

Concours 2024

Vrai/Faux (5 pts)

1) R_t exprimé d'une action dont $\beta = 2$ est 2 fois plus fort que celle de Marché
Faux. $E(R_j) = r_f + (E(R_m) - r_f) \beta_j$ si $\beta_j = 2 \Rightarrow E(R_j) = 2 E(R_m) - r_f$

2) Si $FR < 0$, alors la trésorerie est forcément négative

Faux. $T_{\text{Trésorerie}} = FR - BFR$ si $BFR < FR < 0$
 $\Rightarrow T_{\text{Trésorerie}} > 0$

3) L'option doit exister même en absence de risque

~~Nage~~ Faux. L'option peut exister même si le marché est certain, comme un contrat entre deux parties.

Ex 1 (4 pts) L'option est un produit de couverture contre le risque, par de risque, puis d'option

Société cotée en bourse à 50 U.M. Fin 2023, elle distribue un Div des cours de l'action 50 = P_0

Dividende 5 = D_0

a) Dist de dividende en croissance à taux constant de 10% à partir de 2024

$$D_1 = D_0 \times (1+0,1) = 5,5.$$

$$\text{C de KP} \rightarrow K_e = \frac{D_1}{P_0} + g = \frac{5,5}{50} + 0,1 = 0,21$$

b) Dist en croissance de 10% en 2024 puis en croissance à taux constant de 12% à partir de 2025

$$D_2 = D_1 \times (1+0,12) = 6,16$$

$$K_e - g_2 = \frac{D_2}{P_1}$$

$$P_0 = \frac{D_1}{1+k} + \frac{D_1(1+g_1)}{(1+k)^2} + \frac{D_1(1+g_1)^2}{(1+k)^3} + \frac{D_1(1+g_1)^3}{(1+k)^4} + \dots + \frac{D_1(1+g_1)^n}{(1+k)^n}$$

$$= \frac{D_1}{1+k} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1+g_1}{1+k}\right)^n}{1 - \frac{1+g_1}{1+k}}$$

$$\left(\frac{1+g_1}{1+k}\right)^n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$$

$$g_1 < k$$

$$P_0 = \frac{D_1}{1+k} \times \frac{1+k}{k-g_1} \Rightarrow P_0 = \frac{D_1}{k-g_1} \Rightarrow \boxed{K = \frac{D_1}{P_0} + g_1} = \frac{5,5}{50} + 0,12$$

$$\boxed{K = 0,23}$$

Ex 2 (4 pts)

2024	2025	2026	2027	2028
40000	48000	54000	68000	82000

Après 2028 le CF croîtra indéfiniment au taux de 3%.

* A t=2029 : $CF = 82000 \times 1,03 = 84460$

* Valeur Terminal en 2028 $VT = 84460 \times \frac{1}{k-g} = \frac{84460}{0,1-0,03} = 1206571$

$$= \sum_{t=1}^5 CF_t (1+k)^{-t} + \frac{VT}{(1+k)^5} = 962863$$

Valeur Total des fonds
Valeur de E par

$$VCP = \text{Vente} - \text{Dettes}$$

$$= 362863 - 150000 = 812863$$

Ex3 (3 pts)

Placement de 10000 à un taux de 5% sur 2 ans.

1) V. acquise si la capitalisation est annuelle

$$V = 10.000 \times (1+0,05)^2 = 11025$$

2) V. acquise si la capitalisation est continue.

$$V = 10.000 \times e^{2 \times 0,05} = 11051,71$$

QCM : (4 pts)

1) Une bq n'est pas autorisée à : Acheter et vendre des actions directement sur la bourse.

2) Seule les bq accédant au : ~~marché monétaire~~

3) Charges constatées en Compta fin et non reprises en Compta analytique
charges non incorporables

4) Etat de ft renseigne pour : les charges et les produits

5) les billets de trésorerie sont émis par les entreprises

6) le risque qui affecte directement les titres à revenu fixe : Risque de taux d'intérêt

7) L'autofinancement est : une ressource

8) le FR est : une ressource

Concours 2024 AS

Question (6 pts)

- 1) a) **Marché primaire** Marché d'émission des titres (Actions / obligations)
Marché secondaire: Marché d'achat et de vente des titres déjà émis
 b) **Marché organisé** Marché réglementé avec une autorité de contrôle
Marché dégré à gré: Marché où l'acheteur et le vendeur négocient et traitent eux-mêmes les termes de transaction.

- 2) **BFR** Décalage entre les encaissements et les décaissement

$$BFR = Stock + Client - Fournisseur$$

L'ent peut réduire le BFR en diminuant le délai client, augmentant le délai fournisseur tout en optimisant les stocks

- 3) Mettre les bénéfices en réserve, c'est accroître la trésorerie **Faux**
 La trésorerie est impactée par les encaissement et les décaissement, alors que les bénéfices sont une notation comptable déterminée à partir des charges et produits. Mettre le bénéfice en réserve c'est augmenter les KP (la trésorerie ne change pas)

EX (14 pts)

$$\text{Projet } I_0 = 1900 \text{ Amort} = \frac{1900}{5} = 380$$

$$\text{Société comparable: } \beta_L = 1,75, \quad L = 1$$

$$T = 25\%, \quad r_f = 6\%, \quad r_m = 12\%, \quad V(r_m) = 0,0225.$$

- 1) **EBC** Revenu dégagé sur l'exploitation (Produit d'Exp - Ch. d'Exp)

- 2) Projet 100% par KP

$$a/ \quad EBE = 580$$

$$- \text{Amort} \quad 380$$

$$= RAI \quad 200$$

$$- \text{Impot } 200 \times 0,25 = 50$$

$$= R^{\text{Net}} \quad 150$$

$$+ DotAmort \quad 380$$

$$= CF \quad \boxed{530}$$

$$b) \text{Taux d'actualisation} = \text{Taux des KP}$$

$$r_u = \frac{\beta_L}{1 + L(1-T)} = \frac{1,75}{1 + 0,75} = 1$$

$$K_L = r_f + (r_m - r_f) \times \beta = 6\% + 6\% = 12\%$$

$$c) \text{VAN} = 530 \times \frac{1 - (1,12)^{-5}}{0,12} - 1900 = 10,570$$

d) **VAN**: la richesse créée par le projet

- e) Effet sur la VAN si le financement est par KP et Dette

* le coût du Capital diminue avec l'intro de la dette

* comme le VAN est une fct de la C de Capital donc

l'intro de dette augmente le VAN

$$CHPC = K_C \times \frac{1}{1+L} + K_d \times \frac{L}{1+L} \quad K_C > K_d = i \times (1-T)$$

3) $VAN = 10$ / financement par KP
 $BFR = 30$
 $DBFR = 0$

$$VAN = VAN_1 - 30 + 30 \times (4,12)^{-5} = -3 < 0 \Rightarrow \text{Non rentable}$$

4) $E(VAN) = \frac{1}{3} \times -5 + \frac{1}{3} \times 10 + \frac{1}{3} \times 25 = 10$
 $V(VAN) = \sum p_i (VAN_i - E(VAN))^2$
 $= \frac{1}{3} (-5 - 10)^2 + \frac{1}{3} (10 - 10)^2 + \frac{1}{3} (25 - 10)^2 = 150$

$$CV = \frac{\sigma_{VAN}}{E(VAN)}$$

$$\sigma_{VAN} = 12,25 \Rightarrow CV = \frac{12,25}{10} = 1,225 > 1 \text{ Toléré}$$

\Rightarrow Projet à rejeter.

5) Projet A: $R^d = 13\%$
 $\sigma = 18\%$
 $P = 0,8$

Projet Y: $\beta_Y = 1$
 $R^d = 11,5\%$

a) $\beta_X = \frac{\text{cov}(R_X, R_m)}{\sqrt{R_m}} = \frac{P_{XH} \times \sigma_X \sigma_H}{\sqrt{R_m}} = \frac{0,8 \times 0,18 \times 0,15}{0,0225} = 0,96$

$$E(R_X) = r_f + (R_m - r_f) \times \beta_X = 0,1176 < 0,13$$

\Rightarrow Il y a intérêt à investir dans X.

b) $\beta_Y = 1 \Rightarrow E(R_Y) = E(R_m) = 0,12 > 0,11,5$
 $\Rightarrow Y$ à rejeter

Concours 2023

QCM (4pts)

- 1) Le taux de rentabilité exigé par les actionnaires : d) Aucune réponse
- 2) Un investissement est rentable lorsque : d) Aucune réponse
- 3) Quelle CB présente le risque de taux le plus élevé : c) zéro coupon à 5 ans
- 4) La dette mezzanine est : plus risquée que la dette senior
- 5) La notiation : Permet d'évaluer le risque de défaillance de l'entreprise
- 6) B : présente de risque systématique
- 7) La diversification permet de réduire le risque
- 8) L'EBE augmente lorsque la marge commerciale augmente

Remarque

- OB à 5ans - Coupon 6% → Coupon Moyen → Plus sensible → **Plus Risqué**
- OB à 5ans - Coupon 8% → Coupon élevé → moins sensible → **Moins Risqué**
- La dette mezzanine est (plus rentable) que la dette senior
(plus risquée)
- Projet Rentable si $V+N > 0$, $TRI > K$, $IR > 1$ $IR = \frac{VAN}{I_0} + 1$

P (6pts)

* **Opérations de Leverage Buy Out (LBO)** Une technique financière qui consiste à racheter une entreprise en utilisant une part importante de dette et une part moindre de fonds propres.

Le montage financier repose sur la création d'une société holding qui contracte une dette importante pour racheter la cible en y ajoutant une part de fonds propres.

* **Régime flottant "pur"** c'est un sys de change dans lequel le taux de change est déterminé librement par le marché uniquement en fonction de l'offre et la demande, sans aucune intervention de la BC.

* **Régime flottant "impur"** le taux de change est principalement déterminé par le marché, mais la BC intervient occasionnellement pour corriger les variations jugées excessives

Tunisie : Régime flottant impur (dirigé)

Algérie : Régime

Ex 1 (3 pts)

Crédit 5000, Taux 8%, sur 5 ans, 5 annuités étes, impôt 25%.

$$1) A = 5000 \times \frac{0,08}{1 - (1,08)^5} = 1252,282 \text{ €/m}$$

$$2) \text{Coût de l'emprunt} = 8\% \times 0,75 = 6\%. \text{Taux réel}$$

3) Remboursement par Amortissement constant

~~Taux effectif ne change pas 6%~~

$$4) \text{Annuité début période} = \frac{\text{Annuité fin période}}{1 + 0,08} = 1159,5$$

Ex 2 (3,5 pts)

$$1) \text{Selip de } R^t = \frac{\text{ch. fixes}}{\text{Taux de marge TM CV}} = \frac{C^h F}{TM CV} = \frac{180}{0,642} = 280$$

$$TM CV = \frac{CA - C^h V}{CV} = \frac{400 - 280}{700} = 0,642$$

\Rightarrow L'entreprise doit réaliser 280 de CA pour atteindre un seuil de rentabilité

$$\frac{280}{(1,14) \text{ pri unitaire}} = 200 \Rightarrow 200 \times 0,5 = 100 = C^h \text{ Variable} \quad \text{d'où } CA = C^h V + C^h \text{ fixe}$$

$$280 = 100 + 180$$

$$2) \text{Degree de Levier Opérationnel } DELO = \frac{CA - C^h V}{R^t d'Exp} = 1,66$$

Une var de 1% de CA provoque une $1,66\%$ de $R^t d'Exp$ variation

3) Degree de Levier Global

$$DELG = DELO \times DELF = \frac{R^t d'Exp}{R^t Net}$$

$= 1,66 \times 1$
 $= 1,66 \Rightarrow$ Une variation de 1% de CA entraîne une var de 1,66% de $R^t Net$.

