

Étude de l'effet de filtres linéaires dans le traitement d'images

TP02 – Groupe TIM-04

Elie Carrot Abdou Gueye Mamadou Sy Pierre-Antoine Vedrenne

19 mars 2025

Résumé

L'objectif de ce travail pratique est de comprendre les effets de des filtres linéaires en particulier *passé-bas*, *gradient* et *laplacien*. Pour ce faire, nous avons formulé plusieurs hypothèses d'abord les filtres passe-bas réduisent efficacement le bruit tout en conservant les structures principales, ensuite les filtres de gradient (Roberts et Sobel) permettent une détection fine des contours, et enfin le filtre laplacien est utile pour rehausser les contours en amplifiant les variations locales.

Pour vérifier ces hypothèses, nous avons appliqué ces filtres à différentes images en utilisant la convolution 2D en Python. Nos résultats montrent que le filtre binomial est plus efficace que le filtre moyenne pour réduire le bruit sans trop flouter l'image. Le filtre de Sobel détecte mieux les contours que Roberts, et le filtre laplacien accentue les transitions mais amplifie également le bruit. Enfin, les filtres de rehaussement de contours permettent de rendre l'image plus nette au prix d'une augmentation du bruit.

Ces observations confirment que le choix du filtre dépend de l'objectif recherché : réduction du bruit, mise en évidence des contours ou amélioration du contraste.

1 Introduction

L'étude de ce travail porte sur l'effet visuel de l'utilisation des *filtres linéaires* pour le traitement d'images numériques, en particulier à travers la *convolution* classique. La convolution consiste à appliquer des transformations linéaires sur chaque pixel d'une image en utilisant les pixels voisins à l'aide d'un *noyau* déterminant les poids de la transformation.

Nous nous concentrerons sur trois types de filtres couramment utilisés en traitement d'images : les *filtres passe-bas* et en particulier le filtre moyenne et binomial qui est une bonne approximation du filtre gaussien normal[1] pour la réduction du bruit ; les *filtres gradient* et en particulier ceux de Roberts et de Sobel et le *filtre Laplacien* (4-connexe). Nous verrons enfin la pertinence de leur usage dans le rehaussement de contours.

Plus, formellement, nous étudierons les hypothèses suivantes :

1. Les filtres passe-pas réduisent le bruit de l'image tout en conservant ses structures principales mais plus finement pour le filtre binomial que moyenne.
2. L'application des filtres de Roberts et de Sobel permettent de détecter et mettre en évidence efficacement les contours des différentes surfaces de teinte semblable.
3. L'utilisation du filtre Laplacien permet de mieux rehausser les contours d'une image que l'utilisation d'un filtre gradient.

2 Matériel et Méthodes

2.1 Convolution en deux dimensions

Pour ce travail, on a utilisé exclusivement la version suivante de la convolution 2D. Pour un noyau centré et retourné h' de h la réponse impulsionnelle de taille $(2N+1) \times (2M+1)$,

on définit la convolution $*$ par $(h' * I)[i, j] = \sum_{k=-N}^N \sum_{l=-M}^M h'[k, l] I[i+k, j+l]$.

Par cette définition, lors de l'application d'une convolution, la valeur du nouveau pixel est obtenue par le calcul d'une application linéaire sur les valeurs des pixels voisins.

De plus pour que l'image de sortie ait la même taille que celle d'entrée, on utilise du « padding » (on considère tous les pixels hors de l'image originale comme valant 0).

2.2 Noyaux utilisés

Dans cette partie, le noyau est entendu au sens de la réponse impulsionnelle de Dirac.

2.2.1 Filtre passe-bas

Pour tester la réduction du bruit, c'est à dire des hautes fréquences [3] nous avons utilisé les deux filtres linéaires suivants.

Moyenne Le filtre moyenne sert principalement à réduire le bruit ou même à « flouter » des images pour des valeurs de n assez grandes [1]. Son noyau h d'ordre n est défini par la matrice de taille $n \times n$: $h = \frac{1_n}{n^2}$ où 1_n dénote la matrice unitaire de taille n^2 .

