שאלה 1:

(א)

a) 1001.11

b) $0.000\overline{11}$

(ג) 9.75 כי למספר יש רק 6 ספרות משמעותיות
לכן מיוצג בצורה מדו"יק -> single

שאלה 2:

(א) $f(-1)=-1<0$ ו- $f(2)=45>0$ ומכיוון ש- f
רציפה: לפי משפט ערך הביניים קיים
$c\in(1,2)$ כך ש- $f(c)=0$.

מכיוון ש- $f'(x)=5x^4+4x^3\geq 9>0$ לכל $x\in[1,2]$
נקבל ש- f עולה ממש ב- $[1,2]$ ולכן
קיים שורש יחיד ב- $[1,2]$

(ב)

$$\frac{2-1}{2^n}<10^{-100} \Rightarrow 2^n>100^{100} \Rightarrow$$

$$n\log_2 2>100\log_2 10 \Rightarrow n>100\log_2 10 \Rightarrow$$

$$n>333$$

שאלה: 3

א) $7x^3 - 5x^2 + 9x - 3$

ב) -3

שאלה: 4

א)

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 11 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad \hat{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 14 \\ 15 \end{pmatrix} \Rightarrow x = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

ב)

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$Ax = b \Rightarrow LUx = b$

כאן ניתן לפתור 2 מערכות - ולקבל אותו פתרון =>

$$\begin{aligned} Ly &= b \\ + \quad Ux &= y \end{aligned} \Rightarrow x = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

ג) $|A| = |LU| = |L| \cdot |U| = 1 \cdot (1 \cdot -5 \cdot 5) = -25$

ד) $\|A\|_1 = 12 \qquad \|A^{-1}\|_1 = 28/25$

$$Cond(A) = 12 \cdot 28/25 = 13.44$$

שאלה 5:

מכיוון שב- backward difference משתמשים רק ב-
נקודות $f(x)$ ו- $f(x-h)$ נשתמש בנוסחה:

$$Q_1(x) = f(x_0)\cdot l_0(x) + f(x_1)\, l_1(x)$$

$$l_0(x) = \frac{x-x_1}{x_0-x_1}, \qquad l_1(x) = \frac{x-x_0}{x_1-x_0}$$

נגזור $l_i(x)$

$$l_0'(x) = \frac{1}{x_0-x_1} \qquad l_1'(x) = \frac{1}{x_1-x_0}$$

$$Q_1'(x_0) = \frac{f(x_0)}{x_0-x_1} + \frac{f(x_1)}{x_1-x_0} + \frac{1}{2} f''(\varepsilon)(x_0-x_1) =$$

$$= \frac{f(x_0)-f(x_1)}{x_0-x_1} + \frac{1}{2} f''(\xi)(x_0-x_1)$$

נציב $x_0 = x$ ו- $x_1 = x-h$

$$= \frac{f(x)-f(x-h)}{x-x+h} + \frac{1}{2}(x-x+h) =$$

$$= \frac{f(x)-f(x-h)}{h} + O(h)$$