Ex 3 (3,5 pts)

1) Option d'achat : Sous-jacent : 5000 euro
Prix : 1 euro = 1,12 dollar
Prime : 50 dollar

1) Taux de change futur qui correspond au point mort (Gain = Prime)

$$(Taux - 1,12) \times 5000 = 50 \Rightarrow Taux = \frac{50}{5000} + 1,12 = 1,13.$$

2) Perte maximal = 50 dollar (~~si le taux futur > 1,13~~ si elle n'exerce pas l'option)

3) Taux = 1,125 > 1,12, donc l'entreprise a le droit d'acheter en euro à 1,12 dollar

Elle gagne 0,005 par euro \Rightarrow Gain $0,005 \times 5000 = 25$ | si elle exerce
Gain Net = $25 - 50 = -25$ dollar | si elle n'exerce pas : perte -50\$

L'ent a intérêt à exercer l'option car le taux de marché > Taux Exercice
Mais elle subit tout de même une perte global de 25 dollar

Concours 2023 MF

QCM (5 pts)

- 1) le trésor public c'est : Aucune réponse (le trésor public n'est pas de la monnaie)
- 2) Etat de résultat renseigne sur : les charges et les produits
- 3) BFR ↑ lorsque : CA augmente
- 4) Effet levier + signifie : L'ent a intérêt à s'endetter.
- 5) les bons de trésors sont des titres émis par l'Etat
- 6) les billets de trésorerie sont émis par les entreprises
- 7) le Return On Equity désigne : f^+ financière
- 8) PER : Rapport entre la valeur de l'action et son bénéfice par action
- 9) 2 actifs composant un P, négativement corrélés \Rightarrow Réduction de risque d'investisseur.
- 10) L'intérêt qui tient compte du taux d'inflation.
Taux réel.

II (5 pts)

- 1) L'aug de Capital par incorporation des réserves impacte la trésorerie
Faux : L'incorporation des réserves c'est utiliser l'argent mis à côté pour faire rentrer l'argent.
- 2) $P_U < P_L$ Vrai - L'entreprise non endettée supporte le Risque financier uniquement
• L'ent endettée supporte le Risque financier + le Risque Économique $\Rightarrow P_L$ plus élevé

Ex1 (3 pts)

$$1) \text{Prix OB} = 6 \times (1,11)^1 + 6 \times (1,11)^2 + 115 \times (1,11)^{-3} = 94,362$$

$$\text{DU} = \frac{1 \times 6 \times 1,11^1 + 2 \times 6 \times (1,11)^2 + 3 \times 115 \times (1,11)^{-3}}{P} = 2,83 \text{ ans}$$

$$S = -\frac{\text{DU}}{1+r} = -\frac{2,83}{1,11} = -2,54$$

2) * Taux marché passe de 11% à 10%. $\Delta r = -1\%$

$$\Delta P = S \times P \times \Delta r = 2,54 \times 94,362 \times -0,01 = -2,396$$

$$P_1 - P = 2,396 \Rightarrow P_1 = 2,396 + 94,362 = 96,75$$

$$P_1 - P = 2,396 \Rightarrow P = 94,362 - 2,396 = 91,96$$

Oublié
On calcul
par la
Formule
de 1/

Ex 2 (7 pts)

CMPC = 12% ; Structure : 25% KP, 75% dette, $i = 12,5\%$, τ d'impôt = 20%
 $r_f = 6\%$, prime de marché: 8%

a) CMPC = $k_s \times 0,75 + i \times (1-\tau) \times 0,75 = 12\%$

$$\Rightarrow k_s = \frac{12\% - 12,5\% \times 0,75 \times 0,8}{0,75} = 0,18 = 18\%$$

$$k_s = r_f + \text{Prime de marché} \times \beta \Rightarrow \beta = \frac{k_s - r_f}{\text{Prime}} = \frac{18\% - 6\%}{8\%} = \frac{12\%}{8\%} = 1,5$$

b) Projet $I_0 = 1000$

$$\begin{aligned} CA &= 750 \\ - Chgt'Exp &= 250 \\ - Dot Amort &= 250 \\ \hline &= R^t d'Exp 250 \\ - Impôt & 50 \\ - R^t Net & 200 \\ + Dot Amort & 250 \\ = CF & 450 \end{aligned}$$

Délai de Recuperation DR Eq

$$\sum_{t=1}^{DR} CF_t = I_0$$

$$1000 = 450 + 450 + 100$$

$$DR = 1 + 1 + \frac{100}{450} = 2,223 \text{ années}$$

c) $VAN = 450 \times \frac{1 - (1,12)^{-4}}{0,12} - 1000 = 366 > 0 \Rightarrow$ Rentable

d) Amortissement dégressif au lieu de linéaire

Amortissement dégressif \Rightarrow Dotations au amortissement augmentent pour les premiers années et diminuent pour les derniers

Mais la somme reste la même.

* Dotation au Amort $\nearrow \Rightarrow$ R^t impossible $\searrow \Rightarrow$ Impôt \searrow
 $\Rightarrow CF \nearrow$

+ Dotation au Amort $\searrow \Rightarrow$ R^t impossible $\nearrow \Rightarrow$ Impôt \nearrow
 $\Rightarrow CF \searrow$

Donc les premiers CF augmentent et les derniers diminuent, mais la somme arithmétique reste la même

→ à travers l'actualisation, la somme des CF actualisés augmente d'où la VAN augmente

Concours 2022

QCM (5 pts)

- 1) Taux de r^e exigé par les actionnaires : Coût des KP
- 2) EBE augmente lorsque : Marge Commerciale ?
- 3) - Taux de marché financier < Taux de marché monétaire \times $L^T > C^T$
 - Taux de marché monétaire < Taux débiteurs ✓ $B_4 \cdot Client > B_4 \cdot B_9$
 - Taux débiteur < Taux créditeurs \times Taux de crédit $>$ Taux de placement
- 4) 2 options d'achat de m sous-jacent et à m prix. Laquelle présente la prime la plus élevée ?
 L'option dont la date d'exercice la plus loin
- 5) 2 options de vente de m sous-jacent et à m prix. Laquelle présente la prime la plus élevée ?
 L'option dont la date d'exercice la plus loin.

Q1 (2 pts)

- **CML** Demi-Droite qui représente la relation entre le R^e attendue et le risque total R $R_p = r_f + \left(\frac{R_m - r_f}{\sigma_m} \right) \beta_p$
- **SML** Demi-Droite qui représente le R^e attendue en fonction de β (risque systématique) $R_i = r_f + (R_m - r_f) \times \beta_i$

Q2 (2 pts)

CAC 40 → Bourse de Paris

Dow Jones → Bourse de New York

FTSE → Bourse de Londres

DAX → Bourse de Francfort

Q3 (1 pt)

Opération la plus risquée

- Achat d'un call

- Vente d'un call \times

- Achat d'un put

les pertes de vendre sont théoriquement illimitées

plus le coup de l'exercice plus les pertes ↑

EX1 (2 pts)

Crédit 12000 au taux 10% sur 180 jours

$$I = \frac{12000 \times 10 \times 180}{36000} = 600 \quad \text{Intérêt précompte}$$

Montant reçu M = 11400

$$\text{Coût eff r: } \frac{11400 - 11000}{11400} = 3.45\%$$

2) Calcul des intérêts par la méthode rationnelle

$$r = 10,5\%$$

$$I = \frac{12000 \times 10 \times 180}{36000 + (10 \times 180)} = 571,425 \quad \text{Ajustement lié au précompte}$$

Ex 2 (2pt)

Achat en Yens (4 millions de dollars)

$$\begin{array}{ll} \text{Bq A: } \text{USD/JPY} = 119,89 / 10 & 120,10 \\ \text{B:} & = 119,79 / 90 \quad (119,90) \\ \text{C:} & = 120,03 / 15 \quad 120,15 \end{array}$$

Dollar 4M بيع
Yens و يشتري

1) Choix: Bq C (bid le plus élevé)

$$1 \text{ USD} = 120,03 \text{ JPY}$$

$$4000000 = 4000000 \times 120,03 = 480120000 \text{ JPY}$$

2) Arbitrage: Achat du dollar contre le Yen auprès de la Bq B à 119,90 et vente du dollar contre le Yen à la Bq C à 120,03

لتحقيق هدف التسلق إلى حد ما أكبر

Ex 3 (6pt)

Projet $I_0 = 300.000$, BAII aug de 180.000 à 270.000

$$I) \quad \text{BAII} = 90.000 = R^t \text{ Net} \xrightarrow{\substack{\text{augmentation de } 30.000 \text{ Si Projet} \\ \text{pas d'impôt} \\ \text{pas d'intérêt}}} \quad \text{Donc BAII du projet} = 90.000$$

$$CF = R^t \text{ Net} + \text{Dot Amort}$$

$$= 90.000 + \frac{300.000}{5} = 150.000$$

$$\text{Taux d'actualisation} = R^d \text{ exigé par les actionnaires} = \frac{R^t \text{ Net}}{K_P} = \frac{180.000}{30 \times 50.000} = 0,12$$

$$VAN = 150.000 \times \frac{1 - (1,12)^{-5}}{0,12} - 300.000 = 24071670$$

2) Théorie de Modigliani et Miller

La valeur de l'entreprise est indépendante de sa structure financière

b) Valeur de l'action (avec le nouveau projet)

$$\frac{R^t \text{ Net}}{\text{Valeur E}} = 0,12 \Rightarrow \text{Valeur E} = \frac{R^t \text{ Net}}{0,12} = \frac{270.000}{0,12} = 2250.000$$

$$\text{Valeur de l'action } V_a = \frac{2250.000}{60.000} = 37,500$$

60000 Actions à 37,500 L'1

$$K = \frac{R^t \text{ net}}{\text{Valeur de l'Ent.}}$$

= Nbre d'actions \times Prix de l'action

Concours 2022 AS

QCM (5 pts)

- 1) Taux qui tient compte de variation de prix c'est l'inflation
- Taux réel ($\text{Taux Réel} = \text{Taux Nominal} - \text{Taux d'inflation}$)
- 2) les bons du trésor : émis par le trésor public
- 3) La monnaie fiduciaire est : les pièces et les billets
- 4) L'émission d'un titre financier sur la bourse relève du : Marché primaire
- 5) Une aug de la masse monétaire \Rightarrow à la production réelle : engendre l'inf

Q (2 pts) Code Devise

Dinar Algérien DZD

Dinar Tunisien TND

Dollar Américain USD

Français Suisse CHF

Ex1 (4 pts)

- 1) Fonds de Roulement : les ressources stables de l'entreprise après avoir financer les emplois stables

$$FR = \text{Capitaux permanents} - \text{Actifs immobilisés.}$$

- 2) $FR = KP + \text{Emprunts} - \text{Actifs mon courant} = -800$

$$BFR = \text{Stock} + \text{Client} - \text{Fournisseur} = 200$$

$$\text{Tresorerie} = FR - BFR = -800 - 200 = -1000$$

- 3) Tresorerie < 0 l'ent n'a pas assez de liquidité pour financer ses opérations à CT
 \Rightarrow Dééquilibre financier

$FR < 0$: l'Ent finance du LT par du CT (N'a pas assez de Ressources stables pour financer l'immobilisation)

$BFR < 0$: Elle a besoin de liquidité pour financer ses activités courante

$$\frac{\text{Tresorerie Net}}{\text{CA}} = \frac{-1000}{4000} = -25\%$$

25% du CA est en déficit de trésorerie

Déficit équivalent à 3 mois de CA

Concours 2019

Q1 (2 pts)

La mondialisation est un processus d'ouverture et d'interconnection croissante de l'économie, des sociétés et des cultures à l'échelle mondiale. Elle repose sur l'accélération des échanges (biens, services, capitaux internationaux, informations, personnes).

Q2 (2 pts)

VAN > 0 si TRI < K Faux

$$VAN = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+K)^t} - I_0 ; K: \text{coût de Capital}$$

La VAN est décroissante en fct du taux K ; si K augmente, la VAN ↓ pour K = TRI, VAN = 0 donc si K > TRI la VAN < 0

Q3 (2 pts)

- Régime de Change Flottant "impur" c'est un régime dans lequel le taux de change est déterminé par le marché mais la Banque Centrale intervient occasionnellement pour stabiliser la monnaie.
- Régime de Change Flottant "pur" le taux de change est déterminé uniquement par le marché, sans intervention de la banque centrale.

Q4 (2 pts)

- La dette mezzanine: Type de financement situé entre la dette bancaire traditionnelle et les fonds propres, non garantie, avec un taux d'intérêt élevé en raison de risque plus élevé pour le prêteur (utilisée par les entreprises qui ne peuvent plus emprunter davantage via des prêts classiques)
- La dette Senior Type de financement qui bénéficie de la priorité de remboursement en cas de difficultés financières de l'entreprise. Elle est garantie par des actifs de l'entreprise, ce qui la rend moins risquée et donc avec un taux d'intérêt plus faible que les dettes subordonnées.

Q5 (2pt)

Une ent. s'attend à recevoir 1000000\$ dans 6 mois (Ent Française) et souhaite couvrir le risque de change avec un contrat forward

Elle signe un contrat forward avec une bq pour vendre 1000000\$ dans 6 mois à un taux de change fixe aujourd'hui. Elle sait exactement combien d'euros elle recevra dans 6 mois (qk soit l'évolution de marché)

b/ Couverture avec une option.

