

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ НАЦІОНАЛЬНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Інститут комп'ютерних наук та  
інформаційних технологій Кафедра систем  
штучного інтелекту

**Лабораторна робота №2**  
**з курсу “Дискретна математика”**

Виконав: ст. гр. КН-113  
Іванюшенко Нестор

Викладач: Мельникова Н.І.

[варіант 2]

## Моделювання основних операцій для числових множин

**Мета роботи:** Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитись будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включення-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

### Теоретичні відомості

**Множина** – це сукупність об'єктів, які називають елементами. Якщо розглядувані множини є підмножинами деякої множини, то її називають **універсумом або універсальною множиною**  $U$ . Множину, елементами якої є всі підмножини множини  $A$  і тільки вони (включно з порожньою множиною та самою множиною  $A$ ), називають **булеаном або множиною-степенем** множини  $A$  і позначають  $P(A)$ . **Потужністю** скінченної множини  $A$  називають число її елементів, позначають  $|A|$ .

### Завдання 1

Для скінчених множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  та універсума  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій а)  $A \cup \overline{B \cap C}$  б)  $(A \setminus C) \Delta B$  Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

$U =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A$	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
$B$	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
$C$	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
$B \cap C$	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
$\overline{B \cap C}$	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1
$A \cup \overline{B \cap C}$	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
$(A \setminus C)$	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
$(A \setminus C) \Delta B$	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1

## завдання 2

На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $(\bar{B} \Delta C) \cap A$  Знайти його потужність.

$$\bar{B} = \{1, 2, 3\};$$

$$\bar{B} \Delta C = (\bar{B} \cup C) \setminus (\bar{B} \cap C) = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\} \setminus \{1, 3\} = \{2, 5, 7, 9\}$$

$$|\bar{B} \Delta C| = 2^4 = 16$$

## завдання 3

Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

- a)  $\emptyset \cap \{\emptyset\} = \emptyset$  -вірно адже порожня множина і множина яка містить порожню множину не мають спільних елементів;  $\emptyset \cap A = \emptyset$
- b)  $Q \in R$  - вірно, всі раціональні числа дійсні
- c)  $N \cap Z = Z$  -невірно адже  $N \cap Z = N$
- d) якщо  $A \setminus C \subset B \setminus C$  то  $A \subset C$

контрприклад: нехай  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$   $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$   $C = \{1, 2, 3\}$

тоді  $A \setminus C \subset B \setminus C$  але  $A \not\subset C$

## завдання 4

Логічним методом довести тотожність:

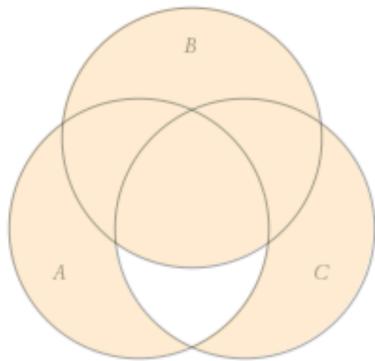
$$(A \cap B) \setminus (A \cap C) = (A \cap B) \setminus C$$

$$\begin{aligned}(A \cap B) \setminus (A \cap C) &= (A \cap B) \cap \overline{(A \cap C)} = (A \cap B) \cap (\bar{A} \cup \bar{C}) = \\(A \cap B \cap \bar{A}) \cup (A \cap B \cap \bar{C}) &= (\emptyset \cap B) \cup (A \cap B \cap \bar{C}) = (A \cap B \cap \bar{C}) = (A \cap B) \setminus C\end{aligned}$$

## завдання 5

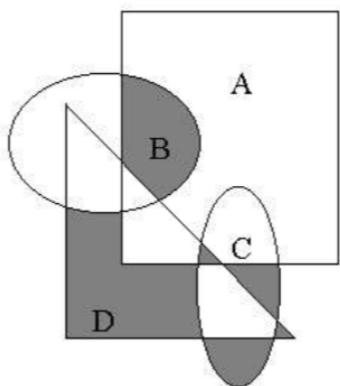
Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$((A \setminus B) \cap (\Delta C \setminus B)) \cup B$$



## завдання 6

Множину зображену на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



$$((A \cap B)/D) \cup (D \setminus (C \cup B \cup A)) \cup (C \setminus (D \cup A)) \cup (C \cap D \cap A)$$

## завдання 7

Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$\begin{aligned} (A \setminus B) \cup (A \cap B \cap C) &= (A \cap \bar{B}) \cup (A \cap (B \cap C)) = A \cap (\bar{B} \cup (B \cap C)) = \\ &= A \cap ((\bar{B} \cup B) \cap (B \cup C)) = A \cap (U \cap (B \cup C)) = A \cap (B \cup C) \end{aligned}$$

## завдання 8

Скільки існує натуральних чисел, що менші за 1000, які не діляться ні на 3, ні на 5, ні на 7?

