

Institut de Financement du Développement du Maghreb Arabe
CONCOURS DE RECRUTEMENT DE LA XXIV^{ème} PROMOTION
(Gestion Financière)
Lundi 12 juillet 2004

Exercice 1 (14 points) :**ÉNONCÉ**

La Société Oméga envisage de financer un projet ayant les caractéristiques suivantes :

- Coût: 1 000 000 Dinars (investissement en $t = 0$)
- Durée de vie : 5 ans ;

L'investissement consiste à acquérir des actifs amortissables sur 5 ans selon le mode linéaire.

Après cinq ans d'exploitation, la valeur résiduelle du projet est supposée nulle.

Le projet devrait dégager des cash-flows nets annuels suivants : (en Dinars)

	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5
cash-flows nets	525 000	525 000	590 000	590 000	590 000

Les cash-flows nets sont supposés être obtenus en fin de période.

Le projet sera financé par Capitaux Propres et par emprunt bancaire

L'Emprunt bancaire porte sur un montant de 500 000 Dinars à un taux d'intérêt annuel nominal de 8 % :

- Déblocage : le 31/12/2004 (ce qui correspond à $t = 0$)
- Remboursement sur 5 ans selon les modalités suivantes :
 - ✓ Amortissements constants.
 - ✓ Échéances annuelles au 31 décembre de chaque exercice.
 - ✓ Première échéance en principal et en intérêts : le 31/12/2005
- La société est soumise à l'impôt au taux de 35 %. L'impôt est supposé être payé au

31 décembre de l'exercice pour lequel il est dû.

Le financement par Capitaux propres consiste en une augmentation du capital en numéraires de 500 000 Dinars en date du 31/12/2004 ; Le coût des capitaux propres est estimé à 12 %.

Les frais sur augmentation du capital ou sur emprunt bancaire sont supposés négligeables.

Questions :

- 1) Établir le tableau d'amortissement de l'emprunt
- 2) Calculer le coût de financement du projet (le coût du capital).
- 3) Calculer la valeur actuelle nette et le taux interne de rentabilité du projet
- 4) L'entreprise devrait-elle réaliser le projet. Justifier votre réponse
- 5) Présenter les limites des deux critères de décision utilisés
- 6) Établir le Plan d'Investissement et de Financement sur la période du projet.

Corrigé**1) Tableau d'amortissement**

	Capital	Intérêts	Principal	Annuités	Eco Impôt	A. effectives
31-12- 2005	500.000	40.000	100.000	140.000	14.000	126.000
31-12- 2006	400.000	32.000	100.000	132.000	11.200	120.800
31-12- 2007	300.000	24.000	100.000	124.000	8.400	115.600
31-12- 2008	200.000	16.000	100.000	116.000	5.600	110.400
31-12- 2009	100.000	8.000	100.000	108.000	2.800	105.200

2) Coût du Capital

- Le coût de la dette :

K_d : Coût de la Dette , T : Taux d'impôt sur les Sociétés

☒ **Méthode 1 :**

$$K_d = i(1 - T); A.N : K_d = 0,08 \times 0,65 = 0,052$$

☒ **Méthode 2 :**

$$\frac{K_d}{500\,000} = \frac{126\,000}{1 + K_d} + \frac{120\,800}{(1 + K_d)^2} + \frac{115\,600}{(1 + K_d)^3} + \frac{110\,400}{(1 + K_d)^4} + \frac{105\,200}{(1 + K_d)^5}$$

$$A.N : K_d = 0,052$$

- Le coût de la dette :

$$K = (0,5 \times 0,12) + (0,5 \times 0,052) = 0,086$$

3) VAN et TRI

$$VAN = \frac{525\,000}{1 + K_d} + \frac{525\,000}{(1 + K_d)^2} + \frac{590\,000}{(1 + K_d)^3} + \frac{590\,000}{(1 + K_d)^4} + \frac{590\,000}{(1 + K_d)^5} - 1\,000\,000$$

$$VAN = 1.351.911$$

$$TRI : t/VAN = 0 \Rightarrow t = 46,883 \%$$

4) Décision :

$VAN > 0$ et $TRI > 8,6 \%$ \Rightarrow Projet rentable : accepter le projet

5) Limites de la VAN et TRI :

- VAN :
 - ✓ Suppose le réinvestissement du cash-flow au taux d'actualisation
 - ✓ Suppose que la structure de financement est constante
 - ✓ Suppose que le coût de financement est constant
- TRI :
 - ✓ Suppose le réinvestissement du cash-flow au TRI du projet
 - ✓ Nécessite un taux de référence pour la prise de décision

✓ Possibilité d'avoir plusieurs TRI pour un projet unique

6) Le plan d'Investissement et de Financement :

Les cash-flows nets du projet sont calculés indépendamment des moyens de financement (compte non tenu des intérêts sur emprunts)

- Calcul de la CAF compte tenu des moyens de financement :

$$\text{Cash Flow Net}_{(\text{exploitation})} = \text{Résultat net}_{(\text{exploitation})} + \text{dotations aux amortissements}$$

$$\text{Résultat net}_{(\text{exploitation})} = \text{CFN}_{(\text{exploitation})} - \text{dotations aux amortissements}$$

$$\text{Bénéfice Avant Impôt et Intérêts (BAII)} = \frac{\text{Résultat net}_{(\text{exploitation})}}{(1 - T)}$$

$$\text{Résultat Net de l'exercice (exploitation et financement)} = \frac{(\text{BAII} - \text{intérêts})}{(1 - T)}$$

$$\text{CAF compte tenu des moyens de financement} = \text{RN de l'exercice} + \text{Dotations aux amortissements}$$

CAF compte tenu des moyens de financement					
2004	2005	2006	2007	2008	2009
CFN	525.000	525.000	590.000	590.000	590.000
RN (exploitation)	325.000	325.000	390.000	390.000	390.000
Bénéfice Avant Impôt et Intérêts	500.000	500.000	600.000	600.000	600.000
Intérêt	40.000	32.000	24.000	16.000	8.000
Bénéfice Avant Impôt	460.000	468.000	576.000	584.000	592.000
Résultat Net	299.000	304.200	374.400	379.600	384.800
CAF	499.000	504.200	574.400	579.600	584.800

PIF						
	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Capital	500.000					
Emprunt	500.000					
CAF		499.000	504.200	574.400	579.600	584.800
Ressources	1000.000	499.000	504.200	574.400	579.600	584.800
Investissement	1000.000					
Remboursement des Emprunts		100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
Emplois	1000.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
R - E	0.000	399.000	404.200	474.400	479.600	484.800
R - E cumulés	0.000	399.000	803.200	878.600	954.000	964.400

Exercice 2 (6 points) :**ÉNONCÉ**

Un investisseur désire constituer son portefeuille des deux titres A et B, respectivement dans les proportions x et $(1 - x)$.

Les caractéristiques des deux titres sont les suivantes :

Titres	Rendement espéré	Risque (mesuré par l'écart type du rendement)
A	r_A	σ_A
B	r_B	σ_B

Le coefficient de corrélation des rendements est de ρ_{AB}

- 1) Déterminer la composition (x^* et $1 - x^*$) qui assure à l'investisseur le risque minimum (le risque est mesuré par la variance du rendement du portefeuille)
- 2) Caractériser le portefeuille de risque minimum (composition : x^* et $1 - x^*$, rendement espéré et variance), en supposant que :

Titres	Rendement espéré	Risque (mesuré par l'écart type du rendement)
A	0,16	0,03
B	0,26	0,05

$$\rho_{AB} = -0,6$$

- 3) Le portefeuille de composition (1 ; 0) est-il efficient ? Sinon caractériser le portefeuille efficient de même risque.

Corrigé

x : proportion investie dans le titre A

$1 - x$: proportion investie dans le titre B

$Var(R_p)$: Variance du rendement du portefeuille

σ_A^2 : Variance du rendement du titre A

σ_B^2 : Variance du rendement du titre B

ρ_{AB} : Coefficient de corrélation des rendements des titres A et B

- 1) La variance du rendement du portefeuille de composition $(x, 1 - x)$ s'écrit :

$$Var(R_p) = \sigma_A^2 x^2 + \sigma_B^2 (1 - x)^2 + 2x(1 - x)\sigma_A\sigma_B\rho_{AB}$$

Il s'agit d'une fonction de la seule variable x . De plus, elle est convexe. La valeur x^* qui minimise cette fonction est celle qui annule sa dérivée.

$$\frac{dVar(R_p)}{dx} = 2x\sigma_A^2 - 2(1 - x)\sigma_B^2 + 2(1 - 2x)\sigma_A\sigma_B\rho_{AB}$$

$$\frac{dVar(R_p)}{dx} = 0 \Leftrightarrow 2x\sigma_A^2 - 2(1 - x)\sigma_B^2 + 2(1 - 2x)\sigma_A\sigma_B\rho_{AB}$$

$$\Leftrightarrow x[\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_A\sigma_B\rho_{AB}] = \sigma_B^2 - \sigma_A\sigma_B\rho_{AB}$$

$$D'où $x^* = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_A\sigma_B\rho_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_A\sigma_B\rho_{AB}}$ et $1 - x^* = \frac{\sigma_A^2 - \sigma_A\sigma_B\rho_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_A\sigma_B\rho_{AB}}$$$

- 2) Application numérique pour : $\sigma_A = 0,03$; $\sigma_B = 0,05$ et $\rho_{AB} = -0,6$

$$x^* = \frac{(0,05)^2 - (0,03 \times 0,05 \times (-0,6))}{(0,03)^2 + (0,05)^2 - 2 \times (0,03 \times 0,05 \times (-0,6))} = 0,65384615 \text{ et } 1 - x^* = 0,34615385$$

Le rendement du portefeuille de risque minimum : (μ_s) est de :

$$\mu_s = 0,16x^* + 0,26(1 - x^*)$$

$$\mu_s = 0,10461538 + 0,09 = 0,19461538$$

Le risque (σ_s^2 ; mesuré par la variance) est de :

$$\sigma_s^2 = \sigma_A^2 x^{*2} + \sigma_B^2 (1 - x^*)^2 + 2x^*(1 - x^*)\sigma_A\sigma_B\rho_{AB}$$

$$\sigma_s^2 = (0,05)^2 x^{*2} + (0,03)^2 (1 - x^*)^2 + 2x^*(1 - x^*)(0,03 \times 0,05 \times (-0,6)) = 0,00027692$$

$$\Rightarrow \sigma_s = 0,01664101$$

3) Le portefeuille de composition (1,0), c'est à dire du portefeuille composé en totalité du titre A, est de toute évidence non efficient car son rendement est inférieur au rendement du portefeuille de risque de rendement minimum.

