

# מבוא לסיבוכיות

"בעבר נאמר שאם תשים כמות אין-סופית של קופים ותתן לכל אחד מהם מכונת כתיבה, אחד מהם יכתוב בסוף יצירת מופת. עכשיו, בעזרת האינטרנט זה הוכח כלא-נכון." רוברט וילנסקי.

## חלק א – מבוא

בחיים אנו נתקלים בבעיות ומשימות רבות. חלקן קשות יותר וחלקן פחות. אך מה עושה בעיה לקלה או לקשה? ויותר חשוב מהי בעיה "קשה מאד" ומהי בעיה "קצת קשה"? אולי יש בעיות שבכלל לא ניתן לפתור? על הקו הדק הזה נלך היום בשיעור.

### ערוך סקר

שאל את הילדים מי מעדיף לעשות בחינה בהיסטוריה לעומת מי מעדיף להכין עבודה. נהל דיון קצר על הנושא – שים דגש על השאלה **למה** וכתוב מילות מפתח שנזרקו במהלך הדיון על הלוח כמו "זמן השקעה", "**קושי** בתהליך ההתכוננות\הכנת העבודה", "אי-ודאות לגבי הציון- **תוצאת ההשקעה**" ועוד...

האם יש לנו כלי **אובייקטיבי** להכריע איזה פתרון יותר טוב? בחינה או עבודה? אז כמו שניתן לראות, יש לנו אי הסכמה. וזה טוב מאד! כל אחד מעריך את הקושי של "השגת ציון טוב בהיסטוריה" בצורה אחרת, ולכן יעדיף דרך פתרון שונה לבעיה. כלומר, אין פתרון שהוא **אופטימלי**.

אפילו בשאלת אכילת קרמבו חצי אוכלים קודם את הביסקוויט.. (לדעתי פעולה ברברית ביותר..)

אז מה זה אומר?

שאין פתרונות טובים יותר וטובים פחות לבעיות? ברור שלא, אחרת המדע לא היה מתקדם.

אז מתי יש פתרון טוב ומתי אין?

כאשר יש לנו כלים **אובייקטיביים** להעריך את הפתרון. או יותר נכון, יש לנו כלים **להעריך את גודל הבעיה** ולהבין עד כמה היא קשה – רק כך נוכל להעריך עד כמה טוב הפתרון שלנו. למשל פתרון שלוקח 10 שנים נשמע פתרון רע מאד נכון? אך אם הבעיה היא "להכריע חד משמעית האם יש חיים מחוץ לכדור הארץ?" נשמע ש10 שנים זה זמן סביר כדי לקבל תשובה חד משמעית בנושא לא?

## חלק ב' – ווידוא של פתרון לעומת מציאת פתרון

### **פעילות 1**

חלק את הכיתה ל2, לקבוצה 1 תן משימה – למצוא מספר תלת ספרתי שסכום ספרותיו 18, כל ספרותיו שונות זו מזו והוא מתחלק ב3.  
לקבוצה השניה תן את המספרים 837, 909, 145 על דף ובקש מהם להכריע האם אחד המועמדים עומד בקריטריון שהצבת לקבוצה השניה. (837 אכן עומד בקריטריון) סביר להניח שקבוצה 2 תפתור את הבעיה שלה מהר באופן משמעותי.

### **פעילות 2**

חלק הכיתה ל2 קבוצות, לקבוצה 1 תן את דף ההנחיות המצורף (השולחן העגול), לקבוצה 2 תן לוודא את הפתרון המצורף לאימות.