Binomial Cas particulier du filtre gaussien [1], le filtre binomial d'ordre n est définie par la matrice $A = (a_{ij})$ de taille $(n+1)^2$, avec $\forall i = 0 \dots n, \forall j = 0 \dots n, a_{ij} = \binom{n}{i} \times \binom{n}{j}$ qui détermine son noyau $h = \frac{1}{\sum_{i,j} a_{ij}} A$.

2.2.2 Filtre Gradient et Laplacien

Très abusivement, on peut définir la dérivée d'un signal discret x au point i par $\lim_{j \rightarrow i} \frac{x[j] - x[i]}{j - i} \approx \frac{x[i+1] - x[i]}{(i+1) - i} = x[i+1] - x[i]$. On obtient alors le filtre de **Roberts** avec le noyau $h = [1, -1]$ qu'on peut appliquer sur les lignes et obtenir G_x ou sur les colonnes et obtenir G_y . On obtient le résultat en calculant la norme des deux $\sqrt{G_x^2 + G_y^2}$.

Le filtre de **Sobel** est une autre approche pour estimer la « dérivée » (et donc les contours) d'une image [2]. Le filtre de Sobel consiste en :

$$G_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} * I, G_y = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} * I, \text{ et la normalisation } G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}.$$

On notera qu'un filtre de Sobel est la composition d'un filtre dérivatif dans une direction et d'un filtre binomial dans l'autre [1].

De même, on peut définir la dérivée seconde d'un signal discret x au point i par $\lim_{j \rightarrow i} \frac{x[i+1] - x[i] - (x[j+1] - x[j])}{j - i}$, en cherchant à minimiser l'écart $j - i$, on choisit $j = i + 1$ et on obtient $x[i+2] - 2x[i+1] - x[i]$. D'où le noyau $h = [1, -2, 1]$ qui nous donne le filtre **Laplacien**.

2.2.3 Filtres Rehausseur

On a défini les filtres rehausseur de contour à partir des filtres d'extraction de contour défini dans la section 2.2.2. Soit $\alpha \in \mathbb{R}$, on définit alors :

Laplacien rehausseur par $I - \alpha(I * h'_L)$ où h'_L est le noyau Laplacien 4-connexe[1].

Roberts rehausseur par $I - \alpha(I * h'_{R_x} + I * h'_{R_y})$ où h'_{R_x} est le noyau de Roberts suivant les lignes et h'_{R_y} suivant les colonnes.

Sobel rehausseur Définit de la même manière que Roberts mais en utilisant les noyaux de Sobel suivants les lignes et colonnes.

3 Expérimentations

3.1 Mise en place

La figure 1 montre les différentes images en entrée que nous avons utilisé. L'image 1a montre le portrait d'une jeune fille artificiellement bruité. L'image 1b est un ensemble de graines espacées sur un fond uni ; elles sont éclairées par le dessus laissant voir quelques ombres sur leur droite. L'image 1c montre la photo d'une petite fille. Cette image est terne et certains contours sont peu visibles comme les cheveux et le visage avec le fond.