Le rendement du portefeuille est efficient de même risque est égal à 2 fois le rendement du portefeuille de risque minimum moins le rendement du titre A.

$$\text{Soit : } 2 \times (0,19461538) - 0,16 = 0,22923077$$

La composition de ce portefeuille est immédiate car, on doit avoir :

$$0,16x + 0,26(1 - x) = 0,22923077$$

$$\text{d'où : } x = 0,30769231 \text{ et } 1 - x = 0,69230769$$

La variance de ce portefeuille s'obtient en remplaçant x par sa valeur dans

$$\text{Var}(R_p) = \sigma_A^2 x^2 + \sigma_B^2 (1 - x)^2 + 2x(1 - x)\sigma_A\sigma_B\rho_{AB}$$

$$\text{On vérifie que } \text{Var}(R_p), (\text{pour } x = 0,30769231) \text{ est de } 0,0009 = (0,03)^2$$

Institut de Financement du Développement du Maghreb Arabe
CONCOURS DE RECRUTEMENT DE LA XXV^{ème} PROMOTION
(Gestion Financière)
Dimanche 10 Juillet 2005

Exercice 1 (3 points) :**ÉNONCÉ**

- 1) Le taux d'intérêt annuel est de 9 %
 - a) Déterminer le taux trimestriel équivalent
 - b) Déterminer le taux mensuel proportionnel
- 2) Le taux d'intérêt mensuel est de 1,25 %
 - a) Déterminer le taux trimestriel équivalent
 - b) Déterminer le taux annuel proportionnel

Corrigé

- 1) Le taux d'intérêt annuel est de 9 %
 - a) Déterminons le taux trimestriel équivalent :

$$i_4 = (1 + i)^{\frac{1}{4}} - 1 = (1,09)^{\frac{1}{4}} - 1 = 2,1778\%$$
 - b) Déterminons le taux mensuel proportionnel :

$$i_{12} = \frac{i}{12} \Rightarrow i_4 = \frac{0,09}{12} = 0,75\%$$
- 2) Le taux d'intérêt annuel est de 1,25 %
 - a) Déterminons le taux trimestriel équivalent :

$$(1 + i_4)^4 = (1 + i_{12})^{12} \Rightarrow i_4 = (1,0125)^3 - 1 = 3,80\%$$
 - b) Déterminons le taux annuel proportionnel :

$$i = 12 \times i_{12} \Rightarrow i = 12 \times 0,0125 = 15\%$$

Exercice 2 (10 points) :**ÉNONCÉ**

La Société ABC envisage de lancer un projet dont l'objet est la production et la commercialisation d'un nouveau produit. La durée de vie du nouveau produit est de cinq ans. Les caractéristiques du projet sont les suivantes :

❖ Investissement :

Le projet nécessite l'acquisition d'équipements spécifiques à la fabrication du nouveau produit pour un montant de 2.000.000 de Dinars. Ces équipements sont acquis au 31/12/2003 ($t = 0$) et entrent en production dès le début de janvier 2004.

Le règlement des fournisseurs de ces équipements a lieu comme suit :

- 70% (du coût d'acquisition des équipements) au 31/12/2003
- 20% (du coût d'acquisition des équipements) au 30/06/2004
- 10% (du coût d'acquisition des équipements) au 31/12/2004

Les équipements sont amortissables selon le mode linéaire sur cinq ans et ce à compter de l'entrée en production (début janvier 2004).

La durée de vie du projet est de 5 ans. Après cinq ans, la valeur résiduelle des équipements est supposée nulle.

❖ Données relatives à l'exploitation du projet :

	2004 et 2005	2006 ; 2007 et 2008
Chiffre d'affaires (en Dinars)	2.400.000	3.000.000
Charges variables (en Dinars)	1.200.000	1.500.000
Charges fixes décaissables (en Dinars)	400.000	400.000

❖ Autres Informations :

- Le taux d'impôt sur les sociétés est de 35%. L'impôt est supposé être payé au 31 décembre de chaque exercice.
- Les cash-flows sont supposés être obtenus en fin de période.
- Le taux d'actualisation est de 10%.

1) Calculer les cash-flows du projet (5 points)

2) Le projet est-il rentable (2 points).

3) La société envisage de financer le projet comme suit :

❖ Augmentation du capital en numéraire, de 1.000.000 de Dinars, libérée en totalité au 31/12/2003 (les frais sur augmentation du capital sont supposés nuls).

❖ Crédit bancaire de 1.000.000 de Dinars :

- Taux nominal : 6%
- Durée : 5 ans
- Déblocage du crédit:(versement des fonds au profit de la société ABC): 31/12/2003
- Paiement des intérêts : chaque année au 31 décembre, la première échéance est prévue au 31 décembre 2004.
- Remboursement du principal : in fine (le montant du crédit est remboursé en totalité au 31/12/2008).

Établir le plan d'investissement et de financement du projet (3 points)

Corrigé

INVESTISSEMENTS

Immobilisations	2003	30/06/2004	2004	2005	2006	2007	2008
Investissement	1400	400	200				

Amortissements

Immobilisations	VCB		2004	2005	2006	2007	2008
Investissement	2000		2000	400	400	400	400

EXPLOITATION PREVISIONNELLE

	2003	30/06/2004	2004	2005	2006	2007	2008
Chiffre d'Affaires			2400	2400	3000	3000	3000
Matières			1200	1200	1500	1500	1500
Autres charges			400	400	400	400	400
Dot Amortissement			400	400	400	400	400
RAI			400	400	700	700	700
Impôt			140	140	245	245	245
RN			260	260	455	455	455
Dot Amortissement			400	400	400	400	400
CAF			660	660	855	855	855
Investissement	1400	400	200				
Cash-flow Net	-1400	-400	460	660	855	855	855
VAN	939,48972						

CAF compte tenu des moyens de financement

	2003	30/06/2004	2004	2005	2006	2007	2008
Résultat d'exploitation			400	400	700	700	700
Intérêts			60	60	60	60	60
RAI			340	340	640	640	640
Impôt			119	119	224	224	224
Résultat Net			221	221	416	416	416
CAF			621	621	816	816	816

P.I.F

	2003	30/06/2004	2004	2005	2006	2007	2008
Capital	1000						
Emprunt	1000						
CAF			621	621	816	816	816
Ressources	2000	0	621	621	816	816	816
Investissement	1400		600				
Remboursement d'Emprunts							1000
Emplois	1400	0	600	0	0	0	1000
R - E	600	0	21	621	816	816	-184
R - E cumulés	600		621	621	837	1437	632

Exercice 3 (7 points) :**ÉNONCÉ**

Soient les données suivantes concernant le marché et le titre j :

Titres	Rendement espéré	Variance	Covariance(r_j, r_m)
du Titre j	11,9%	0,021469	0,011593
du marché	9,3%	0,007101	

r_j : Rendement du titre j et r_m : Rendement du titre m

Le taux de rendement sans risque est de 5%.

- 1) Déterminer le prix du risque, le bêta du titre j, son risque systématique et son risque spécifique. (4 points)
- 2) Quel est le rendement d'équilibre (selon le MEDAF) du titre j ? Est-il intéressant d'investir dans ce titre ? La décision sera-t-elle modifiée si le taux sans risque passe de 5% à 6%. (3 points).

Corrigé

μ_m : rendement du portefeuille du marché

r_f : Rendement de l'actif sans risque

$Cov(r_j, r_m)$: Covariance entre rendement du marché et rendement de l'actif j

$Var(r_m)$: Variance du rendement du marché

σ_m : Ecart type du rendement du marché

1)

Le prix du risque est mesuré par la pente la D.M.C qui est égal au rapport : $p = \frac{\mu_m - r_f}{\sigma_m}$

Le bêta du titre j est mesuré par le rapport : $\beta_j = \frac{Cov(r_j, r_m)}{Var(r_m)}$

Le risque total du titre j, mesuré par : σ_j , son risque systématique, égal à : $\beta_j \sigma_m$

et son risque spécifique : σ_{js} sont reliés par :

$$\sigma_j^2 = \beta_j^2 \sigma_m^2 + \sigma_{js}^2 \Leftrightarrow \sigma_{js}^2 = \sigma_j^2 - \beta_j^2 \sigma_m^2$$

risque spécifique = $\sqrt{(\text{risque total})^2 - (\text{risque systématique})^2}$ ou encore $\sigma_{js} = \sqrt{\sigma_j^2 - \beta_j^2 \sigma_m^2}$

Application numérique :

$$\text{Prix du risque : } p = \frac{\mu_m - r_f}{\sigma_m} = 0,51028018$$

$$\beta_j = \frac{Cov(r_j, r_m)}{Var(r_m)} = 1,63258696$$

$$\text{risque systématique, égal à } \sigma_j = \beta_j \sigma_m = 0,13757391 \Rightarrow \sigma_j^2 = 0,01892658$$

$$\text{risque spécifique : } \sigma_{js} = \sqrt{\sigma_j^2 - \beta_j^2 \sigma_m^2} = 0,05042241$$

2)

$$\text{Le rendement d'équilibre du titre j est : } \mu_j = r_f + \beta_j(\mu_m - r_f) = 0,12020124$$

Il est intéressant d'investir dans ce titre puisque son rendement d'équilibre est supérieur

à son rendement anticipé qui de 11,9%.

Lorsque le taux sans risque passe à 6%, le rendement d'équilibre tombe à 0,11387537 et il n'est plus intéressant d'investir dans le titre.

Institut de Financement du Développement du Maghreb Arabe
CONCOURS DE RECRUTEMENT DE LA XXVI^{ème} PROMOTION
(Gestion Financière)
Dimanche 9 Juillet 2006

Questions (6 points) :

ÉNONCÉ

- 1) Le PER (Price Earning Ratio) : Définition et utilité pratique
- 2) Définition précise d'une option.
- 3) Quelle est la distinction entre une option européenne et une option américaine ?

Corrigé

- 1) Le PER (Price Earning Ratio) : Définition et utilité pratique :
 - PER = Cours / Bénéfice par Action
 - Utilité : Calcul de la rentabilité d'un titre, calcul du coût du capital, évaluation d'une entreprise.

- 2) Définition précise d'une option :

Une option est un contrat entre deux parties : l'acheteur, appelé aussi détenteur de l'option, et le vendeur. Ce contrat donne le droit, sans entraîner obligation, au détenteur de l'option, d'acheter (option d'achat : call) ou de vendre (option de vente : put) un bien donné, appelé actif sous-jacent, à l'autre partie, à un prix fixe, appelé prix d'exercice, à une date future fixe (option européenne), ou à n'importe quel moment avant cette date (option américaine)

- 3) Quelle est la distinction entre une option européenne et une option américaine ?

La distinction entre une option européenne et une option américaine réside dans le fait que la première ne peut être exercée qu'à la date d'échéance alors que la seconde peut l'être à tout moment jusqu'à la date d'échéance.

Exercice 1 (6 points) :

ÉNONCÉ

Monsieur Mohamed Ali s'est adressé à sa Banque en vue d'obtenir un crédit destiné à l'acquisition d'un logement. La banque lui a proposé la formule suivante :

- Versement de 200 Dinars par mois pendant 60 mois à partir du 31 janvier 2006 (premier versement) jusqu'au 31122010 (dernier versement)
- Capitalisation des intérêts au taux annuel de 6%
- Disposer au ,1^{er} janvier 2011, d'un crédit de 28.000 Dinars.

- 1) Calculer la valeur acquise des versements de M. Mohamed Ali au 31/12/2010
- 2) Le crédit sera accordé au taux annuel de 12% et remboursé par des échéances mensuelles constantes sur 120 mois à partir du 31 janvier 2011.

Calculer la valeur de l'échéance mensuelle

Corrigé

- 1) Valeur acquise des versements :

- VF : valeur acquise des versements
- v : valeur du versement mensuel
- i : taux d'intérêt mensuel
- n : nombre de périodes (mois)

$$VF = v(1+i)^{n-1} + v(1+i)^{n-2} + \dots + v(1+i) + v = v \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

Application numérique: $v = 200$; $i = 0,5\%$ et $n = 60$

$$VF = 200 \times \left[\frac{(1,005)^{60} - 1}{0,005} \right] = 13.953,006$$

- 2) Échéances mensuelles de remboursement :

C : valeur crédit

m : valeur de l'échéance mensuelle de remboursement

i : taux d'intérêt mensuel

n : nombre de périodes (mois)

$$C = m(1+i)^{-1} + m(1+i)^{-2} + \dots + m(1+i)^{-n} + v = m \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] \Rightarrow m = C \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right]$$

Application numérique: $C = 28.000$; $i = 1\%$ et $n = 120$

$$m = 28.000 \times \left[\frac{0,01}{1 - (1,01)^{-120}} \right] = 401,719$$

Exercice 2 (8 points) :

ÉNONCÉ

Un investisseur possède un portefeuille P valant 2 000 000 dinars investis dans deux types d'actifs, des actions et des bons du trésor, répartis comme suit :

Actions	1400 000
Bons du trésor	600 000

Le taux actuel du taux d'intérêt sans risque (le taux de rendement des bons du trésor) est de 6%. Le portefeuille de marché a un rendement attendu (ou espéré) de 14% et une volatilité, mesurée par l'écart type du rendement, de 20%.

