to packing problems. Validated by calculation, traditional algorithm get very good result and temper strategy is a little better comparing with traditional algorithm but consume much more time.

Key words: packing problem; simulated annealing algorithm; temper strategy; sequence pair

1 引言

布局问题是非常著名的 NP 完全问题,在许多方面都具有广泛的应用。对布局问题的优化求解可以有效地提高资源的利用率,特别在 VLSI 中,减小芯片的面积和减少模块单元之间的延时,可以极大提高芯片的性能。但是, NP 完全问题随着问题规模地增加,解空间复杂度呈指数级数地增大,导致常规求解方法失效。一般采用启发式的搜索算法来解决布局问题。

模拟退火算法(simulated annealing algorithm, SA)是适合求解此类问题的一种有效近似算法,它可以在合理的时间内求出较优的近似解,在布局问题中广泛应用。该算法的实现需要与问题的具体特点相结合。本文将用 Sequence Pair(序列对)描述布局问题的解结构,研究相应布局约束图的快速计算方法,利用模拟退火算法来解决布局问题。

2 基本布局问题和模拟退火算法

2.1 基本布局问题

对于不考虑通信优先权的普通布局,其最终占用的整个包络的面积应该尽可能的小;而对于具有通信优先权的布局,还应该考虑各个模块之间通信的代价。从而我们得到的布局问题的目标函数为: $f = A + \lambda \cdot C$, 其中 $C = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n d_{ij} \cdot p_{ij}$

在上式中: A—整个布局的包络面积; C—整个布局的通信优先权的评价值; d_{ij} —布局单元 B_i 和 B_j 中心之间的曼哈顿距离; p_{ij} —布局单元 B_i 和 B_j 之间的通信优先权; λ —通信优先权在整个评价函数中所占的归一化比重。

2.2 模拟退火算法

模拟退火算法的思想最早在 1953 年由 Metropolis 提出,在

1983 年被 Kirkpatrick 等人成功引入组合优化领域。模拟退火算法是将物理过程与组合优化相结合的一种随机迭代寻优算法,模拟固体退火的过程,在局部范围内搜索最优解。固体退火过程分为两个阶段:①加热至熔融;②退火阶段。在温度 T , 分子停留在状态 r 的概率满足 Boltzmann 分布:

$$\Pr\{E = E(r)\} = \frac{1}{Z(T)} \exp\left(\frac{E(r)}{K_B T}\right) \propto \exp\left(\frac{E(r)}{K_B T}\right)$$

式中: $E(r)$ —分子处于状态 r 的能量; K_B —大于 0, 为 Boltzmann 常数; E —分子能量的一个随机变量; $Z(T)$ —概率分布的标准化因子。

在温度 T , 确定两个能量 E_1 、 E_2 , 分子从能量态 E_2 转化为 E_1 的概率

$$\text{prob}(E_2 \rightarrow E_1) = \min\{1, \exp\left(\frac{\Delta E}{K_B T}\right)\} = \min\{1, \exp\left(\frac{E_2 - E_1}{K_B T}\right)\}$$

当能量减小时($E_2 \leq E_1$): 接受 $E_2 \rightarrow E_1$, 相当于确定性优化; 当能量非减小时($E_2 > E_1$): 确定性优化将拒绝 $E_2 \rightarrow E_1$ (正是不能跳出局部最优值的原因)。但模拟退火法允许以一定的概率接受(SA 具有全局收敛性的关键), 接受概率为

$$\text{prob}(E_2 \rightarrow E_1) = \min\{1, \exp\left(\frac{\Delta E}{K_B T}\right)\}, \text{random}(0, 1)\} (\Delta E > 0)$$

由上式得到一般退火策略: T 很大时, 使 ΔE 很大, 接受概率比较大, 可以接受的较差解比较多; T 不是很高时, 使 ΔE 小的状态易于接受, 即中温时, 易于接受比当前状态不是很差的解; T 很小时, ΔE 足够小的状态才易于接受, 即低温时, 只能接受比当前状态差较少的解。当经过足够长时间的温度下降过程, 固体达到最小能量状态时, 优化问题也相应达到全局最优解。

在模拟退火算法中有下面四个关键因素: 1. 初始温度的选择; 2. 温度下降策略; 3. 每一温度下的迭代长度; 4. 算法终止规则。以上四个因素的不同选择都会影响模拟退火的最终优化结果,

