עבודת הגשה 4 – בסיסי נתונים

מגישות:
צליל לוי – 206796088
לינוי אסלן – 313279036

שאלה 1:

סעיף א':

נרצה לחשב את כל המפתחות המועמדים של היחס הנתון.
ניתן לראות בקבוצת ה-FDs המתקיימת על היחס הנתון כי לא ניתן להגיע ל-D ול-G באמצעות אף גרירה, מכאן שאפשר לומר ששני אלו חייבים להיות במפתח מועמד.
נבצע סגור על DG:

$D^+ = \{D\}$
$G^+ = \{G\}$
$DG^+ = \{DG\} \neq R$

קיבלנו כי סגור של DG לא שווה ל-R, לכן איננו מפתח-על ולכן גם לא יהיה מפתח מועמד בהכרח.
נרצה להוסיף ל-DG אות נוספת (או יותר, נראה בהמשך) על-מנת להגיע ל-R.
נעבור על קבוצת ה-FDs המתקיימות על היחס:

אם נוסיף ל-DG את A :

$A^+ = \{AB\}$
$ADG^+ = \{ABDG\}^+ = \{ABDEFG\}^+ = \{ABCDEFG\} = R$

ניתן לראות כי סגור של ADG שווה ל-R ומכאן מפתח-על לפחות. נבדוק האם הוא גם מפתח מועמד – אם נוריד את A נשאר רק עם DG וראינו כבר שאינו שייך ל-R, ולא ניתן להוריד את G או D, כיוון שציינו למעלה שחייב אותם על-מנת להיות מפתח מועמד. מכאן ש-<u>ADG מפתח מועמד.</u>

אם נוסיף ל-DG את BC:

$BC^+ = \{ABC\}$
$BCDG^+ = \{ABCDG\}^+ = \{ABCDEFG\} = R$

ניתן לראות כי סגור של BCDG שווה ל-R ומכאן מפתח-על לפחות. נבדוק האם הוא גם מפתח מועמד – אם נוריד את B או C בהכרח הסגור לא יהיה שווה ל-R וזאת בשל העובדה ש-BC גורר A אבל B או C בנפרד לא גורר את A ולכן לא ניתן להגיע ל-A בשום צורה אחרת. כמו כן, לא ניתן להוריד את G או D לפי הנ"ל. מכאן ש-<u>BCDG מפתח מועמד</u>.

אם נוסיף ל-DG את F:

$F^+ = \{CF\}$
$DFG^+ = \{CDFG\}^+ = \{CDEFG\} \neq R$

ניתן לראות כי DGF שונה מ-R ולכן איננו מפתח-על ובהכרח גם איננו מפתח מועמד. כמו כן, ניתן להבחין שהמאפיינים החסרים כדי להגיע ל-R הם A ו-B. לפי קבוצת ה-FDs ישנה גרירה BC גורר A, ולכן נרצה להוסיף את B ל-DGF על-מנת לקבל את R:

$BDFG^+ = \{BCDFG\}^+ = \{ABCDEFG\} = R$

ניתן לראות כי סגור של BDFG שווה ל-R ומכאן מפתח-על לפחות. נבדוק האם הוא גם מפתח מועמד – הסרה של B לא תהיה מפתח בכלל (ראינו למעלה), מכאן ש-<u>BDFG מפתח מועמד</u>.

לסיכום, <u>המפתחות המועמדים</u>: ADG, BCDG, BDFG.

סעיף ב':

$X = \{A\text{->}B, BC\text{->}A, AD\text{->}EF, F\text{->}C, FG\text{->}E\}$

<u>שלב 1</u>: נבצע תחילה Split:

Split: $X' = \{A\text{->}B, BC\text{->}A, AD\text{->}E, AD\text{->}F, F\text{->}C, FG\text{->}E\}$

<u>שלב 2</u>: עבור FD עם יותר ממאפיין אחד בצד שמאל, ננסה להסיר את אחד מהמאפיינים ונבדוק האם הסגור הנוכחי של המאפיין, שווה לסגור שלו לפני השינויים:

נתחיל ממחיקת B ב-FD BC->A:

$E = \{ A\text{->}B, C\text{->}A, AD\text{->}E, AD\text{->}F, F\text{->}C, FG\text{->}E\}$

$C^+(E) = \{ABC\} \neq C^+(X') = \{C\}$

לא ניתן למחוק את B לפי הנ"ל.