Questions :

- 1) Quelle est la composition (la répartition en pourcentage entre actions et bons du trésor) du portefeuille.
- 2) Établir l'équation de la frontière efficiente.
- 3) Les actions sont suffisamment diversifiées de sorte que le portefeuille de l'investisseur peut être considéré comme efficient (se trouvant sur la frontière efficiente). Calculer son rendement attendu μ_p et son risque σ_p
- 4) Trouver la relation entre la proportion x investie en actions et le rendement attendu du portefeuille μ_p
- 5) Quelle devrait être la répartition des actifs pour obtenir un rendement attendu de 10%
- 6) Quelle devrait être la répartition des actifs pour obtenir un rendement attendu de 20%
- 7) Comment qualifier les portefeuilles des questions 5 et 6. Justifiez votre réponse.

Corrigé

μ_m : rendement espéré du portefeuille du marché

r_f : Rendement de l'actif sans risque

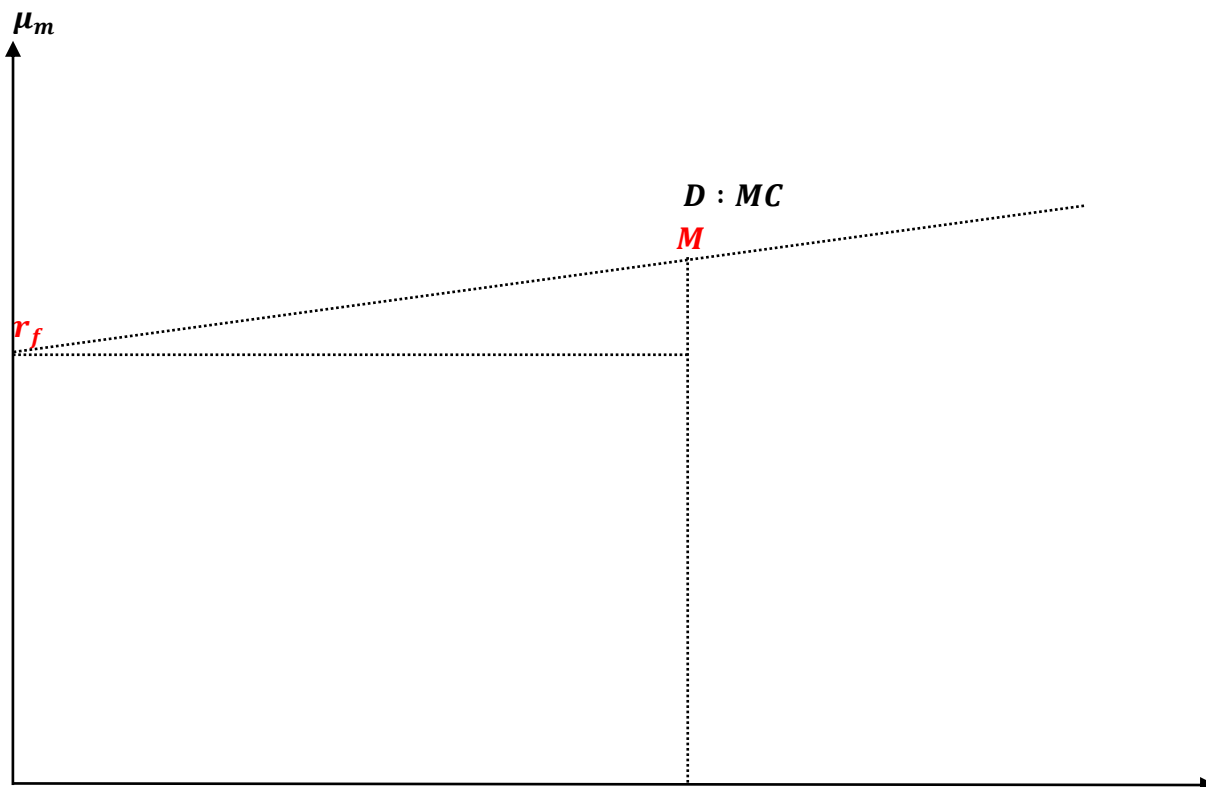
σ_m : Ecart type du rendement du marché

- 1) La composition actuelle du portefeuille détenu par l'investisseur est évidente :

Part investie en action : $x = \frac{1\,400\,000}{2\,000\,000} = 0,7$

Part investie en bons du trésor : $1 - x = 0,3$

- 2) La frontière efficiente est la demi-droite du plan risque- rendement joignant les deux points M et r_f représentant respectivement le portefeuille de marché et le titre sans risque.



Cette demi-droite a une pente égale au rapport : $\frac{\mu_m - r_f}{\sigma_m}$

D'où son équation : $\mu = \left(\frac{\mu_m - r_f}{\sigma_m} \right) \sigma + r_f$

soit numériquement : $\mu = \left(\frac{0,14 - 0,06}{0,2} \right) \sigma + 0,06$

D'où son équation : $\mu = 0,4\sigma + 0,06$

3) Le portefeuille P est efficient, c'est à dire se trouvant sur la frontière efficiente qui est une demi-droite. Il est alors une combinaison linéaire des portefeuilles de marché M et du titre sans risque r_f .

Son rendement attendu : $\mu_p = x\mu_m + (1 - x)r_f$; où x et $1 - x$ représente sa composition trouvée à la question 1)

$\mu_p = (0,7 \times 0,14) + (0,3 \times 0,06) = 0,116$

Son risque : $\sigma_p = x\sigma_m = 0,7 \times 0,2 = 0,14$

4) La relation entre la proportion x investie en action et le rendement attendu du portefeuille μ_p s'obtient immédiatement à partir de la question précédente :

$$\mu_p = x\mu_m + (1 - x)r_f \Rightarrow \mu_p = x(\mu_m - r_f) + r_f \Rightarrow x = \frac{\mu_p - r_f}{\mu_m - r_f}$$

Soit numériquement : $\mu_p = x(0,14 - 0,06) + 0,06 = 0,08x + 0,06$

5) La répartition donnant 10 % de rendement est : $(x ; 1 - x) = (0,5 ; 0,5)$

Soit en termes de montant (1000 000, 1000 000).

6) Celle donnant 20% est $(x ; 1 - x) = (1,75 ; -0,75)$.

Pour pouvoir obtenir 20 % de rendement, l'investisseur doit investir en action un montant égal à : $2\,000\,000 \times 1,75 = 3\,500\,000$.

Ce qui le conduit à emprunter $(3\,500\,000 - 2\,000\,000) = 1\,500\,000$

C'est la raison pour laquelle ce type portefeuille est qualifié d'emprunteur. Inversement, celui de la question 5) est qualifié de prêteur.

Ces deux réponses sont attendues puisqu'on sait que tout portefeuille efficient P rapportant un rendement μ_p supérieur à celui du portefeuille de marché est emprunteur ($x > 1$) et que tout portefeuille donnant un rendement inférieur à celui du portefeuille de marché est prêteur ($x < 1$)

Institut de Financement du Développement du Maghreb Arabe
CONCOURS DE RECRUTEMENT DE LA XXVII^{ème} PROMOTION
(Gestion Financière)
Dimanche 8 juillet 2007

Exercice 1 (6 points) :

ÉNONCÉ

Pour financer un projet, un investisseur dispose de deux offres émanant de deux banques :

- Banque A :
 - Montant : 100 000 Dinars
 - Taux d'intérêt annuel : 10,2%
 - Durée : 5 ans
 - Modalités de remboursement : annuités constantes
 - Échéances : annuelles (le 31 décembre de chaque année)
- Banque B :
 - Montant : 100 000 Dinars
 - Taux d'intérêt annuel : 10%
 - Durée : 5 ans
 - Modalités de remboursement : amortissements constants
 - Échéances : semestrielles (30 juin et 31 décembre de chaque année)

Quelle banque retenir pour le financement ?

Exercice 2 (5 points) :

ÉNONCÉ

Un investisseur envisage d'investir dans l'un des 2 projets A et B ayant les caractéristiques suivantes :

Projets	Taux de rendement (pour l'investisseur)	σ_j	ρ_{jm}
A	14%	0,15	0,8
B	15%	0,18	1

σ_j : Écart-type du rendement du projet j

ρ_{jm} : Coefficient de corrélation entre le rendement du projet j et le rendement du marché

- Rendement espéré du marché : $E(R_m) = 0,15$
- Variance du rendement du marché : $V(R_m) = 0,0225$
- Taux de rendement sans risque : $R_f = 0,07$

Évaluer les possibilités d'acceptation ou de rejet des projets « A » et « B »

Exercice 3 (9 points) :

ÉNONCÉ

Un investisseur possède une fortune de un million de dinars et désire la placer dans deux types d'obligations à taux fixes, remboursable in fine au pair et ayant les caractéristiques suivantes :

Obligation n°	Maturité (en années)	Valeur nominale	Taux nominal annuel (%)
1	3	100	8
2	6	100	9

Ces obligations viennent juste d'être émises.

On suppose que le lendemain de l'émission, le marché financier se caractérise par une structure à termes des taux d'intérêt plate au niveau de 7%.

L'horizon de placement de l'investisseur est de 4 ans. L'investisseur désire se protéger contre le risque des taux d'intérêt par immunisation.

Déterminer la répartition du capital entre les deux types d'obligations :

- En pourcentage
- En nombre d'obligations (arrondir à l'entier le plus proche)

Institut de Financement du Développement du Maghreb Arabe
CONCOURS DE RECRUTEMENT DE LA XXVIII^{ème} PROMOTION
(Gestion Financière)
Dimanche 6 juillet 2008

Question 1 (3 points) :

ÉNONCÉ

Préciser la signification des variables qui interviennent dans le Modèle d'Équilibre des Actifs Financiers.

Corrigé

L'équation du MEDAF est la suivante : $\mu_j = r_f + \beta_j(\mu_m - r_f)$

Elle fait intervenir quatre variables :

- μ_j : le rendement espéré de l'actif risqué j
- r_f : le rendement de l'actif sans risque
- μ_m : le rendement espéré du portefeuille de marché
- Le coefficient $\beta_j = \frac{Cov(r_j, r_m)}{Var(r_m)}$, appelé aussi coefficient de volatilité ou encore coefficient de Sharpe, mesure la contribution du titre j au risque total du portefeuille de marché.

La relation du MEDAF exprime que le rendement espéré du titre j doit, à l'équilibre du marché, être égal au taux sans risque r_f augmenté d'une prime de risque constituée par le produit de deux éléments. Le premier élément est l'excédent du rendement espéré du portefeuille de marché par rapport à la rémunération de l'actif sans risque, c'est à dire la prime de risque que l'on devrait percevoir quand on accepte de supporter un niveau de risque égal à celui du marché. Le deuxième élément est le coefficient de Sharpe β_j .

