

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
FEN FAKÜLTESİ
İSTATİSTİK BÖLÜMÜ

PROJE BAŞLIĞI

Bitirme Projesi Raporu

Pelin PEKER
Merve AK
Edanur Binnaz DURSUN
Ahmet ÇALI

Nisan 2024

Rapor Değerlendirme

“PROJE BAŞLIĞI” başlıklı bitirme projesi raporu tarafımdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Bitirme Projesi raporu olarak kabul edilmiştir.

Dr. Engin YILDIZTEPE

Teşekkür

Tüm çalışma süresince yönlendiriciliği, katkıları ve yardımları ile yanımızda olan danışmanımız Dr. Engin YILDIZTEPE 'ye ve böyle bir çalışmayı yapmamız için bize fırsat tanıyan Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümüne teşekkür ederiz.

Pelin PEKER
Merve AK
Edanur Binnaz DURSUN
Ahmet ÇALI

Özet

Özet, çalışmanın önemini ve faydasını anlatan bir bölüm değildir. Çalışmayı ana hatlarıyla anlatacak ve 300 kelimeyi aşmayacak şekilde hazırlanmalıdır. En az üç en çok beş anahtar kelime ilgili yere yazılmalıdır.

ikinci paragraf buradan başlar

Anahtar Kelimeler: anahtar kelime 1, anahtar kelime 2, anahtar kelime 3

Abstract

The preface pretty much says it all.

Second paragraph of abstract starts here.

Keywords: keyword1, keyword2, keyword3

İçindekiler

GİRİŞ	1
Bölüm 1: Değişim Noktası	3
1.1 Tek Değişim Noktası Tespiti	3
1.2 Birden Fazla Değişim Noktası Tespiti	4
1.2.1 İkili Segmentasyon Algoritması	5
1.2.2 PELT	6
1.2.3 Parçalı Regresyon	6
Bölüm 2: Uygulama	9
2.1 Veri	9
2.1.1 Yapay Veriler	9
2.1.2 Gerçek Veriler	9
2.2 Çalışma Tasarımı	9
2.3 Sonuçlar	9
Bölüm 3: Bölüm Başlığı	11
3.1 Bu bir alt başlık	11
3.1.1 Bu ikinci seviye bir alt başlık	11
Bölüm 4: Bölüm 4 Başlık	13
4.1 Bu bir alt başlık	13
4.1.1 Bu ikinci seviye bir alt başlık	13
Sonuç	15
Kaynaklar	17
Ek A: İlk Ek Başlığı	19
Ek B: İkinci Ek Başlığı	21

Tablo Listesi

Şekil Listesi

GİRİŞ

Değişim noktası, veri setinde ani ve beklenmedik bir değişikliği ifade eden bir konum olarak tanımlanır. Bu noktalar genellikle bir desenin, trendin, varyansın veya diğer istatistiksel özelliklerin birdenbire ve belirgin bir şekilde değiştiği yerlerdir. Değişim noktası kestirimi; haberleşme, biyomedikal alanlar, konuşma sinyalleri işleme, sismik veri analizi, istatistiksel süreç kontrolü, finansal veri analizi gibi çeşitli alanlarda yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir. Bu kestirim probleminin çözümü için çeşitli istatistiksel sinyal işleme teknikleri geliştirilmiştir. Veri dağılımının bilindiği ve bilinmediği durumlarda kullanılan yöntemler, parametrik ve parametrik olmayan olarak sınıflandırılır. Ölçümlere ait dağılım fonksiyonunun bilinmesi, genellikle parametrik değişim noktası kestirim yöntemleriyle zor problemlerde bile başarılı sonuçlar elde edilmesini sağlar. Ancak bu bilgi her zaman mevcut olmayabilir ve bu durumda parametrik olmayan yöntemlere başvurulur.

Örneğin, bir perakende satış veri setinde, bir ürünün satışlarının aniden artması veya azalması bir değişim noktasını temsil edebilir. Endüstriyel süreçlerde, üretim hattındaki bir arıza nedeniyle üretimde ani bir düşüş de bir değişim noktası olabilir. Finansal piyasalarda, bir hisse senedinin değerinde ani bir değişiklik veya trendin tersine dönmesi de bir değişim noktasını işaret edebilir. Değişim noktalarını tespit etmek için istatistiksel analiz, zaman serisi analizi, makine öğrenimi gibi teknikler kullanılır. Bayes faktörü, kümülatif toplam, anomalilerin tespiti gibi istatistiksel kriterler, değişim noktalarını belirlemede kullanılan araçlardan bazılarıdır. Bu teknikler, veriyi segmentlere ayırır ve her bir segmentin içindeki istatistiksel özellikleri değerlendirerek değişim noktalarını tanımlar.

