

Institut de Financement du Développement du Maghreb Arabe

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE LA XXX^{ème} PROMOTION

juillet 2010

Epreuve de Méthodes Quantitatives

Durée : 1h30

Nombre de pages :02

Exercice 1 : (8 points : 1+1+2+2+2)

On note X_1, X_2, \dots, X_n les gains d'une entreprise sur n périodes successives. On admet que ces variables sont indépendantes, ayant la même espérance mathématique m et la même variance σ^2 . On pose

$$\begin{aligned} Y_1 &= X_1, \\ Y_2 &= \frac{X_1 + X_2}{2}, \\ Y_3 &= \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3} \\ \text{et } Y_n &= \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} \text{ pour } n \text{ entier positif} \end{aligned}$$

1. Que représentent les variables Y_1, Y_2, \dots, Y_n pour l'entreprise ?
2. Déterminer les espérances mathématiques des variables Y_1, Y_2, \dots, Y_n
3. Calculer les variances et les écarts types des variables Y_1, Y_2, \dots, Y_n
4. Calculer $E(Y_i^2)$ pour $i = 1, 2, \dots, n$
5. i – Calculer pour les trois premières variables Y_1, Y_2, Y_3 les covariances entre Y_i et Y_j pour $i = 1, 2$ et 3 et $j = 1, 2$ et 3
ii – En déduire tous les coefficients de corrélation linéaire ρ_{ij} entre Y_i et Y_j pour $i = 1, 2$ et 3 et $j = 1, 2$ et 3
6. Exprimer Y_n en fonction de Y_{n-1} et de X_n

Exercice 2 : (12 points:)

L'estimation par les moindres carrés ordinaires sur $T = 40$ observations temporelles de la relation en le logarithme de la quantité de monnaie (LM) au logarithme du PIB ($LPIB$) et au taux d'intérêt réel (r) fournit les résultats suivants :

$$LM_t = 0.9LPIB_t - 0.8r_t + 1.2 + \hat{u}_t$$

(0.4) (0.2) (0.3)

avec \hat{u}_t le résidu de la régression

$$R^2 = 0.88 \quad \text{et} \quad DW = 1.2$$

Les chiffres entre parenthèses sont les écarts types estimés.

- 1- Interpréter économiquement les estimations des variables explicatives
- 2- Tester à un niveau de confiance de 95 % la significativité de chacune des variables explicatives

On admet que pour une loi de Student S quelconque, que la probabilité que $(-2 \leq S \leq 2)$ est approximativement égale à 95 %.

- 3- Expliquer sans faire de calcul, comment on peut tester la significativité globale de cette relation.

- 4- Sachant que la variance empirique de la variable LM est égale à 2

- i- Déterminer la somme des carrés des résidus SCR

- ii- Calculer la variance expliquée et la variance résiduelle de la régression.

- 5- A partir de la valeur de la statistique de Durbin Watson (DW), calculer la valeur du coefficient d'autocorrélation. Interpréter ce résultats (Il n'est pas demandé d'effectuer le test d'autocorrélation)

- 6- Un examen plus approfondi prouve que la relation est dynamique :

$$LM_t = 0.5LM_{t-1} + 0.5LP_{IB_t} - 0.3r_t + 0.6 + \hat{u}_t$$

- i- Quelle est l'interprétation économique de cette nouvelle relation ? Commenter

- ii- Déterminer l'élasticité de long terme de la quantité de monnaie par rapport au PIB.