Question 2 (3 points) :

ÉNONCÉ

Présenter les formules de calcul (préciser les paramètres) et la signification des notions suivantes : La duration et la sensibilité d'une obligation

Corrigé

Le prix d'une obligation est calculé selon le même principe que celui d'une action. Il est égal à la valeur actuelle de ses flux futurs. Chacun des flux étant évalué au taux du marché :

$$P(r) = \frac{F_1}{1+r} + \frac{F_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{F_t}{(1+r)^t} + \dots + \frac{F_n}{(1+r)^n} + \frac{P_n}{(1+r)^n}$$

La sensibilité d'une obligation est mesurée par la variation relative de son prix pour une variation unitaire du taux d'intérêt, soit formellement:

$$S(r) = \frac{dP(r)/P(r)}{dr} = \frac{dP(r)}{dr} \times \frac{1}{P(r)}$$

Soit après différenciation :

$$S(r) = -\frac{1}{1+r} \left[\left(1 \times \frac{F_1((1+r)^{-1})}{P(r)} \right) + \dots + \left(t \times \frac{F_t((1+r)^{-t})}{P(r)} \right) + \dots + \left(T \times \frac{F_T((1+r)^{-T})}{P(r)} \right) \right]$$

La quantité entre crochets désigne la durée (DU) qui représente une durée de vie moyenne pondérée par les poids respectifs des différentes échéances :

$$\text{Sensibilité} = -\frac{\text{Duration}}{1+r}$$

Exercice 1 (6 points) :

ÉNONCÉ

Afin de financer son projet, Monsieur Mokhtar s'est adressé à sa Banque qui lui a proposé ce qui suit :

- Crédit d'un montant : 200.000 Dinars (montant mis à sa disposition le 31 décembre 2004).
- Durée : 2 ans (échéances semestrielles).
- Remboursement par échéances semestrielles constantes (chacune portant sur le remboursement d'une partie du principal et des intérêts) et ce suivant l'échéancier ci-dessous :
 - 1^{ère} Échéance : 30 juin 2005
 - 2^{ème} Échéance : 31 décembre 2005
 - 3^{ème} Échéance : 30 juin 2006
 - 4^{ème} Échéance : 31 décembre 2006
 - Taux d'intérêt : TMM + 1% (TMM : taux du marché monétaire)

1) Le TMM étant de 5% :

- a) Établir le tableau d'amortissement de l'emprunt (3 points)
- b) Calculer le coût effectif de l'emprunt pour Monsieur Mokhtar (1 point)

2) Après avoir réglé les deux premières échéances, la Banque a signifié à Monsieur Mokhtar que le TMM est passé à 6% : Calculer le montant des échéances constantes à régler en 2006 (on supposera que le TMM est de 6% sur toute l'année 2006). (2 points)

Corrigé

1)

a)

$$\text{V} = 200.000$$

- $i = 3\%$ (semestriel)

- $n = 4$ (semestres)

$$a = \frac{V \times i}{1 - (1 + i)^{-n}} = \frac{200.000 \times 0,03}{1 - (1,03)^{-4}} = 53805,409$$

	Capital	Principal	Intérêts	Annuités
30/06/2005	200000,000	47805,409	6000,000	53805,409
31/12/2005	152194,591	49239,571	4565,838	53805,409
30/06/2006	102955,020	50716,758	3088,651	53805,409
31/12/2006	52238,261	52238,261	1567,148	53805,409

b) Coût semestriel = 3 %

Coût effectif = taux équivalent annuel de 3 % semestriel

$$\text{Coût effectif} = (1,03)^2 - 1$$

Coût effectif = 6,09 %

2) Taux d'intérêt = 7 % donc taux semestriel proportionnel = 3,5%

La modification du taux d'intérêt a pour conséquence la modification du tableau d'amortissement : le nouveau tableau sera établi suivant le nouveau taux (3,5%) et le capital restant du (fin 2005) et pour la durée de vie restante (1 an = 2 échéances)

- $V = 102955,020$
- $i = 3,5\%$ (semestriel)
- $n = 2$ (semestres)

$$a = \frac{V \times i}{1 - (1 + i)^{-n}} = \frac{102955,020 \times 0,035}{1 - (1,035)^{-2}} = 54195,573$$

	Capital	Principal	Intérêts	Annuités
30/06/2005	200000,000	47805,409	6000,000	53805,409
31/12/2005	152194,591	49239,571	4565,838	53805,409
30/06/2006	102955,020	50592,147	3603,426	54195,573
31/12/2006	52362,872	52362,872	1832,701	54195,573

Exercice 2 (8 points) :

ÉNONCÉ

Deux investisseurs (X et Y) sont intéressés par les deux projets d'investissement A et B dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau suivant :

Projet A	
VAN	Probabilité
760	0,3
800	0,5
1400	0,2

Projet B	
VAN	Probabilité
500	0,2
800	0,5
1300	0,3

- 1) Quel est le projet le plus rentable? Quel est le projet le plus risqué? (3 points)
- 2) Les deux investisseurs ont des fonctions d'utilité appartenant à la même famille de forme générique:

$$U(W) = \begin{cases} \frac{1}{(1-\theta)} W^{(1-\theta)}, & \text{si } \theta \neq 1 \\ \ln(W), & \text{si } \theta = 1 \end{cases}$$

- Quelle est la signification du paramètre θ ? (1 point)
- Le paramètre θ vaut 0,1 pour X et 0,9 pour Y, quel est l'investisseur le plus sensible au risque? (2 points)

3) Quel est le projet qui sera retenu par chacun des deux investisseurs en fonction de son attitude vis à vis du rendement et du risque? Leurs choix sont-ils convergents?

Commentez. (2 points)

Corrigé

1) Calculs préliminaires

Projet A				
	VAN_i	Probabilité : p_i	$VAN_i \times p_i$	$[VAN_i - E(VAN)]^2 \times p_i$
	760	0,3	228	6571,2
	800	0,5	400	5832
	1400	0,2	280	48412,8
Espérance			908	
Variance				60816
Écart-type				246,609

Projet B				
	VAN_i	Probabilité : p_i	$VAN_i \times p_i$	$[VAN_i - E(VAN)]^2 \times p_i$
	500	0,2	100	30420
	800	0,5	400	4050
	1300	0,3	390	50430
Espérance			890	
Variance				84900
Écart-type				291,376

Ces tableaux indiquent que le projet A est plus rentable et moins risqué que le projet B

2) L'attitude d'un investisseur vis-à-vis du risque est décrite par sa fonction d'utilité. Son intensité est mesurée par l'expression : $-W \frac{U''(W)}{U'(W)}$, Appelée degré d'aversion relative au risque.

$$U(W) = \frac{1}{(1-\theta)} W^{(1-\theta)} \Rightarrow U'(W) = W^{-\theta} \text{ et } U''(W) = -\theta W^{-(1+\theta)}$$

$$\text{Degré d'aversion relative au risque : } -W \frac{U''(W)}{U'(W)} = \theta$$

Y est nettement plus averse au risque que X

3) Choix de A par les deux investisseurs : le projet A est plus rentable et moins risqué que le projet B

Ceci peut être vérifié à travers le critère de l'espérance de l'utilité (généralement lorsque le comportement face au risque est pris en considération, la sélection des projets se base sur la valeur de l'espérance de l'utilité de la VAN)

- Choix de X

<i>Degré d'aversion relative au risque: $\theta = 0.1$</i>		
	Projet A	Projet B
	$p_i \times E[U(VAN_i)]$	$p_i \times E[U(VAN_i)]$
	130,500	59,684
	227,776	227,776
	150,766	221,557
Espérance de l'utilité	509,042	499,018

C'est le projet A qui sera retenu.

- Choix de Y

<i>Degré d'aversion relative au risque: $\theta = 0.9$</i>		
	Projet A	Projet B
	$p_i \times E[U(VAN_i)]$	$p_i \times E[U(VAN_i)]$
	5,824	3,723
	9,756	9,756
	4,127	6,144
Espérance de l'utilité	19,707	19,624

Le projet A doit avoir la préférence de Y.

Institut de Financement du Développement du Maghreb Arabe

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE LA XXIX^{ème} PROMOTION (Finance)

Mardi 7 juillet 2009

Question 1 (4 points) :

ÉNONCÉ

Présenter la signification et les formules de calcul des notions suivantes :

- 1) La durée de vie moyenne d'une obligation
- 2) La Valeur Actuelle Nette d'un projet (VAN)

Corrigé

- 1) La durée de vie moyenne d'une obligation

La durée de vie moyenne est donnée par le rapport de la somme des durées pondérées par les flux (en capital) et le montant nominal de l'obligation.

$$d = \sum_{i=1}^n \frac{iF_i}{N}$$

Avec, d : *durée de vie moyenne*

F : *Flux en capital (amortissement)*

n : *durée de vie*

N : *montant nominal de l'emprunt (actif)*

i : *période de remboursement*

L'obligation ayant la durée de vie moyenne la plus courte est la moins risquée. La notion de durée de vie moyenne constitue un indicateur de risque.

- 2) La Valeur Actuelle Nette d'un projet (VAN)

Cette méthode d'évaluation des projets d'investissements consiste à comparer la valeur actuelle des dépenses d'investissement à la valeur actuelle des cash-flows attendus sur la durée de vie du projet d'investissement. Un projet est accepté si sa valeur présente est positive.

La valeur actuelle d'un projet représente l'enrichissement de l'investisseur résultant de sa réalisation.

Calcul de la VAN :

Considérons un investissement nécessitant une dépense initiale de $I_0 = CF_0$, réalisée à la date $t = 0$ et dont on espère, au cours de sa durée de vie de n périodes annuelles, les cash-flows notés

CF_1, CF_2, \dots, CF_n Supposés obtenus en fin de période.

La valeur actuelle nette (au taux d'actualisation k) d'un tel projet est définie comme la différence, à la date $t = 0$, entre la valeur des cash-flows CF_t et la valeur de la dépense d'investissement, soit formellement:

$$VAN(-I_0, CF_1, CF_2, \dots, CF_n, k, n) = CF_1(1+k)^{-1} + \dots + CF_t(1+k)^{-t} + \dots + CF_n(1+k)^{-n} - I_0$$

Cette relation montre que la valeur actuelle est une fonction de:

La série des cash-flows (*y compris la dépense initiale I_0*).

Le taux d'actualisation choisi k .

La durée de vie du projet n .

Question 2 (6 points) :

ÉNONCÉ

Pour réaliser 100 dinars de chiffre d'affaires hors taxes, une entreprise fabricant un seul produit utilise :

- 50 dinars de matières premières (Hors Taxes)
- 20 dinars de main d'œuvre (salaires)
- 10 dinars de frais généraux

On dispose des renseignements suivants :

- La TVA s'applique aux ventes et aux achats de matières premières. Son taux est de 20%. La TVA due est payée le 30 du mois qui suit l'opération de vente et d'achat.
- Le délai de règlement des fournisseurs de matières premières est de 60 jours.
- Le délai de recouvrement des créances sur les clients est de 80 jours.
- Le délai de règlement des frais généraux est de 30 jours.
- La rotation des stocks de matières premières est de 12.
- Les salaires sont réglés le 30 de chaque mois.

Travail à faire :

- 1) Déterminer les besoins en fonds de roulement en jours de chiffre d'affaires hors taxes.
- 2) Pour l'exercice 2009, l'entreprise prévoit de réaliser un chiffre d'affaires hors taxes de 1 200 000 de Dinars : Calculer les besoins en fonds de roulement de l'entreprise.

Remarque : on supposera que l'année est de 360 jours et que le chiffre d'affaires par jour est le même sur tous les jours de l'année.

Corrigé

1) Les besoins en fonds de roulement en jours de chiffre d'affaires hors taxes.

	Valeur	Délai en jours	Pondération	Besoins en Jours
Stock	50,000	30	0,50	15,00
Clients	120,000	80	1,20	96
Fournisseurs	60,000	60	0,60	-36
Salaires	20,000	15	0,20	-3,00
Frais généraux	10,000	30	0,10	-3,00
TVA	10,000	45	0,10	-4,50
Total				64,50

2) Les besoins en fonds de roulement de l'entreprise en 2009 :

Chiffre d'affaires prévisionnel (Hors taxes)	1.200.000
Les besoins en fonds de roulement en jours de chiffre d'affaires hors taxes	64,50
Les besoins en fonds de roulement 2009 (en Dinars)	215.000

Question 3 (6 points) :**ÉNONCÉ**

La Société MED, est une société créée en décembre 2008 à un capital de 400.000 Dinars. Son objet consiste à réaliser un projet de montage d'articles électriques.

L'étude de rentabilité du projet a permis d'avoir les informations suivantes :

- Investissement : 800.000 Dinars, réalisé totalement au 31-12-2008.
- Exploitation :
 - La durée de vie économique du projet est de 5 ans.
 - Les cash-flows prévisionnels sont les suivants (en Dinars)

	31/12/2009	31/12/2010	31/12/2011	31/12/2012	31/12/2013
Cash-flows nets	300.000	300.000	300.000	300.000	300.000

- Financement : Le projet est financé à raison de 50% par capitaux propres (Capital Social) et 50% par Dettes à Long et Moyen Terme.
 - Le déblocage des fonds (capital et dettes) est réalisé au 31/12/2008.
 - Les dettes sont obtenues à un taux d'intérêt de 8% par an, elles sont d'une durée de 5 ans et sont remboursables in fine.
 - La société MED est soumise à un taux d'impôt sur les bénéfices de 30%.
 - Le taux de rendement de capitaux propres des entreprises non endettées appartenant au même secteur d'activité est de 12%.
 - Le taux d'actualisation de la société MED correspond à son coût du capital.