Bu analizler, veri setindeki önemli değişiklikleri objektif bir şekilde belirleyerek, kullanıcılara olayları anlama ve gelecekteki eğilimleri tahmin etme konusunda yardımcı olabilir. Bu sayede, değişim noktalarının belirlenmesi, karar verme süreçlerini destekleyerek daha bilinçli ve stratejik adımlar atılmasına imkan tanır.

Bölüm 1

Değişim Noktası

1.1 Tek Değişim Noktası Tespiti

Tek değişim noktası tespiti, bir veri setinde yalnızca bir değişim noktasının varlığını tespit etmeye odaklanan istatistiksel bir analiz yöntemidir. Bu tür analizler genellikle zaman serileri, süreç kontrolü, finansal veriler gibi çeşitli alanlarda kullanılır. Temel hedef, veri setindeki bu değişim noktasını tanımlamak ve bu noktada meydana gelen ani değişikliği belirlemektir.

Tek değişim noktası tespiti, bir zaman serisinde veya veri setinde belirli bir anın, örneğin bir trendin başlangıcı veya bir olayın etkisi gibi bir değişiklik noktasını belirlemek için kullanılır. Bu analiz genellikle istatistiksel yöntemler, matematiksel modeller veya makine öğrenimi algoritmaları kullanılarak gerçekleştirilir. Bu yöntemler, veri setindeki değişim noktasının istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını değerlendirir ve belirli bir ölçüye dayanarak değişim noktasını tanımlar. Bu tür analizler, anormal durumları tespit etmek, süreçlerdeki değişiklikleri anlamak veya zaman içindeki önemli olayları belirlemek gibi bir dizi uygulama alanında kullanılır. Örneğin, endüstriyel süreçlerde bir makinenin arızasının başlangıcını belirlemek veya finansal piyasalardaki bir trend değişikliğini saptamak gibi durumlar, tek değişim noktası tespiti analizine örnek olabilir. Bu yöntemler, veri analizi ve karar verme süreçlerinde bilinçli ve stratejik adımlar atılmasına yardımcı olabilir, çünkü belirli bir değişim noktasının tanımlanması, olayların anlaşılmasını ve gelecekteki trendlerin tahmin edilmesini destekleyebilir.

Tek bir değişim noktasının tespiti için hipotez testi bir olasılık oranı tabanlı yaklaşımla formüle edilebilir. Burada, H_0 null hipotezi, değişim noktasının olmadığına ($m = 0$) karşılık gelirken, alternatif hipotez H_1 tek bir değişim noktasına ($m = 1$) karşılık gelir.

Bu hipotezi test etmek için olasılık oranı test istatistiği, genel bir hipotez tabanlı yaklaşımı kullanır. İlk olarak, Hinkley (1970) tarafından önerilen bu yöntem, asimptotik dağılımı türetilen bir olasılık tabanlı yaklaşımı benimser. Bu yaklaşım, normal olarak dağılmış gözlemler içindeki ortalama değişikliği için olasılık oranı test istatistiğini hesaplar.

Jen ve Gupta (1987) tarafından yapılan genişletme ile bu olasılık tabanlı yaklaşım, normal olarak dağılmış gözlemler içindeki varyans değişiklikleri için de geçerli bir test

istatistiği sağlar.

Bu yöntemler, belirli bir değişim noktasının varlığını istatistiksel olarak değerlendirmek ve bu değişim noktasının ne zaman gerçekleştiğini belirlemek için kullanılır. Bu analizler, veri setindeki belirli bir noktadaki değişikliklerin anlamlılığını değerlendirerek, değişim noktasının varlığını istatistiksel olarak doğrulamaya yöneliktir.

Null hipotezi için maksimum log-olabilirlik, $\log p(y_{1:n}|\hat{\theta})$ şeklinde ifade edilir, burada $p(\cdot)$ verilerin dağılımıyla ilişkilendirilen olasılık yoğunluk fonksiyonudur ve $\hat{\theta}$ parametrelerin maksimum olabilirlik tahminidir.