Elle achète une option de vente (put) sur 1000000\$, ce qui lui donne le droit, mais pas l'obligation, de vendre ce montant à un taux de change fixé à l'avance dans 6 mois. Si le taux de marché est défavorable, elle exerce l'option, si le taux est favorable, elle peut laisser expirer l'option et profiter du meilleur taux.

c/ Similitude: Couvrir le risque de change

Differences: l'option donne au détenteur le droit, pas l'obligation d'exercer l'option (acheter/vendre). Le contrat oblige les deux parties d'honorer le contrat à l'échéance.

Q6 (2,5 pts)

Taux eq/prop - court dette - Annuité

Q7 (7,5 pts)

1) Calcul de β

$$K = K_s \times 0,4 + K_d (1-T) \times 0,6 = 0,1 \Rightarrow K_s = 0,178$$

$$K_s = r_f + (\underbrace{r_m - r_f}_{\text{prime de marché } 8\%}) \times \beta \Rightarrow \beta = \frac{K_s - r_f}{\text{Prime}} = 1,475.$$

β mesure le risque systématique (Sensibilité de R % au variation de marché)

$$2) a/ \beta_0 = \frac{\beta_L}{1 + L(1-T)} = \frac{1,5}{1 + \frac{4}{6} \times 0,8} = 0,68$$

$$\cdot K_u = r_f + \text{Prime} \times \beta_U = 0,1145$$

$$\cdot VAN = 60 \times \frac{1 - (1,1145)^{-5}}{0,1145} = 19,241 > 0 \Rightarrow \text{Rentable}$$

b/ TRI? Si le projet dégagera des CF perpétuels constants (60 um)

$$\text{VAN} = \frac{CF}{r} - I_0$$

$$\text{TRI: taux qui annule la VAN} \Rightarrow \frac{CF}{\text{TRI}} = I_0$$

$$\Rightarrow \text{TRI} = \frac{CF}{I_0} = \frac{60}{200} = 0,3 > 0,1145$$

\Rightarrow Rentable

Ex 2 (9pb)

$$3) \beta_U = \frac{\beta_L}{1+L(1-T)} = \frac{1,5}{1+\frac{1}{3}(1-0,25)} = 1,2$$

$$K_U = r_f + (r_m - r_f) * \beta_U = 0,12$$

$$VAN = 2400 \times \frac{1-(1,12)^{-3}}{0,12} - 6000 = -19,4 < 0$$

2) Financement: 50% par dette $i = 6\%$. Annuité de début période

$$a) a = \frac{3000}{1,06} \times \frac{0,06}{1 - (1,06)^{-3}} = 1058,8 \quad \begin{matrix} \text{Pas d'intérêt } \\ \text{sur la 1re échéance} \end{matrix}$$

	C	I	R	A
Début 2020	3000	0	1058	1058,8
Début 2021	1942,2	116,472	943,328	1058,8
2022	1000,52	60	993,86	1058,8

b) VAN Ajusté?

$$\text{VAN Emprunt} = \frac{116,472 \times 0,25}{(1,12)^1} + \frac{59,93 \times 0,25}{(1,12)^2} \quad \begin{matrix} \text{Economie d'impôt} \\ I \times T \end{matrix}$$

$$= 37,94$$

$$\text{VAN ajusté} = -19,4 + 37,94 = 18,54$$

c) L'utilisation de la VAN ajustée

Avec le changement de la structure financière de l'entreprise
la VAN ajustée serait un critère plus adapté pour la prise de décision

Concours 2021

1- Effet de levier positif signifie que : \boxed{C} ; l'ent a intérêt à s'endetter car ça augmente la rentabilité financière.

$$r_f = r_e + (r_e - i) \frac{D}{C}; \text{ Effet Levier} + \text{ car } r_f > r$$

donc si $D \uparrow r_f \uparrow (2,5 \text{ pts})$

2) Plus l'ent est proche de son point mort, plus la sensibilité de son R^e d'Exp à une variation de son niveau d'activité est élevée

Point Mort: Seuil de rentabilité ($R^e \text{ d'Exp} = 0$) donc une léger variation de l'activité a un effet très important sur le R^e d'Exp. (3,5 pts)

3) a) Droit des actionnaires: dividende / droit de vote
droit sur l'actif (en cas de liquidité) 1 pt

b) les risques liés à une actions

- Risque de ne pas être remunérée
- Risque de perte en capital.

4) Devise en dépôt: Si le cours à terme est inférieur au cours au comptant.

5) EUR/USD = 1,1150/65

A quel prix achetez-vous le dollar

$$\text{J'achète 1 Dollar à } \frac{1}{1,1150} \text{ EUR}$$

je b^a j'achète 1 EUR à 1,1150 USD
je v^end 1 EUR à 1,1165 USD

$$1 \rightarrow \text{bq vnd 1 USD à } \frac{1}{1,1150} = 0,8968 \text{ EUR}$$

$$\text{achet 1 USD à } \frac{1}{1,1165} = 0,8956 \text{ EUR}$$

$$\text{USD/EUR} = \frac{1}{1,1165} / \frac{1}{1,1150}$$

$$= 0,8956 / 0,8968$$

6) Taux annuel 8%:

Taux Semestriel prop = 4%

Taux Trimestriel prop = 2%

$$\text{Bq1: } C \times (1,02)^4 = C \times 1,0824 \quad \text{Bq 1 est meilleur.}$$

$$\text{Bq2: } C \times (1,04)^2 = C \times 1,0816$$

7) Taux annuel 6%:

a) Taux Semestre équivalent. $i = (1,06)^{1/2} - 1 = 2,95\%$

$$b) a = 10000 \times \frac{0,03}{1 - (1,03)^{-2}} = 5226,108$$

0,03: Taux Semestriel prop

Annuité fin période

$$c) a_{\text{Début}} = \frac{a_{\text{fin}}}{1+i} = 5073,89$$

$$a_{\text{Début}} = \frac{10000}{1+i} \cdot \frac{i}{1 - (1+i)^{-2}}$$

$$8) a) CF = (CA - Ch d'exp - Amort) \times (1-T) + Amort$$

$$b) VAN = 10 \text{ pour } R = 10\%$$

$$\text{si } BFR = 10\% : CA : BFR = 4$$

$$VAN = \frac{VAN}{4} - 4 + 4 \times (1,1)^{-2}$$

$$= 9,3$$

$$\left. \begin{array}{l} t=0 \\ -BFR \\ +\text{Recup} \\ BFR \end{array} \right| 4$$

$t=n$

4

$$c) CF \text{ perpétuel de } 20 \Rightarrow VAN = \frac{20}{K} - I_0$$

$$\Rightarrow TRI = \frac{20}{I_0} = \frac{20}{25} = 0,8 > 0,1$$

$$g) a) 3 \text{ projets et on choisit } 2 \quad \begin{bmatrix} (A, B) \\ (A, C) \end{bmatrix} \quad CV = \frac{\sigma_{VAN}}{E(VAN)}$$

b) Bq 1 : Taux 10% 2 Annuités annuelles constantes

Bq 2 : Taux 12% In fine après 2ans

Coût de la dette = Taux nominal

\Rightarrow Choix : Bq 1 $\left(\begin{array}{l} \text{Pas de frais dossier} \\ \text{Absence d'impôt} \\ \text{Échéances annuelles} \end{array} \right)$

Concours 2020

Ex1 (4 pts)

	A	B	
R ^t attendu	?	18,4%	P _{AB} = 0,5
σ(R)	0,2	9,2	E(R _m) = 12%
β	1,5	?	r _f = 4%

- a) Prime de risque du marché = 12% - 4% = 8%.
- b) $R_A = r_f + (E(R_m) - r_f) \times \beta_A = 4\% + 8\% \times 1,5 = 16\%$.
- c) $R_B = r_f + (E(R_m) - r_f) \beta_B \Rightarrow \beta_B = \frac{R_B - r_f}{8\%} = \frac{18,4\% - 4\%}{8\%} = \frac{14,4\%}{8\%} = 1,8$
- d) β: risque systématique (Sensibilité par rapport au variation de marché)
- e) P(60% A, 40% B)

$$E(R_p) = 0,6 R_A + 0,4 R_B = 0,6 \times 16\% + 0,4 \times 18,4\% = 16,96\%$$

$$\begin{aligned} V(R_p) &= 0,6^2 \sigma_A^2 + 0,4^2 \sigma_B^2 + 2 \times 0,6 \times 0,4 \times \sigma_A \times \sigma_B \times P_{AB} \\ &= 0,6^2 \times 0,2^2 + 0,4^2 \times 9,2^2 + 2 \times 0,6 \times 0,4 \times 0,2 \times 0,92 \times 0,5 \\ &= 0,032704 \end{aligned}$$

$$\sigma_{R_p} = 0,1808$$

Ex2 (6 pts)

	Budget = 500	VAN	I _o
Projet 1	100	200	
Projet 2	120	200	
Projet 3	80	150	
Projet 4	60	150	

Prog: Combinaison des projets
(x₁, x₂, x₃, x₄)

- 1) Prog le plus rentable en utilisant le critère de VANU

	VANU
Projet 1	0,5
2	0,6
3	0,53
4	0,4

$$VANU = \frac{VAN}{I_o}$$

Etape de sélection:

- * Projet 2 → I_o = 200 → Reste 500 - 200 = 300
- * Projet 3 → I_o = 150 → Reste 300 - 150 = 150
- * Projet 1 → I_o = 200 → 0,75 × 200 = 150

on investit d'abord dans les projets à plus forte VANU

Prog. 100% Projet 2 , 100% Projet 3 , 75% Projet 1

$$(VAN)_{\text{prog}} = 120 + 80 + 0,75 \times 100 = 275$$

2) Programme linéaire

x_1 : Pout du projet 1
 x_2 : 2
 x_3 : 3
 x_4 : 4

- * Fonction Objectif: $\text{Max } Z = 100x_1 + 120x_2 + 80x_3 + 60x_4$
- * Contraintes $200x_1 + 200x_2 + 150x_3 + 150x_4 \leq 500$
 $0 \leq x_1, x_2, x_3, x_4 \leq 1$

$$Z_{\max} = 275 \text{ pour } \begin{cases} x_1 = 0,75 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = 1 \\ x_4 = 0 \end{cases}$$

QCH (6pts)
 1) Diff entre OC et DBSA: L'OBSA, l'exercice de l'option n'entraîne pas la disparition de l'Obligation

2) L'autofinancement est une source de financement privilégiée selon MetM (1963)

3) TVA: n'a pas d'impact sur R^t Net

4) $VAN(A) > VAN(B)$ et $TRI(B) > TRI(A)$. Choisir? Selon VAN.

5) $CV_A = 0,7$, $CV_B = 0,6$ A est plus risqué

V/F (4pts)

- 1) Une OB est un actif risqué Vrai (Risque de défaut / Risque de taux)
- 2) Effet Levier+, l'ent doit diminuer les dettes Faux
 $EL + \text{càd } r_e > k_d \Rightarrow r_f = r_e + \underbrace{(r_e - k_d)}_{+} \times L \quad \text{si } L \uparrow, r_f \uparrow$

6) Vendre des USD

	bid	Ask
Bq 1:	1,3680	- 1,3602
	1,3601	- 1,3603
Bq 2	1,3605	- 1,3607
3	1,3595	- 1,3597
4		

Vendre des USD

↳ Achat des EUR

↳ Cours Ask

1EUR → 1,3604 USD

1EUR → 1,3597 USD

1USD → $\frac{1}{1,3604}$ EUR

1USD → $\frac{1}{1,3597}$ EUR ✓

Concours 2020 AS

Q2 (3pts)

* Annuité Équivalente $AE = VAN \times \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$ i : Taux d'actualité

→ Permet de comparer deux projets de durées +

* Indice de Rentabilité $IR = \frac{VAN}{I_0} + 1$

→ Donne une idée de l'efficacité de projet (Combien génère chaque dinar investie en valeur nette)

→ Permet de prioriser les projets sous contrainte de budget

Q3 (3pts)

- * Option et Contrat à terme : deux produits dérivés qui permet à couvrir le risque de taux
- * Différence : L'option donne le droit, mais pas l'obligation, au détenteur d'acheter ou vendre le sous-jacent à l'échéance.

Le contrat à terme oblige les deux parties à honorer le contrat à l'échéance.

