

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ НАЦІОНАЛЬНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Інститут комп'ютерних наук та
інформаційних технологій Кафедра систем
штучного інтелекту

**Лабораторна робота №2
з курсу “Дискретна математика”**

Виконав: ст. гр. КН-113
Іванюшенко Нестор

Викладач: Мельникова Н.І.

[варіант 2]

Моделювання основних операцій для числових множин

Мета роботи: Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитись будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

Теоретичні відомості

Множина – це сукупність об'єктів, які називають елементами. Якщо розглядувані множини є підмножинами деякої множини, то її називають **універсумом** або **універсальною множиною** U . Множину, елементами якої є всі підмножини множини A і тільки вони (включно з порожньою множиною та самою множиною A), називають **булеаном** або **множиною-степенем** множини A і позначають $P(A)$. **Потужністю** скінченної множини A називають число її елементів, позначають $|A|$.

завдання 1

Для скінченних множин $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ та універсума $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій а) $A \cup \overline{B \cap C}$ б) $(A \setminus C) \Delta B$ Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

U =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
B	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
C	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
$B \cap C$	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
$\overline{B \cap C}$	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1
$A \cup \overline{B \cap C}$	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
$(A \setminus C)$	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
$(A \setminus C) \Delta B$	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1

завдання 2

На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $(\overline{B} \Delta C) \cap A$ Знайти його потужність.

$$\overline{B} = \{1, 2, 3\};$$

$$\overline{B} \Delta C = (\overline{B} \cup C) \setminus (\overline{B} \cap C) = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\} \setminus \{1, 3\} = \{2, 5, 7, 9\}$$

$$|\overline{B} \Delta C| = 2^4 = 16$$

завдання 3

Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

- a) $\emptyset \cap \{\emptyset\} = \emptyset$ -вірно адже порожня множина і множина яка містить порожню множину не мають спільних елементів; $\emptyset \cap A = \emptyset$
- b) $Q \in R$ - вірно, всі раціональні числа дійсні
- c) $N \cap Z = Z$ -невірно адже $N \cap Z = N$
- d) якщо $A \setminus C \subset B \setminus C$ то $A \subset C$

контрприклад: нехай $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ $C = \{1, 2, 3\}$

тоді $A \setminus C \subset B \setminus C$ але $A \not\subset C$

завдання 4

Логічним методом довести тотожність:

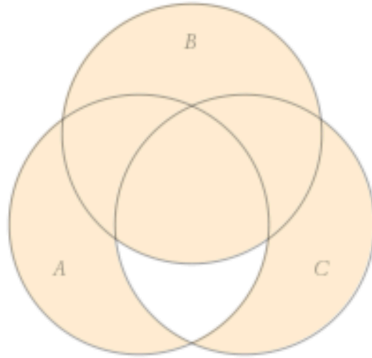
$$(A \cap B) \setminus (A \cap C) = (A \cap B) \setminus C$$

$$\begin{aligned}(A \cap B) \setminus (A \cap C) &= (A \cap B) \cap \overline{(A \cap C)} = (A \cap B) \cap (\overline{A} \cup \overline{C}) = \\ &= (A \cap B \cap \overline{A}) \cup (A \cap B \cap \overline{C}) = (\emptyset \cap B) \cup (A \cap B \cap \overline{C}) = (A \cap B \cap \overline{C}) = (A \cap B) \setminus C\end{aligned}$$

завдання 5

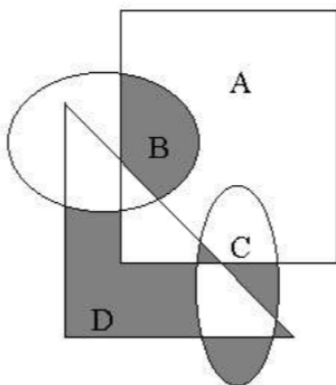
Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$((A \setminus B)(\Delta C \setminus B)) \cup B$$



завдання 6

Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



$$((A \cap B) \setminus D) \cup (D \setminus (C \cup B \cup A)) \cup (C \setminus (D \cup A)) \cup (C \cap D \cap A)$$

завдання 7

Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$\begin{aligned} (A \setminus B) \cup (A \cap B \cap C) &= (A \cap \bar{B}) \cup (A \cap (B \cap C)) = A \cap (\bar{B} \cup (B \cap C)) = \\ &= A \cap ((\bar{B} \cup B) \cap (B \cup C)) = A \cap (U \cap (B \cup C)) = A \cap (B \cup C) \end{aligned}$$

завдання 8

Скільки існує натуральних чисел, що менші за 1000, які не діляться ні на 3, ні на 5, ні на 7?