Alternatif hipotez altında, τ_1 ile bir değişim noktası içeren bir modeli ele alalım, burada $\tau_1 \in 1, 2, \dots, n-1$. Bu durumda, belirli bir τ_1 için maksimum log-olabilirlik şu şekildedir: $ML(\tau_1) = \log p(y_{1:\tau_1}|\hat{\theta}_1) + \log p(y_{(\tau_1+1):n}|\hat{\theta}_2)$. Değişim noktasının doğası göz önüne alındığında, alternatif hipotez altındaki maksimum log-olabilirlik değeri basitçe $\max \tau_1 ML(\tau_1)$ olarak ifade edilir, burada maksimum tüm olası değişim noktası konumları için alınır. Test istatistiği şu şekildedir: $\lambda = 2\tau_1 ML(\tau_1) - \log p(y_{1:n}|\hat{\theta})_{\max}$.

Bu test, $\lambda > c$ ise null hipotezi reddedilir şeklinde bir eşik değeri c seçerek yapılır. Eğer null hipotezi reddedilirse, yani bir değişim noktası algılanırsa, onun pozisyonunu $\hat{\tau}_1$ olarak tahmin ederiz, bu değer $ML(\tau_1)$ 'i maksimize eden τ_1 değeridir. Bu parametre için uygun değer c henüz açık bir araştırma sorusudur ve farklı değişim tipleri altında p değerleri ve diğer bilgi kriterleri oluşturan birkaç yazar bulunmaktadır (Birgé ve Massart, 2007; Chen, Gupta ve Gupta, 2000; Guyon ve Yao, 1999; Lavielle, 2005).

Açıkça görülmektedir ki, olabilirlik test istatistiği basitçe m segmentlerinin her biri için olasılığı toplamak suretiyle birden fazla değişime genişletilebilir. Sorun, tüm olası $\tau_{1:m}$ kombinasyonları üzerinde $ML(\tau_{1:m})$ 'in maksimumunu belirlemeye dönüşür.

1.2 Birden Fazla Değişim Noktası Tespiti

Birden fazla değişim noktasının (Multi change points) belirlenmesi, bir veri setinde meydana gelen yapısal değişiklikleri tespit etme sürecini ifade eder. Bu analiz, veri setinin farklı segmentlere bölünmesi ve her bir segmentteki değişim noktalarının tanımlanması yoluyla gerçekleştirilir. Değişim noktaları, verinin genel özelliklerinde veya desenlerinde beklenmeyen değişiklikleri temsil eder.

Özellikle zaman serilerinde birden fazla değişim noktasının belirlenmesi, farklı dönemlerde farklı trendlerin veya desenlerin varlığını anlamak açısından önemlidir. Bu tür analizler, endüstriyel süreçlerde, finansal piyasalarda veya epidemiyolojik veriler gibi farklı alanlarda meydana gelen önemli olayları veya dönemleri belirlemek için kullanılabilir.

Bu tür analizler genellikle istatistiksel yöntemler, matematiksel modeller veya makine öğrenimi algoritmaları kullanılarak gerçekleştirilir. Birden fazla değişim noktası tespiti, veri setindeki karmaşık yapısal değişiklikleri belirleme ve anlama amacı taşır. Bu da kullanıcılara önemli olayları tespit etme ve veri setinin farklı bölümlerindeki değişiklikleri anlama imkânı sağlar. Bu analizler, veri setinin farklı segmentlerine ayrılmasını sağlayarak, her bir segmentteki farklı özellikleri ve eğilimleri anlamak için bir yol sunar. Bu da karar verme süreçlerinde daha bilinçli ve stratejik adımlar atılmasına yardımcı olabilir.