Q4 (3pts)

Ob : VN = 1000, Taux faceiel : 7%, émis au pair, Remb in fine. (Sau)

$$1) DVM = \frac{\sum t A_t}{VN} = \frac{5 \times 1000}{1000} = 5 \text{ ans.}$$

$$2) a/ DU = \frac{\sum t F_t (1+r)^{-t}}{\sum F_t (1+r)^{-t}} = \frac{1 \times 70 \times (1,08)^{-1} + \dots + 5 \times 1070 \times (1,08)^{-5}}{70 \times (1,08)^{-1} + \dots + 1070 \times (1,08)^{-5}} = 4,373 \text{ ans.}$$

$$S = \frac{-DU}{1+r} = -4,049$$

Q5 (3pts)

1) * Valeur à l'équilibre de U = V_u = 320.000

$$* \text{Valeur à l'eq de L : } V_L = V_u + D \times T = 320.000 + 120.000 \times 0,25 \\ = 360.000$$

2) Coût de KP de L

$$K_L = K_U + (K_U - K_D) \times L \times (1-T)$$

$K_U = ?$ K_U : Rentabilité financière / des actions

$$K_U = \frac{R^t \text{ Net}}{K_P} = \frac{R^t d'Exp \times (1-T)}{K_P} = \frac{48000 \times (1-0,25)}{320000}$$

$$= \frac{36000}{320000} = 0,1125 = 11,25\%$$

$$K_L = K_U + (K_U - k_d) L \times (1-T)$$

$$= 0,1125 + (0,1125 - 0,06) \times \frac{120}{240} \times 0,75 = 0,1322 = 13,22\%$$

Méthode 2:

$$K_L = \frac{R^t \text{ Net}}{K_P} = \frac{(R^t d'Exp - D \times K_d)(1-T)}{K_P} = \frac{30600}{240000} = 0,1275$$

$$= 12,75\%$$

$\frac{R^t d'Exp}{\text{Intérêt}} = R_{AI}$
 $- \frac{\text{Impôt}}{R_{Net}}$

4. coût de Capital:

$$CNPC = K_L \times \frac{K_P}{V_L} + K_d \times \frac{D}{V_L} \times (1-T)$$

$$K = \frac{BAII \times (1-T)}{V_L} = \frac{48000 \times 0,75}{350000} = \frac{36000}{350000} = 0,1028$$

$$= 10,28\%$$

$$\text{Coût de } K_P = \frac{R^t \text{ Net}}{K_P} = \frac{(BAII - \text{Intérêt}) \times (1-T)}{K_P}$$

$$\text{Coût de Capital} = \frac{BAII \times (1-T)}{\text{Valeur de l'entité}}$$

Entreprise
non endettée VE

$$\Leftrightarrow V_L = V_E + D \times T$$

$$\text{Valeur (Ent endettée)} = \text{Valeur (Ent non endetté)} + \text{Avantage Fiscal}$$

Q6 (4pt)

Crédit 100 000, 3 échéances annuel, annuités etc

Taux: 8% - 9% - 8%

$$100.000 = \frac{A}{1,08} + \frac{A}{(1,08)(1,09)} + \frac{A}{(1,08)(1,09)(1,08)} \Rightarrow A = 39032,77$$

$$I_1 = 100.000 \times 0,08$$

$$I_2 = C_1 \times 0,09$$

$$I_3 = C_2 \times 0,08$$

$$R_1 = A - I_1$$

$$R_2 = A - I_2$$

$$R_3 = A - I_3$$

$$C_1 = C_0 - R_1$$

$$C_2 = C_1 - R_2$$

Vérification $C_3 = R_3$

Concours 2018

Q1 (4 pts)

1) **Cotation à l'incertain**: Cotation d'une unité d'une devise étrangère en terme de quantité de la monnaie nationale.

Ex: $1 \text{ USD} = 2,18 \text{ TND}$.

2) **Une option "in the money"**

- Une option d'achat est "in the money" (dans la monnaie) si le prix d'exercice de l'option est inférieur au prix de marché du sous-jacent
- Une option de vente est "in the money" si le prix d'exercice de l'option est supérieur au prix de marché du sous-jacent.

Q2 (4 pts)

Dans le cadre des développements théoriques portant sur l'endettement présenter:

1- **La théorie du trade-off**: Elle repose sur un compromis entre les avantages de la dette et ses inconvénients. Selon cette théorie il existe un niveau optimal d'endettement qui maximise la valeur de l'entreprise.

2- **Théorie de Pecking Order**: Elle repose sur l'asymétrie d'information entre les dirigeants et les investisseurs. Les entreprises préfèrent financer leurs projets selon l'ordre suivant : auto financement, dette puis actions.

Q3 (2 pts)

Taux d'intérêt de l'épargne est 5%.

Combien d'années devrez-vous attendre pour doubler le capital.

Soit C le capital, on cherche n tq

$$C \times (1+i)^n = 2C \Rightarrow (1+i)^n = 2$$

$$\Rightarrow n \log(1+i) = \log(2)$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log(2)}{\log(1+i)} = \frac{\log(2)}{\log(1,05)} = 14,2 \text{ ans}$$

$$Q4 (4 \text{ pts}) = \text{Ex2 (2016) } 8 \text{ pts} \\ 1) \beta_i = \frac{\text{cov}(R_m, R_i)}{\sqrt{R_m}} ; \text{ cov}(R_m, R_i) = \sum p_i (R_m - E(R_m))(R_i - E(R_i)) \\ \sqrt{R_m} = \sum p_i (R_m - E(R_m))^2$$

$$2) \text{ MEDAF: } E(R_i) = r_f + (E(R_m) - r_f) \times \beta$$

Q5 (6 pts)

$$K = 10\% \quad \tau \text{ d'impôt} = 25\%$$

Projet: Coût = 40M Amort sur 10 ans

$$CA = 10M$$

$$RAII = 3,4M$$

$$VC = 0$$

$$3) a/ \begin{array}{l} RAII \ 3,4 \\ - \text{ Impôt} \ 0,85 \\ = R^e \text{ Net} \ 2,55 \\ + \text{ Dot Amort} \ 4 \\ = CF \ 6,55 \end{array} \quad \text{VAN} = 6,55 \times \frac{1 + (1,1)^{-10}}{0,1} - 40 = 0,25 > 0 \\ \Rightarrow \text{Projet rentable.}$$

$$b/ BFR = 20\% \text{ de CA} \Rightarrow BFR = 10 \times 0,2 = 2M.$$

$$\begin{array}{l} R^e \text{ Net} \ 2,55 \\ + \text{ Dot Amort} \ 4 \\ + \Delta BFR \ 2 \\ = CF \ 8,55 \end{array}$$

ΔBFR figure dans l'année 0

Récupération du BFR à la dernière année

$$\text{VAN} = 0,25 - 2 + \frac{2}{(1,1)^{10}} = -1 < 0$$

\Rightarrow Projet non rentable

2) Financement 100% par dette, $i = 6\%$, durée 5 ans, remb infini.

$$\text{Intérêt} = 40 \times 0,06 = 2,4M \quad BFR = 0$$

$$\text{Économie d'impôt} = 2,4 \times 0,25 = 0,6M \quad \text{VAN Global} =$$

$$\text{VAN Emprunt} = 0,6 \times \frac{1 - (1,1)^{-5}}{0,1} = 2,52. \quad \text{Taux d'act cible}$$

~~VAN Global~~

Justification sans détail

$BFR = 0$, donc le projet est plus rentable que 1/a

* la VAN dégagée par le projet est augmentée par la VAN de l'emprunt
(Somme des économies d'impôt actualisées)

* le coût du capital diminue (le coût de la dette est inférieur au coût des capitaux propres), donc la VAN augmente

Concours 2018 AS

7/9

Q1 (4 pts)

- **Marché de dépôt** : c'est le marché interbancaire où les banques se prêtent des devises étrangères à court terme.
- **Marché de change au comptant (Spot)** c'est le marché utilisé par les entreprises et les investisseurs pour convertir une devise contre une autre
- **Marché manuel** : ce marché concerne les particuliers qui échangent physiquement une devise contre une autre.

Q3 (3 pts)

- **Solde intermédiaire de gestion le plus pertinent**:

EBE : il reflète la capacité de l'entreprise à générer des profits à partir de son activité courante, sans être affecté par des éléments exceptionnels ou financiers.

Q4 (2 pts)

- **Groupe d'Action Financière GAFI** Organisme intergouvernemental créé en 1989
Objectif: lutter contre le blanchiment d'argent et le financement du terrorisme

Q5 (8 pts)

$$1) \text{ Calcul de CMPC} : \text{CMPC} = k_s \times 0,5 + i \times (1-T) \times 0,5 \\ = 0,12 \times 0,5 + 0,08 \times 0,75 \times 0,5 = 0,09 \text{ soit } 9\%$$

$$\text{VAN} = \frac{3000000}{1,09} + \frac{3000000}{(1,09)^2} + \frac{6000000}{(1,09)^3} - 6000000 = 3910434,438 \text{ > 0}$$

2) Calcul de la CAF tenant Compte des moyens de Financement

	CFN	3000	3000	6000
- Dot Amort	2000	2000	2000	
= R ^t d'X	1000	1000	4000	
- Intérêt	240	240	240	
= RAI	760	760	3760	
- Impôt	190	190	940	
= R ^t Net	570	570	2820	
+ Dot Amort	2000	2000	2000	
= CAF	2570	2570	4820	

$$CAF = R^t \text{ Net} + \text{Amort}$$

$$R^t \text{ Net} = R^t \text{ Comptable} - \text{Impôt}$$

$$R^t \text{ Comptable} = CF - \text{Intérêt} - \text{Amort}$$

PIF

	2017	2018	2019	2020
Capital	3000	-	-	-
Emprunt	3000	-	-	-
CAF	-	2570	2570	4820
Ressources	6000	2570	2570	4820
Investissement	6000	-	-	-
Remboursement	-	-	-	3000
Emploi	6000	0	0	3000
R-E	0	2570	2570	1820

2) Argument 1 : les actions sont moins risquées car il n'y a pas de dette

Faux ; une action est toujours risquée
l'absence de dette réduit le risque financier mais pas le risque économique.

Argument 2 : la dette va générer des charges, donc baisser la rentabilité des actions

Faux ; les intérêts sont déductibles fiscalement ce qui réduit l'impôt.

La dette peut augmenter la rentabilité financière si le rendement de projet est > au coût de la dette (Effet levier positif).

* Limites de financement 100% par KP

- Souvent plus coûteux que la dette car les actionnaires exigent une rentabilité plus élevée.
- L'absence d'en dettement prive l'entreprise des avantages fiscaux liés aux intérêts.

Concours 2014

Question (3 pts)

Capacité d'AutoFinancement CAF c'est le revenu dégagé par l'entreprise pour son activité

$$\text{CAF} = \text{Produits Encaissables} - \text{Charges Décaissables}$$

$$= R^e \text{ Net} + \text{Déotation d'Amortissement}$$

- Utilité :
- Rembourser le principal de l'emprunt
 - Distribuer les dividendes
 - Auto-financement.

Ex1 (7 pts)

A : Non endettée

$$\beta_U = 1,2$$

B : Endettée

$$L = 1$$

$$i = 6\%$$

$$E(R_m) = 0,12$$

$$r_f = 6\%$$

$$\tau \text{ d'Imp} = 25\%$$

Projet pour A : $\hat{C} = 280 \text{ MD}$ $t_0 = 2016$

$$\text{CF} = 90 \text{ MD} \quad (2017/2018/2019)$$

$$110 \text{ MD} \quad (2020)$$

* VAN = ?

Taux d'actualisation = coût des capitaux propres

$$K_U = r_f + (E(R_m) - r_f) \times \beta_U = 0,132$$

$$\text{VAN} = 90 \times \frac{1 - (1,132)^{-3}}{0,132} + 110 \times (1,132)^{-4} - 280 = -1,23 < 0$$

⇒ Projet non rentable. On calcule aussi le TRI

Projet pour B : $\hat{C} = 280 \text{ MD}$

50% par KP et 50% dette $i = 6\%$

$$\text{CF} = 90 \quad (2017/2018/2019)$$

$$100 \quad (2020)$$

* VAN = ?