其中以每一温度下的迭代长度和温度下降系数的影响最大。这些关键因素的选择必须以大量的实验事实为基础。

2.3 改进的模拟退火算法

传统的模拟退火过程是一个单向的退火-温度下降过程,直到满足算法的终止规则为止。在我们的程序中对传统的模拟退火算法在两方面进行了改进:1. 在退火过程中用一个最优值记录器记录搜索到的最优解,以避免最优解的丢失;2. 加入了回火过程。在每次退火结束后,用当前计算结果为初始解,并将温度再次升高(但比上一次的温度低),再一次进行退火。采用回火策略有利于跳出局部最优的“陷阱”。

3 基于 Sequence pair 的解结构的描述

对于模拟退火算法,新解的产生和搜索策略依赖于解结构的描述方法。一般来说,解结构的描述分为两种:直接描述和间接描述。解结构的直接描述,这种方法的时间消耗和布局结果都不能令人满意。所以需要一种方便的可以表示不可二划分结构的几何表示方法,sequence pair 是一种间接描述解结构方法,可以把非常大的解空间对应到有限的解空间,但同时又没有消去最优解且总是产生合理的解,与实际布图之间的转换存在多项式时间算法。

3.1 sequence pair

sequence pair 是指在一个矩形块布局中,所有矩形块的两个排列构成的序列对。它用两个包含模块单元相互位置关系的序列对 (X,Y) 来确定一个布局。序列对通过两组正步线来产生两个所有矩形模块的排列:正序列 X 和负序列 Y 。正序列描述的是序列中前面模块在后面模块左边或者上边的关系;负序列描述的是序列中前面模块在后面模块左边或者下边的关系。如图1(a),(b)所示,一个布局可以通过从左下角至右上角的一组正步线确定所有矩形块的一个正序列排列次序 $X=531462$,同时通过从右下角至左上角的一组负步线确定所有矩形块的另一个负排列次序 $Y=632514$,两个排列构成一个序列对 (X,Y) 。也就是说,一个布局可对应一个序列对。对任意矩形块 a 和 b ,它们的关系必然是下面四种关系:

1. $(\cdots a \cdots b \cdots, \cdots a \cdots b \cdots)$: a 在 b 的左侧; 2. $(\cdots b \cdots a \cdots, \cdots a \cdots b \cdots)$: a 在 b 的下方; 3. $(\cdots b \cdots a \cdots, \cdots b \cdots a \cdots)$: a 在 b 的右侧; 4. $(\cdots a \cdots b \cdots, \cdots b \cdots a \cdots)$: a 在 b 的上方

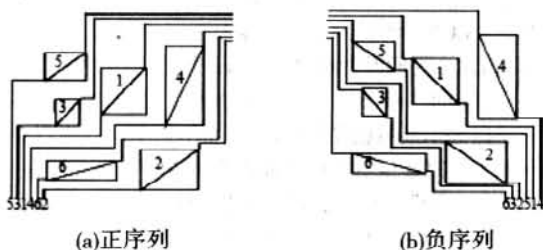


图1 序列对原理

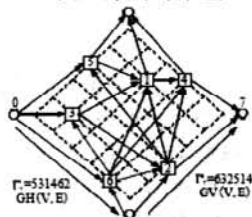


图2 水平和垂直约束图

按照序列对所包含的矩形块位置关系,可以唯一确定矩形块间的水平约束关系和垂直约束关系,从而确定一个布局。约束图是序列对和布图之间的桥梁。对于图1布局的序列对 $(531462,632514)$ 可构造图2表示布局单元相互之间位置关系的水平约束图 $GH(V,E)$ 和垂直约束图 $GV(V,E)$ 。 GH 中节点的权重为对应矩形块的宽, GV 中节点的权重为对应矩形块的高。显然整个包围布局的宽和高等于 GH 和 GV 的关键路径。

如何构造水平约束图 $GH(V,E)$ 和垂直约束图 $GV(V,E)$ 呢?一般我们是通过求最长公共子序列来构建约束图的。构建水平约束图,首先寻找 X 序列和 Y 序列中的公共子序列,公共子序列的起点与源点相连,终点与漏点相连,最长公共子序列的边权和决定了布局的最大宽度。构建垂直约束图,首先寻找 $X^R(X$ 的反序列)和 Y 中的公共子序列,公共子序列的起点与源点相连,终点与漏点相连,最长公共子序列的边权和决定了布局的最大高度。