ננסה למחוק את C ב-FD BC->A:

$E = \{ A\text{->}B, B\text{->}A, AD\text{->}E, AD\text{->}F, F\text{->}C, FG\text{->}E\}$

$B^+(E) = \{AB\} \neq B^+(X')=\{B\}$

מכאן שלא ניתן למחוק את C לפי הנ"ל.

ננסה למחוק את A ב-FD AD->E:

$E = \{ A\text{->}B, BC\text{->}A, D\text{->}E, AD\text{->}F, F\text{->}C, FG\text{->}E\}$

$D^+(E) = \{DE\} \neq D^+(X') = \{D\}$

מכאן שלא ניתן למחוק את A לפי הנ"ל.

ננסה למחוק את D ב-FD AD->E:

$E = \{ A\text{->}B, BC\text{->}A, A\text{->}E, AD\text{->}F, F\text{->}C, FG\text{->}E\}$

$A^+(E) = \{ABE\} \neq A^+(X') = \{AB\}$

מכאן שלא ניתן למחוק את D לפי הנ"ל.

ננסה למחוק את A ב-FD AD->F:

$E = \{ A\text{->}B, BC\text{->}A, AD\text{->}E, D\text{->}F, F\text{->}C, FG\text{->}E\}$

$D^+(E) = \{DFC\} \neq D^+(X') = \{D\}$

מכאן שלא ניתן למחוק את A לפי הנ"ל.

ננסה למחוק את D ב-FD AD->F:

$E = \{ A\text{->}B, BC\text{->}A, AD\text{->}E, A\text{->}F, F\text{->}C, FG\text{->}E\}$

$A^+(E) = \{ABFC\} \neq A^+(X') = \{AB\}$

מכאן שלא ניתן למחוק את D לפי הנ"ל.

ננסה למחוק את F ב-FD FG->E:

$E = \{ A\text{->}B, BC\text{->}A, AD\text{->}E, AD\text{->}F, F\text{->}C, G\text{->}E\}$

$G^+(E) = \{EG\} \neq G^+(X') = \{G\}$

מכאן שלא ניתן למחוק את F לפי הנ"ל.

ננסה למחוק את G ב-FD FG->E:

$E = \{ A\text{->}B, BC\text{->}A, AD\text{->}E, AD\text{->}F, F\text{->}C, F\text{->}E\}$

$F^+(E) =\{CEF\} \neq F^+(X') = \{CF\}$

מכאן שלא ניתן למחוק את G לפי הנ"ל.

שלב 3: עבור כל כלל FD, ננסה להסיר אותו מקבוצת ה- FDs הנוכחית ונבדוק האם הסגור הנוכחי של המאפיין, שווה לסגור שלו לפני השינויים:

X' = { A->B, BC->A, AD->E, AD->F, F->C, FG->E}

ננסה למחוק את ה-FD A->B:

T = {BC->A, AD->E, AD->F, F->C, FG->E}

$A^+(T) = \{A\} \neq A^+(X') = \{AB\}$

מכאן שלא ניתן למחוק את A->B לפי הנ"ל.

ננסה למחוק את ה-FD BC->A:

T = { A->B, AD->E, AD->F, F->C, FG->E}

$BC^+(T) = \{BC\} \neq BC^+(X') = \{ABC\}$

מכאן שלא ניתן למחוק את BC->A לפי הנ"ל.

ננסה למחוק את ה-FD AD->E:

T = { A->B, BC->A, AD->F, F->C, FG->E}

$AD^+(T) = \{ABCDF\} \neq AD^+(X') = \{ABCDEF\}$

מכאן שלא ניתן למחוק את AD->E לפי הנ"ל.

ננסה למחוק את ה-FD AD->F:

T = { A->B, BC->A, AD->E, F->C, FG->E}

$AD^+(T) = \{ABDE\} \neq AD^+(X') = \{ABCDEF\}$

מכאן שלא ניתן למחוק את AD->F לפי הנ"ל.

ננסה למחוק את ה-FD F->C:

T = { A->B, BC->A, AD->E, AD->F, FG->E}

$F^+(T) = \{F\} \neq F^+(X') = \{CF\}$

מכאן שלא ניתן למחוק את F->C לפי הנ"ל.

ננסה למחוק את ה-FD FG->E:

T = { A->B, BC->A, AD->E, AD->F, F->C}

$FG^+(T) = \{CFG\} \neq FG^+(X') = \{CEFG\}$

מכאן שלא ניתן למחוק את FG->E לפי הנ"ל.