Taux d'actualisation = coût de Capital.

$$K = K_L \times 0,5 + K_d \times 0,5$$

$$K_L = K_U + (K_U - i) \times L \times (1 - \tau)$$

$$= 0,132 + (0,132 - 0,06) \times 1 \times 0,75 = 0,186$$

$$K_d = i(1 - \tau) = 0,045$$

$$\text{CMPC} = 0,186 \times 0,5 + 0,045 \times 0,5 = 0,1155$$

$$K_L = r_f + (E(R_m) - r_f) \times \beta_L$$

$$VAN = 90 \times \frac{1 - (1,1155)^{-3}}{0,1155} + \frac{100}{(1,1155)^4} - 280 = 8,88 > 0$$

$$TRI = 0,13 > 0,1155$$

\Rightarrow On accepte le projet.

3) $\beta_{\text{projet}} = \beta_{\text{marché}} \Rightarrow R^d \text{ exigé} = R^d \text{ de marché} = 12\%$.

or le R^d attendu (11%) est inférieur à 12%.

\Rightarrow elle ne doit pas réaliser le projet

Ex2 (10 pts)

Projet A $I_A = 1700$

Projet B $I_B = 2500$

Année	CF	P	Année	CF	P
1	1100	0,3	1	1850	0,3
	1350	0,5		2000	0,4
	1500	0,2		2450	0,3
2	1300	0,2	2	1700	0,2
	1400	0,6		1900	0,5
	1600	0,2		2100	0,3

1) * Distribution de la VAN Projet A

Projet B

CF1	CF2	VAN	P	CF1	CF2	VAN	P
1100	1300	12	0,06	1850	1700	68	0,06
1100	1400	76	0,18	1850	1900	136	0,15
1100	1600	204	0,06	1850	2100	324	0,09
1350	1300	212	0,1	2000	1700	188	0,08
1350	1400	276	0,3	2000	1900	316	0,2
1350	1600	404	0,4	2000	2100	444	0,12
1500	1300	332	0,04	2450	1700	548	0,06
1500	1400	396	0,12	2450	2100	676	0,15
1500	1600	524	0,04	2450	2100	804	0,09

$$E(VAN_A) = \sum p_i VAN_i = 252,8$$

$$E(VAN_B) = \sum p_i VAN_i = 400,8$$

$$V(VAN_A) = \sum p_i (VAN_i - E(VAN_A))^2 = 17516,5225$$

$$V(VAN_B) = \sum p_i (VAN_i - E(VAN_B))^2 = 46044,5764$$

$$\sigma_{VAN_A} = 132,35 \quad \sigma_{VAN_B} = 214,58$$

- b) Classement selon $E(VAN)$: le projet B est plus rentable.
Classement selon σ_{VAN} : le projet A est moins risqué.

Les deux classements sont-ils convergents ?

Non ; les projets ne sont pas classés de la même façon selon les deux critères.

Ce qui est logique ; le projet le plus rentable est souvent le plus risqué et le projet le plus sûr est souvent le moins rentable.

$$2) L(E, \sigma) = E(VAN) - \alpha \sigma (VAN)$$

a) Condition pour α

si $\alpha > 0$: Plus le risque $\sigma \uparrow$, plus $\alpha \sigma \uparrow$ donc L diminue
 \Rightarrow Investisseur averse au risque

si $\alpha = 0$ $L(E, \sigma) = E(VAN)$; L ne dépend pas de σ
 \Rightarrow Investisseur neutre au risque.

si $\alpha < 0$: Plus le risque $\sigma \uparrow$, plus $(-\alpha \sigma) \uparrow$ donc L augmente
 \Rightarrow Investisseur préférant le risque.

b) $\alpha \sigma (VAN)$: Une prime de risque / coût de risque

$E(VAN) - \alpha \sigma (VAN)$: VAN ajustée au risque / Équivalent certain

3) Hypothèse d'aversion au risque $\Rightarrow \alpha > 0$

g) Etude de la Fct $L(E, \Gamma) = E(VAN) - \alpha \sigma(VAN)$

$$\frac{\partial L}{\partial E} = 1 \Rightarrow \text{plus } E(VAN) \uparrow, \text{ plus } L \uparrow$$

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma} = -\alpha < 0 \quad \text{car } \alpha > 0 \Rightarrow \text{plus } \sigma(VAN) \uparrow, \text{ plus } L \downarrow$$

Donc L favorise les projets avec une VAN élevée et un risque faible

b) Calcul de L pour chaque projet.

$$\begin{aligned} \text{si } \alpha = 0 : \quad L_A &= E(VAN_A) = 252,8 \\ L_B &= E(VAN_B) = 400,8. \end{aligned} \quad \Rightarrow \text{l'investisseur choisit B}$$

$$L_A = 252,8 - \alpha \times 132,35$$

$$L_B = 400,8 - \alpha \times 214,58$$

$$\text{On cherche } \alpha \text{ tq } L_A > L_B$$

$$\Rightarrow 252,8 - \alpha \times 132,35 > 400,8 - \alpha \times 214,58$$

$$\Rightarrow \alpha > \frac{400,8 - 252,8}{214,58 - 132,35} = 1,8$$

Si $\alpha < 1,8$: Choisir B

Si $\alpha > 1,8$: Choisir A

Si $\alpha = 1,8$: $L_A = L_B \approx 14,57$

Concours 2016

Ex1 (12 pts)

OB : $C = 100$ D, émis au pair, $i = 7\%$, remboursé au pair
 T de marché : $7\% = r$

1) Prix de marché de l'obligation à la date de l'émission

$$P = 7 \times \frac{1 - (1,07)^{-5}}{0,07} + \frac{100}{(1,07)^5} = 100 \quad (\text{Le prix est attendu car le taux nominal = taux de marché})$$

2) Duration $D_U = \frac{\sum t F_t (1+r)^{-t}}{P} = 4,38 \text{ ans}$

$$\text{Sensibilité } S = - \frac{D_U}{1+r} = -4,1$$

$$3) S = \frac{1}{P} \frac{\Delta P}{\Delta r} \Rightarrow \Delta P = S \times P \times \Delta r \quad ; \quad \Delta r = 0,065 - 0,07 \\ \Delta P = -2,05 \quad = -0,005$$

$$\Delta P = P_1 - P_0 \Rightarrow P_1 = P_0 + \Delta P \\ = 102,05$$

Autrement :

$$P = 7 \times \frac{1 - (1,065)^{-5}}{0,065} + \frac{100}{(1,065)^5} = 102,077$$

Ex2 (8 pts)

P	R _m	R _j	$r_f = 0,05$
0,1	-0,15	-0,3	
0,3	0,05	0	
0,4	0,15	0,2	
0,2	0,2	0,5	

1) Est-il intéressant d'acquérir le titre j
 $E(R_j)$? $E(R_j)$ MEDAF.

$$E(R_j) = \sum P_i (R_j)_i = 0,15 \quad | \quad E(R_m) = 0,1$$

$$\text{MEDAF: } E(R_j) = r_f + (E(R_m) - r_f) \times \beta_j$$

$$\beta_j = \frac{\text{cov}(R_m, R_j)}{\text{V}(R_m)}$$

$$\text{cov}(R_m, R_j) = \sum P_i (R_m - E(R_m))(R_j - E(R_j)) = 0,0215$$

$$\text{V}(R_m) = \sum P_i (R_m - E(R_m))^2 = 0,01$$

$$\beta = \frac{0,0215}{0,01} = 2,15$$

$$\text{MEDAF: } E(R_j) = 0,15 + 0,15 \times 2,15 > 0,15 \quad \text{N'est pas intéressant d'acquérir le titre.}$$

2) $r_f = 6\%$

MEDAF: $E(r_j) = 0,146 < 0,15$

Le R^d attendu $> R^d$ exigé
 \Rightarrow Il est intéressant d'acquérir le titre

Concours 2016 As

Ex1 (10 pb)

la société BBA émis un emprunt obligataire au 31/12/2015

$$VN = 10$$

$$VE = 10$$

$$VR = 10$$

$$\tau = 10\%$$

Durée : 5 ans

Echéance annuelle

$$\text{Nbre d'OB} = 610510$$

$$\tau \text{ d'impôt} = 25\%$$

1- les risques de souscripteur: Risque de taux de variation
Risque de non remboursement.

2/a- Supp un remboursement immédiat.

* Durée de vie moyenne c'est le rapport de la somme des durées pondérées par les flux en Capital et le montant nominal de l'OB.

$$d = \sum_{t=1}^n \frac{t \times F_t}{VN}$$

b) $d = \frac{5 \times 10}{10} = 5 \text{ ans}$

c) Rendement des obligations $r = 10\% (= \tau)$

3/ Supp un remboursement par annuité constante

$$\text{Montant total emprunté} = 610510 \times 10 = 6105100 = C_0$$

$$\text{Annuité } A = C \times \frac{i}{1 - (1+i)^{-5}} = 1610510$$

Tableau d'amortissement

a/ Nbre d'OB remboursées au 31/12/2016

$$\text{Intérêt} = 6105100 \times 0,1 = 610510$$

$$\text{Amortissement} = \text{Annuité} - \text{Intérêt} = 1000000$$

$$\text{Nbre d'OB remboursées} = \frac{1000000}{10} = 100.000 \text{ obligations}$$

b/ Nbre d'OB remboursées au 31/12/2018

$$\text{Montant restant dû au début de 2018} = C_2 = C_0 - R_1 \frac{(1+i)^2 - 1}{i}$$

$$C_2 = 6105100 - 1000000 \times \frac{(1,1)^2 - 1}{0,1} = 4005100$$

$$R_3 = R_1 (1+i)^2$$

$$\text{Intérêt} = 4005100 \times 0,1 = 400510$$

$$\text{Amortissement} = 1210000 \Rightarrow \text{Nbre d'OB} = \frac{1210000}{10} = 121.000$$

c) coût de financement par emprunt obligataire

$$K_d = i(1-T) = 10\% \times 0,75 = 7,5\%$$

Exo (10 pts)

Deux projets A et B

1) Quel est le projet le plus rentable

$$E(VAN) = \sum P_i VAN_i \quad \begin{cases} \text{Projet A} \Rightarrow E(VAN) = 1934 \\ \text{Projet B} \Rightarrow E(VAN) = 2576 \end{cases}$$

$\Rightarrow B$ est plus rentable.

Quel est le projet le plus risqué.

$$V(VAN) = \sum P_i (VAN_i - E(VAN)) \quad \begin{cases} \text{Projet A: } V(VAN) = 515024 \\ \sigma_{VAN} = 714,65 \\ \text{Projet B: } V(VAN) = 1033343,4 \\ \sigma_{VAN} = 1016,535 \end{cases}$$

$\Rightarrow B$ est plus risqué

2) $U(W) = W^\theta$

a/ Quel est le comportement induit face au risque pour cette fct

$$U'(W) = \theta W^{\theta-1} \quad U''(W) = \theta(\theta-1) W^{\theta-2} < 0 \quad \forall \theta \in]0, 1[$$

$U'' < 0 \Rightarrow$ Comportement aversion au risque

b/ $\theta = 0,2 \quad U(W) = W^{0,2}$

$$E(U(VAN)) = \sum P_i U(VAN_i) \quad \begin{cases} \text{Projet A: } E(U(VAN)) = 4,492 \\ \text{Projet B: } E(U(VAN)) = 4,750 \end{cases}$$

\Rightarrow L'investisseur doit choisir le projet B car son espérance d'utilité de VAN est supérieur à celle de projet A.

Concours 2015

Question (6pts)

- 1) Indice Boursier: c'est une mesure statistique calculée par le groupement des valeurs des titres de plusieurs sociétés. Il sert à mesurer la performance d'une bourse ou d'un marché.
Il se calcule en faisant la moyenne des valeurs des titres pondérés par les poids des sociétés.

CAC 40 : Bourse de Paris

DAX 30 : Bourse de Francfort

FTSE 100 : Bourse de Londres

Dow Jones : Bourse de New York.