Travail à faire

- 1) Calculer le coût du capital de la Société MED.
- 2) Le projet est-il rentable ?

Corrigé**1) Le coût du Capital :****▪ Le coût des Capitaux Propres :**

Le coût des Capitaux Propres des Entreprises non endettées du même secteur $k_c(U) = 0,12$

Le coût des Capitaux Propres des Entreprises endettées du même secteur d'après la relation de Modigliani et Miller (1963) : $k_c(L) = k_c(U) + \frac{[k_c(U) - k_d](1-T)D}{C}$

Avec :

$k_c(L)$: Coût des Capitaux Propres d'une Entreprise endettée

$k_c(U)$: Coût des Capitaux Propres d'une Entreprise non endettée

k_d : Coût des Dettes

C : Capitaux Propres

D : Dettes

T : Taux d'impôt sur les bénéfices

✓ Cas de la Société MED :

$$k_c = 0,12 + [(0,12 - 0,08) \times 0,7 \times 1] = 0,148$$

▪ Le coût du Capital:

$$k(L) = \left[\frac{k_c \times C}{(C + D)} \right] + \left[\frac{k_d \times (1 - T) \times D}{(C + D)} \right]$$

✓ Cas de la Société MED :

$$k = (0,148 \times 0,5) + (0,08 \times 0,7 \times 0,5) = 0,102$$

2) Le projet est-il rentable :

$$VAN = -800.000 + \left[300.000 \times \left(\frac{1 - (1,102)^{-5}}{0,102} \right) \right] = 331.449,285$$

Question 4 (4 points) :**ÉNONCÉ**

On considère une option d'achat européenne ayant les caractéristiques suivantes

- Prix actuel de l'actif sous-jacent (action) $S = 210$

- Prix d'exercice de l'option E = 208
- Taux sans risque : $r_f = 7\%$ par an
- Maturité : 1 an et demi.
- Volatilité du rendement du titre : $\sigma_s = 0,4$
- Travail à faire

En utilisant le modèle binomial de COX, ROSS et RUBINSTEIN (CRR) à deux périodes,

- 1) Calculer la probabilité risque - neutre et la valeur du call,
- 2) En déduire la valeur du put.

Corrigé

- 1) La probabilité risque-neutre et la valeur du call :

La valeur du call est égale l'espérance, sous la probabilité- risque neutre, des flux qu'il génère, actualisée au taux risque période ; soit formellement : $c = \frac{Eq(\text{flux})}{(1+r)^2}$

La probabilité risque-neutre a pour expression : $q = \frac{(1+r)-d}{u-d}$

u et d représentent respectivement $(1 + \text{taux d'augmentation périodique})$ et $(1 + \text{taux de baisse périodique})$.

r est le taux période

Dans le modèle binomial de COX, ROSS et RUBINSTEIN, u et d sont estimés par :

$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$ et $d = \frac{1}{u}$; Δt représente la durée d'une période exprimée en année.

Application numérique

$$e^{(i\Delta t)} = 1 + r = 1.053903$$

$$e^{(iT)} = (1 + r)^2 = 1.110711$$

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} = 1.413982$$

$$d = \frac{1}{u} = 0.707222$$

$$q = \frac{e^{(j\Delta t)} - d}{u - d} = 0.49052$$

	<i>Cours</i>	<i>Résultat</i>	<i>Probabilité</i>	
<i>Nombre de up : j</i>	$Su^j \times d^{n-j}$	$\max[0, (Su^j \times d^{n-j} - E)]$		<i>Résultat \times probabilité</i>
0	105.0343	0	0.25957	0
1	210	2	0.49982	0.999640544
2	419.8627	211.8627423	0.24061	50.97633834
<i>Somme</i>			1	51.97597889

$$\text{Valeur du call} = \frac{51.97597889}{(1.053903)^2} = 46.79525$$

2) La valeur du put :

La valeur du put selon la relation de parité s'écrit :

$$p = c - S + Ee^{-rT} = 46.79525 - 210 + [208 \times e^{(-0,07 \times 1,5)}] = 24.06275$$

Institut de Financement du Développement du Maghreb Arabe

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE LA XXX^{ème} PROMOTION (Finance)

Dimanche 11 juillet 2010

Exercice 1 (5 points) :

ÉNONCÉ

On dispose des informations suivantes :

- le rendement anticipé du marché des actions est $R_m = 0,122$. Le risque du marché est estimé à $\sigma_m = 0,20$
- le rendement de l'actif sans risque est $r_f = 0,07$.
- le rendement attendu (prévu) des actions d'un échantillon de six sociétés ainsi que leur risque systématique sont présentés dans le tableau suivant :

Société n°	Rendement attendu	Risque systématique
1	0,142	0,24
2	0,138	0,28
3	0,121	0,20
4	0,115	0,24
5	0,143	0,26
6	0,126	0,13

Question :

Quelles actions est-il recommandé d'acheter ?

Corrigé

- Le rendement anticipé du marché des actions est $R_m = 0,122$
- Le risque du marché est estimé à $\sigma_m = 0,20$
- le rendement de l'actif sans risque est $r_f = 0,07$.

$$\text{Risque systématique} = \sigma_m \times \beta_i$$

$$\text{Le rendement d'équilibre : } E(R_i) = r_f + (R_m - r_f)\beta_i$$

$$E(R_i) = 0,07 + (0,122 - 0,07)\beta_i$$

$$\beta_i = (\sigma_m \times \beta_i) / \sigma_m, \text{ donc } \beta_i = \text{risque systématique} / \sigma_m$$

L'action est achetée lorsque le Rendement d'équilibre est inférieur au Rendement attendu :

Société n°	Risque systématique	β	rendement attendu	Rendement d'équilibre	Décision
1	0.24	1.2	0.142	0.1324	Achat
2	0.28	1.4	0.138	0.1428	Vente
3	0.2	1	0.121	0.122	Vente
4	0.24	1.2	0.115	0.1324	Vente
5	0.26	1.3	0.143	0.1376	Achat
6	0.13	0.65	0.126	0.1038	Achat

Exercice 2 (5 points) :

ÉNONCÉ

Le coût des capitaux propres (k_c) de la société ABC s'exprime par la relation :

$$k_c = \begin{cases} \rho + (\rho - c)L, & \text{si } 0 \leq L \leq h \\ \rho + [(\rho - c) - m(L - h)^2]L, & \text{si } L \geq h \end{cases}$$

Le coût de la dette (k_d) est de la forme : $k_d = \begin{cases} c, & \text{si } 0 \leq L \leq h \\ c + m(L - h)^2, & \text{si } L \geq h \end{cases}$

Où : c, m, h et ρ sont des constantes positives, L est le levier financier: ($L = \text{dette/capitaux propres}$)

Questions :

En négligeant l'influence de l'impôt :

- 1) Exprimez le coût du capital en fonction du levier financier
- 2) A quelle théorie s'apparente ce modèle?

Corrigé

- 1) $\begin{cases} \text{si } 0 \leq L \leq h \Rightarrow k_c = \rho \\ \text{si } L \geq h \Rightarrow k_c = \rho \end{cases}$; k_c est constant
- 2) Le coût du capital ne dépend pas de L : (Théorie de Modigliani et Miller 1958).

Exercice 3 (10 points) :

ÉNONCÉ

Un investisseur est intéressé par deux projets d'investissement A et B dont les coûts sont identiques :

Coût d'investissement de A = Coût d'investissement de B = 1000 Dinars.

Ils dégageraient sur leur durée de vie commune de deux ans les cash-flows aléatoires suivants :

Projet A		
Années	Cash-flows (en Dinars)	Probabilité
1	500	0,5
	600	0,5
2	750	0,5
	850	0,5

Projet B		
Années	Cash-flows (en Dinars)	Probabilité
1	500	0,6
	800	0,4
2	720	0,6
	800	0,4

Autres informations :

- Les cash-flows sont indépendants,
- Le taux d'actualisation est de 13%.

L'investisseur a une fonction d'Utilité appartenant à la famille de forme générique:

$$U(W) = \frac{1}{1-\theta} W^{1-\theta}, \text{ avec } 0 \leq \theta < 1$$

Questions

- 1) Quelle est la signification du paramètre θ ?
- 2) Le paramètre θ vaut 0,25 pour l'investisseur : Quel est le projet qu'il va choisir ?
- 3) Si le paramètre θ vaut 0,8 pour l'investisseur: le choix sera-t-il le même que dans la question 2 ? Commentez.

Corrigé

$$1) \theta = -\frac{U''(W)}{U'(W)} : AAR (Aversion Absolue au Risque)$$

$$2) \theta = 0.25$$

Projet A				
VAN n°	VAN_i	p_i	$VAN_i p_i$	$[VAN_i - E(VAN)]^2 p_i$
01	71,2663482	0,06	4,27598089	940,43322
02	122,954029	0,18	22,1317253	972,60912
03	199,702404	0,06	11,9821443	0,630113
04	147,372543	0,1	14,7372543	240,97496
05	199,060224	0,3	59,7180672	2,0256306
06	275,808599	0,1	27,5808599	629,59235
07	223,478738	0,04	8,9391495	29,196719
08	275,166419	0,12	33,0199702	743,33111
09	351,914794	0,04	14,0765917	966,62603
Σ		1	$E(VAN) = 196,461743$	$Var(VAN) = 4525,4193$ $\Rightarrow \sigma_{VAN} = 67,271236$

Projet B				
VAN n°	VAN_i	p_i	$VAN_i p_i$	$[VAN_i - E(VAN)]^2 p_i$
01	6,343488	0,06	0,380609	2562,2265
02	29,83789	0,15	4,475683	5031,8364
03	68,99522	0,09	6,20957	1866,1669
04	227,5824	0,08	18,20659	17,029501
05	251,0768	0,2	50,21537	290,08466
06	290,2342	0,12	34,8281	715,95469
07	298,3789	0,06	17,90273	437,45109
08	321,8733	0,15	48,28099	1778,257
09	361,0306	0,09	32,49276	1972,3782
Σ		1	$E(VAN) = 212,9924$	$Var(VAN) = 14671,385$ $\Rightarrow \sigma_{VAN} = 121,12549$

Projet le plus rentable : B

Projet le plus risqué : B

3) $\theta(X) = 0.8$ et $\theta(Y) = 0.25 \Rightarrow X$ est plus sensible au risque

Institut de Financement du Développement du Maghreb Arabe

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE LA XXXII^{ème} PROMOTION (Finance)

Dimanche 15 juillet 2012

Exercice 1 (6 points) :

ÉNONCÉ

Une entreprise a une structure financière composée à hauteur de 60% de fonds propres. Son bêta est égal à 2 ($\beta = 2$).

- Le taux sans risque : $r_f = 5\%$
- Le rendement du portefeuille de marché : $\mu_m = 11\%$
- Le taux d'impôt sur les bénéfices est de 30%.