מה בעצם קרה כאן? בואו נחשוב על זה מכיוון אחר...  
מי מכם פתר תשבץ\תשחץ לאחרונה?  
כמה זמן לקח לכם לפתור אותו (חשב ממוצע בין התלמידים)  
בעיתון בדר"כ מפרסמים יום למחרת את פתרון התשבץ.  
כמה זמן יקח לכם לוודא שהפתרון שנתנו כותבי העיתון הוא נכון? (הרבה יותר מהיר, אולי נצטרך לוודא שאכן ביל קלינטון היה הנשיא ה42 של ארה"ב, אך הרבה מן הפתרונות "יסתדרו לנו")

דון עם התלמידים ותגיעו יחדיו למסקנה **שכנראה שלמצוא פתרון לבעיה קשה יותר מאשר לאמת פתרון נתון.**

שאל אותם האם למישהו יש הוכחה שכך הדבר.  
הסבר להם שהדבר נשמע מאד אינטואיטיבי, אך לא מוכח.  
זוהי למעשה גרסא של הבעיה המפורסמת NP מול P. שעליה מוצע פרס של מליון דולר.  
[/http://www.claymath.org/millennium/P\\_vs\\_NP](http://www.claymath.org/millennium/P_vs_NP)  
כלומר: לא ידוע שבעיית **מציאת הפתרון** קשה יותר מלוודא אותו, אך לא מצאנו עדיין דרך (וסביר שלא תמצא) להראות ששתי הבעיות "שקולות בקשיות".

בתכונה הזאת שראינו כרגע משתמשים בהרבה תחומים במחשבים, בעיקר בעולם ההצפנה.  
(למדריך, כדאי לשקול להעביר בשיעור הבא את נושא ההצפנה וכך להשלים את התמונה)

## חלק ג' – מציאת פתרון

אז הבנו שמציאת פתרונות היא הבעיה האמיתית שלנו....

### אז מה לדעתכם הופך בעיית מציאת פתרון ל"בעיה קשה" בעולם המחשבים?

צפה וכוון לתשובות הבאות:

1. בעיה לא פתירה.
2. בעיה שדורשת זמן רב.
3. בעיה שדורשת מקום אחסון רב.

ואלו הם באמת 3 העקרונות הבסיסיים המנחים אותנו.

בואו ננסה להתעמק בבעיות הפתירות – הן מעניינות אותנו בשיעור זה יותר.  
ויותר מזה, ננסה להתעמק בנושא הזמן הנדרש לפתרון הבעיה.

כמו שאתם יודעים – זמן הוא גורם מאד משמעותי, אנחנו עולם שרוצה פתרונות מהר ועכשיו, לכן ננסה להתעמק יותר בשיקולי הזמן של פתרון הבעיה. שיקול המקום גם הוא חשוב אך לקנות עוד רכיבי זכרון כיום למחשב זה סיפור לא כל כך יקר...

### **פעילות 3**

- א. חלק את הכיתה לקבוצות ותן להם את פאזל מספר 1 (5 חלקים)  
מדוד זמן ביצוע וחשב ממוצע.
- ב. תן לאותן הקבוצות את פאזל ה-10 חלקים.  
מדוד זמן ביצוע.
- ג. תן לאותן הקבוצות את פאזל ה-20 חלקים.  
מדוד זמן ביצוע.

צייר כגרף את העליה בזמני הביצוע. דיין עם התלמידים מה הם חושבים המשמעות של התוצאות.

**מסקנה:** הזמן שלקח לפתור את בעיית הפאזל גדל באופן לא ליניארי, כלומר הכפלה של כמות החלקים לא הכפילה את כמות הזמן אלא גרמה לעבודה רבה יותר.

דיין: האם זה תמיד קורה?

הכוון את הדיון לבעיה הבאה: חיפוש מחברת "חשבון" בערמת מחברות זהות בכריכתן.  
כמה בדיקות נצטרך לעשות במקרה הכי גרוע? (כמות המחברות בערימה פחות 1).  
נניח וכרגע נוספה מחברת נוספת לערימה, מה קרה לזמן החיפוש? (גדל ב-1).

**מסקנה:** לכל בעיה יש קצב גידול שונה.

כלומר, קצב הגידול אומר לנו בכמה זמן העבודה תגדל כאשר גודל הבעיה גדל. ככל שקצב הגידול קטן יותר כך הפתרון שלנו טוב יותר.

