CHAPITRE 3 GRAPHES DE FLUENCE

C'est une représentation graphique des équations décrivant un système.

1 Exemple

Considérons le circuit électrique de la figure 3.1. Il s'agit de déterminer la fonction de transfert du système entre l'entrée V1(t) et la sortie V3(t) en utilisant la méthode des graphes de fluence et en appliquant la règle de Mason.

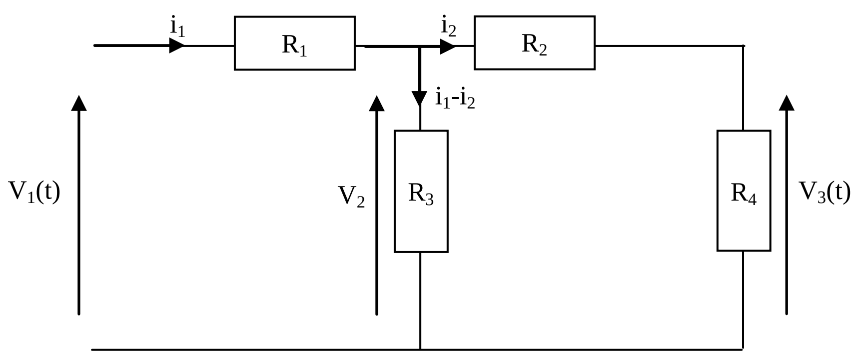


Figure 3.1

1.1 Etape1

Ecrire les relations entre les variables du système (sans redondance)

$$
\begin{array}{lcl}
V_1(t) = V_2(t) + R_1 i_1(t) & & V_1(s) = V_2(s) + R_1 I_1(s) \\
V_2(t) = R_3(i_1(t) - i_2(t)) & \text{donc} & V_2(s) = R_3(\mathrm{I}_1(s) - I_2(s)) \\
V_2(t) = V_3(t) + R_2 i_2(t) & & V_2(s) = V_3(s) + R_2 I_2(s) \\
V_3(t) = R_4 i_2(t) & & V_3(s) = R_4 I_2(s)
\end{array}
$$

1.2 Etape 2

Dans chaque relation, on doit choisir une variable qui doit être définie par cette relation (une variable doit être définie une seule fois).

La variable d'entrée n'a pas à être définie :

$$I_1(s) = \frac{V_1(s) - V_2(s)}{R_1}$$

$$V_2(s) = R_3(\mathrm{I}_1(s) - I_2(s))$$

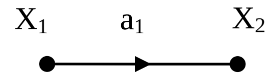
$$I_2(s) = \frac{V_2(s) - V_3(s)}{R_3}$$

$$V_3(s) = R_4\,\mathrm{I}_2(s)$$

1.3 Etape 3

On construit le graphe de fluence. On met à gauche le nœud d’entrée et à droite le nœud de sortie.

Lorsqu’on a : $X_2 = a_1 X_1$, le graphe correspondant est donc:



Lorsqu'on a : $X_4 = a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3$, le graphe correspondant est donc:

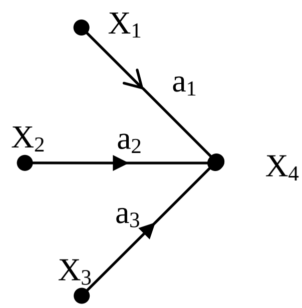


Figure 3.2

Reprenons l'exemple précédent, les équations de l'étape 2 peuvent être représentées par le graphe de fluence suivant:

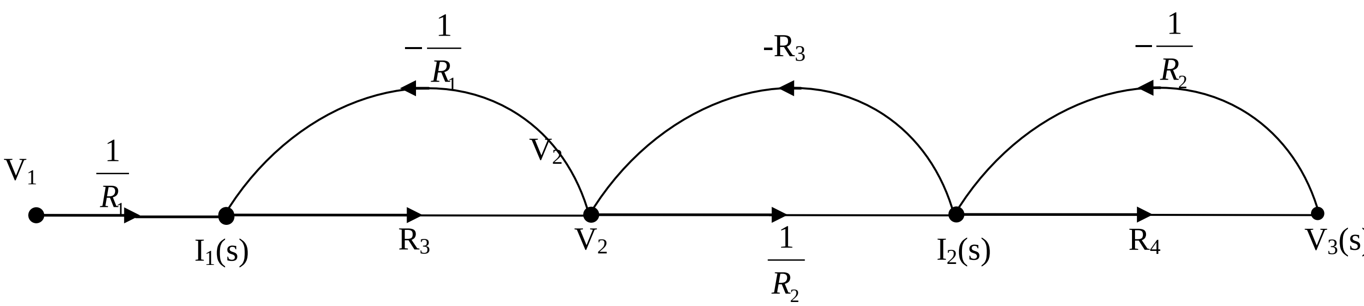


Figure 3.3

2 Définitions

- On appelle chaîne directe une chaîne passant une seule fois par chaque nœud.

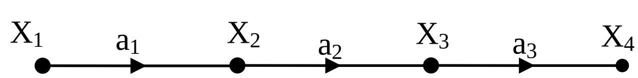


Figure 3.4

Le poids de cette chaîne directe est $T = a_1 a_2 a_3$

- On appelle boucle, un parcours suivant les flèches qui partant d’un nœud revient à ce nœud.