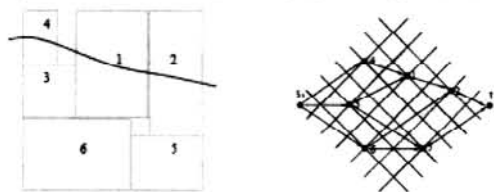
3.2 带权序列对和最长公共子序列 (LCS, longest common subsequence)

首先介绍一下带权序列和LCS的定义。

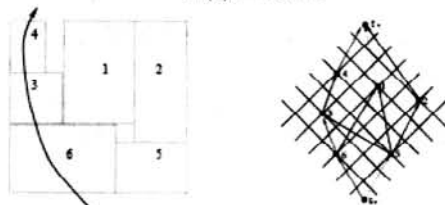
定义1: 一个具有权值的序列对 (X,Y) ,对于属于 X 序列的每一个元素 b_i ,其权值为模块 b_i 的宽 $\omega(b_i)$;同样对于属于 Y 序列的每一个元素 b_i ,其权值为模块 b_i 的高 $\omega(b_i)$ 。

定义2: 如果 X 序列和 Y 序列都包含子序列 Z ,那么序列 Z 就是 X 序列和 Y 序列的公共子序列。LCS即为 X 序列和 Y 序列的公共子序列中具有最大长度的公共序列。在下面的讨论中,LCS代表最长公共子序列, $lcs(X,Y)$ 代表最长公共子序列的长度。

对于一个模块集合 $B = \{1, \dots, n\}$ 和描述它们位置关系的序列对 (X,Y) 。水平方向的最长公共子序列的边权和决定了布局的最大宽度。垂直方向的最长公共子序列的边权和决定了布局的最大高度。例如: $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $(X,Y) = (\langle 431625 \rangle, \langle 635412 \rangle)$ 。如图3所示,布局水平方向的最大长度对应水平方向的LCS $\langle 412 \rangle$, $\langle 412 \rangle$ 是 $(X,Y) = (\langle 431625 \rangle, \langle 635412 \rangle)$ 的最长公共子序列;布局垂直方向的最大高度对应垂直方向的LCS $\langle 634 \rangle$, $\langle 634 \rangle$ 是 $(X^R,Y) = (\langle 526134 \rangle, \langle 635412 \rangle)$ 最长公共子序列。



图(3)水平方向



图(4)垂直方向

假设在序列对 (X,Y) 存在一个模块 b ,即 $(X,Y) = (X_1 b X_2, Y_1 b Y_2)$, $(X^R,Y) = (X_2^R b X_1^R, Y_1 b Y_2)$ 。从图(3)的水平约束图可以看出,从源点 s_0 到模块 b 的路径对应 (X_1,Y_1) 的LCS;同样从图(4)的垂直约束图可以看出,从源点 s_0 到模块 b 的路径对应 (X_2^R,Y_1) 的LCS。由于在布局中一个模块的座标就是这个模块左下角的座标,因此,如果 $\omega(i)$ 代表模块 i 的宽度, $lcs(X_1,Y_1)$ 则代表模块 b 在

X方向的坐标,如果 $\omega(i)$ 代表模块i的高度, $lcs(X_2^R, Y_1)$ 则代表模块b在Y方向的坐标。最终我们得到如下结论:对于模块集合B中任意一个模块b,序列对 $(X, Y) = (X_1bX_2, Y_1bY_2)$,则 $(X^R, Y) = (X_2^RbX_1^R, Y_1bY_2)$ 。如果 $\omega(i)$ 代表模块i的宽度, $lcs(X_1, Y_1)$ 则代表模块b在X方向的坐标, $lcs(X, Y)$ 代表整个布局的宽度;如果 $\omega(i)$ 代表模块i的高度, $lcs(X_2^R, Y_1)$ 则代表模块b在Y方向的坐标, $lcs(X^R, Y)$ 代表整个布局的高度。