הזכר לתלמידים כי בעיית מציאת המחברת שקולה לבעיית מציאת מספר במעריך לא ממויין – אותה הם למדו בשיעור חיפוש (צוללות).

**מסקנה:** אנחנו יכולים לומר שפתרון פאזל בן  $n$  חלקים היא בעיה קשה יותר ממציאת מחברת בערימה בת  $n$  מחברות (במקרה הגרוע ביותר).

מה לגבי מציאת ספר בספרייה?

בספרייה הספרים ממויינים בסדר מסוים, קל יותר למצוא את הספר (בניגוד למחברות בדוגמא הקודמת).

הזכר לתלמידים את הקשר לבעיית מציאת מספר במעריך ממויין – גם כן משיעור הצוללות. אם דיברתם על כך בשיעור, הזכר להם שהגעתם למסקנה שפתרון הבעיה עולה  $\log$  של מספר הספרים.

**מסקנה:** מציאת ספר בספרייה בת  $n$  מחברות קל יותר מאשר מציאת מחברת בערימה לא מסודרת של  $n$  מחברות.

ייתכן וזאת הסיבה למה אמא מתעקשת שתסדרו את החדר ☺

כמה דוגמאות מספריות:

נניח שבדיקת כל מחברת אם היא מחברת חשבון ובדיקת ספר האם הוא הספר שאנו מחפשים לוקחת יחידת זמן 1 (למשל שניה).

כמה זמן יקח לנו למצוא מחברת בערימה בת 256 מחברות? (במקרה הכי גרוע 255)

כמה זמן יקח לנו למצוא את הספר בספרייה הממויינת בת 256 ספרים? (במקרה הכי גרוע 8)

הבדל משמעותי...

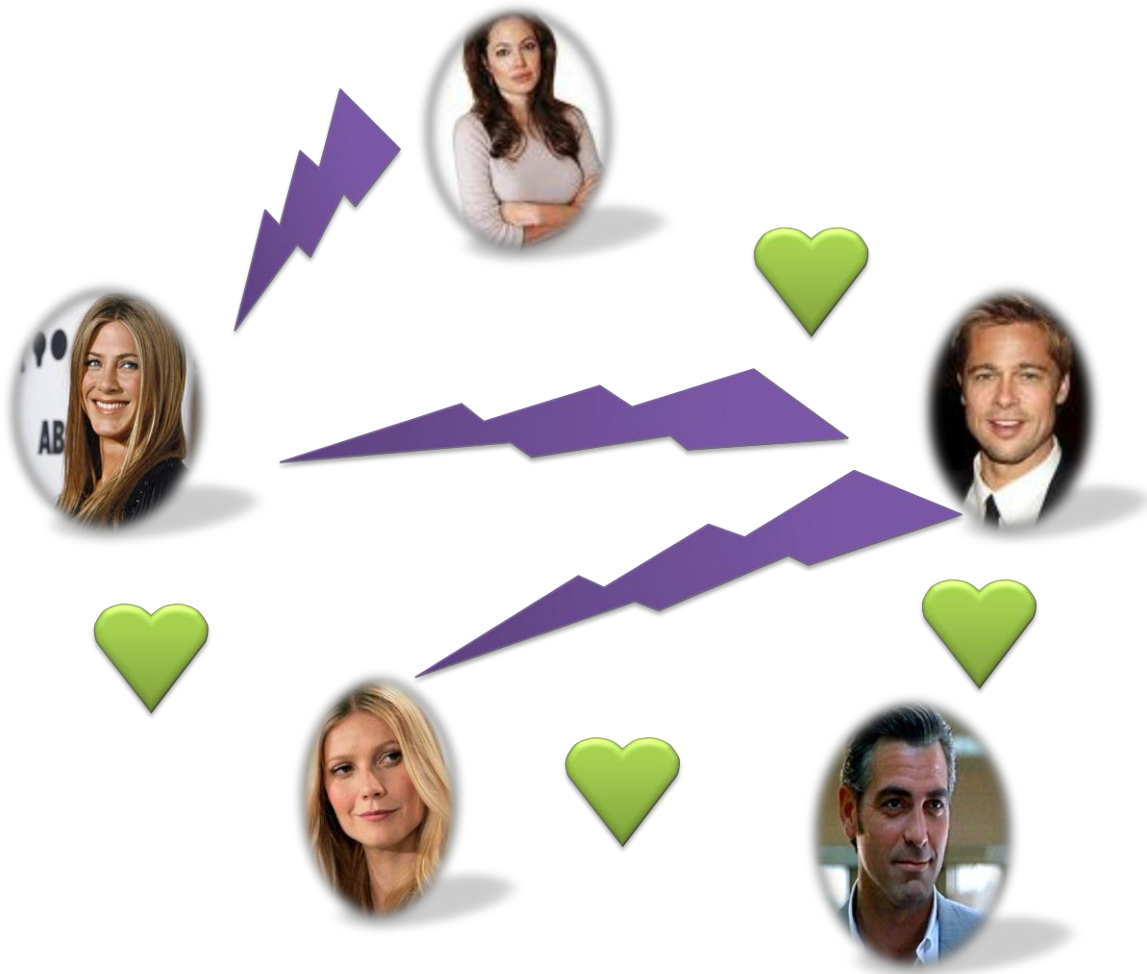
מה לגבי אם נכפיל את מספר המחברות והספרים? (לחשב איתם)