Belirli bir zaman serisi veya sinyal akışındaki birden fazla değişim noktasını verimli ve doğru bir şekilde belirleyebilmek için literatürde yaygın olarak kullanılan bir yöntem, maliyet fonksiyonunu (C) minimize ederek birden çok değişim noktasının konumunu belirlemektir. Bu yöntemde, aşırı uyumu önlemek için bir ceza terimi $\beta f(m)$ ile birlikte maliyet fonksiyonunun toplamı minimize edilmeye çalışılır. Formülü şu şekilde ifade edebiliriz: $\sum_{i=1}^{m+1} C(y(\tau_{i-1} + 1) : \tau_i) + \beta f(m)$

Bu denklem, değişiklik noktaları ($y(\tau_{i-1} + 1)$ ile τ_i arasındaki segmentler) için maliyet fonksiyonunun toplamını ve aşırı uyumu önlemek için ceza terimini içerir. Bu yöntem, veri setini birden çok bölüme bölmek (maliyet fonksiyonu tarafından belirlenen) ile aşırı karmaşıklık veya fazla uyumu önlemeye yönelik ceza terimi arasında bir denge kurarak birden fazla değişim noktasını etkili bir şekilde bulmayı amaçlar.

Literatürde birden fazla değişim noktasını belirleme konusunda en yaygın yöntem, bir segment için bir maliyet fonksiyonunu (genellikle negatif log olasılık gibi) minimize etmek ve aşırı uyumlanmayı engellemek için bir ceza terimi (c 'nin birden fazla değişim noktası versiyonu olan $\beta f(m)$) kullanmaktır. Bu, aynı zamanda benimsediğimiz ve eşlik eden pakette kullandığımız yaklaşımdır. Bu minimize işlemini gerçekleştirmek için bir kaba kuvvet yöntemi, $2n - 1$ çözümü düşünerek, m bilindiğinde $n - 1m$ 'ye indirgenir.

1.2.1 İkili Segmentasyon Algoritması

İkili segmentasyon algoritması (BinSeg), değişim noktası literatüründe kullanılan en köklü arama yöntemidir. İkili segmentasyon arama algoritmasının erken uygulamaları arasında Scott ve Knott (1974) ile Sen ve Srivastava (1975) bulunmaktadır.

İkili segmentasyon, herhangi bir tek değişim noktası yöntemini ardışık olarak farklı veri setlerinde tekrarlayarak çoklu değişim noktalarına genişletmek için kullanılabilir. İlk olarak, tek bir değişim noktası test istatistiğini tüm veri setine uygular. y_1, y_2, \dots, y_n şeklindeki veri seti üzerinde bir başlangıç noktası belirlenir. Bu başlangıç noktası, veri setinin ortalaması, medyanı veya başka bir özelliği olabilir. Belirlenen başlangıç noktasında bir değişim noktası testi yapılır. Bu test, veri setini iki alt küme olarak böldüğünde, oluşan alt kümelerin toplam maliyetinin belirli bir kritere göre düşük olup olmadığını kontrol eder, yani bir τ 'nin aşağıdaki koşulu sağlayıp sağlamadığını test eder:

$$C(y_{1:\tau}) + C(y_{(\tau+1):n}) + \beta < C(y_{1:n})$$

Burada:

- **C**: Bir segment için maliyet fonksiyonu
- $y_{1:\tau}$: Başlangıçtan değişim noktasına kadar olan veri seti
- $y_{(\tau+1):n}$: Değişim noktasından sona kadar olan veri seti
- β : Aşırı uyum karşısında koruma sağlayan ceza terimi

Eğer bu koşul sağlanmıyorsa, o zaman herhangi bir değişim noktası tespit edilememiştir ve algoritma durur. Aksi takdirde veri, belirlenen değişim noktasından önce ve sonra olmak üzere iki segmente bölünür. Tek değişim noktası tespit yöntemi, değişiklikten önce ve sonra iki yeni segmente de tekrarlanır. Her iki segmentte de değişim noktaları belirlenirse, bunları yeni belirlenen değişim noktasında daha fazla segmentlere böler ve her yeni segmente değişim noktası tespit yöntemini uygular. Bu süreç, verinin herhangi bir bölümünde değişim noktası bulunamayana kadar devam eder.

Çoklu değişim noktalarını belirlemek için yaygın olarak kullanılan bir yaklaşım, aşağıdaki ifadeyi minimize etmektir:

$$\sum_{i=1}^{m+1} C(y(\tau_{i-1} + 1) : \tau_i) + \beta f(m)$$

Burada, C bir segment için bir maliyet fonksiyonu ve $\beta f(m)$ aşırı uyum karşısında koruma sağlayan bir ceza terimidir.