基于以上结论可知通过求解一个序列对的对LCS,不仅可以求出每一个模块的X和Y坐标,也可以求出整个布局的宽和高。因此整个布局的优化问题可以通过求解一个序列对的对LCS来求解。

3.3 一种快速求解LCS算法

下面来介绍一种简单有效的计算一个序列对的对LCS的算法。这个算法时间复杂度为 $O(n^2)$,n为布局模块的数目。假定对模块1...n进行布局。输入序列对为 (X, Y) ,X和Y均为 $\{1...n\}$ 的一个排列。根据权值 $\omega(b)$ 是代表模块的宽还是高,模块位置数组P[b]用来记录模块b的X或Y坐标。为了记录模块b在序列X和Y中的位置,如果 $b=X[i]=Y[j]$,建立数组 $match[b], b=1, \dots, n$,则有 $match[b].x=i$ 和 $match[b].y=j$ 。长度数组用来记录最长公共子序列的长度。算法如下:

```

1 初始化 Match Array;
3 for i = 1 to n
4     do b = X[i];
5     p = match[b].y;
6     P[b] = L[p];
7     t = P[b] +  $\omega(b)$ ;
8     for j = p to n
9         do if (t > L[j])
10             then L[j] = t;
11             else break;
12 return L[n];

```

以上算法正确地返回了 $lcs(X, Y)$ 且每一个模块的位置被正确记录在数组 $P=[1...n]$ 中。

4 基于 Sequence pair 和模拟退火算法的布局优化

4.1 模拟退火算法应用

模拟退火算法应用于实际问题的关键之一是问题解空间的描述方法,它将直接影响到算法的计算效果。Sequence Pair的新解产生方式采用如下4种:①在正向序列中交换两个模块的顺序;②在负向序列中交换两个模块的顺序;③在正向序列和负向序列中同时交换两个模块的顺序;④把某个模块旋转,即将水平约束图和垂直约束图中对应模块的数据高或宽交换。在解决布局问题中,我们采用Sequence Pair解结构描述的模拟退火算法的伪代码描述如下:

模拟退火算法

```

{ 产生初始解和初始目标函数:  $X_0, f_0$ ; 初始化最优值记录器:  $X^* = X_0; f^* = f_0$ ;
While(不满足回火终止条件) //回火循环(算法1不加,算法2加)
{ 初始温度  $t=t_0$ ; While( $t > 1.0e-3$ ) //退火循环
{ for (i = 0; i < L; i++) //在同一温度下进行迭代计算
{从四种新解产生方式任选一种产生新解:  $X_{new}$ ; 计算评价新解的目标函数:  $f_{new}$ ;

```

```

计算评价目标函数差:  $df = f_{new} - f$ ; if ( $df < 0$  or  $\exp(-df/t) > \text{random}(0,1)$ )

```

```

{ 接受新解:  $X = X_{new}; f = f_{new}$ ; if ( $f_{new} < f^*$ )

```

```

{ 记录最优值:  $f^* = f_{new}; X^* = X$ ; }

```

```

else 还原原来的解;

```

```

下降温度  $t = \alpha \cdot t$ ;

```

```

以记录器中的最优解作为布局问题的初始解;

```

```

产生回火温度; }

```

4.2 实验结果

对11个benchmark进行了测试,经过大量实验,最终选取了模拟退火中的几个关键参数:温度的初始值 $t_0=400$,温度下降系数 $\alpha=0.95$,马可夫链长度 $L=4000$ 。实验结果如表1所示。算法1为没有加回火的模拟退火算法,算法2为加了回火的模拟退火算法。

表1 布局问题的测试结果

序号	benchmark	面积利用率(%)		消耗时间(s)	
		算法1	算法2	算法1	算法2
1	m6	97.95	97.95	3	29
2	m10	97.79	97.55	6	42
3	m20	95.98	96.02	12	65
4	ami33	95.54	96.07	20	108
5	ami49	94.40	96.11	31	172
6	m100	93.15	94.51	81	450
7	m121	93.36	94.61	105	590
8	m130	94.01	94.24	120	648
9	m169	93.68	93.89	170	854
10	m225	93.50	93.72	275	1600

