Institut de Financement du Développement du Maghreb Arabe
Concours de Recrutement de la 38 ième Promotion - Assurance
Techniques Quantitatives

Septembre–2020
Durée : une heure et demie

Cette épreuve comporte deux pages
Aucun document n'est autorisé.

Exercice 1 : (5 points: 2+1+1+1)
On considère 3 projets d'investissement dont les rendements, notés X_1, X_2 et X_3, sont des distributions normales centrées réduites avec des covariances $Cov(X_i, X_j) = \rho$ pour tout $i \neq j$ où ρ est un paramètre.
1- Déterminer l'espérance mathématique et la matrice de variances covariances Ω du vecteur constitué par les trois variables X_1, X_2 et X_3.
2-Calculer le déterminant de Ω
3-Déterminer l'espérance mathématique et la variance de la somme $X_1 + X_2 + X_3$
4- Pour quelles valeurs de ρ, cette variance est-elle maximale ? minimale ?. Commenter

Exercice 2 : (7 points: un point par question)
La perte causée par un accident est une variable aléatoire X ayant pour densité de probabilité la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{c}{x^5} \text{ pour } x \geqslant 1$$

et

$$f(x) = 0 \text{ sinon}$$

où c est une constante..
1-Déterminer la valeur de la constante c
2 Calculer l'espérance mathématique de X
3- Déterminer la fonction de répartition de la variable X. En déduire la médiane de X.
4- La distribution de X est -elle symétrique ? Justifier votre réponse.
Suite à cet accident, le remboursement Y effectué par une compagnie d'assurance est défini par :

$$Y = X \quad \text{pour} \quad x < B$$

et

$$Y = B \quad \text{pour} \quad x \geq B$$

5-Interpréter la valeur de B
6- Déterminer la loi de probabilité de la variable Y
7-Quelle condition faut-il imposer sur la valeur de B pour que $E(Y) = \frac{7}{6}$?
Commenter ce résultat.

Exercice 3 : (8 points: 1.5+1.5+1.5+1.5+1+1).

On considère deux variables aléatoires indépendantes notées X et Y suivant respectivement une loi binaire de Bernoulli de paramètre θ et une loi de Poisson de paramètre λ On note $S = X + Y$ et $Q = XY$

1-Calculer l'espérance mathématique et la variance de S

2- Calculer l'espérance mathématique et la variance de Q

3- En déduire que S n'est pas une loi de Poisson

4-Calculer la probabilité $P[S = 0]$

5-Calculer la probabilité $P[S = s]$ pour s entier strictement positif

6-Déterminer la probabilité que Q soit strictement positive.