1) Déterminer :

- a) Le Bêta d'une entreprise similaire mais non endettée ainsi que le coût de ses fonds propres. (2 points)
- b) Le coût des fonds propres de l'entreprise endettée ainsi que le coût moyen pondéré de son capital. (2 points)

2) L'entreprise endettée envisage de réaliser un projet de même risque que l'entreprise non endettée. Quel devrait être le rendement requis d'un tel projet s'il est financé à 50% par dette ? (2 points)

Corrigé

1) On notera par : U (entreprise non endettée) et L (entreprise endettée)

La relation entre les β des entreprises U (non endettée) et L (endettée) est:

$$\beta_L = \beta_U [1 + (1 - T)L] \Rightarrow \beta_U = \frac{\beta_L}{[1 + (1 - T)L]} = \frac{2}{\left[1 + \left((1 - 0,3) \times \frac{2}{3}\right)\right]} = 1,36$$

Le coût des capitaux propres de la société U est de :

$$k_s(U) = r_f + \beta_U(\mu_m - r_f) = 0,05 + (1,36 \times (0,11 - 0,05)) = 0,132$$

2) Le coût des fonds propres de la société L est de

$$k_s(L) = r_f + \beta_L(\mu_m - r_f) = r_f + \beta_U(1 + (1 - T)L)(\mu_m - r_f)$$

$$= \underbrace{r_f + \beta_U(\mu_m - r_f)}_{k_s(U)} + \underbrace{\beta_U(\mu_m - r_f)}_{k_s(U) - r_f} (1 - T)L$$

$$= k_s(U) + (k_s(U) - r_f)(1 - T)L$$

$$k_s(L) = 0,05 + (2 \times (0,11 - 0,05)) = 0,17$$

$$CMP = \frac{k_s(L)}{1 + L} + \frac{r_f(1 - T)L}{1 + L} = \frac{0,17}{1 + \frac{2}{3}} + \frac{0,05 \times 0,7 \times \frac{2}{3}}{1 + \frac{2}{3}} = 0,116$$

- 3) Le rendement requis du projet se calcule de la même façon que le coût des capitaux d'une société endettée (avec un niveau d'endettement égal à $L = 1$) ; soit formellement :

$$\text{Rendement requis du projet} = k_s(U) + [(k_s(U) - r_f)(1 - T)L] = 0,132 + [(0,132 - 0,05) \times 0,7] = 0,19$$

Exercice 2 (8 points) :

ÉNONCÉ

Soit une obligation d'échéance $T = 5 \text{ ans}$, de valeur nominale $C = 100 \text{ Dinars}$, émise au pair, rapportant des coupons annuels calculés sur la base d'un taux d'intérêt fixe $i = 7\%$. Elle est remboursée in fine au pair. Le taux d'intérêt du marché, au moment de l'émission est de $r = 7\%$.

- 1) Calculer le prix de marché de cette obligation à la date de son émission. Ce résultat est-il attendu ? (1 point)
- 2) Déterminer la duration de l'obligation pour $r = 7\%$. En quelle unité est exprimée la duration. (2 points)
- 3) Déterminer la sensibilité de l'obligation (pour $r = 7\%$) (1 point)
- 4) Calculer le prix de l'obligation en faisant l'hypothèse que le taux d'intérêt du marché r passe à 6,5% juste après la date d'émission. En déduire la variation du prix de l'obligation induite par la baisse du taux d'intérêt du marché de 7% à 6,5%. (2 points)
- 5) Estimer cette même variation en utilisant le concept de sensibilité. Quelle est votre constatation ? (2 points)

Corrigé

- 1) Le prix de marché de l'obligation est égal à la valeur présente (valeur à la date d'émission) des flux quelle va générer durant sa durée de vie. La valeur présente ou actuelle est calculée sur la base du taux de rendement des obligations de mêmes caractéristiques, prévalent sur le marché à la date d'émission ; soit formellement.

$$P_0(r) = F_1(1+r)^{-1} + \dots + F_t(1+r)^{-t} + \dots + F_n(1+r)^{-n}$$

F_1, F_2, \dots, F_n : flux générés par l'obligation sur les périodes 1, 2, ..., n

Application numérique :

Durée de l'obligation : $n = 5$ ans

Taux d'intérêt prévalent sur le marché à la date d'émission : $r = 0,07$

Flux générés par l'obligation

Date	Flux générés		
1	coupon de la 1ère année	$C \times i$	7
2	coupon de la 2ème année	$C \times i$	7
3	coupon de la 3ème année	$C \times i$	7
4	coupon de la 4ème année	$C \times i$	7
5	coupon de la 5ème année + Valeur de Remboursement	$(C \times i) + R$	107

$$P_0(0,07) = [7 \times (1+0,07)^{-1}] + [7 \times (1+0,07)^{-2}] + [7 \times (1+0,07)^{-3}] + [7 \times (1+0,07)^{-4}] + [(7+100) \times (1+0,07)^{-5}]$$

$$P_0(0,07) = \left(7 \times \frac{1 - (1+0,07)^{-5}}{0,07} \right) + (100 \times (1+0,07)^{-5}) = 28,70138205 + 71,2986179 = 100$$

Ce résultat est attendu car l'obligation est remboursée au pair ($R = C = 100$). Par ailleurs, à la date d'émission : le taux du marché r est égal au taux du coupon i .

Ces deux conditions ($R = C = 100$) et $i = 7\%$ implique $P_0(7\%) = 100$

2)

$$\text{La Duration de l'obligation a pour expression : } D = \frac{\sum_{t=1}^n t F_t (1+r)^{-t}}{\sum_{t=1}^n F_t (1+r)^{-t}} = \frac{\sum_{t=1}^n t F_t (1+r)^{-t}}{P_0(r)}$$

Application numérique

Période	Coefficient d'actualisation	Flux	Flux Actualisés	Durées pondérées par les flux actualisés
1	0,934579439	7	6,542056075	6,542056075
2	0,873438728	7	6,114071098	12,2281422
3	0,816297877	7	5,714085138	17,14225541
4	0,762895212	7	5,340266484	21,36106594
5	0,712986179	107	76,2895212	381,447606
Somme			100	438,7211256

$$D = \frac{438,7211256}{100} = 4,387211256$$

La duration est une moyenne pondérée des durées de vie (t) des flux F_t par les

$$\text{coefficients : } \frac{F_t}{\sum_{t=1}^n F_t (1+r)^{-t}} = \frac{F_t}{P_0(r)}$$

Par conséquent, la duration a la même nature qu'une durée et doit être exprimée en unité de temps. Ici en année.

- 3) Par définition, la sensibilité de l'obligation est la variation relative du prix induite par une petite variation du taux de rendement du marché r , soit :

$$S(r) = \frac{dP(r)/P(r)}{dr} = \frac{dP(r)}{dr} \times \frac{1}{P(r)}$$

L'équation qui est la base de la relation entre duration et sensibilité.

$$S(r) = -\frac{1}{1+r} \times D(r) \Rightarrow S(7\%) = -\frac{1}{1,07} \times 4,387211256 = -4,100197436$$

- 4) Le Prix de l'obligation pour $r = 6,5\%$ se calcule selon la même formule utilisée à la première question

$$P_0(0,065) = \left(7 \times \frac{1 - (1 + 0,065)^{-5}}{0,065}\right) + (100 \times (1 + 0,065)^{-5}) = 29,08975607 + 72,98808365 = 102,07784$$

La variation de Prix induite par la baisse du taux de marché de 7% à 6.5% est :

$$P_0(0,065) - P_0(0,07) = 102,07784 - 100 = 2,07784$$

- 5) Par définition de la sensibilité on a : $\Delta P(r) = P(r) \times S(r) \times \Delta r$

$$\text{Variation de prix : } \Delta P(r) = 100 \times (-4,100197436) \times (-0,005) = 2,05009872$$

Cette estimation de la variation de prix par l'intermédiaire de la sensibilité est très proche de la variation déterminée directement.

Exercice 3 (6 points) :

ÉNONCÉ

La société V envisage d'investir ses excédents de trésorerie estimés à 200 000 u. m (unités monétaires). Les opportunités d'investissement qui lui sont offertes sont caractérisées comme suit :(valeurs en u. m)

	Coût de l'Investissement	VAN espérée	Écart- type de la VAN
Projet A	100 000	28 000	14 000
Projet B	100 000	25 000	8 000
Projet C	100 000	16 000	6 000

VAN : Valeur Actuelle Nette ; VAN espérée : Espérance Mathématique de la VAN

- Les projets A et B sont indépendants
- Le Coefficient de Corrélation entre la VAN du projet A et la VAN du projet C est égal à 1
- Les projets B et C sont mutuellement exclusifs

Travail à faire :

La société devrait choisir deux (2) projets : Le choix devrait se faire sur la base du Coefficient de Variation de la VAN.

Indiquer les deux projets devant être choisis par la Société V

Corrigé

Les projets B et C étant mutuellement exclusifs, les combinaisons possibles sont :

- Les projets A et B
- Les projets A et C

On notera par:

$E(VAN)$: *Espérance Mathématique de la VAN* ; $V(VAN)$: *Variance de la VAN* ;

Cov : *Covariance* ; σ_{VAN} : *Écart-Type de la VAN* ; ρ : *Coefficient de Corrélation*

Combinaison AB

$$\bullet E(VAN_{AB}) = E(VAN_A) + E(VAN_B) = 28\,000 + 25\,000 = 53\,000$$

$$\begin{aligned} \bullet V(VAN_{AB}) &= V(VAN_A) + V(VAN_B) + 2Cov(VAN_A, VAN_B) \\ &= V(VAN_A) + V(VAN_B) + 2\sigma_{VAN_A}\sigma_{VAN_B}\rho_{VAN_A, VAN_B} \end{aligned}$$

$$\text{Or, A et B : projets indépendants : } \rho_{VAN_A, VAN_B} = 0 \Rightarrow V(VAN_{AB}) = 14000^2 + 8000^2$$

$$\Rightarrow \sigma_{VAN_{AB}} = 16124,516$$

$$\bullet \text{ Coefficient de Variation de la VAN (A,B) : } C_v = \frac{\sigma_{VAN_{AB}}}{E(VAN_{AB})} = 0,30$$

Combinaison AC

$$\bullet E(VAN_{AC}) = E(VAN_A) + E(VAN_C) = 28\,000 + 16\,000 = 44\,000$$

$$\begin{aligned} \bullet V(VAN_{AC}) &= V(VAN_A) + V(VAN_C) + 2Cov(VAN_A, VAN_C) \\ &= V(VAN_A) + V(VAN_C) + 2\sigma_{VAN_A}\sigma_{VAN_C}\rho_{VAN_A, VAN_C} \end{aligned}$$

$$\text{Or, } \rho_{VAN_A, VAN_B} = 1 \Rightarrow V(VAN_{AB}) = 14000^2 + 8000^2 + 2 \times 14000 \times 8000 \times 1 \Rightarrow \sigma_{VAN_{AC}} = 20000$$

$$\bullet \text{ Coefficient de Variation de la VAN (A,C) : } C_v = \frac{\sigma_{VAN_{AC}}}{E(VAN_{AC})} = 0,45$$

Décision : Choix de la combinaison AB.

Institut de Financement du Développement du Maghreb Arabe

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE LA XXXIII^{ème} PROMOTION (Finance)

Dimanche 1^{er} Septembre 2013

Questions de connaissance : (5 points) :

ÉNONCÉ

Définir et donner les formules de calcul des notions suivantes :

1. Le Bêta d'une action (2,5 points)
2. La duration d'une obligation (2,5 points)

Corrigé

1. Le Bêta d'une action :

Le Bêta d'une action j est formulé comme suit :

r_j : rendement du titre j

r_m : rendement du marché

$Var(r_m)$: variance du rendement du marché

$$\beta_j = \frac{Cov(r_j, r_m)}{Var(r_m)}$$

Le coefficient bêta d'un titre financier mesure son risque par rapport à la moyenne du marché.

2. La duration d'une obligation :

DU : duration

F_t : Flux dégagé par l'obligation à la date t

r : Taux d'intérêt

$$P(r) : \text{Valeur de l'obligation ; } P(r) = \sum_{t=1}^T \frac{F_t}{(1+r)^t}$$

$$DU = \left(1 \times \frac{F_1(1+r)^{-1}}{P(r)}\right) + \dots + \left(t \times \frac{F_t(1+r)^{-t}}{P(r)}\right) + \dots + \left(T \times \frac{F_T(1+r)^{-T}}{P(r)}\right)$$

La durée (DU) représente une durée de vie moyenne pondérée par les poids respectifs des différentes échéances.

Exercice 1 (10 points) :

ÉNONCÉ

Un produit est fabriqué par une machine qui a été achetée à 300.000 dinars cinq ans auparavant. Sa durée de vie était estimée à quinze ans.

Les coûts de production sont les suivants:

Coût variable unitaire	80 Dinars
Coûts fixes hors amortissements	15.000 Dinars

L'année précédente, 1000 unités ont été produites et vendues à 200 dinars l'unité. On suppose que le prix et la demande se maintiendront au même niveau au cours des dix ans à venir.