2) Sur le marché de change

Cotation au certain: le taux de change est le prix d'une unité de monnaie nationale en terme de devise étrangère

Ex: Sur le marché de Tunis $1 \text{ TND} = 0,350 \text{ USD}$

Cotation à l'incertain: le taux de change est le prix d'une unité de devise étrangère en terme de monnaie nationale

Ex: Sur le marché de Tunis $1 \text{ USD} = 2,857 \text{ TND}$

Code devise: CHF : Franc Suisse

GBP : Livre Sterling (Pound Britannique)

Ex1 (8 pts)

$$1) FR = \text{Capital Social} + \text{Réserves} + \text{Ft de l'exercice} + \text{Emprunts} - \text{Actifs Immo} - \text{Autre Actifs non courants}$$

$$BFR = \text{Stock} + \text{Clients} + \text{Autre actifs courant} - \text{Fournisseurs} - \text{Autre Passif courant.}$$

$$\text{Tresorerie} = FR - BFR$$

2) Diagnostic: Dégradation / Augmentation / Réservoirs

Exercice 2 (6 pts)

$$Vi_0 = 100.000$$

$$\text{Placement} / \begin{cases} -20.000 & (50\%) \\ 20.000 & (50\%) \end{cases}$$

$$1) E(\text{Gain}) = 0,5 \times 20.000 + 0,5 \times (-20.000) \\ = 0 \Rightarrow \text{En moyenne le gain est nul} \\ \text{Donc il m'accepte pas ce placement.}$$

Concours 2015 MF

Question (6 pts)

1) **EBE:** Excedent Brut d'exploitation : c'est la valeur produite au cours d'un cycle d'exploitation

$$EBE = CA - \text{charges Fixes} - \text{charge Variables} - \text{Impôt et taxe}$$

Permet de connaitre la rentabilité réelle de l'exploitation.

Cout des Capital propres: le taux de rentabilité exigé par les actionnaires pour compenser le risque qu'ils prennent en investissant.

$$K = r_f + (R_m - r_f) \times \beta$$

Permet de déterminer le taux d'actualisation et le cout du capital

$$EX1 (8 pts) = EX2 (2016)$$

$$EX2 (8 pts)$$

Projet : Terrain acheté à 20.000 il y a 10ans. sa valeur en 2011 est 80.000
Fin 2011 Construction: 200.000 . Amort sur 20 ans , Acquis Fin 2012
 Equipement 100.000 Amort sur 10 ans, Acquis Fin 2012
 $EBE = 60.000 \text{ sur 8ans}$
 Valeur de cession = 200.000
 $\tau \text{ impôt} = 25\%$.
 $K = 12\%$.

1) CF du projet

$$\text{Cout d'investissement: } I_0 = 80.000 + 200.000 + 100.000 = 380.000$$

Amortissement Construction: 10.000 / an sur 20 ans
 Equipement 10.000 / an sur 10 ans
 tot 20 / an pour les 8 premiers années

EBE	60.000	R ^t d'EXP	60.000	- Amortissement
departant	380.000	- Impôt	15.000	
		= R ^t Net	45.000	
		+ Amort	20.000	
		= CF	65.000	

2) Calcul de la UAN.

$$z + 8; \text{ Prix de cession} = 200.000$$

$$VC = 380.000 - 20.000 \times 8 = 220.000$$

$$\text{Maxis Value} = 20.000$$

$$\text{Economie d'impôt} = 20.000 \times 0,25 = 5000$$

$$\begin{aligned}
 \text{VAN} &= \sum_{t=1}^8 65000 \cdot (1,12)^{-t} + \frac{205000}{(1,12)^8} - 380.000 \\
 &= 65000 \cdot \frac{1 - (1,12)^{-8}}{0,12} + \frac{205000}{(1,12)^8} - 380.000 \\
 &= 405692 - 380.000 \\
 &= 25692 > 0
 \end{aligned}$$

\Rightarrow le projet est rentable

2) Fonction d'utilité $U(W) = W^\theta$ $0 < \theta < 1$

W: Richesse

Pour $\theta = \frac{1}{2}$

Placement $\begin{cases} +20.000 \rightarrow 50\% \\ -20.000 \quad (50\%) \end{cases}$ Richesse initiale = 100.000

Equivalent certain de la richesse finale pour $\theta = \frac{1}{2}$

Richesse Finale $\begin{cases} 120.000 \quad (50\%) \\ 80.000 \quad (50\%) \end{cases}$

$$\begin{aligned} E(U(W)) &= 0,5 U(120.000) + 0,5 U(80.000) \\ &= (346,410 + 282,842) \times 0,5 \\ &= 314,626 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Equivalent certain} \Rightarrow U(T) &= 314,626 \\ \Rightarrow T^{1/2} &= 314,626 \\ T &= (314,626)^2 \\ &= 98989,750 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Prime de risque: } 100.000 - 98989,750 \\ &= 1010,25 \end{aligned}$$

Concours 2014

Ex1 (6 pts)

Emprunt zéro coupon

$$VN = 1.000$$

Date 1/12/2013

Prix d'émission 558

Prix de Remboursement = 1000

Durée : 10 ans

Coupon = 0 Taux de R^e

$$VE = \frac{VR}{(1+r)^n}$$

1) Taux de rendement actuariel à l'émission

$$\text{Valeur d'émission} = \frac{\text{Valeur de Remb}}{(1+r)^{10}}$$

$$\Rightarrow (1+r)^{10} = \frac{VR}{VE} = \frac{1000}{558} = 1,792 \Rightarrow 1+r = 1,06 \Rightarrow r = 6\%$$

2) Sensibilité $\delta = -\frac{DU}{1+r} = -\frac{n}{1+r}$ La duration d'un o coupon est égal n
 $= 9,43$

3) Prix de l'OB une année après l'émission pour un taux de 7%.

$$P = \frac{VR}{(1,07)^9} = 543,93. \quad r \nearrow P \searrow$$

sans coupon

Ex2 (6 pts)

1) Projet Gain 50.000 (20%)
Perte 5000 (80%) $E(\xi) = 0,2 \times 50.000 + 0,8 \times 5000 = 6000 > 0$
Il a intérêt.

$$2) E(V(\xi)) = 0,2 \cdot U(50.000) + 0,8 \cdot U(-5000) = -25 \Rightarrow \text{N'a pas d'intérêt.}$$

Ex3 (8 pts)

1) a) Portef (x, 1-x) $E(N_p) = E(xN_1 + (1-x)N_2) = xE$

$$N_p = x N_1 + (1-x) N_2$$

$$\begin{aligned} V(N_p) &= V(x N_1 + (1-x) N_2) = x^2 V(N_1) + (1-x)^2 V(N_2) + 2x(1-x) P \sigma_1 \sigma_2 \\ &= x^2 \sigma_1^2 + (1-x)^2 \sigma_2^2 + 2x(1-x) P \sigma_1 \sigma_2. \end{aligned}$$

2) Composition qui conduit au risque minimale.

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0 \Rightarrow x^* = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 P}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \sigma_1 \sigma_2 P}$$

$$1-x^* = \frac{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 P}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2 \sigma_1 \sigma_2 P}$$

2) A.N

a) $\rho = 0,5 \quad x = 1$

$$N_1 = 0,1$$

$$N_L = 0,16$$

$$N_P = 0,115$$

$$\sigma_1 = 0,15$$

$$\sigma_L = 0,3$$

$$\sigma_P = 15$$

$$\rho = 0$$

$$x = 0,8$$

$$1-x = 0,8$$

$$N_P = 0,112$$

$$\sigma_P = 0,134$$

$$\rho = -1$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$1-x = \frac{1}{3}$$

$$N_P = 0,12$$

$$\sigma_P = 0$$

si les deux actions sont parfaitement négativement corrélées ($\rho = -1$)
Alors le risque minimal du portefeuille sera nul.

Concours 2013

Questions (5 pts)

1) le Bêta d'une action : Mesure le risque systématique de l'action c'est à dire, sa sensibilité au variation du marché.

$$\beta = \frac{\text{cov}(R_j, R_m)}{\sqrt{R_m}} \quad R_j: R^d \text{ de l'action}$$

$R_m: R^d \text{ de marché}$

$\sqrt{R_m}: \text{Variance de } R^d \text{ du marché.}$

2) La dureté d'une obligation : C'est la moyenne des échéances pondérées par les flux actualisés.

$$DU = \frac{1}{P} \sum_{t=1}^n t F_t (1+r)^{-t} \quad P: \text{Valeur de l'obligation.}$$

$$P = \sum F_t (1+r)^{-t}$$

r: Taux d'intérêt

F_t : Flux à la date t.

Ex 2 (10 pts)

Ancienne machine : Achetée il y a 5 ans

$$P = 300.000$$

Durée de vie : 15 ans

$$\begin{array}{lll} \hat{C} \text{ Prod: } 80 D & \hat{C} \text{ variable unitaire} & \text{Prod: 1000 unités} \\ 15000 & \hat{C} \text{ fixe} & P^x: 200 / \text{unité.} \end{array}$$

Projet : Vendre l'Anc machine à 180.000

Achat nouvelle machine à 280.000

Durée de vie 10 ans

$$VR = 10$$

$$\begin{array}{lll} \hat{C} \text{ Prod: } 60 & \hat{C} \text{ variable unitaire} & \\ 12500 & \hat{C} \text{ fixe} & \end{array}$$

T d'impôt : 30%

$$K = 13\%$$

L'entreprise a-t-elle intérêt à remplacer la machine ?

1- Calcul des dépenses d'investissement

Ancienne machine : $P^x = 300.000$

$$- \text{ Amort } 20.000 \times 5 = 100.000$$

$$VCN = 200.000$$

$$P^x \text{ cession} = 180.000$$

$$\text{Moins Value} = 20.000$$

Dépenses : Achat N^v machine : $280.000 \rightarrow \text{Dépense}$

Vente A^v machine : $180.000 \rightarrow \text{Dépense}$

$$\text{Economie d'impôt} = 20.000 \times 0,3 = 6000$$

$$I_o = 94.000$$

2) Calcul de CF Differentiel

	Ancienne Machine	Nouvelle Machine
CA	200.000	200.000
coût variable	80.000	60.000
coût fixe	15.000	12.500
= R ^t d'Exp	105.000	127,5
- Dot d'Amort	20.000	28.000
= R ^t Avant Impôt	85.000	99500
- Impôt	25.500	29850
= R ^t Net	59500	69650
+ Amortissement	20.000	28.000
= CFN	79500	97650

$$CF \text{ differentiel} = 97650 - 79500 = 18150.$$

3) Calcul de VAN: $VAN = \sum_{t=1}^{\infty} CF_d (1+k)^{-t} - I_0$

$$= 18150 \times \frac{1 - (1,13)^{-10}}{0,13} - 94000$$

$$= 4486 > 0$$

⇒ L'entreprise a intérêt à remplacer l'ancienne machine.

Exercice 2 (1pb)

Crédit de 200.000 T = 6% l'an Durée 1 an (12 échéances mensuelles)

Remb: Annuités constantes

1) T mensuelle = $\frac{6\%}{12} = 0,5\%$ $a = 200.000 \times \frac{0,005}{1 - (1,005)^{-12}} = 17213$

2) Capital restant du après règlement de la 5^{eme} échéance

$$K_5 = 200.000 - R_1 \left(\frac{(1+i)^5 - 1}{i} \right)$$

$$R_1 = a - (200.000 \times 0,005)$$

$$= 16213$$

3) Coût de financement :

$$\begin{aligned} M1: \text{coût équivalent} \\ K = (1+i_m)^{12} - 1 \\ = (1,005)^{12} - 1 \\ = 0,0616 \\ = 6,16\% \end{aligned}$$

M2: coût de la dette Kd:

$$\begin{aligned} 200.000 &= [17213 \times (1+K_d)^{-12} + \dots + 17213 \times (1+K_d)^{-1}] \\ &= 17213 \times \sum_{t=1}^{12} (1+K_d)^{-t} \\ &= 17213 \times \frac{1 - (1+K_d)^{-12}}{(1+K_d)^{-12} - 1} \end{aligned}$$

Concours 2012

Ex1 (6pts)

Structure fin : 60% KP 40% Dette, $\beta_L = 2$.

$r_f = 5\%$ $\mu_m = 11\%$, T d'impôt = 30%.

$$1) \quad \beta_L = \beta_U + \beta_U L (1-T) = \beta_U [1 + L (1-T)] \leftarrow \begin{array}{l} \text{β de société} \\ \text{similaire non endettée} \end{array}$$

$$\beta_U = \frac{\beta_L}{1 + L (1-T)} = 1,36$$

$$K_U = r_f + (\mu_m - r_f) \times \beta_U = 0,1376 \leftarrow \hat{C} \text{ des KP de société non endettée}$$

$$b) \quad K_L = r_f + (\mu_m - r_f) \times \beta_L = r_f + (\mu_m - r_f) \beta_U + (\mu_m - r_f) L (1-T) \beta_U$$

$$= K_U + (K_U - r_f) L (1-T)$$

$$K_L = 11\% \leftarrow \hat{C} \text{ des KP de société endettée}$$

$$K = K_L \times 0,6 + \cancel{r_f} \times 0,4 \times (1-T) = 0,1116 = 11,16\% \quad \text{on a pas } i = r_f$$

3) L'ent L veut réaliser un projet de m risque que l'ent LI.