İkili segmentasyon, herhangi bir değişim noktasının konumu önceden belirlenmiş değişim noktalarına bağlı olduğu için ($f(m) = m$ olarak) yukarıdaki denklemin yaklaşık bir minimize edilmesidir. Algoritmanın her adımı, bu denklemi azaltıyorsa ek bir değişim noktası eklemeye çalışır. İkili segmentasyon algoritmasının avantajı, n 'nin veri uzunluğu olduğu durumda $O(n)$ hesaplama maliyeti ile uygulanabilen hızlı bir algoritma olmasıdır. Ancak, C 'yi uygun bir şekilde seçmek zor olabilir ve farklı C seçimleri, değişim noktalarının sayısının tahmininde önemli farklara neden olabilir.

1.2.2 PELT

1.2.3 Parçalı Regresyon

Parçalı veya kesik çizgili modeller, yanıt ile bir veya daha fazla açıklayıcı değişken arasındaki ilişkilerin parçalı doğrusal olduğu, yani iki veya daha fazla değişkenle temsil edildiği regresyon modelleridir. Bu ilişkiler, genellikle bilinmeyen değerlerde birleştirilen iki veya daha fazla düz çizgi tarafından temsil edilir, bu değerlere genellikle kırılma noktaları, değişim noktaları veya birleşim noktaları denir. Bu yöntemde bağımsız değişken, aralıklara bölünür ve her bir aralığa ayrı bir çizgi segmenti uyarlanır. Parçalı regresyon analizi ayrıca çeşitli bağımsız değişkenlerle yapılan çok değişkenli veriler üzerinde de gerçekleştirilebilir. Parçalı regresyon analizi, bağımsız değişkenlerin belirli gruplara ayrıldığı durumlarda, bu gruplardaki değişkenler arasındaki ilişkilerin farklı olduğuna inanıldığında kullanışlıdır. Bu parçalar arasındaki sınırlar, değişim noktaları olarak adlandırılır.

Matematiksel olarak, model şu şekilde ifade edilebilir:

$$y = \beta_{0i} + \beta_{1i}x + \epsilon$$

Bu denklemde, β_{0i} ve β_{1i} sırasıyla i -inci segmentin kesişim noktası ve eğimini temsil eder.

Parçalı regresyon, ekonomi, biyoloji, çevre bilimleri, epidemiyoloji gibi çeşitli alanlarda kullanılır. Kalite iyileştirme müdahaleleriyle ilgili çalışmalarda parçalı regresyon analizlerinin kullanımına dair birçok örnek yayınlanmıştır.

Temel bir parçalı regresyon analizinde zaman periyodu müdahale öncesi ve sonrası parçalara bölünür ve her parçada ayrı ayrı kesişme noktaları ve eğimler tahmin edilir. Müdahaleden önce ve sonra kesişmelerde ve eğimlerdeki değişiklikleri test etmek için istatistiksel testler gerçekleştirilir. Veriler ve model spesifikasyonunda bazı basit değişikliklerle parçalı regresyon analizi, genellikle standart istatistiksel yazılım paketlerinde kolayca uygulanabilir. Genellikle, zaman içinde alınan gözlemler ilişkilidir, bu nedenle otokorelasyonu hesaba katmak için genellikle ek bir düzeltme yapılması gerekir.

Parçalı doğrusal regresyon, parçalı regresyonun doğrusal regresyon kullanılarak elde edilen bir alt türüdür. İki parçalı doğrusal regresyon, bir değişim noktası ile ayrılmış iki parçayla, değişken bir etkenin (x) yanıt fonksiyonunun (Y_r) ani bir değişikliğini nicelendirmek için kullanışlı olabilir. Değişim noktası, yanıt fonksiyonunun kritik, güvenli veya eşik değeri olarak yorumlanabilir; bu değerin ötesinde veya altında (istenmeyen) etkiler meydana gelebilir. Değişim noktası, karar verme süreçlerinde önemlidir.