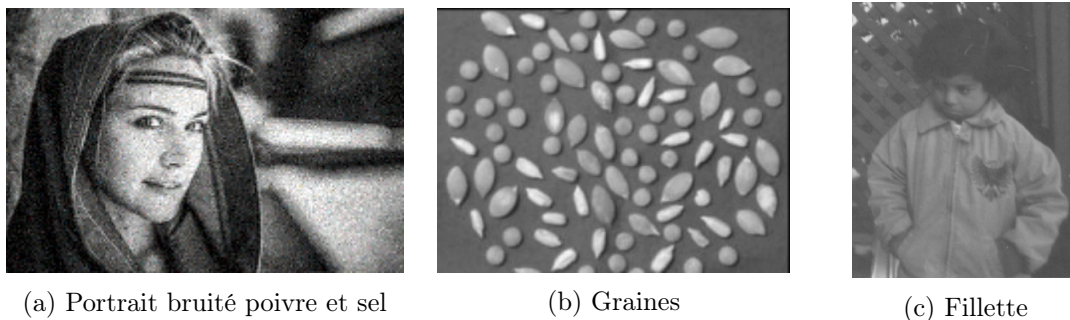


FIGURE 1 – Images en entrées

3.2 Résultats

3.2.1 Filtres passe-bas

La figure 2 montre les résultats après application de filtres passe-bas et binomiaux sur l'image 1a. L'ordre du filtre est donné en légende ; un filtre moyenne d'ordre 4 et binomial d'ordre 3 ont des noyaux de même taille. La figure 3 représente la ligne 45 (correspondant à un tiers) de l'image originale et filtrée avec un filtre moyenne et binomial d'ordre 7.



FIGURE 2 – Images obtenues après application de filtre passe-bas

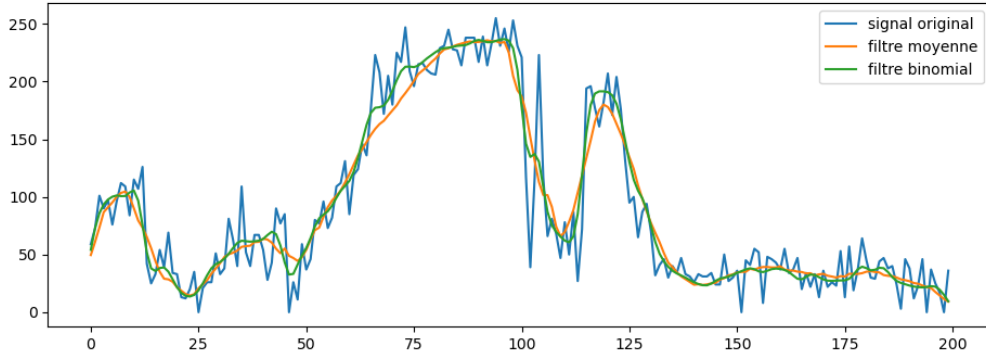


FIGURE 3 – Signaux de la ligne 45 des images représentées figure 2.

3.2.2 Filtres Gradient et Laplacien

La figure 4 montre les résultats obtenus en appliquant le filtre de Roberts. La figure 4b montre le résultat sur la ligne au milieu de l'image.

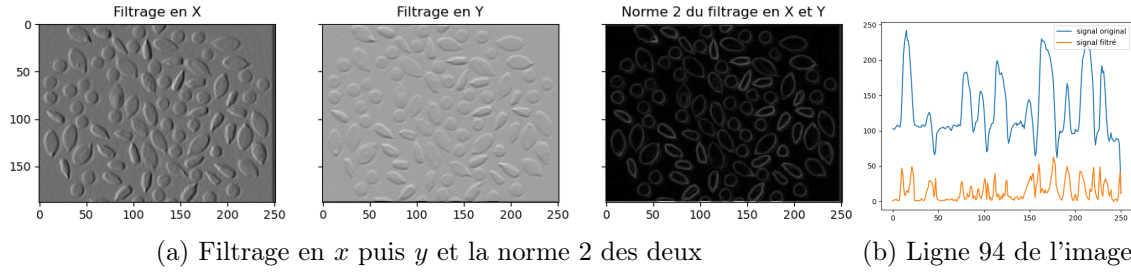


FIGURE 4 – Résultats sur l'image 1b après un filtre de Robert

La figure 5a montre les résultats obtenus en appliquant le filtre de Roberts. La figure 5b montre le résultat sur la ligne au milieu de l'image.