Нехай А це множина натуральних чисел, які менші за 1000 і діляться на 3:

$$|A| = [999/3] = 333;$$

Нехай В це множина натуральних чисел, які менші за 1000 і діляться на 5:

$$|B| = [999/5] = 199;$$

Нехай А це множина натуральних чисел, які менші за 1000 і діляться на 7:

$$|C| = [999/7] = 142;$$

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 999\}; |U| = 999;$$

$$X = U \setminus (A \cup B \cup C); |X| = 999 - |(A \cup B \cup C)|;$$

$$|(A \cup B \cup C)| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$$|A \cap B| = [999/(3*5)] = 66$$

$$|B \cap C| = [999/(5*7)] = 28$$

$$|A \cap C| = [999/(3*7)] = 47$$

$$|A \cap B \cap C| = [999/(3*5*7)] = 9$$

$$|X| = 999 - (333 + 199 + 142 - 66 - 28 - 47 + 9) = 999 - 542 = 457$$

## додаток 2

Ввести з клавіатури дві множини дійсних чисел. Реалізувати операції перерізу та різниці над цими множинами. Вивести на екран новоутворені множини. Знайти програмно їх потужність.

```
1 #include <iostream>
2
3 void delduplicate(int *set, int *length);
4 void printset(int *set, int length, char const *name);
5 void subtract(const int *seta, int alen, const int *setb, int blen, int*sub, int &slen);
6
7 ▶ int main() {
8     int *seta = new(int);
9     int *setb = new(int);
10
11     int alen = 0, blen = 0, ilen = 0, sflen = 0, sbalen = 0;
12     int input = 0;
13     ///getting elements of A
14     std::cout << "Enter the elements of set A split up with space: \n";
15     do {
16         std::cin >> input;
17         seta[alen] = input;
18         alen++;
19         seta = (int*) realloc(seta, size: sizeof(int)*(alen+1));
20     } while (std::cin.get() != '\n');
21     ///getting elements of b
22     std::cout << "Enter the elements of set B split up with space: \n";
23     do {
24         std::cin >> input;
25         setb[blen] = input;
26         blen++;
27         setb = (int*) realloc(setb, size: sizeof(int)*(blen+1));
28     } while (std::cin.get() != '\n');
```

```

34     ///creating intersection
35     int *intersection = new(int);
36
37     for(int i = 0; i < alen; i++) {
38         for (int j = 0; j < blen; j++) {
39             if(seta[i] == setb[j]) {
40                 intersection[ilen] = seta[i];
41                 ilen++;
42                 intersection = (int*) realloc(intersection, size: sizeof(int)*(ilen+1));
43             }
44         }
45     }
46     int *subtractionAB = new(int);
47     subtract(seta, alen, setb, blen, subtractionAB, &sablen);
48
49     int *subtractionBA = new(int);
50     subtract(setb, blen, seta, alen, subtractionBA, &sbalen);
51
52     printset(seta, alen, name: "A");
53     printset(setb, blen, name: "B");
54     printset(intersection, ilen, name: "Intersection");
55     printset(subtractionAB, sablen, name: "A\B");
56     printset(subtractionBA, sbalen, name: "B\A");
57
58     return 0;
59 }
60

```

функциї:

```

61 void delduplicate(int *set, int *length) {
62     bool smth_deleted = false;
63
64     for(int i = 0; i < *length; i++){
65         for(int j = 0; j < *length; j++){
66             if(i!=j && set[i] == set[j]){
67                 smth_deleted = true;
68                 for(int k = (i>=j?i:j); k<*length; k++){
69                     set[k] = set[k+1];
70                 }
71                 *length-=1;
72                 set = (int*) realloc(set, size: sizeof(int)*(*length+1));
73             }
74         }
75     }
76     if(smth_deleted){delduplicate(set, length);}
77 }
78
79 void printset(int *set, int length, char const *name){
80     std::cout << " elements of " << name << ": ";
81     for (int j = 0; j < length; j++) {
82
83         std::cout << set[j] << " ";
84     }
85     std::cout << "      length: " << length;
86     std::cout << std::endl;
87 }

```

```

87  ↵  void subtract(const int *seta, int alen, const int *setb, int blen, int*sub, int &slen){
88      for(int i = 0; i < alen; i++) {
89          bool isin = false;
90          for (int j = 0; j < blen; j++) {
91              if(seta[i] == setb[j]){
92                  isin = true;
93                  break;
94              }
95          }
96          if(!isin){
97              sub[slen] = seta[i];
98              slen+=1;
99              sub = (int*)realloc(sub, [size: sizeof(int)*(slen+1));
100         }
101     }
102 }
```

Виконання програми:

```

Enter the elements of set A split up with space:
1 1 2 3 5 44 33
Enter the elements of set B split up with space:
2 3 44 44 44 93
elements of A: 1 2 3 5 44 33 length: 6
elements of B: 2 3 44 93 length: 4
elements of Intersection: 2 3 44 length: 3
elements of A\B: 1 5 33 length: 3
elements of B\A: 93 length: 1
```

Process finished with exit code 0

**Висновок:** я ознайомився на практиці із основними поняттями теорії множин, навчився будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїв принцип включення-виключення для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.