שלב 4: נבצע combine:

Xmin = {A->B, BC->A, AD->EF, F->C, FG->E} = X

סעיף ג':

ניתן לראות לפי סעיף ב', כי הכיסוי הקנוני שנמצא שווה ל-X עצמו,
אך, ניתן לומר שישנו כיסוי קנוני נוסף והוא האופציה שלפני ביצוע combine, כלומר במקרה שלנו האופציה הנוספת היא ה-'X שלאחר ה-split.
מכאן ששני הכיסויים הקנונים האופציונליים הם:

1. Xmin = {A->B, BC->A, AD->EF, F->C, FG->E}
2. Xmin = {A->B, BC->A, AD->E, AD->F, F->C, FG->E}

סעיף ד':

נרצה לבדוק האם R הנתון נמצא ב-BCNF. לשם כך, ניקח כלל מקבוצת X הנתונה של כללי ה-FDs ונבדוק האם מתקיימת הפרה:

ניקח את A->B:

$A+ = \{AB\} \neq R$

הסגור של A שונה מ-R ולכן ישנה הפרה, ומכאן ש-R לא נמצא ב-BCNF.

נרצה לבצע פירוק:

ABCDEFG
A->B

R_1 = AB
שייך ל-BCNF
כי 2 מאפיינים
לפי משפט
שלמדנו בהרצאה

R_2 = ACDEFG
F->C
$F^+ = \{FC\} \neq R_2$

R_3 = FC
שייך ל-BCNF
כי 2 מאפיינים
לפי משפט
שלמדנו בהרצאה

R_4 = ADEFG
FG -> E
$FG^+ = \{FGE\} \neq R_4$

R_5 = FGE
ניתן לראות שלא
קיים כלל בקבוצת
ה-FDs שמפר, לכן
ב-BCNF

F+ = {F} - Trivial
G+ = {G} - Trivial
E+ ={E} - Trivial
FG+ = {FGE} = R
FE+ = {FE} - Trivial
GE+ = {GE} - Trivial

R_6 = ADFG
AD->F
$AD^+ = \{ADF\} \neq R_6$

R_7 = ADF
ניתן לראות שלא
קיים כלל בקבוצת
ה-FDs שמפר, לכן
ב-BCNF

A+ = {A} - Trivial
D+ = {D} - Trivial
F+ ={F} - Trivial
AD+ = {ADF} = R
AF+ = {AF} - Trivial
DF+ = {DF} - Trivial

R_8 = ADG
ניתן לראות שלא
קיים כלל בקבוצת
ה-FDs שמפר, לכן
ב-BCNF

A+ = {A} - Trivial
D+ = {D} - Trivial
G+ ={G} - Trivial
AD+ = {AD} - Trivial
AG+ = {AG} - Trivial
DG+ = {DG} - Trivial

<u>פירוק:</u> AB, FC, FGE, ADF, ADG.

סעיף ה':

שלב 1: מציאת מפתחות מועמדים - בסעיף א' חישבנו את המפתחות המועמדים על היחס הנתון, והם: ADG, BCDG, BDFG.

שלב 2: נבדוק האם ישנה הפרה:

FG -> E

$FG^+ = \{FGE\}^+ = \{CFGE\} \neq R$

כמו כן, ניתן לראות כי E לא מוכל באף אחד מהמפתחות המועמדים שמצאנו.

מכאן שישנה הפרה, ו-**R לא נמצאת ב-3NF**. מכאן שנמשיך לפירוק.

שלב 3: בסעיף ב' חישבנו את Xmin שלנו ומצאנו שהוא שווה ל-X הנתון:

Xmin = {A->B, BC->A, AD->EF, F->C, FG->E} = X

שלב 4: נסמן את קבוצת היחסים לכל FD ב-Xmin משלב 3 באות D:

D = AB, BCA, ADEF, FC, FGE

שלב 5: נבדוק האם ישנם קבוצת מאפיינים שמוכלת בקבוצת כללים אחרת, במידה ויש כזו נסיר אותם מ-D:

ניתן לראות כי AB מוכל ב-BCA ולכן נסיר את AB מ-D.

כמו כן, נבדוק האם ישנם כפילויות ב-D – אין.

D = BCA, ADEF, FC, FGE

שלב 6: נבדוק האם קיים יחס ב-D המכיל מפתח מועמד – אין, ולכן נוסיף באופן שרירותי את אחד מהמפתחות המועמדים לקבוצה D:

D = BCA, ADEF, FC, FGE, ADG

<u>סעיף ו'</u>:

נרצה לבדוק האם R הנתון נמצא ב-4NF.