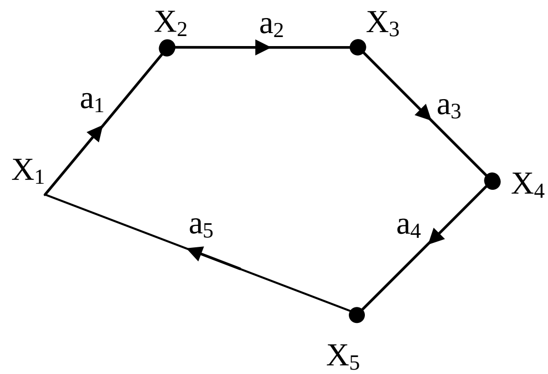


Figure 3.5

Le poids de cette boucle est $B = a_1a_2a_3a_4a_5$

- On dit que m boucles $B_1, B_2, B_3, \cdots, B_m$ sont disjointes si $\begin{matrix}\forall 1 \le i \le m \\ \forall 1 \le j \le m\end{matrix}$ avec i≠j, B_i et B_j n'ont pas de points en commun.

- On appelle déterminant d'un graphe :

$$\Delta = 1 - \sum B_i + \sum B_iB_j - \sum B_iB_jB_k$$

avec:

$\sum B_i$: somme des poids des différentes boucles

$\sum B_iB_j$: somme des produits des poids des boucles disjointes 2 à 2

(B_i *et* B_j doivent être disjointes)

$\sum B_iB_jB_k$: somme des produits des poids des boucles disjointes 3 à 3

(B_i, B_j *et* B_k doivent être disjointes)

3 Règle de MASON

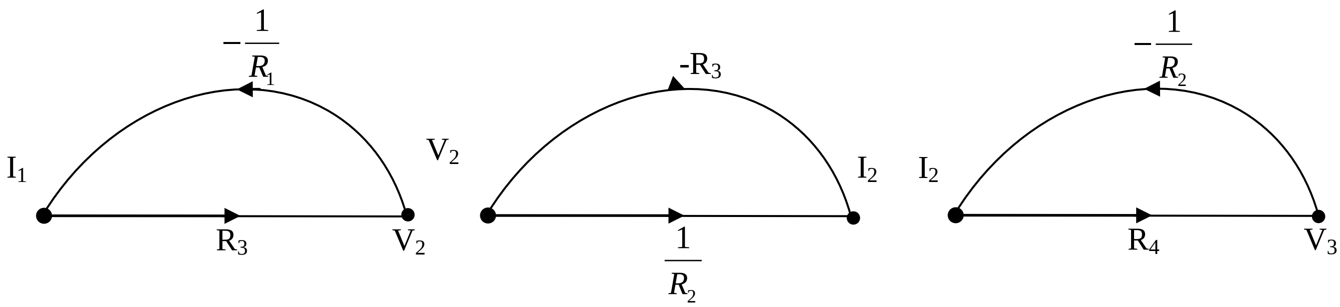
Pour déterminer la fonction de transfert :

- On calcule le déterminent du graphe complet;
- On détermine les chaînes directes liant le nœud d'entrée au nœud de sortie. On suppose qu'on a trouvé les chaines directes;
- On détermine le poids de chaque chaîne directe T_i, $1 \le i \le k$;
- Pour chaque chaîne directe, on calcule le déterminent Δ_i du graphe obtenu en supprimant tous les nœuds de la $i^{\text{ème}}$ chaîne directe.
- La fonction de transfert s'écrit alors:

$$H(s) = \frac{\sum_{i=1}^{k} T_i\Delta_i}{\Delta}$$

3.1 Exemple

Pour l'exemple précédant, il y a trois boucles.



$B_1 = -\frac{R_3}{R_1}$ $\quad$ $B_2 = -\frac{R_3}{R_2}$ $\quad$ $B_3 = -\frac{R_4}{R_2}$

Figure 3.6

- $\sum B_i = -(\frac{R_3}{R_1} + \frac{R_3}{R_2} + \frac{R_4}{R_2})$
- Il y a seulement les boucles 1 et 3 qui sont disjointes

  $\sum B_i B_j = B_1 B_3 = \frac{R_3 R_4}{R_1 R_2}$

  Ainsi :

  $$\Delta = 1 + (\frac{R_3}{R_1} + \frac{R_3}{R_2} + \frac{R_4}{R_2}) + \frac{R_3 R_4}{R_1 R_2}$$
  $$= \frac{R_1 R_2 + R_3 R_2 + (R_3 + R_4) R_1 + R_3 R_4}{R_1 R_2}$$
- Il y a une seule chaîne directe

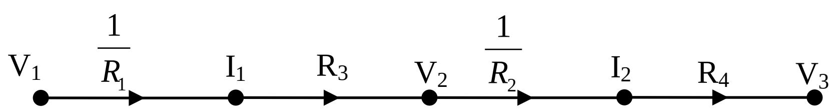


Figure 3.7

$T_1 = \frac{R_3 R_4}{R_1 R_2}$

- Lorsqu'on supprime du graphe initial tous les nœuds de la chaîne directe n°1, il ne reste plus de boucles ; donc $\Delta_1 = 1$.

  Ainsi:

$$H(s) = \frac{T_1 \Delta_1}{\Delta} = \frac{\frac{R_3 R_4}{R_1 R_2}}{\frac{R_1 R_2 + R_3 R_2 + (R_3 + R_4) R_1 + R_3 R_4}{R_1 R_2}} = \frac{R_3 R_4}{R_1 R_2 + R_3 R_2 + (R_3 + R_4) R_1 + R_3 R_4}$$