

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ НАЦІОНАЛЬНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Інститут комп'ютерних наук та
інформаційних технологій Кафедра систем
штучного інтелекту

Лабораторна робота №6
з курсу “Дискретна математика”

Виконав: ст. гр. КН-113
Іванюшенко Нестор

Викладач: Мельникова Н.І.

[варіант 2]

Генерація комбінаторних конфігурацій

Мета роботи: набути практичних вмінь та навичок при комп'ютерній реалізації комбінаторних задач.

Теоретичні відомості

Головна задача комбінаторики – підрахунок та перелік елементів у скінчених множинах. Правило додавання: якщо елемент – x може бути вибрано n способами, а y – іншими m способами, тоді вибір „x або y“ може бути здійснено ($n+m$) способами.

Правило добутку: якщо елемент – x може бути вибрано n способами, після чого y – m способами, тоді вибір упорядкованої пари (x, y) може бути здійснено ($n \cdot m$) способами.

Завдання 1

1. Кожен день, протягом 10 днів, клієнт брав з картки гроші а) З дні у сумі 100 грн, 5 днів у сумі 50 грн., 2 дні у сумі 20 грн; б) кожен день різну суму 5, 10, 15,..., 50 грн, Скількома способами він це міг зробити?

Розв'язок:

а) усього $10!$ перестановок, але $3!$ перестановок не відрізняються між собою тому, що в три дні сума однакова – 100 грн, також – $5!$ та $2!$ перестановки однакові, тому різних способів буде: $P=10!/(3!*5!*2!)$;

б) усього 10 днів ($n=10$), і в усі ці дні клієнт брав гроші ($m=10$), кожен день різну суму, тобто має значення лише в який день була яка сума, тому маємо перестановку: $P_{10} = 10! = 3628800$.

2. Скільки п'ятицифрових чисел можна утворити з дев'яти цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?

Розв'язок:

З дев'яти цифр ($n=9$) необхідно вибрати – п'ять ($m=5$), причому цифри у числі можуть повторюватися, і має значення в якому порядку вони записані, тому усього можливо утворити: $A_9^5 = 9^5 = 59049$ чисел.

3. Команда з п'яти чоловік виступає на змаганнях, у яких бере участь ще 20 спортсменів. Скількома способами можуть бути розподілені місця, зайняті членами цієї команди, за умови, що жодне з них не може бути поділено, та немає значення, як місця будуть поділені між членами команди?

Розв'язок:

5 разів обираємо з 25 місць без врахування порядку:

$$C_{25}^5 = \frac{25!}{20!5!} = 53130$$

4. Комісія складається з голови, його заступника, та ще трьох чоловік. Скількома способами можна вибрати таку комісію з 7 чоловік?

Розв'язок:

З початку з 7 чоловік виберемо голову – маємо 7 способів, потім з шести залишених чоловік – його заступника – 6 способів, потім з п'яти – трьох чоловік $C_5^3 = 5!/3!(5!-3!) = 10$ способів. За теоремою добутку загальна кількість способів буде: $7 * 6 * 10 = 420$

5. Скількома способами можна розставити 5 різних книжок з математики і 3 різні книжки з фізики, щоб усі книжки з фізики стояли поруч?

Розв'язок:

Об'єднаємо книжки з фізики умовно в одну, тоді всіх книг 6 і P_6 перестановок. Книги з фізики можна розставити «всередині» нової книги P_3 способами. Всього за правилом добутку, отримаємо:

$$P_6 * P_3 = 6! * 3! = 4320 \text{ способів.}$$

6. Вісім авторів мають писати книгу з шістнадцятьма розділами. Скількома способами можна розподілити матеріал між авторами, якщо два чоловіки напишуть по три розділи, четири – по два та двоє – по одному розділу книги?