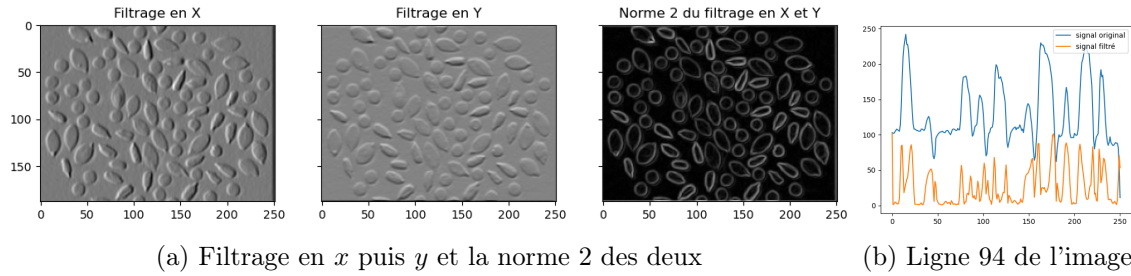


FIGURE 5 – Résultats l'image 1b après un filtre de Sobel

La figure 6a montre le résultat du filtre laplacien toujours sur l'image 1b avec les noyaux 4-connexe et de robinson. Le graphe 6b représente un extrait du signal original, du filtre de Roberts et le Laplacien.

3.2.3 Rehaussement des contours

La figure 7 montre les images obtenues en essayant de relevé les contours de l'image 7a en utilisant les filtres de Roberts, de Sobel et Laplacien 8-connexe.

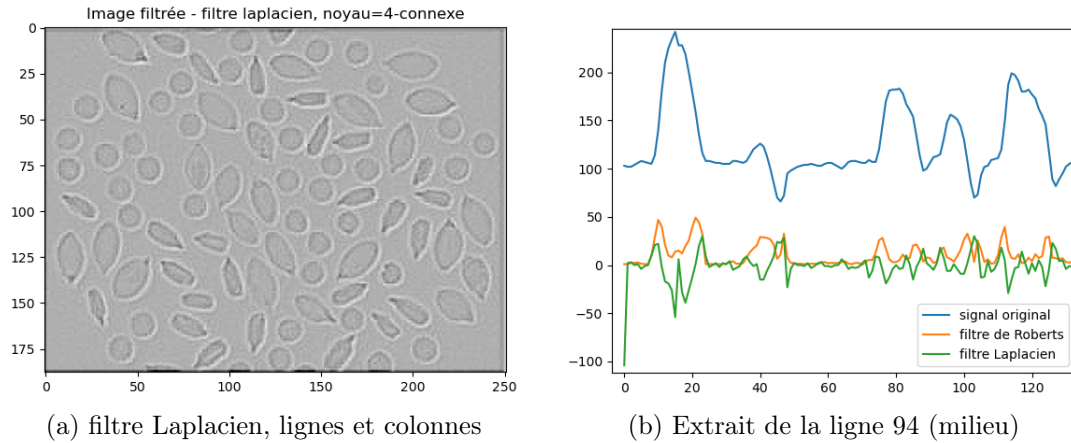


FIGURE 6 – Résultat du filtre Laplacien

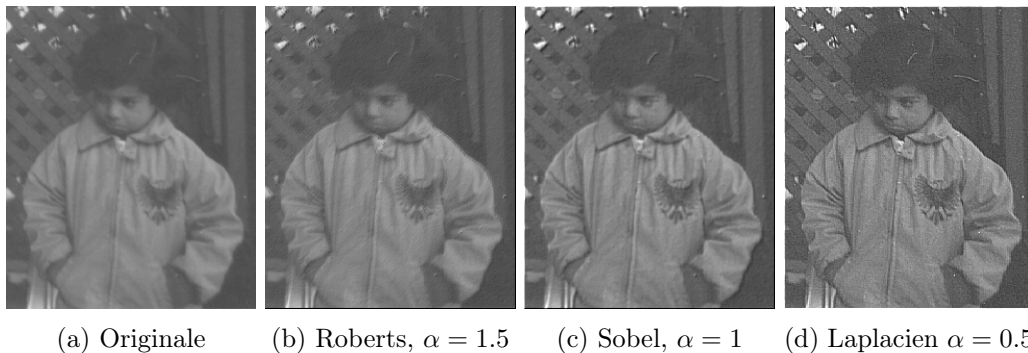


FIGURE 7 – Résultats de rehaussement de contours : Roberts, Sobel et Laplacien 4-connexe

3.3 Interprétation / Discussion

3.3.1 Filtres passe-bas

La figure 2 nous montre clairement que le filtre moyenne donne un résultat plus flou que le filtre binomial mais que dans les deux cas les hautes fréquences sont atténuées car on voit moins le bruit poivre et sel notamment sur l'étendu blanche à droite de l'image.