**מסקנה:** הבדל בקצב הגידול של הבעיה נהיה משמעותי יותר ויותר ככל שהבעיה גדלה.

## חלק ד' – סיכום

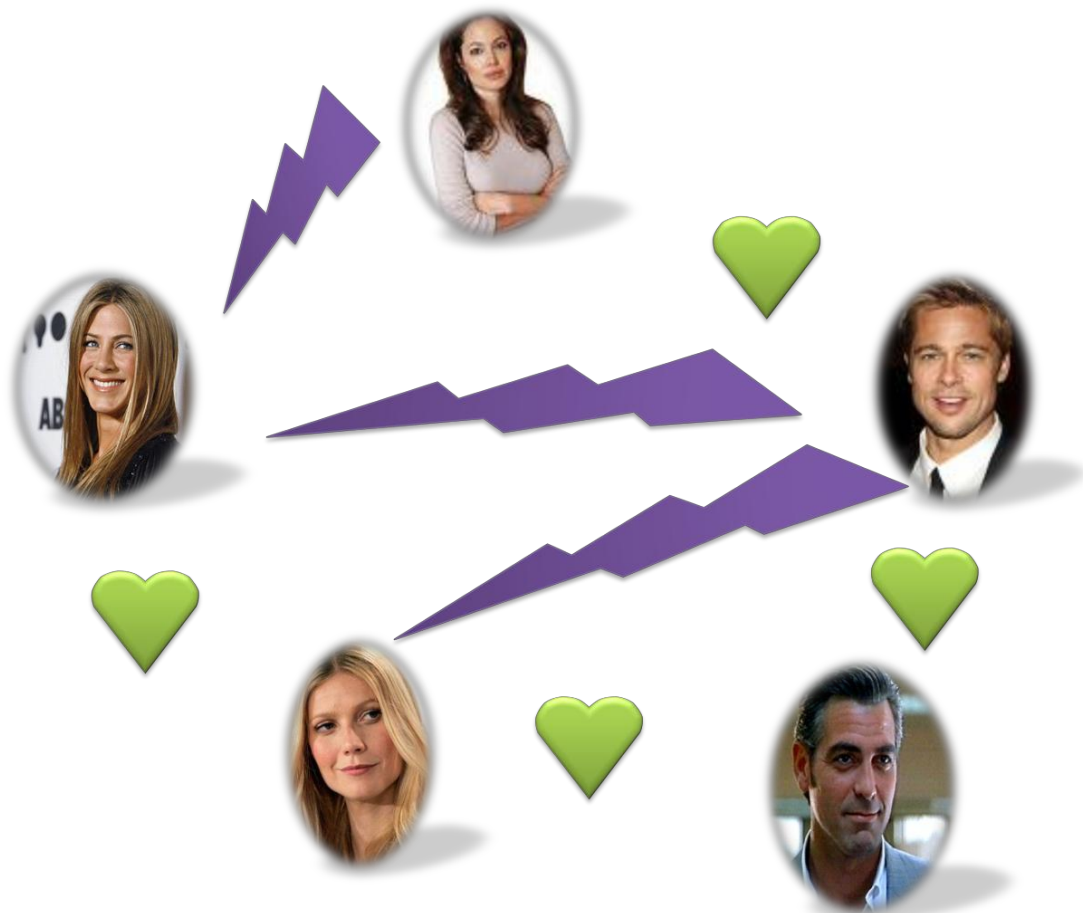
עולם הבעיות במחשבים הוא עולם גדול ומורכב. הוא כיום בחזית המחקר כאשר כמו שראיתם רב הנסתר על הגלוי. בעיות שנראות לנו קשות כיום, מחר יכולות להיות קלות כאשר ימצא להן פתרון (למשל, עד לפני מספר לא רב של שנים לבדוק האם מספר הוא ראשוני נראתה בעיה קשה, כיום הבעיה נחשבת קלה). בנוסף הפרדנו בין פתרונות טובים ופחות טובים לבעיות שונות כמו פאזלים, מציאת ספר ועוד. האם הפתרונות שיש לנו כיום הם הכי טובים? האם באמת למצוא פתרון יותר קשה מללמוד אותו? קשה לדעת. אולי אחד מכם יגלה את התשובה. ☺