Her bir parça için ayrı ayrı uygulanan en küçük kareler yöntemi, iki regresyon çizgisini veriye mümkün olduğunca iyi uyacak şekilde oluştururken, gözlemlenen (y) ve hesaplanan (Y_r) bağımlı değişken değerleri arasındaki farkın karesini en aza indirir. Bu yöntemle şu iki denklem elde edilir:

$$Y_r = A1.x + K1 < BP \text{ (değişim noktası için)}$$

$$Y_r = A2.x + K2 > BP \text{ (değişim noktası için)}$$

Burada:

- Y_r , x 'in belirli bir değeri için beklenen (tahmin edilen) y değeridir;
- $A1$ ve $A2$ regresyon katsayılarıdır (çizgi segmentinin eğimini gösterir);
- $K1$ ve $K2$ regresyon sabitleridir (y -ekseninde kesişimi gösterir).

Bu yöntem aynı zamanda iki korelasyon katsayısı (R) da üretir:

$$R_1^2 = 1 - \frac{\sum (y - Y_r)^2}{\sum (y - Y_{a1})^2} \text{ } x < BP \text{ (değişim noktası için)}$$

ve

$$R_2^2 = 1 - \frac{\sum (y - Y_r)^2}{\sum (y - Y_{a2})^2} \text{ } x > BP \text{ (değişim noktası için)}$$

Burada:

- $\sum (y - Y_r)^2$ her bir parça için minimize edilmiş SSD'yi temsil eder
- Y_{a1} ve Y_{a2} ilgili parçalarda y 'nin ortalamasıdır.

En uygun eğilimi belirlemede, bu eğilimin güvenilir (anlamlı) olduğundan emin olmak için istatistiksel testler gerçekleştirilmelidir.

Eğer anlamlı bir değişim noktası tespit edilemezse, değişim noktası olmadan bir regresyona geçilmelidir. Aşağıdaki istatistiksel testler, eğilim türünü belirlemek için kullanılır:

1. **A1 ve A2'nin Anlamlılığı:** $A1$ ve $A2$ 'nin anlamlılığı, $A1$ ve $A2$ 'nin standart hata SE 'si ve Student'ün t -distribution'ı kullanılarak belirlenir.

2. **A1 ve A2'nin Farkının Anlamlılığı:** A1 ve A2'nin farkının anlamlılığı, farklarının standart hatası SE ve Student'ün t-distribution'ı kullanılarak belirlenir.
3. **Y1 ve Y2'nin Farkının Anlamlılığı:** Y1 ve Y2'nin farkının anlamlılığı, farklarının standart hatası SE ve Student'ün t-distribution'ı kullanılarak belirlenir.
4. **Değişim Noktasının Varlığını Test Etme:** Sözde skor testi, parçalı çizginin tahminini gerektirmez ve kırılma noktasının varlığını test etmek için daha formal bir istatistiksel yaklaşımdır.

Ayrıca, tüm verilerin korelasyon katsayısı (R_a), belirleme katsayısı veya açıklama katsayısı, regresyon fonksiyonlarının güven aralıkları ve ANOVA analizi kullanılmaktadır.

C_d katsayısı, tüm veri seti için belirlenen şartlar altında maksimize edilmesi gereken bir belirleme katsayısıdır ve şu formülle hesaplanır:

$$C_d = 1 - \frac{\sum (y - Y_r)^2}{\sum (y - Y_a)^2}$$

Burada Y_r , önceki regresyon denklemlerine göre beklenen (tahmin edilen) y değeridir ve Y_a , tüm y değerlerinin ortalamasıdır.

C_d katsayısı, 0 ile 1 arasında değer alır. Saf, parçalanmamış doğrusal regresyonda, C_d ve R_a^2 değerleri eşittir. Parçalı regresyonda, C_d 'nin R_a^2 'den anlamlı derecede büyük olması, parçalanmanın haklı olduğunu gösterir.

Değişim noktasının en uygun değeri, C_d katsayısının maksimum olduğu noktada bulunabilir.

Bölüm 2

Uygulama

2.1 Veri

Bu bölümde şu konular yer almaktadır...

2.1.1 Yapay Veriler

2.1.2 Gerçek Veriler

2.2 Çalışma Tasarımı

2.3 Sonuçlar

Bölüm 3

Bölüm Başlığı

3.1 Bu bir alt başlık

Bu bölümde şu konular yer almaktadır...

3.1.1 Bu ikinci seviye bir alt başlık

Bölüm 4

Bölüm 4 Başlık

4.1 Bu bir alt başlık

Bu bölümde şu konular yer almaktadır...

4.1.1 Bu ikinci seviye bir alt başlık

Sonuç

If we don't want Conclusion to have a chapter number next to it, we can add the `{-}` attribute.