Нехай A це множина натуральних чисел, які менші за 1000 і діляться на 3:

$$|A| = \lfloor 999/3 \rfloor = 333;$$

Нехай B це множина натуральних чисел, які менші за 1000 і діляться на 5:

$$|B| = \lfloor 999/5 \rfloor = 199;$$

Нехай C це множина натуральних чисел, які менші за 1000 і діляться на 7:

$$|C| = \lfloor 999/7 \rfloor = 142;$$

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 999\}; |U| = 999;$$

$$X = U \setminus (A \cup B \cup C); |X| = 999 - |(A \cup B \cup C)|;$$

$$|(A \cup B \cup C)| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$$|A \cap B| = \lfloor 999/(3*5) \rfloor = 66$$

$$|B \cap C| = \lfloor 999/(5*7) \rfloor = 28$$

$$|A \cap C| = \lfloor 999/(3*7) \rfloor = 47$$

$$|A \cap B \cap C| = \lfloor 999/(3*5*7) \rfloor = 9$$

$$|X| = 999 - (333 + 199 + 142 - 66 - 28 - 47 + 9) = 999 - 542 = 457$$

додаток 2

Ввести з клавіатури дві множини дійсних чисел. Реалізувати операції перерізу та різниці над цими множинами. Вивести на екран новоутворені множини. Знайти програмно їх потужність.

```
1  #include <iostream>
2
3  void delduplicate(int *set, int *length);
4  void printset(int *set, int length, char const *name);
5  void subtract(const int *seta, int alen, const int *setb, int blen, int*sub, int &slen);
6
7  int main() {
8      int *seta = new(int);
9      int *setb = new(int);
10
11     int alen = 0, blen = 0, ilen = 0, sablen = 0, sbalen = 0;
12     int input = 0;
13     ///getting elements of A
14     std::cout << "Enter the elements of set A split up with space: \n";
15     do {
16         std::cin >> input;
17         seta[alen] = input;
18         alen++;
19         seta = (int*) realloc(seta, size: sizeof(int)*(alen+1));
20     } while (std::cin.get() != '\n');
21     ///getting elements of b
22     std::cout << "Enter the elements of set B split up with space: \n";
23     do {
24         std::cin >> input;
25         setb[blen] = input;
26         blen++;
27         setb = (int*) realloc(setb, size: sizeof(int)*(blen+1));
28     } while (std::cin.get() != '\n');
```

```

34  ///creating intersection
35  int *intersection = new(int);
36
37  for(int i = 0; i < alen; i++) {
38      for (int j = 0; j < blen; j++) {
39          if(seta[i] == setb[j]) {
40              intersection[ilen] = seta[i];
41              ilen++;
42              intersection = (int*) realloc(intersection, size: sizeof(int)*(ilen+1));
43          }
44      }
45  }
46
47  int *subtractionAB = new(int);
48  subtract(seta, alen, setb, blen, subtractionAB, &: sablen);
49
50  int *subtractionBA = new(int);
51  subtract(setb, blen, seta, alen, subtractionBA, &: sbalen);
52
53  printset(seta, alen, name: "A");
54  printset(setb, blen, name: "B");
55  printset(intersection, ilen, name: "Intersection");
56  printset(subtractionAB, sablen, name: "A\\B");
57  printset(subtractionBA, sbalen, name: "B\\A");
58
59  return 0;
60  }

```

функції:

```

61  void delduplicate(int *set, int *length) {
62      bool smth_deleted = false;
63
64      for(int i = 0; i < *length; i++){
65          for(int j = 0; j < *length; j++){
66              if(i!=j && set[i] == set[j]){
67                  smth_deleted = true;
68                  for(int k = (i>=j?i:j); k<*length; k++){
69                      set[k] = set[k+1];
70                  }
71                  *length-=1;
72                  set = (int*) realloc(set, size: sizeof(int)*(*length+1));
73              }
74          }
75      }
76      if(smth_deleted){delduplicate(set, length);}
77  }
78
79  void printset(int *set, int length, char const *name){
80      std::cout << " elements of " << name << ": ";
81      for (int j = 0; j < length; j++) {
82          std::cout << set[j] << " ";
83      }
84      std::cout << " length: " << length;
85      std::cout << std::endl;
86  }

```

```

87 void subtract(const int *seta, int alen, const int *setb, int blen, int*sub, int &slen){
88     for(int i = 0; i < alen; i++) {
89         bool isin = false;
90         for (int j = 0; j < blen; j++) {
91             if(seta[i] == setb[j]){
92                 isin = true;
93                 break;
94             }
95         }
96         if(!isin){
97             sub[slen] = seta[i];
98             slen+=1;
99             sub = (int*)realloc(sub, size: sizeof(int)*(slen+1));
100         }
101     }
102 }

```

виконання програми:

```

Enter the elements of set A split up with space:
1 1 2 3 5 44 33
Enter the elements of set B split up with space:
2 3 44 44 93
elements of A:  1  2  3  5  44  33          length: 6
elements of B:  2  3  44  93          length: 4
elements of Intersection:  2  3  44          length: 3
elements of A\B:  1  5  33          length: 3
elements of B\A:  93          length: 1

Process finished with exit code 0

```

Висновок: я ознайомився на практиці із основними поняттями теорії множин, навчився будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїв принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.