Розв'язок:

Спочатку розб'ємо авторів на три групи, це буде не упорядковане розбиття, тобто маємо: $8!/(2!*4!*2!) = 420$

тепер призначимо для кожного автора розділ:

для першого - C_{16}^3

для другого - C_{13}^3

для третього - C_{10}^2

для четвертого - C_8^2

для п'ятого - C_6^2

для шостого - C_4^2

для сьомого - C_2^1

для восьмого - C_1^1

можна було і застосувати формулу

$$C_n^{n_1, n_2, \dots, n_k}(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}.$$

отже к-сть виборів розділу для всіх -

$$C_{16}^{3,3,2,2,2,2,1,1} = \frac{16!}{3!3!2!2!2!2!1!1!} = 36324288000$$

Далі за правилом добутку отримаємо – $36324288000 * 420 = 15256200960000$ різних способів. досить багато.

7. Якщо відомо, що кожен учень у школі вивчає принаймні одну із іноземних мов, знайдіть загальну кількість учнів у школі, якщо відомо, що англійську мову вивчають 28 учнів, французьку – 23 учні, німецьку – 21 учень, англійську та французьку – 12 учнів, англійську та німецьку – 8 учнів, французьку та німецьку – 7 учнів, всі три мови - 5 учнів.

Розв'язок:

За формулою включень та виключень маємо: $N=?$, $N_0=0$,

$S_1=28+23+21=72$, $S_2=12+8+7=27$ $S_3=5$,

$N=N_0+S_1-S_2-S_3=0+72-27-5=40$ всього учнів.

Завдання 2

Задане додатне ціле число n . Розташувати у лексикографічному порядку всі перестановки множини $\{1, 2, \dots, n\}$. Побудувати розклад $(x - y)^5$

```
#include <stdio.h>
#include <iostream>

int fact(int n);
int C(int k);

void swap(int *a, int i, int j)
{
    int s = a[i];
    a[i] = a[j];
    a[j] = s;
}

bool NextSet(int *a, int n)
{
    int j = n - 2;
    while (j != -1 && a[j] >= a[j + 1]) j--;
    if (j == -1)
        return false; // перестановки закінчились
    int k = n - 1;
    while (a[j] >= a[k]) k--;
    swap(a, j, k);
    int l = j + 1, r = n - 1; // сортуємо рештки перестановки
    while (l < r)
        swap(a, l++, r--);
    return true;
}
```

```
void Print(int *a, int n) // вивід перестановки
{
    static int num = 1; // номер перестановки
    std::cout << num++ << ": ";
    for (int i = 0; i < n; i++)
        std::cout << a[i] << " ";
    std::cout << std::endl;
}
```

main:

```
int main()
{
    int n, *a;
    std::cout << "N = ";
    std::cin >> n;
    a = new int[n];
    for (int i = 0; i < n; i++)
        a[i] = i + 1;
    Print(a, n);
    while (NextSet(a, n))
        Print(a, n);
    printf("BINOM PART\n");
    for(int i=0;i<=9;i++)
    {
        printf("%d*(-y)^%d*x^%d + ", C(i), i, 10-i);
    }
    printf("%d*(-y)^%d*x^%d\n", C( k: 10 ), 10, 10-10);
}
int C(int k)
{
    int C=fact( n: 10)/(fact( n: 10-k)*fact(k));
    return C;
}
int fact(int n)
{
    return (n < 2) ? 1 : n * fact( n: n - 1);
```

```
N = 3
1: 1 2 3
2: 1 3 2
3: 2 1 3
4: 2 3 1
5: 3 1 2
6: 3 2 1
BINOM PART
```

```
BINOM PART
1*(-y)^0*x^10 + 10*(-y)^1*x^9 + 45*(-y)^2*x^8 + 120*(-y)^3*x^7 + 210*(-y)^4*x^6 + 252*(-y)^5*x^5 + 210*(-y)^6*x^4 + 120*(-y)^7*x^3 + 45*(-y)^8*x^2 + 10*(-y)^9*x^1 + 1*(-y)^10*x^0
Process finished with exit code 0
```

Висновок:

я набув практичних вмінь та навичок з комп'ютерній реалізації комбінаторних задач.