More info

And here's some other random info: the first paragraph after a chapter title or section head *shouldn't be* indented, because indents are to tell the reader that you're starting a new paragraph. Since that's obvious after a chapter or section title, proper typesetting doesn't add an indent there.

Kaynaklar

10 Angel, E. (2000). *Interactive Computer Graphics: A Top-Down Approach with OpenGL*. Boston, MA: Addison Wesley Longman.

Angel, E. (2001a). *Batch-file Computer Graphics: A Bottom-Up Approach with QuickTime*. Boston, MA: Wesley Addison Longman.

Angel, E. (2001b). *test second book by angel*. Boston, MA: Wesley Addison Longman.

Birgé, L. ve Massart, P. (2007). Minimal penalties for Gaussian model selection. *Probability theory and related fields*, 138, 33-73.

Chen, J., Gupta, A. K. ve Gupta, A. (2000). *Parametric statistical change point analysis* (C. 192). Springer.

Deussen, O. ve Strothotte, T. (2000). Computer-Generated Pen-and-Ink Illustration of Trees. "*Proceedings of*" *SIGGRAPH 2000*, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, 13-18.

Fisher, R., Perkins, S., Walker, A. ve Wolfart, E. (1997). *Hypermedia Image Processing Reference*. New York, NY: John Wiley & Sons.

Gooch, B. ve Gooch, A. (2001a). *Non-Photorealistic Rendering*. Natick, Massachusetts: A K Peters.

Gooch, B. ve Gooch, A. (2001b). *Test second book by gooches*. Natick, Massachusetts: A K Peters.

Guyon, X. ve Yao, J. (1999). On the underfitting and overfitting sets of models chosen by order selection criteria. *Journal of Multivariate Analysis*, 70(2), 221-249.

Hertzmann, A. ve Zorin, D. (2000). Illustrating Smooth Surfaces. *Proceedings of SIGGRAPH 2000*, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, 5(17), 517-526.

Hinkley, D. V. (1970). Inference about the change-point in a sequence of random variables.

Jain, A. K. (1989). *Fundamentals of Digital Image Processing*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.

Jen, T. ve Gupta, A. K. (1987). On testing homogeneity of variances for Gaussian models. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 27(2), 155-173.

Lavielle, M. (2005). Using penalized contrasts for the change-point problem. *Signal processing*, 85(8), 1501-1510.

Molina, S. T. ve Borkovec, T. D. (1994). The Penn State Worry Questionnaire: Psychometric properties and associated characteristics. G. C. L. Davey ve F. Tallis (Ed.), *Worrying: Perspectives on theory, assessment and treatment* içinde (ss. 265-283). New York: Wiley.

Noble, S. G. (2002). *Turning images into simple line-art*. (Yayımlanmamış undergraduate thesis). Reed College.

Reed College. (2007). LaTeX Your Document. <http://web.reed.edu/cis/help/LaTeX/index.html> adresinden erişildi.

Russ, J. C. (1995). *The Image Processing Handbook, Second Edition*. Boca Raton, Florida: CRC Press.

Salisbury, M. P., Wong, M. T., Hughes, J. F. ve Salesin, D. H. (1997). Orientable Textures for Image-Based Pen-and-Ink Illustration. “*Proceedings of*” SIGGRAPH 97, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, 401-406.

Savitch, W. (2001). *JAVA: An Introduction to Computer Science & Programming*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall.

Tukey, J. W. (1984). *The collected works of John W. Tukey* (C. 1). Taylor & Francis.

Wong, E. (1999). *Artistic Rendering of Portrait Photographs*. (Yayımlanmamış matthesis). Cornell University.

Ek A

İlk Ek Başlığı

This first appendix includes all of the R chunks of code that were hidden throughout the document (using the `include = FALSE` chunk tag) to help with readability and/or setup.

In the main Rmd file

```
# This chunk ensures that the thesisdown package is  
# installed and loaded. This thesisdown package includes  
# the template files for the thesis.  
if(!require(remotes)) install.packages("remotes", repos = "http://cran.rstudio.com")  
if(!require(thesisdown)) remotes::install_github("ismayc/thesisdown")  
library(thesisdown)
```

In Chapter ??:

Ek B

İkinci Ek Başlığı

İkinci Ek