模拟退火中四个关键参数的不同选择对最终优化结果的影响也不同,其中以马可夫链长度和温度下降系数影响最大。与实际的退火物理过程相符合,每个温度下要尽可能达到稳定,因此马氏链长度越长越好,但温度稳定性的增加就会随长度的增加变得非常缓慢,相应优化效果并不会明显地增加。经过试验,在初始温度为400,下降系数为0.95情况下,马可夫链长度>4000时,效果就没有明显地增加。从表可看出传统模拟退火算法取得了令人非常满意的结果,加了回火后能够略微提高优化效果但消耗的计算时间大大增长,所以需要在消耗时间和优化结果之间作出平衡。而且我们的优化结果随着测试模块数的增加减小程度非常低,仅不到5%。同时我们的结果比文献的要更优,而且随着测试模块数目增加时要更优的多。

影响布局问题优化结果的另一个重要因素就是问题解的描述结构。从表可看出在不加回火时,各个测试用例的面积利用率都在93%以上,消耗的时间也能够令人满意。用Sequence Pair间接描述布局问题的解结构,可以把非常大的解空间对应到有限的解空间。对于长度有限的序列,序列的组合也是有限的,因此可以表示所有的布局;与实际布图之间的转换存在多项式时间算法,所以在足够长的时间内总可以搜索到全局最优解。例如对一个n个模块单元的布局问题,所有序列对的集合是该布局问题的解空间,该解空间共有 $(n!)^2$ 个序列对,在矩形模块可以旋转的情况下,解空间共有 $2^n(n!)^2$ 个序列对。

5 结论

本文采用非完全优化算法-模拟退火算法,利用sequence pair间接描述布局问题的解空间结构,最终在可接受的时间内得到了布局问题令人非常满意的优解。在利用sequence pair描述布局问题的解空间结构时,利用了一种简单有效的算法通过求解序列对的对LCS来确定每个模块的X和Y坐标。本文还将

(下转第67页)

约了系统的鲁棒性,致使模糊规则或隶属度函数设置无法对微幅偏差进行全局的实时有效抑制,因而模糊控制过程中会出现局部小尖峰,这正体现了模糊控制与遗传算法优化在系统的鲁棒性上的性能差距。

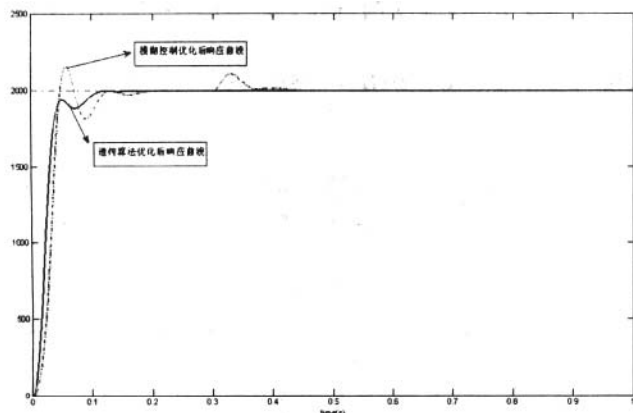


图5 仿真结果比较

Fig.5 Comparison of simulation

5 结束语

利用遗传算法进行参数优化,转台系统的阶跃响应特性基本上达到了“快速-无超调”的设计目标,而且克服了对调节器初始参数的依赖性,与模糊自适应控制相比,遗传算法只通过二进制字符串的简单复制、交叉、变异操作,没有繁琐的控制规则,又体现了极强的鲁棒性。说明本文提出的基于遗传算法的转台控制参数优化是可行的,它解决了使用传统方法PID控制器进行参数优化时存在的诸多问题,具有很好的实用价值。

本文创新点:本文以直流转台为控制对象,利用了遗传算法进行参数寻优的方法,与现在常用的模糊自适应PID参数整定方法进行比较,详细论证了该方法不需要任何初始信息,无复杂规则,操作简单,响应迅速,调速性能优良。