לטקס האוסקר הקרוב מוזמנים 5 שחקנים וביניהם אהבות  
ומריבות רבות המתוארות בציור הבא:

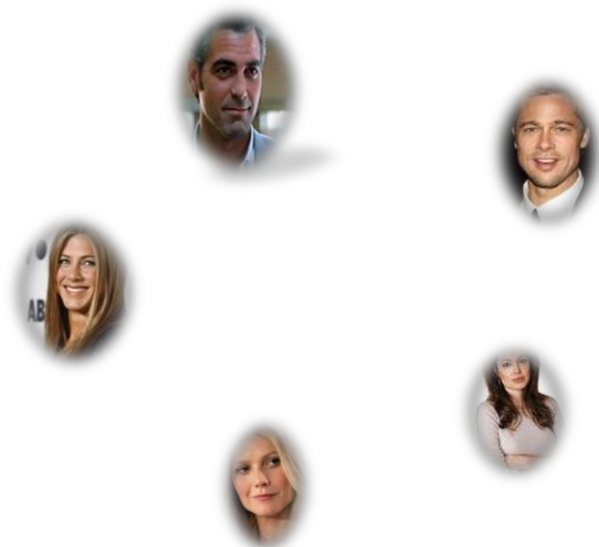


האם ישנה דרך להושיבם סביב שולחן עגול אחד בן 5  
כיסאות כך שכל שחקן ישב ליד שחקנים אותם הוא אוהב?

