

INSTITUT de FINANCEMENT du DEVELOPPEMENT du MAGHREB  
ARABE

CONCOURS DE RECRUTEMENT de la XXXVII PROMOTION (Banque)

Samedi 26 Août 2017  
Epreuve de Méthodes Quantitatives  
Durée : 1h 30  
Nombre de pages :02  
\*\*\*\*\*

**Aucun document n'est autorisé**

**Exercice 1 : (6 points :1 point par question)**

La répartition statistique d'un ensemble de  $n = 1000$  chèques ( mille chèques) selon le montant, noté  $X$ , et la région d'émission, notée  $R$  est comme suit :

$X \backslash \text{Région}$	R1	R2
10	150	50
20	A	200
40	300	B

où  $A$  et  $B$  sont deux nombres à calculer.

- 1- Déterminer la relation entre  $A$  et  $B$
- 2-Trouver  $A$  et  $B$  sachant que le montant moyen de tous ces chèques est égal à 28
- 3- Déterminer la distribution statistique de la variable  $X$
- 4- En déduire la variance de  $X$
- 5- Calculer le montant moyen des chèques pour chacune des deux régions R1 et R2
- 6- Sur la base des calculs précédents, les caractéristiques des chèques "les montants" et les "régions d'émission" sont-elles indépendantes ? Justifier votre réponse.

**Exercice 2 : ( 14 points : première partie :  $1.5 + 1.5 + 1.5 + 1.5 + 1.5 + 1.5 + 2$   
Deuxième partie  $1.5 + 1.5$  )**

**Les deux parties de l'exercice 2 sont indépendantes**

On considère la régression entre le PIB en logarithme  $y$  et le niveau des dépenses publiques en logarithme  $x$  observés sur un ensemble de  $T = 200$  périodes:

$$y_t = ax_t + b + \epsilon_t, \quad \text{pour } t = 1, 2, \dots, 200$$

où  $\epsilon_t$  sont des termes aléatoires identiquement et indépendamment distribués

selon une loi normale d'espérance mathématique nulle et de variance  $\sigma^2$ ,  $a$  et  $b$  sont des paramètres à estimer. On dispose des statistiques suivantes:

$$\sum_{t=1}^{200} y_t = 1610; \quad \sum_{t=1}^{200} x_t = 1027 \quad \text{avec la matrice de variances covariance du vecteur}$$

$\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$	égale à	<table border="1"> <tr> <td></td><td>Y</td><td>X</td></tr> <tr> <td>Y</td><td>8.53</td><td>6.12</td></tr> <tr> <td>X</td><td>6.12</td><td>6.22</td></tr> </table>		Y	X	Y	8.53	6.12	X	6.12	6.22
	Y	X									
Y	8.53	6.12									
X	6.12	6.22									

### Première partie :

1. Utiliser les valeurs numériques exposées ci-dessus pour évaluer les estimations de  $a$  et de  $b$ . Quelle est l'interprétation économique de l'estimation de  $a$  ?
2. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre  $x$  et  $y$ . Interpréter.
3. En déduire que le coefficient de détermination ( connu également sous le nom coefficient d'ajustement) de la régression est approximativement égal à 0.7. Justifier les étapes de calcul
4. En déduire la somme des carrés des résidus
5. Proposer une estimation sans biais de la variance  $\sigma^2$ . Justifier votre réponse
6. Déterminer la valeur de l'estimation de la variance de  $\hat{a}$
7. Tester la significativité de la variable des dépenses publiques  $x$  à un niveau 95% de significativité. Interpréter ce résultat.

On rappelle que pour  $S$  une variable de Student, la probabilité  $P[-2 < S < 2]$  est approximativement égale à 0.95

### Deuxième partie

On suppose dans cette partie, que les paramètres  $a$  et  $b$  sont nuls en gardant les mêmes hypothèses sur les termes d'erreur  $\epsilon_t$  :

8. Calculer l'espérance mathématique et la variance de  $y_t^2$
9. Déterminer la densité de probabilité de la variable  $z = y_t^2$