לפי משפט שלמדנו בהרצאה, אם יש קבוצת FDs אז יש קבוצת MDs. נסמן את קבוצת ה-MDs ב-F:

F = { A->->B, BC->->A, AD->->EF, F->->C, FG->->E }

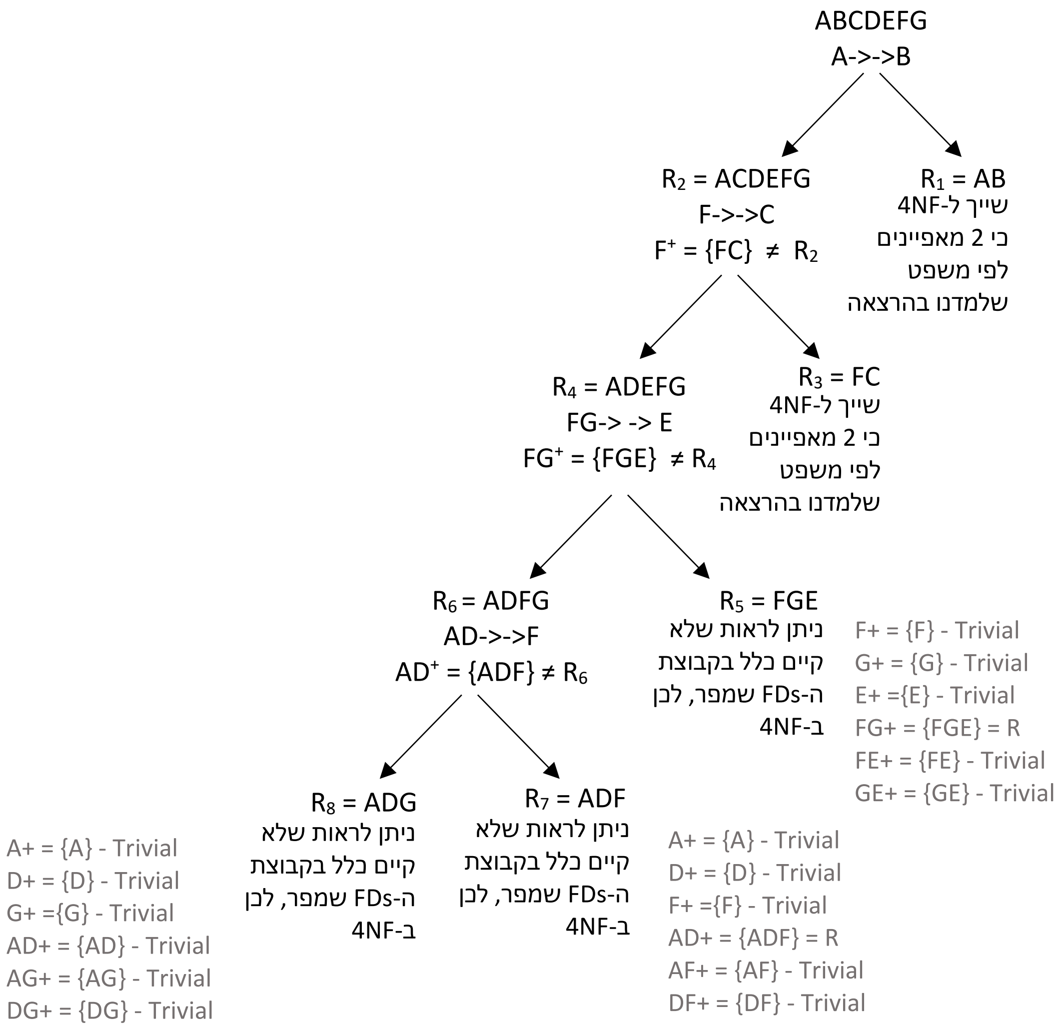
לשם כך, ניקח את כלל מקבוצת F הנ"ל של כללי ה-MDs ונבדוק האם מתקיימת הפרה:

ניקח את A->->B:

A+ = {AB} ≠ R

הסגור של A שונה מ-R ולכן ישנה הפרה, ומכאן ש-R לא נמצא ב-4NF.

נרצה לבצע פירוק:



<u>פירוק:</u> AB, FC, FGE, ADF, ADG.

