

המחלקה להנדסת תכנה

אנליזה נומרית

מועד דוגמא

ד"ר אלכסנדר צ'ורקין

תש"ף סמסטר א'

חומר עזר : נא סמן במשבצת המתאימה את המתאים

___ * ניתן להשתמש בכל מחשבון

___ V_ * לא ניתן להשתמש במחשבון Casio FX-991EX

___ * לא ניתן להשתמש במחשבון

___ V_ * לא ניתן להשתמש בחומר עזר

___ * מותר שימוש בדף נוסחאות, כמפורט: _____

___ * הבחינה בחומר פתוח – מותר להשתמש בכל חומר עזר מודפס או כתוב

הערות

___ יש לענות על כל השאלות במקומות המיועדים ע"ג טופס השאלון בלבד

___ יש להחזיר את השאלון ביחד עם הכריכה/מחברת.

אחר:

1.

2.

3.

השאלון מכיל 3_ עמודים (כולל עמוד זה).

בהצלחה !

=====

שאלה 1

חשבו את הערך של הפולינום $2.75x^3 - 2.95x^2 + 3.16x - 4.67$ עבור $x=1.07$ ע"י שימוש ב-3-digit chopping אחרי כל פעולה אריתמטית.

- ע"י חישוב משמאל לימין.
- ע"י חישוב מימין לשמאל.
- ע"י שימוש ב-horner rule.
- מה היא התשובה הנכונה?

תשובות: א. -1.31 ב. -1.33 ג. -1.31 ד. -1.297...

שאלה 2

נתון שלפונקציה $g(x) = x^3 - x^2 - 4x + 5$ יש 3 נקודות שבת. אחת מהן $x=1$.

- מצא את שתי נקודות שבת האחרות.
- האם איטרציה $x=g(x)$ מתכנסת לנקודת שבת אם נתחיל קרוב ל-1?

תשובות: א. $x = \pm\sqrt{5}$ ב. לא

שאלה 3

האם מתקיים?

$$\|X - Y\| \geq \|X\| - \|Y\|$$

הוכיחו או הפריכו.

שאלה 4

Given the following linear system:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 7 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$A\vec{x} = \vec{b}$$

- Find LU decomposition of the matrix A.
- Use L and U matrices to solve linear system.
- Calculate the determinant of the matrix A.

שאלה 5

עבור המטריצה

$$\begin{pmatrix} 9.7 & 6.6 \\ 4.1 & 2.8 \end{pmatrix}$$

מצאו את $\text{cond}(A)$ ע"י שימוש בנורמות 1 ואינסוף.

בדקו שמתקיים:

$$\text{cond}(A) \geq \frac{\lambda_{\max}(A)}{\lambda_{\min}(A)} \geq 1$$

שאלה 6

מצאו נוסחאת קירוב עבור $f''(x_0)$ מבוססת על ערכי הפונקציה f ב-3 הנקודות הבאות: $x_0, x_0 + h, x_0 + 3h$, כאשר h הינו מספר חיובי קטן. תן הסבר מפורט כיצד הגעת לקירוב זה. הנח כי f גזירה בכל הנדרש. יש להשתמש בשיטת Undetermined coefficients. מה הוא ה-order של הקירוב?

תזכורת: טור טיילור

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-a)^n \quad c_n = \frac{f^{(n)}(a)}{n!}$$

תשובה:

We want to solve $f''(x_0) \approx Af(x_0) + Bf(x_0 + h) + Cf(x_0 + 3h)$.

Expanding the right hand side in Taylor series, we obtain:

$$f''(x_0) \approx Af(x_0) + B[f(x_0) + hf'(x_0) + \frac{h^2}{2!}f''(x_0) + \frac{h^3}{3!}f'''(x_0) + \dots] +$$

$$C[f(x_0) + 3hf'(x_0) + \frac{9h^2}{2!}f''(x_0) + \frac{27h^3}{3!}f'''(x_0) + \dots]$$

Matching up $f(x_0)$, $f'(x_0)$ and $f''(x_0)$, we get

$$A + B + C = 0,$$

$$Bh + 3Ch = 0 \text{ and}$$

$$\frac{h^2}{2}(B + 9C) = 1.$$

Solving yields

$$A = \frac{2}{3h^2}, \quad B = -\frac{1}{h^2}, \quad \text{and} \quad C = \frac{1}{3h^2}$$

Thus, $f''(x_0) \approx \frac{1}{h^2}[\frac{2}{3}f(x_0) - f(x_0 + h) + \frac{1}{3}f(x_0 + 3h)]$. Expanding this in Taylor series shows that $\frac{1}{h^2}[\frac{2}{3}f(x_0) - f(x_0 + h) + \frac{1}{3}f(x_0 + 3h)] = f''(x_0) + \frac{4}{3}hf'''(\xi)$.