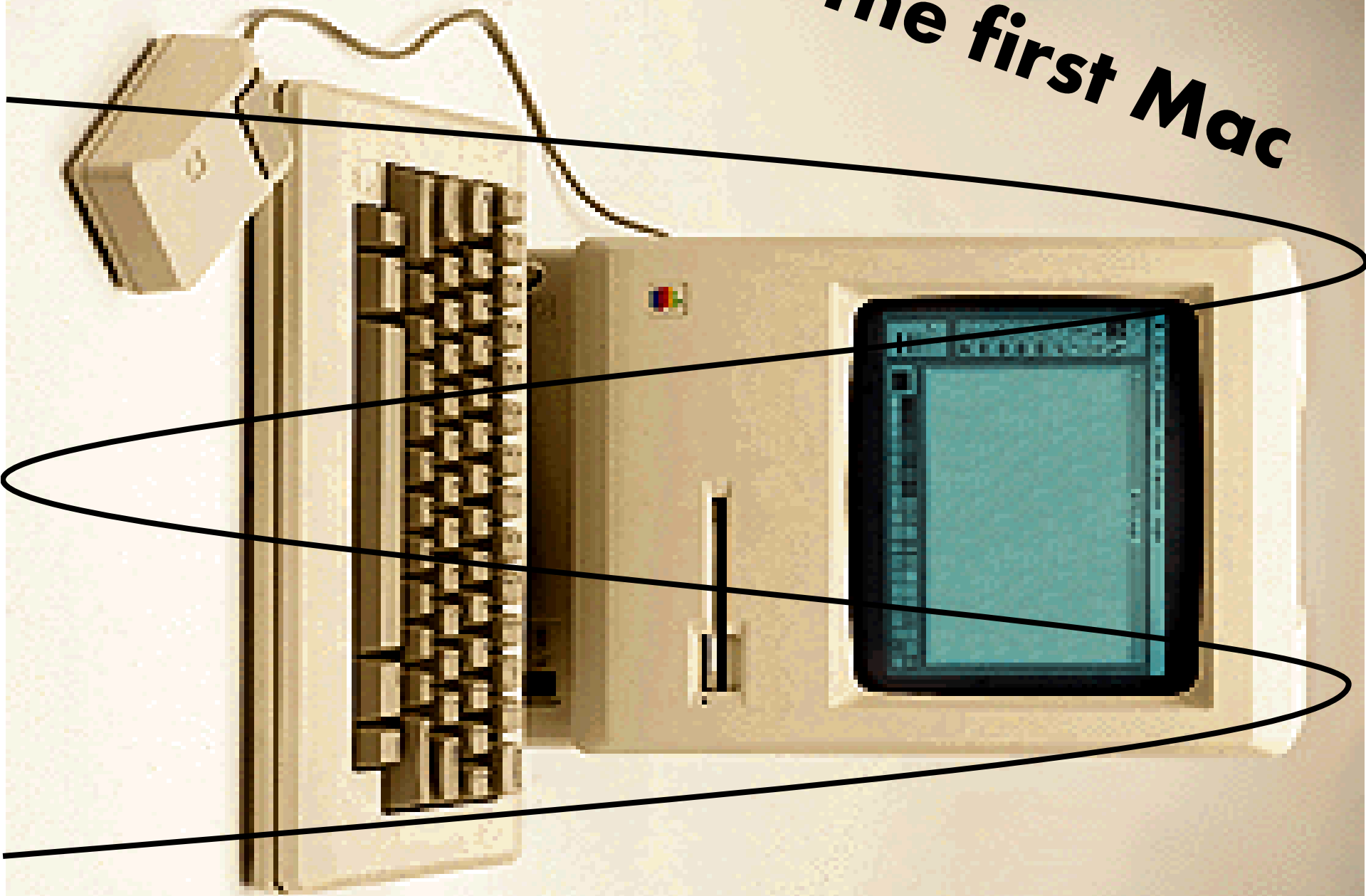
לטקס האוסקר הקרוב מוזמנים 5 שחקנים וביניהם אהבות  
ומריבות רבות המתוארות בציור הבא:



האם ההושבה הבאה סביב שולחן עגול בן 5 כסאות "טובה"? כלומר, כל  
שחקן יושב ליד שחקנים שהוא אוהב?