שאלה 2 :

<u>סעיף 1:</u>

דוגמא נגדית:

	A	B	C
s	1	1	2
t	1	2	2

R = ABC
X = ABC
Y = AB
Z = BC

X->YUZ: ABC->ABC
X\Z->YUZ: A->ABC ✗

ABC->ABC מתקיים כיוון שטריוויאלי.
לעומת זאת, ניתן לראות לפי הטבלה הנ"ל, כי A (X\Z) לא גורר את ABC (YUZ),
כיוון שמתקיים s[A]=t[A], אך s[ABC] ≠ t[ABC] . <u>הפרכה !</u>

<u>סעיף 2:</u>

דוגמא נגדית:

	A	B	C
s	1	1	2
t	1	2	2

R = ABC
X = ABC
Y = AB
Z = BC

X->YUZ: ABC->ABC
X\Z->Y: A->AB ✗

ABC->ABC מתקיים כיוון שטריוויאלי.
לעומת זאת, ניתן לראות לפי הטבלה הנ"ל, כי A (X\Z) לא גורר את AB (Y),
כיוון שמתקיים s[A]=t[A], אך s[AB] ≠ t[AB] <u>הפרכה !</u>

סעיף 3:

דוגמא נגדית:

	A	B	C	D
s	1	1	1	1
t	1	2	2	2

R = ABCD
X = AC
Y = B
Z = C

XUY->->Z: ABC->->C
X\Z->-> YUZ: A->->BC ✘

ניתן לראות לפי הטבלה הנ"ל, כי ABC->->C מתקיים כי s[ABC] ≠ t[ABC] וכאשר 2 שורות שונות מלכתחילה התנאי מתקיים. לעומת זאת, A->->BC לא מתקיים, שכן s[A] = t[A], אך לא קיים u שמקיים s[ABC] = u[ABC] ו-t[R\ABC]=u[R\ABC]. הפרכה !

סעיף 4:

נרצה להוכיח כי בכל יחס R בו לא מתקיים XUZ->->Y, לא מתקיים גם X\Z->->YUZ:

(1) נעזר בטענת contra positive שאומרת כי p->q שקול ל-p! -> q!
לפי טענה זו נרצה להוכיח את הגרירה:
אם X\Z->->YUZ מתקיים, אז XUZ->->Y מתקיים.
(2) לפי הנתון מתקיים כי לכל s,t ∊ R, אם מתקיים כי s[X\Z] = t[X\Z],
אז קיים u המקיים s[(X\Z)UYUZ] = u[(X\Z)UYUZ]
וגם t[R\ (X\Z)UYUZ] = u[R\ (X\Z) UYUZ] .
לפי תורת הקבוצות ניתן לומר כי X\Z)UYUZ = XUYUZ) , כלומר:
s[XUYUZ] = u[XUYUZ] וגם t[R\ XUYUZ] = u[R\ XUYUZ].
(3) וכמו כן, קיים v המקיים t[(X\Z)UYUZ] = v[(X\Z)UYUZ]
וגם s[R\ (X\Z)UYUZ] = v[R\ (X\Z) UYUZ] .
לפי תורת הקבוצות ניתן לומר כי X\Z)UYUZ = XUYUZ) , כלומר:
t[XUYUZ] = v[XUYUZ] וגם s[R\ XUYUZ] = v[R\ XUYUZ].
(4) נרצה להראות כי הצד שני של הגרירה מתקיים.
אם מתקיים s[XUZ] = t[XUZ], אז בהכרח יהיו u,v כך ש-
s[XUYUZ] = u[XUYUZ] וגם t[R\ XUYUZ] = u[R\ XUYUZ],
t[XUYUZ] = v[XUYUZ] וגם s[R\ XUYUZ] = v[R\ XUYUZ]
והרי שהראנו שהנ"ל מתקיים כבר ב-(2) ו-(3). מש"ל.

סעיף 5:

דוגמא נגדית:

	A	B	C	D	E
s	2	1	1	1	1
t	2	1	1	2	2

R = ABCDE
X = B
Y = CD
Z = DE

X\Y->->Z: B->->DE
X ->-> Z\Y: B->->E ✘

ניתן לראות לפי הטבלה הנ"ל, מתקיים כי B->->DE, כיוון שמתקיים s[B] = t[B], וקיימת שורה u=s המקיימת u[BDE]=s[BDE] וגם מתקיים u[R\BDE] = t[R\BDE] , וכמו כן קיימת שורה v=t המקיימת v[BDE]=t[BDE] וגם מתקיים v[R\BDE] = s[R\BDE] .
לעומת זאת, B->->E לא מתקיים, שכן מתקיים s[B]=t[B], אך לא קיימת שורה u המקיימת u[BE]=s[BE] וגם מתקיים u[R\BE] = t[R\BE]. <u>הפרכה !</u>