R^d du projet si il est financé à 50% par dette $L = 1$

$$K_L = K_U + (K_U - r_f) \times L \times (1-T) = 0,188 \quad R^d \text{ du projet} = \hat{C} \text{ KP}$$

Ex2 (8pts) = Ex1 (2016 Bq) (12pts)

Ex3 (6pts)

$$M = 200.000$$

	\hat{C}	VAN espérée	σ_{VAN}
P _A	100 000	28 000	14 000
P _B	100 000	25 000	8 000
P _Z	100 000	16 000	6 000

- A et B indép
- P_{AC} = 1
- B et C mutuellement exclusifs.

* Combinaison (A, B) \rightarrow VAN₁

\Rightarrow 2 combinaisons possibles

$$E(VAN_1) = E(VAN_A) + E(VAN_B) = 53 000$$

$$\sqrt{V(VAN_1)} = \sqrt{V(VAN_A)} + V(VAN_B) = (14 000)^2 + (8 000)^2 = 26.000.000$$

$$\sigma_{VAN_1} = 16 124,516$$

$$CV_1 = \frac{\sigma_{VAN_1}}{E(VAN_1)} = 0,3$$

* Combinaison (A,C) \rightarrow VAN₂

$$E(VAN_2) = E(VAN_A) + E(VAN_C) = 44000$$

$$V(VAN_2) = V(VAN_A) + V(VAN_C) + 2 \rho_{AC} \sigma_A \sigma_C \\ = 400.000.000$$

$$\sigma_{VAN_2} = 20.000$$

$$CV_2 = \frac{\sigma_{VAN_2}}{E(VAN_2)} \approx 0,454$$

Decision: $CV_1 < CV_2 \Rightarrow$ choix: la combinaison (A,B)

Concours 2010

Ex1 (5 pts)

$R_m = 0,122$, $\sigma_m = 0,20$, $r_f = 0,07$
 Société Rendement attendu Risque systématique = $\beta_j \sigma_m$

1	0,142	0,24
2	0,138	0,28
3	0,121	0,20
4	0,115	0,24
5	0,143	0,26
6	0,126	0,13

$$\text{Calcul de } \beta_j = \frac{R_S}{\sigma_m}$$

$$\begin{aligned}\beta_1 &= 1,2 \\ \beta_2 &= 1,4 \\ \beta_3 &= 1 \\ \beta_4 &= 1,2 \\ \beta_5 &= 1,3 \\ \beta_6 &= 0,65\end{aligned}$$

Quelles actions est-il recommandé d'acheter ?

$$r^d \text{ exigé (MEBAF)} \quad R_j = r_f + (R_m - r_f) \beta_j \quad r^d \text{ déquilibre}$$

r^d exigé	r^d attendu	Decision
0,132	0,142	Achat
0,142	0,138	Non
0,121	0,121	Non
0,132	0,115	Non
0,137	0,143	Achat
0,103	0,126	Achat

$$r^d \text{ attendu} > r^d \text{ d'éq} \Rightarrow \Rightarrow \text{Acheter}$$

Ex2 (5 pts)

$$\text{Coût des KP : } K_C = \begin{cases} P + (P-C)L & \text{si } 0 \leq L \leq h \\ P + [(P-C) - m(L-h)^2]L & \text{si } L > h \end{cases}$$

$$K_d = \begin{cases} C & \text{si } 0 \leq L \leq h \\ C + m(L-h)^2 & \text{si } L > h \end{cases}$$

$$1) \text{ Coût du capital en fonction de } L. \quad L = \frac{D}{K_P}$$

$$K = K_C \times \frac{1}{1+L} + K_d \times \frac{L}{1+L} = \frac{K_C + K_d \times L}{1+L}$$

$$K = \begin{cases} \frac{P + (P-C)L + CL}{1+L} & \text{si } 0 \leq L \leq h \\ \frac{P + [(P-C) - m(L-h)^2]L + [C + m(L-h)^2]L}{1+L} & \text{si } L > h \end{cases}$$

$$K = P = \text{cte.}$$

2) le coût du capital ne dépend pas de L
 Théorie de Modigliani et Miller (1958)

Ex 3 (10 pts)

Projet A

Année	CF	P
1	500	0,1
	600	0,1
2	750	0,15
	850	0,15

Projet B

Année	CF	P
1	500	0,6
	800	0,4
2	720	0,6
	800	0,4

Taux d'actualisation
13%.

$$U(W) = \frac{1}{1-\theta} W^{1-\theta} \quad 0 \leq \theta < 1$$

1) Signification de θ $\theta = -W \frac{U''(W)}{U'(W)}$ c'est le degré d'aversion relatif au risque

$$2) \theta = 0,25 \Rightarrow U(W) = \frac{1}{0,75} (W)^{0,75}$$

1^{ère} étape : Calcul de la VAN.

Projet A

CF1	CF2	P	VAN
500	750	0,25	29,84
500	850	0,25	108,15
600	750	0,25	118,33
600	850	0,25	196,65

Projet B

CF1	CF2	P	VAN
500	720	0,36	6,34
500	800	0,24	68,98
800	720	0,24	271,83
800	800	0,16	334,48

2^{ème} étape Calcul de l'utilité espérée

Projet A

P _i	U(VAN _i)
0,25	14,61
0,25	38,41
0,25	40,3
0,25	54,51

$$E(U(VAN)) = \sum P_i U(VAN_i)$$

$$= 36,46$$

Projet B

P _i	U(VAN _i)
0,36	6,91
0,24	30,65
0,24	64,59
0,16	71,81

$$E(U(VAN)) = 38,16$$

⇒ On choisit le projet B

$$3) \theta = 0,2 \Rightarrow U(W) = \frac{1}{0,2} W^{0,2} = 5 W^{0,2}$$

$$E(U(VAN)) = 5,81$$

$$E(U(VAN)) = 4,81$$

⇒ Choix : Projet A.

Plus θ est proche de 1, plus l'investisseur devient très sensible au risque.

Concours 2009

Q1 (4 pts)

1) Durée de vie moyenne d'une obligation $DVH = \frac{\sum_t t A_t}{VN}$ ← Ne tient pas compte des intérêts.
 A_t : Flux du Capital remboursé
 VN : Valeur Nominale

DVH: La moyenne des échéances de remboursement du Capital, pondérée par les montants remboursés à chaque date.

2) VAN: Valeur Actuelle Nette: c'est la richesse créée par un projet, calculée par l'actualisation des flux de trésorerie qu'il génère moins l'investissement initial. $VAN = \sum_{t=1}^n CF_t (1+k)^{-t} - I_0$

Q3 (6 pts)

Capital = 400 D

Projet $I_0 = 800 D$, $m = 5 ans$ (2009 - 2013)

$CF = 300 D / an$

Financement: 50% KP 50% dette $i = 8\%$. (Remb infini)

Impôt: 30%

$K_U = 12\%$. Coût de capitaux propres des entreprises non endettées

1) Coût de Capital $K = ?$

$$* \text{ Coût des KP : } K_L = K_U + (K_U - i) L (1 - T) = 14,8\%$$

$$* K = K_L \times \frac{1}{2} + i \times \frac{1}{2} \times (1 - T) = 10,2\%$$

$$3) VAN = \sum_{t=1}^5 300 \times (1+k)^{-t} - I_0 = 300 \times \frac{1 - (1+k)^{-5}}{k} - 800 = 331,44970$$

Concours 2008

Q1 (3 pts)

Signification des variables de MEDAF

$$\text{Eq du MEDAF : } \bar{r}_j = r_f + (\bar{r}_m - r_f) \beta_j$$

\bar{r}_j : R^d espéré de l'actif j

r_f : R^d de l'actif sans risque

\bar{r}_m : R^d espéré de Portf de marché

$$\beta_j = \frac{\text{cov}(r_j, r_m)}{\text{v}(r_m)} : \text{coeff de Sharpe}$$

La Relation de MEDAF exprime que le R^d espéré du titre j doit être, à l'équilibre de marché, égal au taux sans risque augmenté d'une prime de risque constituée de deux parties : le premier est la prime de risque de marché et le second est le coeff de Sharpe β_j .

Q2 (3 pts)

$$\text{Duration: } DU = \frac{\sum_{t=1}^n t F_t (1+r)^t}{\sum_{t=1}^n F_t (1+r)^t} ; \text{ Sensibilité } S = \frac{1}{P} \frac{dP}{dr}$$

$$S = - \frac{DU}{1+r}$$

Ex1 (6 pts)

Gédit 200.000 D (31/12/2004), Sur 2ans, échéance mensuelle constante

30/6/2005 31/12/2005
30/6/2006 31/12/2006

$$\tau = \text{TMH} + 1\%$$

$$1 / \text{TMH} = 5\% \Rightarrow \tau = 6\%. \quad a = C_0 \times \frac{i}{1 - (1+i)^{-4}} \rightarrow \text{Tab d'Amort.} \quad i = \frac{6\%}{2} = 3\%$$

$$2) \hat{C} \text{ effectif : } 1+K = (1+i)^2 \Rightarrow K = (1+i)^2 - 1 = 6,09\%$$

$$3) \text{Début 2006 TMH} = 6\% \rightarrow \tau = 7\%$$

→ Capital Restant dû au débüt de la période 3 = 102955,02 = C_2

$$a' = C_2 \times \frac{i}{1 + (1+i)^{-2}} \quad i = \frac{7\%}{2} = 3,5\%$$

Reste encore 2 périodes (3 et 4)

Ex2 (8 pt)

Deux Inv X et Y

Projet A	VAN	P
760	0,3	
800	0,5	
1400	0,2	

Projet B	VAN	P
500	0,2	
800	0,5	
1300	0,3	

1) Quel est le projet le plus rentable ? Quel est le plus risqué ?

$$E(VAN_A) = \sum p_i VAN_i = 908 \quad V(VAN_A) = \sum (VAN_i - E(VAN_A))^2 p_i \\ = 60816$$

$$\sigma_{VAN_A} = 246,609$$

$$E(VAN_B) = \sum p_i VAN_i = 890 \quad V(VAN_B) = \sum (VAN_i - E(VAN_B))^2 p_i \\ = 84900$$

$$\sigma_{VAN_B} = 291,376$$

$E(VAN_A) > E(VAN_B) \Rightarrow A$ est plus rentable

$\sigma_{VAN_B} > \sigma_{VAN_A} \Rightarrow B$ est le plus risqué.

2) F. d'utilité $U(W) = \frac{1}{1-\theta} W^{1-\theta}$ si $\theta \neq 1$

a/ Signification de θ $\theta = -W \frac{U''(W)}{U'(W)}$ Degré d'Aversion Relative au Risque

b/ Pour $X, \theta = 0,1$ } $\theta_Y > \theta_X \Rightarrow Y$ est plus sensible au risque
Pour $Y, \theta = 0,9$ }

3) Quel est le projet qui sera retainé par chacun des Inv.

Pour $\theta = 0,1$

Projet A	Projet B
$E(U) = 508,042$	$E(U) = 493,018$

\Rightarrow Projet A

Pour $\theta = 0,9$

Projet A	Projet B
$E(U) = 13,707$	$E(U) = 13,624$

\Rightarrow Projet A

$$E(U) = \sum p_i U(VAN_i)$$

$$\text{Pour } X: U(VAN_i) = \frac{(VAN_i)^{0,9}}{0,9}$$

$$\text{Pour } Y: U(VAN_i) = \frac{(VAN_i)^{0,1}}{0,1}$$

Concours 2006

Ex 1 (6 pts)

Versement de 200 D/mois pendant 60 mois
Capitalisation des intérêts au taux annuel de 6%.