Cela se confirme en étudiant les signaux obtenus sur une ligne de l'image. En effet, sur la figure 3, on constate que pour les deux filtres n'ont plus les « pics » contrairement au signal originale. De plus, le signal obtenu par filtrage binomial « épouse » mieux la courbe que celui obtenu par filtrage moyen.

3.3.2 Filtres Gradient

A l'aide des figures 4b et 5b, on obtient bien les résultats attendus. En effet, quand on a une variation de la teinte (valeur du pixel), on a bien un pic, ici toujours positif car on a pris le signal filtré normalisé.

On note avec les deux filtres, que quand on l'applique suivant l'axe x , la teinte de fond est plus foncé que en y . Il faut d'abord noter que le filtre dérivatif donne des valeurs positives en cas de transition du sombre vers le foncé et négative dans le sens contraire. Ainsi la valeur 0 est un gris moyen qui dépend des valeurs maximales et minimales calculées par le filtre. Ici les ombres, plutôt verticale à droite font passer les graines très claires à l'ombre très sombre.

En prenant la norme des deux directions, on obtient des contours blancs sur fond noir qui donnent presque parfaitement les contours des graines. On notera qu'avec Sobel, ces contours sont plus prononcés. On peut l'expliquer parce que le lissage avec Roberts est semblable au filtre moyenne ce qui atténue davantage les variations que le filtre de Sobel dont le lissage est semblable au filtre binomial.

3.3.3 Filtres Laplacien

On s'assure ici de la cohérence des résultats obtenus à l'aide du signal sur une ligne représentée figure 6 ou le filtre laplacien décrit bien les variations de la dérivée première (ici le filtre de Roberts). Les valeurs où le signal filtré (laplacien) sont les plus grandes (positives ou négatives) sont bien aussi celles où le signal varient le plus brusquement.

3.3.4 Rehaussement de contours

Pour observer le rehaussement des contours sur les images de la figure 7, il faut faire attention à des détails, en particulier la broderie sur la veste, le col de celle-ci mais surtout les croisillons du paravent à l'arrière plan (en haut). Avec les rehaussements utilisant les filtres gradient on observe une légère différence au niveau du col mais surtout au niveau des croisillons pour Sobel. En utilisant le filtre Laplacien, les contours sont nettement rehaussés et surtout au niveau de la broderie de la veste.

On notera que le rehaussement de contours en utilisant de tels filtres augmente le bruit (surtout le Laplacien). On l'observe par exemple sur le bas des poches de la veste. Il peut aussi provoquer une saturation suivant les valeurs de α , ici on le voit au niveau du blanc entre les croisillons du paravent.

4 Conclusion

Ce travail nous a permis d'explorer l'effet des filtres linéaires sur le traitement d'images. Nous avons observé que les filtres passe-bas, comme le filtre gaussien, permettent de réduire le bruit mais floutent l'image. Les filtres de Roberts et de Sobel sont efficaces pour détecter les contours, tandis que le filtre laplacien met en évidence les transitions plus marquées. Enfin, les filtres de rehaussement améliorent les contours tout en conservant les détails principaux de l'image.

Ces résultats confirment que le choix du filtre dépend des objectifs recherchés : lisser l'image pour réduire le bruit, déterminer les contours des éléments de même teinte dans l'image ou améliorer la netteté des contours.

Références

- [1] Céline Fouard. Traitement d'images. <https://moodle.caseine.org/course/view.php?id=100>, 2024-2025.
- [2] Irwin Sobel. An isotropic 3x3 image gradient operator. *Presentation at Stanford A.I. Project 1968*, 02 2014.
- [3] Wikipedia. Bruit numérique – Wikipedia. <http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Bruit%20num%C3%A9rique&oldid=219364220>, 2025.