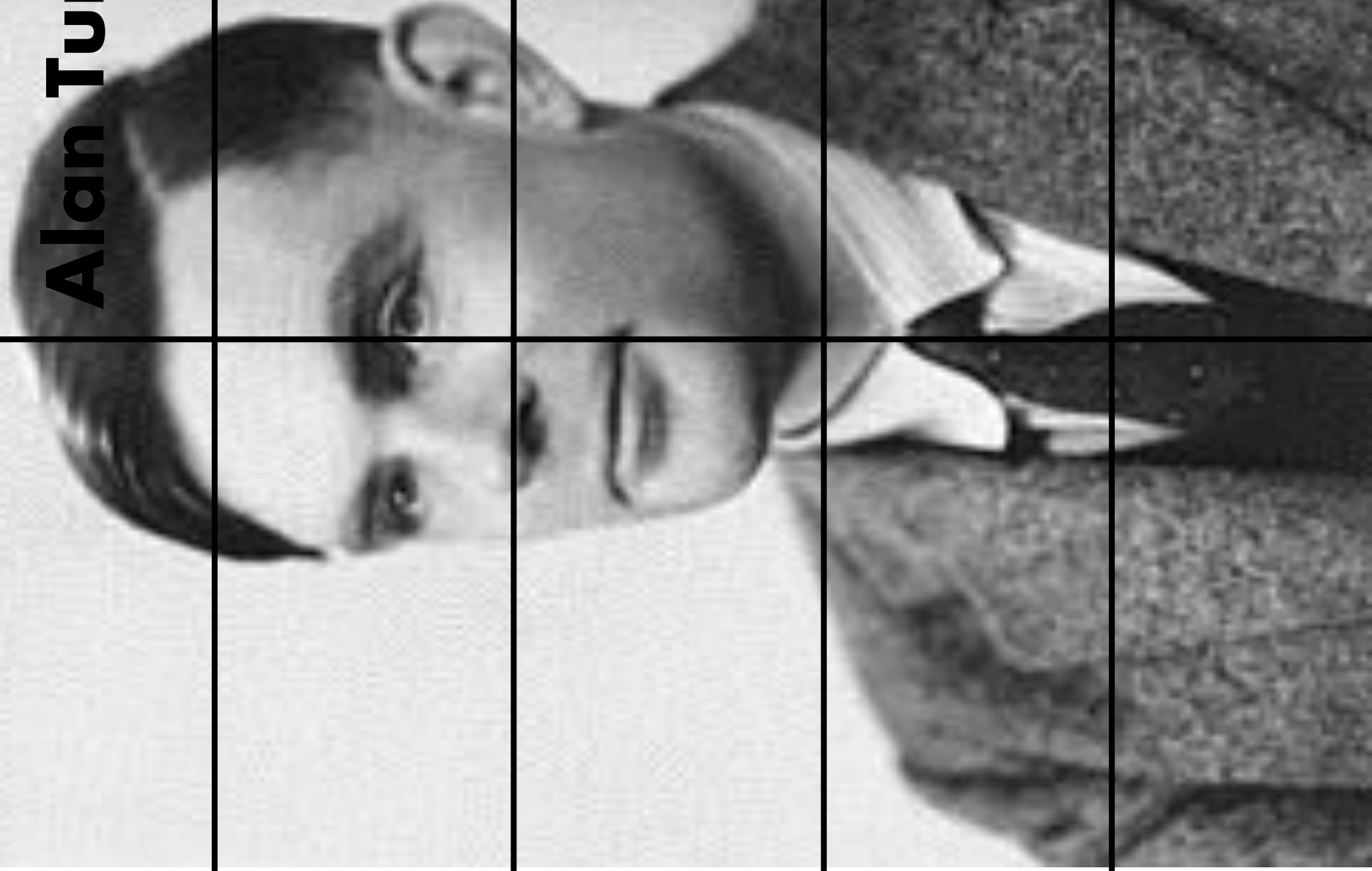


***The first Mac***





**Alan Turing**



# The creation