Un fabricant de machine-outil a proposé, à la fin de la 5ème année, de reprendre la vieille machine pour 180.000 dinars contre l'achat d'un nouveau modèle plus performant. La nouvelle machine coûterait 280.000 dinars et a une espérance de vie de 10 ans. Sa valeur résiduelle probable au bout de ces dix ans sera nulle. Les coûts de production relatifs à cette nouvelle machine sont les suivants:

Coût variable unitaire	60 Dinars
Coûts fixes hors amortissements	12.500 Dinars

Autres renseignements:

- Le taux de l'impôt sur les bénéfices et les gains (ou pertes) en capital est de 30 %.
- Les produits et les charges d'exploitation relatifs à une période donnée sont supposés être effectués durant la même période.
- L'entreprise pratique l'amortissement linéaire sur la durée de vie de la machine.
- Le coût de capital de l'entreprise est de 13%.

Question : L'entreprise a-t-elle intérêt à remplacer l'ancienne machine?

Corrigé

1. Détermination de la dépense d'investissement :

- Effet de l'impôt sur la cession de l'ancienne machine en $t = 0$

Valeur d'Acquisition		3000.000
Amortissement	5×20	100.000
VCN		200.000
Valeur de Cession		180.000
Moins value sur Cession		20.000

- Dépenses d'investissement (cas d'acquisition de la nouvelle machine)

Acquisition nouvelle Machine	280.000
Cession Ancienne Machine	180.000
Économie d'impôt sur Moins value	6.000
Investissement	94.000

2. Détermination des Cash-flows :

	Ancienne	Nouvelle
Valeur acquisition	300.000	280.000
Quantité	1000	1000
Prix unitaire	200	200
Coût Variable	80	60
Coût Fixe	15.000	12.500
Dotations aux Amortissements	20.000	28.000

	Ancienne	Nouvelle
Chiffre d'affaires	200.000	200.000
Coût Variable	80.000	60.000
Coût Fixe	15.000	12,5.000
Dotations aux Amortissements	20.000	28.000
Résultat Avant Impôt	85.000	99.500
Impôt	25.500	29.850
Résultat Net	59.500	69.650
Cash-flows Nets	79.500	97.650

$$\text{Cash-flows Nets différentiels} = 97.650 - 79.500 = 18.150$$

3. Détermination de la VAN :

$$\begin{aligned} \text{VAN} &= -94.000 + [18.150 \times (1,13)^{-1}] + \dots + [18.150 \times (1,13)^{-10}] \\ &= -94.000 + 18.150 \times \left(\frac{1 - (1,13)^{-10}}{0,13} \right) \end{aligned}$$

$$\text{VAN} = 4,486$$

Exercice 2 (5 points) :

ÉNONCÉ

Un crédit bancaire, d'un montant de 200.000 Dinars, est accordé dans les conditions suivantes :

- Taux d'intérêt : 6 % l'an
- Durée : 1 an (12 échéances mensuelles)
- Remboursement en 12 échéances mensuelles.
- Modalités de Remboursement : annuités constantes.
- Les fonds sont débloqués au profit de l'entreprise : le 31 décembre 2012

- La première échéance de remboursement intervient le 31 janvier 2013

Autres informations :

- Le crédit est accordé à une entreprise non soumise à l'impôt sur les bénéfices des sociétés

Questions :

- 1) Calculer la valeur de l'annuité constante à régler à la fin de chaque mois (1 point)
- 2) Calculer le capital restant du après règlement de la cinquième échéance (échéance du 31 mai 2013) (2 points)
- 3) Calculer le coût de financement par crédit (2 points).

Corrigé

- 1) La valeur de l'annuité :

<i>Valeur du crédit : V</i>	200
<i>i annuel</i>	0,06
<i>i mensuel (i_{12})</i>	0,005
<i>Durée</i>	12

$$a = \frac{V(1 + i_{12})^{-1} \times i_{12}}{1 - (1 + i_{12})^{-12}} = \frac{200.000 \times (1 + 0,005)^{-1} \times 0,005}{1 - (1 + 0,005)^{-12}} = 17,213$$

Périodes	Capital	Principal	Intérêt	Annuités
1	200,000	16,213	1,000	17,213
2	183,787	16,294	0,919	17,213
3	167,492	16,376	0,837	17,213
4	151,117	16,458	0,756	17,213
5	134,659	16,540	0,673	17,213
6	118,119	16,623	0,591	17,213
7	101,496	16,706	0,507	17,213
8	84,790	16,789	0,424	17,213
9	68,001	16,873	0,340	17,213
10	51,128	16,958	0,256	17,213
11	34,170	17,042	0,171	17,213
12	17,128	17,128	0,086	17,213

- 2) Capital restant du après la cinquième échéance :

$$K_5 = V - (A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5)$$

$$A_2 = A_1(1 + i_{12})$$

$$A_3 = A_1(1 + i_{12})^2$$

$$A_4 = A_1(1 + i_{12})^3$$

$$A_5 = A_1(1 + i_{12})^4$$

$$K_5 = V - (A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5) = V - \frac{A_1[(1 + i_{12})^5 - 1]}{i_{12}}$$

$$= 200.000 - \frac{16,123[(1,005)^5 - 1]}{0,005}$$

$$K_5 = 118,119$$

3) Le coût de Financement :

Soit, k_d le coût de la dette $\Rightarrow \frac{k_d}{200.000} = \left[17.213 \times (1 + k_d)^{-\frac{1}{12}} \right] + \dots + \left[17.213 \times (1 + k_d)^{-\frac{12}{12}} \right]$

$$k_d = 0,062$$

le k_d correspond aux taux équivalent : $k_d = (1 + i_{12})^{12} - 1 = (1,005)^{12} - 1 = 0,062$

Institut de Financement du Développement du Maghreb Arabe

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE LA XXXIV^{ème} PROMOTION (Finance)

Samedi 23 Août 2014

Exercice 1 (6 points) :

ÉNONCÉ

Soit un emprunt zéro- coupon ayant les caractéristiques suivantes :

- Valeur nominale d'une obligation : 1.000 Dinars
- Date d'émission : 01/12/2013
- Prix d'émission d'une obligation : 55,8 %, soit 558 Dinars
- Prix de remboursement d'une obligation : 1.000 Dinars
- Durée de Vie : 10 ans

Questions :

- 1) Quel est le taux de rendement actuariel à l'émission ?
- 2) Déterminer la sensibilité de l'obligation
- 3) Déterminer le prix de l'obligation une année après l'émission pour un taux actuariel de 7 %.

Corrigé

Valeur de Remboursement : 1.000 Dinars

Valeur d'Émission : 558 Dinars

Durée de Vie : 10 ans

- 1) Rendement à l'émission :

$$(1 + r)^n = \frac{\text{Valeur de Remboursement}}{\text{Valeur d'Émission}}$$

$$(1 + r)^{10} = \frac{1000}{558} = 1,792 \Rightarrow 1 + r = 1,06 \Rightarrow r = 6\%$$

- 2) Sensibilité de l'Obligation :

$$S = \frac{D}{1 + r}, \text{ avec } D : \text{duration et } r : \text{taux actuariel}$$

- La duration d'un zéro coupon de durée n est égal à n

$$S = \frac{D}{1+r} = \frac{10}{1,06} = 9,43$$

- Le prix de l'obligation varie à la baisse (hausse) de 9,43% suite à une variation à la hausse (baisse) du taux d'intérêt de 1%.

3) Prix de l'Obligation pour un taux de 7% une année après l'émission :

$$(1+r)^9 = \frac{\text{Valeur de Remboursement}}{\text{Valeur de l'obligation en 1}}$$

$$\Rightarrow \text{Valeur de l'obligation en 1} = \frac{\text{Valeur de Remboursement}}{(1+r)^9}$$

$$\text{or } (1+r)^9 = \frac{1000}{558} = 1,838$$

$$\Rightarrow \text{Valeur de l'obligation en 1} = \frac{1000}{1,838} = 543,943$$

Exercice 2 (6 points) :

ÉNONCÉ

- 1) Un entrepreneur de travaux publics doit préparer une soumission pour un projet d'autoroute. Le coût de préparation de la soumission est de 5.000 dinars. Si l'entrepreneur obtient le contrat, éventualité qui a une probabilité de 20% de se produire, il réalisera un gain net de 50.000 dinars.

Question : En utilisant le critère de l'espérance mathématique des gains monétaires, l'entrepreneur a-t-il intérêt à participer à la soumission ?

- 2) On tient compte maintenant de l'attitude de l'entrepreneur face au risque à travers sa fonction d'utilité. Les Valeurs d'utilité qu'il accorde aux gains monétaires sont résumées dans le tableau ci-après

<i>Gain Monétaire : W</i>	<i>Utilité des Gains Monétaires : U(W)</i>
-5.000	-75
0	0
5.000	30
10.000	55
20.000	95
30.000	120
40.000	150
50.000	175
60.000	195
70.000	200

Question : Dans cette situation, le critère de choix est l'espérance de l'utilité des gains monétaires : Quelle sera alors la décision de l'entrepreneur ?

Corrigé

1) L'entrepreneur a-t-il intérêt à participer à la soumission ?

Neutralité à l'égard du risque \Rightarrow Utilisation du critère de l'Espérance Mathématique des gains monétaires (GM) :

$$E(GM) = (0,20 \times 50.000) + (0,8 \times (-5.000)) = 6.000 \Rightarrow \text{participer à la soumission}$$

2) L'entrepreneur a-t-il intérêt à participer à la soumission ?

Tenir compte de l'attitude de l'investisseur à l'égard du risque \Rightarrow Utilisation du critère de l'Espérance de l'Utilité des gains monétaires : $E[U(GM)]$

$$E[U(GM)] = 0,2U(50.000) + 0,8U(-5.000) = (0,2 \times 175) + (0,8 \times (-75)) = -25$$

\Rightarrow ne pas participer à la soumission

Exercice 3 (8 points) :**ÉNONCÉ**

- I. Un particulier envisage d'investir dans deux actions dont les caractéristiques en termes de rendement et de risque se présentent comme suit:

Action n°	Rendement attendu (espéré)	Risque (mesuré par l'écart-type)
1	μ_1	σ_1
2	μ_2	σ_2

ρ : coefficient de corrélation entre les rendements des actions 1 et 2

Questions :

1) En désignant par x et $1 - x$ les proportions du capital investies respectivement dans les actions 1 et 2 : Exprimer en fonction des caractéristiques indiquées ci-dessus:

- a) Le rendement espéré du portefeuille de composition $[x ; 1 - x]$
 b) Le risque de ce portefeuille mesuré par la variance de son rendement.

2) Déterminer la composition $[x ; 1 - x]$ qui conduit à un portefeuille de risque minimum?

Quelle est votre constatation?

II. Application numérique :

Action n°	Rendement attendu (espéré)	Risque (mesuré par l'écart-type)
1	$\mu_1 = 0,10$	$\sigma_1 = 0,15$
2	$\mu_2 = 0,16$	$\sigma_2 = 0,30$

Questions :

- 1) Caractériser le portefeuille de risque minimum (composition, rendement et risque) pour :
 - a) $\rho = 0,5$
 - b) $\rho = 0$
 - c) $\rho = -1$
- 2) Quelle est votre constatation?

Corrigé

I.