1) Valeur acquise après le dernier versement

$$VC = V \times \frac{1 - (1+i)^{60}}{1-(1+i)} = V \times \frac{(1+i)^{60} - 1}{i} \quad i: \text{taux mensuel proportionnel}$$

$$i = \frac{6\%}{12} = 0,5\%$$

2) Crédit de 28000 D au taux annuel de 12%, remboursé par des échéances mensuelles constantes sur 120 mois

$$a = c_0 \times \frac{i}{1 - (1+i)^{-120}} \quad i: \text{taux mensuel proportionnel}$$

$$i = \frac{12\%}{12} = 1\%$$

Ex 2 (8 pts)

Portefeuille P / 1400000 Actions
2000.000 D \ 600000 Bons du trésor ← Actif sans risque

1) composition de P ($x, (1-x)$)

$$x = \frac{1400}{2000} = 0,7 \Rightarrow P(70\%, 30\%)$$

2) Frontière efficiente : Demi droite du plan Risque-Rendement qui joint les deux points M et r_f représentant respectivement le portefeuille de marché et le titre sans risque.

$$\text{pente : } \frac{\mu_m - r_f}{\sigma_m}, \text{ Eq de la FE, } \mu = \left(\frac{\mu_m - r_f}{\sigma_m} \right) \sigma + r_f$$

3) Portefeuille efficient : Se trouve sur la F.E. Alors il est une combinaison des portefeuilles de marché et l'actif sans risque.

$$\begin{cases} \mu_p = x \mu_m + (1-x) r_f \\ \sigma_p = x \sigma_m \end{cases}$$

4) Relation entre le rendement du portefeuille P et x

$$N_p = x N_m + (1-x) r_f = x (N_m - r_f) + r_f$$

5) $R^d = 10\% \Rightarrow x = 0,5$

$x < 1$
 $R^d < R^d$ de Portf. Efficient \Rightarrow Portefeuille de prêteur

6) $R^d = 20\% \Rightarrow x = 1,75$

$x > 1$
 $R^d > R^d$ de Portf. Efficient \Rightarrow Portefeuille d'emprunteur.

Question (6 pts)

1) Le **PER** (Price Earnings Ratio) = $\frac{\text{Cours}}{\text{Bénéfice par action}}$

→ Calcul de la rentabilité
d'un titre

→ Calcul du coût du capital

→ Evaluation d'une entreprise

2) **Définition d'une option:** c'est un contrat entre deux parties : l'acheteur aussi détenteur de l'option et le vendeur. Ce contrat donne le droit, et pas l'obligation, au détenteur de l'option d'acheter (option d'achat : call) ou de vendre (option de vente : put) d'un bien donné, appelé sous-jacent, à l'autre partie, à un prix fixe, appelé prix de l'exercice à une date futur fixe (option européenne) où à n'importe quel moment avant cette date (option américaine).

3) **Différence entre option européenne et américaine :**

L'europeenne ne peut être exercée qu'à la date d'échéance alors que l'américaine peut l'être à tout moment jusqu'à la date d'échéance.

Conc

Ex 1 (6

Bq A:

Quelle

* Bq

* Bq B

Ex 2 (5 p

Projet

$E(R_m) =$

$V(R_m) =$

$r_f = 0,$

Evalu

$\beta_A = 0,$

le R

Donc

$\beta_B = 1,$

le R

\Rightarrow

Concours 2007

Ex 1 (6 pts)

Bq A: $\Pi = 100.000 \text{ D}$

Taux: 10,2%

Durée: 5 ans

Annuité éte annuelle

Bq B: $\Pi = 100.000 \text{ D}$

Taux: 10%

Durée: 5 ans

Amort const / Ech semestriel.

Quelle Bq on choisit?

* Bq A: Taux effectif = Taux annuel : 10,2%.

* Bq B: Taux semestriel prop = $\frac{10\%}{2} = 5\%$.

$$\text{Taux effectif } t \text{ tq } (1+t) = (1+t_s)^2$$

$$\Rightarrow t = (1+t_s)^2 - 1 = 10,25\%$$

$$\text{Taux eff (A)} < \text{Taux eff (B)}$$

\Rightarrow On choisit la bq A.

Ex 2 (5 pts)

Projet	A	$R^d = 14\%$	$\sigma_j = 0,15$	$\rho_{jm} = 0,8$
	B	$R^d = 15\%$	$\sigma_j = 0,18$	$\sigma_{jm} = 1$

$$E(R_m) = 0,15$$

$$V(R_m) = 0,0225 \rightarrow \sigma_m = 0,15$$

$$\Gamma_f = 0,07$$

Evaluer la possibilité d'acceptation / Rejet

$$\beta_j = \frac{\text{cov}(R_m, R_j)}{V(R_m)} = \frac{P_{jm} \times \sigma_m \sigma_j}{V(R_m)} = \frac{P_{jm} \times \sigma_j}{\sigma_m}$$

$$\beta_A = 0,8 \quad E(R_A) = 13,4\% < 14\%$$

le R^d du projet (14%) est supérieur au R^d exigé

Donc le projet A est à accepter.

$$\beta_B = 1,2 \quad E(R_B) = 16,6\% > 15\%$$

le R^d du projet est inférieur au R^d exigé

\Rightarrow le projet B à rejeter

Ex 3 (9 pt)

Investissement : 1 M dirans → Placement dans 2 types d'obligation
à taux fixe, remboursement au par

	H	VN	τ	
OB1	3 ans	100	8%	
OB2	6 ans	100	9%	τ d'intérêt du marché : 7%

L'horizon de placement est 4 ans, l'inv desire se protéger contre le risque de taux d'intérêt par immunisation.

Déterminer la répartition du capital entre les 2 obligations.

Ob1: Coupons = 8

$$P_1 = \sum_{t=1}^3 8 (1+0,07)^{-t} + 100 \times (1,07)^{-3} = 102,63$$

Ob2: Coupons = 9

$$P_2 = \sum_{t=1}^6 9 (1,07)^{-t} + 100 \times (1,07)^{-6} = 109,36$$

Duration $D_1 = \frac{\sum t \cdot 8 (1,07)^{-t}}{P_1} = 2,79 \text{ ans}$

$$D_2 = \frac{\sum t \cdot 9 (1,07)^{-t}}{P_2} = 4,47 \text{ ans}$$

On cherche x tel que

$$x D_1 + (1-x) D_2 = 4 \Rightarrow x = 0,28$$

\Rightarrow Répartition : $\begin{cases} 28\% \text{ dans l'ob1} \\ 72\% \text{ dans l'ob2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 280000 \text{ dans 1} \\ 720000 \text{ dans 2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{280000}{102,63} = 2729 \text{ ob de type 1} \\ \frac{720000}{109,36} = 6586 \text{ ob de type 2.} \end{cases}$$

Concours 2005

Ex1 (3pts) Taux équivalent / Taux prop

Ex2 (10pts)

Projet • Coût 2000

• Règlement de Fournisseur

70% au 31/12/2003 → 1400
20% au 30/6/2004 → 400
10% au 31/12/2004 → 200

1) Cash Flow: CA 2004 → 2008

$$\begin{aligned} & - \text{ch. variables} \\ & - \text{ch. fixe} \\ & = \text{EBE} \\ & - \text{Det Amort} \\ & = R^t \text{ d'Exp} \\ & - \text{Impôt} \\ & = R^t \text{ Net} \\ & + \text{Det Amort} \\ & = \text{CFN.} \end{aligned}$$

لـ R^t du projet est 2000
اما هوتن باش يد فحولهم الكل
باش يحصل على 3 هرأت

$$2) \text{ VAN} = \sum_{t=1}^5 \text{CFN}_t (1+k)^{-t} - \frac{1400}{1} - \frac{400}{(1+k)^{0,5}} - \frac{200}{(1+k)^2}$$

3) CAF compte tenu des moyens de financement

$$\begin{aligned} & R^t \text{ d'x} \\ & - \text{Intérêt} \leftarrow \text{Selon la nature de modalité} \\ & = R^t \text{ AI} \\ & - \text{Impôt} \\ & = R^t \text{ Net} \\ & + \text{Det d'Amort} \\ & = \text{CAF} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{PIF} \quad \text{Capital} \\ & \quad \quad \quad \text{Emprunt} \\ & \quad \quad \quad \text{CAF} \\ & - \text{Ressources} \\ & \quad \quad \quad \text{Investissement} \\ & \quad \quad \quad \text{Remb de l'emprunt} \\ & = \text{Emplois} \\ & \quad \quad \quad R - E \end{aligned}$$

Ex 3 (7 pts)

Titruj : R_j , $\sigma_j = 11,9\%$

Titre de marché : μ_m , σ_m

$$* \text{Ris de risque de } j = \frac{\mu_m - r_f}{\sigma_m}$$

$$* \text{Beta de } j : \beta_j = \frac{\text{cov}(r_m, r_j)}{\text{v}(r_m)}$$

$$* \text{Risque systématique} : \beta_j \sigma_m = \frac{\text{cov}(r_m, r_j)}{\sigma_m}$$

$$* (\text{Risque total})^2 = (\text{Risque systématique})^2 + (\text{risque spécifique})^2$$

$$\sigma_j^2 = \beta_j^2 \sigma_m^2 + (\text{risque spécifique})^2$$

2) R^d à l'équilibre

$$E(R_j) = r_f + (\mu_m - r_f) \times \beta_j = 12,02\% > \textcircled{11,9\%} \text{ exigé}$$

le rendement à l'éq est supérieur au rend. exigé

\Rightarrow Il est intéressant d'investir dans le titre j.

3) r_f passe de 5% à 6%

$$E(R_j) = 11,38\% < 11,9\% \Rightarrow \text{N'est plus intéressant}$$

MEDAF: $E(R_j) = r_f + (\mu_m - r_f) \beta_j + R^d$ à l'équilibre
 $> r^d$ exigé
 \Rightarrow Intéressant

Concours 2004

Exercice 1 (14 pts)

1) Tableau de Remboursement de l'emprunt

Modalité : Amortissement Constant $\rightarrow R = \frac{C_0}{n}$

2) Coût de financement du projet. Coût du Capital

$$K = K_s \times \frac{K_P}{K_P + D} + \underbrace{[(1-T) \frac{D}{K_D}]}_{\text{coût d'endettement}} \frac{D}{K_P + D}$$

3) Calcul de la VAN : $VAN = \sum_{t=1}^n CF_N (1+k)^{-t} - I_0$ ← coût : investissement initial
النفقات لإنجاز المشروع

TRI : Taux qui annule la VAN

$$x_1 \rightarrow VAN > 0$$

$$x \rightarrow VAN = 0$$

$$x_2 \rightarrow VAN < 0$$

$$x = x_1 - \frac{x_1 - x_2}{VAN_1 - VAN_2} \times VAN_2$$

4) $VAN > 0$ \wedge $TRI > K$ \Rightarrow Projet rentable

5) limites de la VAN :

- Supp que le réinvestissement des CF au taux d'actualisat°
- Supp que la structure de financement est constante
- Supp que le coût de fin est constant

limite de TRI :

- Supp le réinvestissement des CF au TRI du projet
- Nécessite un taux de référence pour la prise de décision
- Possibilité d'avoir plusieurs TRI pour le même projet

6) Plan d'Investissement et de Financement :

1^{er} étape : Calcul de la CAF compte tenu des moyens de financement

$$\begin{aligned} & \text{CAF} \\ & - \text{Dot Annuat} \\ & = RN \text{ d'EXP} \\ & \% (1-T) = BAI \\ & - \text{Intérêt} \leftarrow \text{Intérêt de l'Emprunt} \quad \text{chaque année} \\ & = \text{Benefice Avenut} \\ & \quad \text{Impôt} \\ & \times (1-T) = R^+ \text{ Net} \\ & + \text{Amor}^+ \\ & = CAF \end{aligned}$$

2^{eme} étape : P.I.F

Capital
Emprunt
CAF
= Ressource
Investissement
Remb de l'emprunt
= Emplois
R - E

Exercice 2 (opt)

$$\mathbb{P}(x(A), (1-x)(B)) \quad \begin{cases} A : r_A, \sigma_A \\ B : r_B, \sigma_B \end{cases}$$

P_{AB} : coeff de corrélation

1) $x = ?$ pour un portefeuille de risque minimum.

$$V(P) = x^2 \sigma_A^2 + (1-x)^2 \sigma_B^2 + 2\sigma_A \sigma_B P_{AB} = f(x)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x^* = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_A \sigma_B P_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_A \sigma_B P_{AB}} ; 1-x^* = \frac{\sigma_A^2 - \sigma_A \sigma_B P_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_A \sigma_B P_{AB}}$$

2) A.N

3) Portefeuille $(1,0)$: composé en totalité par le titre A

$$\Rightarrow R_P = 0,16 \text{ et } \sigma_P = \sigma_A = 0,03$$

le $P(1,0)$ n'est pas efficient car son R^d est inférieure au R^d du P_{min}

4) Portefeuille Efficient de risque que $P(1,0)$ ($\sigma_P = 0,03$)

$$V(E) = x^2 \sigma_A^2 + (1-x)^2 \sigma_B^2 + 2\sigma_A \sigma_B P_{AB} = (0,03)^2$$

$$\hookrightarrow x = 0,3076$$

$$R^d(E) = x r_A + (1-x) r_B$$