参考文献

- [1]段海滨.蚁群算法原理及其应用[M].北京:科学出版社,2005,12
 - [2]楼顺天.基于MATLAB的系统分析与设计—模糊系统[M].西安:西安电子科技大学出版社,2001
 - [3]徐昕,李涛,邵晓晨,等.MATLAB工具箱应用指南—控制工程篇[M].北京:电子工业出版社,2000
 - [4]闻新,周露,等.MATLAB模糊逻辑工具箱的分析与应用[M].北京:科学出版社,2001
 - [5]雷英杰,张善文,李续武,周创明.MATLAB遗传算法工具箱及应用[M].西安:西安电子科技大学出版社,2005,4
 - [6]姜毅.基于模糊自适应PID的压力波动试验台[J].北京:微计算机信息,2008,10-1:57-58
 - [7]刘金琨.先进PID控制MATLAB仿真[M].北京:电子工业出版社,2004,7
 - [8]T-S.Low,M.A.Jabbar and M.A.Rahman.Permanent Magnet Motors for Brushless Operation. IEEE Trans. Ind Appl.,Vol.26,No.1, Jan/Feb.,1990,pp.124-129
 - [9]Dorigo M,Maniezzo V,Colomi A.Ant system: optimization by a colony of cooperating agents [J].IEEE Trans on Systems,Man,and Cybernetics-PartB:Cybernetics,1996,26(1)
- 作者简介:刘川来(1947-),男(汉族),山东青岛人,青岛科技大学自动化学院教授,硕士,研究方向:计算机控制系统、信息管理系统和自适应与智能控制系统;栾圣元,(1982-),男(汉),山东青岛

人,青岛科技大学自动化学院学生,硕士,研究方向:计算机控制系统。

Biography:LIU Chuan-lai(1947-), male, Han, Qingdao, Shandong, Professor, master, research aspect: computer control system, information management system and adapting & intelligent control system. (266042 山东青岛 青岛科技大学自动化学院) 刘川来 栾圣元 (Qingdao University of Science & Technology, Qingdao, 266042, China) LIU Chuan-lai LUAN Sheng-yuan

通讯地址:(266042 山东 青岛科技大学 163 信箱) 栾圣元

(收稿日期:2009.03.09)(修稿日期:2009.06.09)

(上接第 212 页)

传统模拟退火算法和加回火策略的模拟退火算法的测试结果进行了比较。通过测试模块验证,传统算法可以取得很优的结果,而加回火策略的算法略微优于传统算法但却大大增加了时间复杂度,所以在两种算法的选择上要视所要求的解的优化程度而定。

参考文献

- [1]Xiaoping Tang, Ruiqi Tian, and D.F.Wong. Fast Evaluation of Sequence Pair in Block Placement by Longest Common Subsequence Computation.
 - [2]刘秋菊,王仲英,刘素华.基于遗传模拟退火算法的模糊聚类方法.[J]微计算机信息,2006,5:270-272.
 - [3]Olivier Coudert, Jason Cong, Sharad Malik. Incremental CAD[C]. US:IEEE Press, 2000.236-244.
- 作者简介:孙翠翠(1983-),女(汉),陕西省,中北大学硕士研究生,研究方向为系统工程。

Biography:SUN Cui-cui(1983-), female (the Han nationality), Shaanxi Province, Master's degree (North University of China), Research direction for the systems engineering.

(030051 太原 中北大学经济与管理学院) 孙翠翠

(030051 太原 中北大学信息与通信工程学院) 林 都

通讯地址:(030051 太原中北大学 936#) 孙翠翠

(收稿日期:2009.03.19)(修稿日期:2009.06.19)

(上接第 214 页)

- [2]孙明轩,黄宝健.迭代学习控制[M].北京:国防工业出版社,1999.
- [3]任雪梅,高为炳.任意初始状态下的学习控制[J].自动化学报,1994,20(1):74-79.
- [4]李志安.迭代学习控制的初值问题研究[D].南京:南京理工大学,2008.
- [5]林辉,王林.迭代学习控制理论[M].西安:西北工业大学出版社,1998:17-19.

作者简介:曹伟(1977-),男,吉林,硕士,讲师。研究方向为智能控制理论与应用。

Biography:CAO Wei(1977-), Male, Jilin Province, Master, Lecturer, Research area: Intelligent Control Theory and Applications. (161006 黑龙江省齐齐哈尔 齐齐哈尔大学计算机与控制工程学院) 曹 伟

(College of Computer and Control Engineering, Qiqihar University, Heilongjiang Qiqihar 161006, China) CAO Wei

通讯地址:(161006 黑龙江省齐齐哈尔大学计算机与控制工程学院) 曹 伟

(收稿日期:2009.02.18)(修稿日期:2009.05.18)