1)

a) Le Rendement du Portefeuille de composition $(x, 1 - x)$ s'écrit :

$$R_p = \mu_1 x + \mu_2 (1 - x)$$

b) La variance du rendement du portefeuille de composition $(x, 1 - x)$ s'écrit :

$$\text{Var}(R_p) = \sigma_1^2 x^2 + \sigma_2^2 (1 - x)^2 + 2x(1 - x)\sigma_1\sigma_2\rho_{1,2}$$

2) La composition du Portefeuille de risque minimum : $\frac{d\text{Var}(R_p)}{dx} = 0$

$$\text{or } \frac{d\text{Var}(R_p)}{dx} = 2x\sigma_1^2 - 2(1 - x)\sigma_2^2 + 2(1 - 2x)\sigma_1\sigma_2\rho_{1,2}$$

$$\frac{d\text{Var}(R_p)}{dx} = 0 \Rightarrow 2x\sigma_1^2 - 2(1 - x)\sigma_2^2 + 2(1 - 2x)\sigma_1\sigma_2\rho_{1,2} = 0$$

$$\Rightarrow 2x\sigma_1^2 + 2x\sigma_2^2 - 2\sigma_2^2 + 2\sigma_1\sigma_2\rho_{1,2} - 4x\sigma_1\sigma_2\rho_{1,2} = 0$$

$$\Rightarrow 2x\sigma_1^2 + 2x\sigma_2^2 - 4x\sigma_1\sigma_2\rho_{1,2} = 2\sigma_2^2 - 2\sigma_1\sigma_2\rho_{1,2}$$

$$\Rightarrow 2x[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1\sigma_2\rho_{1,2}] = 2[\sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2\rho_{1,2}]$$

$$\Rightarrow x[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1\sigma_2\rho_{1,2}] = \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2\rho_{1,2}$$

$$d'où : x = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2\rho_{1,2}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1\sigma_2\rho_{1,2}} \text{ et } 1 - x = \frac{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2\rho_{1,2}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1\sigma_2\rho_{1,2}}$$

II. Application numérique pour :

1)

a) $\sigma_1 = 0,15$, $\sigma_2 = 0,30$ et $\rho_{1,2} = 0,5$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ et } 1 - x = 0$$

Le rendement du portefeuille de risque minimum est de : $R_p = 0,10$

Le risque du portefeuille de risque minimum est de : $\sigma_p = 0,15$

b) $\sigma_1 = 0,15$, $\sigma_2 = 0,30$ et $\rho_{1,2} = 0$

$\Rightarrow x = 0,8$ et $1 - x = 0,2$

Le rendement du portefeuille de risque minimum est de : $R_p = 0,112$

Le risque du portefeuille de risque minimum est de : $\sigma_p = 0,134$

c) $\sigma_1 = 0,15$, $\sigma_2 = 0,30$ et $\rho_{1,2} = -1$

$\Rightarrow x = \frac{2}{3}$ et $1 - x = \frac{1}{3}$

Le rendement du portefeuille de risque minimum est de : $R_p = 0,12$

Le risque du portefeuille de risque minimum est de : $\sigma_p = 0$

Institut de Financement du Développement du Maghreb Arabe
CONCOURS DE RECRUTEMENT D'UNE PROMOTION Spéciale
Pour le compte du Ministère des Finances Tunisie
(Finance)
Dimanche 10 Mai 2015

Question (6 points) :

ÉNONCÉ

Donner la définition, l'utilité et la formule de calcul de chacune des notions suivantes :

- 1) Excédent Brut d'Exploitation (EBE)
- 2) Le coût des Capitaux Propres

Exercice 1 (8 points) :

ÉNONCÉ

Soient les données suivantes concernant le titre j et le marché :

État de l'environnement	Probabilité	Rendement du marché	Rendement du titre j
1	0,1	-0,15	-0,30
2	0,3	0,05	0,00
3	0,4	0,15	0,20
4	0,2	0,20	0,50

Le taux d'intérêt sans risque est de 5%

Travail à faire :

- 1) Est-il intéressant d'acquérir le titre j ?
- 2) La décision serait-elle changée si le taux sans risque passe de 5% à 6% ?

Exercice 2 (8 points) :

ÉNONCÉ

A fin décembre 2011, le conseil d'administration de la Société SMI s'est réuni pour décider la réalisation d'un nouveau projet.

Ce projet consiste à installer une usine sur un terrain que la société avait acheté, il y a dix ans, au prix de 20 000 Dinars. En décembre 2011, le terrain a une valeur de marché de 80 000 Dinars.

En plus du terrain, le coût de l'investissement est estimé comme suit :

	Coût Total	Amortissement	Acquisition et Échéancier de règlement
Construction	200 000 Dinars	Linéaire sur 20 ans	100% à Fin décembre 2012
Équipement	100 000 Dinars	Linéaire sur 10 ans	100% à Fin décembre 2012

Ce projet devrait dégager un résultat d'exploitation (Bénéfice avant impôt et intérêts) de 60 000 Dinars par an sur une période d'exploitation de 8 ans.

L'exploitation du projet commence au début de l'année 2013.

Après 8 ans d'exploitation, la valeur de cession du projet est estimée à 200 000 Dinars.

Autres informations :

- Les cash-flows sont réalisés au 31 décembre de chaque année.
- Le taux d'impôt est de 25%
- L'impôt est payé au 31 décembre de l'année pour laquelle cet impôt est dû.
- Le taux de rentabilité exigé par les actionnaires est de 12%
- Le projet est financé par Capitaux Propres

Travail à faire :

- 1) Calculer les cash-flows du projet
- 2) Calculer la Valeur Actuelle Nette du projet. Indiquer si le projet est rentable.

Institut de Financement du Développement du Maghreb Arabe
CONCOURS DE RECRUTEMENT DE LA XXXV^{ème} PROMOTION
(Finance)

Samedi 22 Août 2015

Questions de connaissance (5 points) :

1) Indice Boursier : (3 points)

- a) Définition et mode de calcul (2 points)
- b) Citer deux Indices Boursiers en précisant les marchés financiers qui les concernent (1 points)

2) Sur le marché de change : (3 points)

- a) Qu'est-ce qu'une cotation au certain ? Donner un exemple (1 points)
- b) Qu'est-ce qu'une cotation à l'incertain ? Donner un exemple (1 points)
- c) Donner les noms des monnaies dont les codes se présentent comme suit (code devise connu sur le plan international) : (1 points)
 - CHF
 - GBP

Exercice 1 (8 points) :

ÉNONCÉ

La société S est une entreprise du secteur de textile, fondée en 1995. Son dynamisme et la qualité de ses produits lui avaient assuré une place importante sur le marché national.

Toutefois la concurrence commençait à se faire sentir à partir de 2010 et la direction de la société tente d'abord en 2014 de dynamiser sa politique commerciale et de faire pression sur les prix de vente. Cet effort n'a pas été couronné de succès. La décision a alors été prise de procéder à un examen de la situation financière de la société.

Questions

En se référant aux Bilans ci-après relatifs à la période (2010-2014) :

- 1) Calculer, pour chaque exercice, les indicateurs de l'Équilibre Financier : Fonds de Roulement, Besoins en Fonds de Roulement et Trésorerie (FR, BFR, T). (3 points)
- 2) Effectuer un diagnostic permettant de mettre en évidence les forces et les faiblesses de la Société À l'aide d'une analyse de l'évolution des indicateurs de l'Équilibre Financier. (5 points)

Bilans (2010-2014)

(Valeurs en milliers de Dinars)

	2010	2011	2012	2013	2014
Actifs immobilisés	1236	1401	1895	1958	2034
Autres actifs non courants	440	447	448	564	726
Stocks	2955	4059	3752	4744	5932
Clients et comptes rattachés	5663	4597	4826	5452	5142
Autres actifs courants	440	1016	632	470	493
Liquidités et équivalent de liquidités	619	331	967	252	52
Total des Actifs	11353	11851	12520	13440	14379
Capital Social	1200	1200	1200	1200	1200
Réserves	2964	3190	3170	2755	2596
Résultat de l'exercice	226	-20	-415	-159	-173
Emprunts		519	1042	997	964
Fournisseurs et comptes rattachés	3335	3422	2431	2841	2830
Autres passifs courants	3035	2664	3222	3431	3932
Concours bancaires et autres passifs financiers	593	876	1870	2375	3030
Total des Capitaux Propres et Passifs	11353	11851	12520	13440	14379

Exercice 2 (6 points) :**ÉNONCÉ**

Un investisseur possède une richesse $W_0 = 100\,000$ Dinars. Son comportement vis-à-vis du risque peut être décrit par une fonction d'utilité du type : $U(W) = W^\theta$, avec $0 < \theta < 1$

On propose à cet investisseur un placement en Bourse dont les résultats se présentent comme suit :

Gain ou perte (en Dinars)	Probabilité
-20 000	0,50
20 000	0,50

Questions

- 1) L'investisseur va-t-il accepter ce placement ? Justifier votre réponse. (3 points)
- 2) Déterminer l'Équivalent Certain de la richesse finale pour $\theta = 1/2$. En déduire la Prime de Risque. (3 points)

Institut de Financement du Développement du Maghreb Arabe
CONCOURS DE RECRUTEMENT DE LA XXXVI^{ème} PROMOTION (Assurance)
(Finance)
Samedi 14 Mai 2016

Exercice 1 (8 points) :

ÉNONCÉ

Au 31/12/2015, la société BBA a émis un emprunt obligataire ayant les caractéristiques suivantes :

- Valeur nominale = 10 Dinars
- Valeur d'émission = 10 Dinars
- Valeur de remboursement = 10 Dinars
- Taux d'intérêt = 10%
- Durée = 5 ans
- Échéances annuelles : au 31 décembre de chaque année à partir de 2016.
- Nombre d'obligations émises : 610510

La société est soumise à l'impôt sur les bénéfices au taux de 25%.

Questions

- 1) Présenter brièvement les risques à courir par un souscripteur à cet emprunt obligataire (1 points)
- 2) En supposant un remboursement in fine :
 - a) Déterminer la durée de vie moyenne d'une obligation (2 points)
 - b) Déterminer le rendement des obligataires (les souscripteurs) (1 points)
- 3) En supposant un remboursement par annuités :
 - a) Déterminer le nombre d'obligations remboursées au 31/12/2016 (2 points)
 - b) Déterminer le nombre d'obligations remboursées au 31/12/2018 (1 points)
 - c) Déterminer le coût de l'emprunt obligataire pour la Société BBA (1 points)

Exercice 2 (12 points) :

ÉNONCÉ

Un investisseur est intéressé par les deux projets d'investissement A et B dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau suivant :

Projet A	
VAN	Probabilité
1180	0,4
2100	0,4
3110	0,2

Projet B	
VAN	Probabilité
1520	0,3
2000	0,3
3800	0,4

VAN : Valeur Actuelle Nette

Question 1 :

Quel est le projet le plus rentable ? Quel est le projet le plus risqué ? (4 points)

Justifier votre réponse.

Question 2 :

En situation d'incertitude et de risque, le critère de choix est l'espérance de l'utilité de la VAN. L'attitude de l'investisseur à l'égard du couple rendement-risque peut être approximée par une fonction d'utilité de type : $U(W) = W^\theta$, si $0 < \theta < 1$

- Quel est le comportement face au risque induit par cette fonction ? (4 points)
- Le coefficient θ vaut 0,2 pour l'investisseur : quel est le projet qui sera retenu ? (4 points)

Institut de Financement du Développement du Maghreb Arabe

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE LA XXXVI^{ème} PROMOTION (Banque) (Finance)

Samedi 27 Août 2016

Exercice 1 (12 points) :

ÉNONCÉ

Soit une obligation d'échéance $T=5$ ans, de valeur nominale $C=100$ D, émise au pair, rapportant des coupons annuels calculés sur la base d'un intérêt fixe $i=7\%$.

Elle est remboursée in fine au pair. Le taux d'intérêt du marché, au moment de l'émission, est de $r=7\%$.

Questions

- 1) Calculer le prix du marché de cette obligation à la date de son émission. Ce résultat est-il attendu ? (3 points)
- 2) Déterminer la duration de l'obligation pour $r=7\%$. En déduire sa sensibilité. En quelle unité est exprimée la duration ? (3 points)
- 3) Calculer le prix de l'obligation en retenant l'hypothèse que le taux d'intérêt du marché r passe à 6,5% juste après la date de l'émission. (3 points)
- 4) Estimer le prix de l'obligation pour un taux d'intérêt du marché r de 6,5% en utilisant le concept de sensibilité. Quelle est votre conclusion ? (3 points)

Exercice 2 (8 points) :

ÉNONCÉ

Soient les données suivantes concernant le titre j et le marché :

État de l'environnement	Probabilité	Rendement du marché	Rendement du titre j
1	0,10	-0,15	-0,30
2	0,30	0,05	0
3	0,40	0,15	0,20
4	0,20	0,20	0,50

Le taux d'intérêt sans risque est de 5%.

Questions

- 1) Est-il intéressant d'acquérir le titre j ? Justifier la réponse. (6 points)

- 2) La décision serait-elle changée si le taux sans risque passe de 5% à 6%. Justifier la réponse.
(2 points)