Exercice 1

Valeur de Remboursement : 1.000 Dinars
Valeur d'Emission : 558 Dinars
Durée de Vie : 10 ans

1- Rendement à l'émission :

$(1+ r)^n$ = Valeur de Remboursement /Valeur d'Emission

$(1+ r)^{10} = 1000/558 = 1,792$

$(1+ r) = 1.06 \qquad r = 6\%$

2- Sensibilité de l'Obligation :

$$S = \frac{D}{1 + r}$$

D : duration
r : taux actuariel

* La duration d'un zéro coupon de durée n est égal à n

$$S = \frac{D}{1 + r} = \frac{10}{1,06} = 9,43$$

* Le prix de l'obligation varie à la baisse (hausse) de 9,43% suite à une variation à la hausse (baisse) du taux d'intérêt de 1%.

3- Prix de l'Obligation pour un taux de 7% une année après l'émission :

$(1+ r)^9$ = Valeur de Remboursement /Valeur de l'obligation en 1

Valeur de l'obligation en 1= Valeur de Remboursement / $(1+ r)^9$

$(1+ r)^9 = 1000/558 = 1,838$

Valeur de l'obligation en 1= 1000 / 1,838

Valeur de l'obligation en 1 = 543,943

Exercice 2

1. L'entrepreneur a-t-il intérêt à participer à la soumission ?

* Neutralité à l'égard du risque => Utilisation du critère de l'Espérance Mathématique des gains monétaires (GM) :

E (GM) = (0,20 x 50.000) - (0,8 x 5.000) = 6.000 => participer à la soumission

2. L'entrepreneur a-t-il intérêt à participer à la soumission ?

* Tenir compte de l'attitude de l'investisseur à l'égard du risque => Utilisation du critère de l'Espérance de l'Utilité des gains monétaires : E [U (GM)] :

E [U (GM)] = 0,2 U(50.000) + 0,8 U (-5000)

E [U (GM)] = [0,2 x 175] + [(0,8 x (-75)] = - 25 => ne pas participer à la soumission

Exercice 3

I-1

a- Le Rendement du Portefeuille de composition (x ,1-x) s'écrit :

$R_p = \mu_1 x + \mu_2 (1- x)$

b- La variance du rendement du portefeuille de composition (x ,1-x) s'écrit :

$\mathrm{Var}(R_p) = \sigma^2_1 x^2 + \sigma^2_2(1- x)^2 + 2x(1-x)\sigma_1\sigma_2\rho_{1.2}$

I- 2- La composition du Portefeuille de risque minimum :

$$\frac{d\mathrm{Var}(Rp)}{dx} = 0$$

$$\frac{d\mathrm{Var}(Rp)}{dx} = 2\text{ x }\sigma^2_1 - 2(1-x)\sigma^2_2 + 2\,(1-2\text{ x})\sigma_1\sigma_2\rho_{1.2}$$

$$\frac{d\mathrm{Var}(Rp)}{dx} = 0 \Rightarrow 2\text{ x}\sigma^2_1 - 2(1-x)\sigma^2_2 + 2\,(1-2\text{ x})\sigma_1\sigma_2\rho_{1.2} = 0$$

$\Rightarrow 2\text{ x }\sigma^2_1 + 2\text{ x }\sigma^2_2 - 2\,\sigma^2_2 + 2\,\sigma_1\sigma_2\rho_{1.2} - 4\text{ x }\sigma_1\sigma_2\rho_{1.2} = 0$

$\Rightarrow 2\text{ x }\sigma^2_1 + 2\text{ x }\sigma^2_2 - 4\text{ x }\sigma_1\sigma_2\rho_{1.2} = 2\,\sigma^2_2 - 2\,\sigma_1\sigma_2\rho_{1.2}$

$$=> 2\,x\,[\sigma^2{}_1 + 2\,\sigma^2{}_2 - 2\,\sigma_1\sigma_2\rho_{1.2}] = 2\,[\sigma^2{}_2 - \sigma_1\sigma_2\rho_{1.2}]$$

$$=> \quad x\,[\sigma^2{}_1 + \sigma^2{}_2 - 2\sigma_1\sigma_2\rho_{1.2}] \quad = \quad \sigma^2{}_2 - \sigma_1\sigma_2\rho_{1.2}$$

$$x = \frac{\sigma^2{}_2 - \sigma_1\sigma_2\rho_{1.2}}{\sigma^2{}_1 + \sigma^2{}_2 - 2\sigma_1\sigma_2\rho_{1.2}}$$

$$1 - x = \frac{\sigma^2{}_1 - \sigma_1\sigma_2\rho_{1.2}}{\sigma^2{}_1 + \sigma^2{}_2 - 2\sigma_1\sigma_2\rho_{1.2}}$$

II- Application numérique pour :

a- $\sigma_1 = 0{,}15$; $\sigma_2 = 0{,}30$; $\rho_{1.2} = 0{,}5$

=> $x = 1$ $1-x = 0$

Le rendement du portefeuille de risque minimum est de $R_p = 0{,}10$
Le risque du portefeuille de risque minimum est de $\sigma_p = 0{,}15$

b- $\sigma_1 = 0{,}15$; $\sigma_2 = 0{,}30$; $\rho_{1.2} = 0$

=> $x = 0{,}8$ $1-x = 0{,}2$

Le rendement du portefeuille de risque minimum est de $R_p = 0{,}112$
Le risque du portefeuille de risque minimum est de $\sigma_p = 0{,}134$

c- $\sigma_1 = 0{,}15$; $\sigma_2 = 0{,}30$; $\rho_{1.2} = -1$

=> $x = 2/3$ $1-x = 1/3$

Le rendement du portefeuille de risque minimum est de $R_p = 0{,}12$
Le risque du portefeuille de risque minimum est de $\sigma_p = 0$