דוח משוב לסטודנט

מזהה סטודנט	209956341
מזהה מבחן	2026-0067504-1-2-70b
תאריך בחינה	יום חמישי, 16 באפר' 2026
מרצה	פרופסור בביוף משה

ניקוד שאלות פתוחות	ציון מבחן מקורי	ציון מבחן סופי
74.00	74.00	74.00

סיכום

מספר שאלה	ניקוד	ניקוד מירבי	שאלת בונוס
1.11		10.00	0
1.12		24.00	0
2	21.00	34.00	0
3.1	3.00	3.00	0
3.2	3.00	5.00	0
3.3	24.00	26.00	0
4	21.00	34.00	0
5	2.00	2.00	1

האוניברסיטה העברית בירושלים
THE HEBREW UNIVERSITY OF JERUSALEM

Exam booklet number 60 מספר מחברת

לפני הבחינה אנא מלא/מלאי את הפרטים בכתב ברור ובדייקנות
Please complete the below fields accurately and in clear handwriting

Student Number | 2 | 0 | 9 | 9 | 5 | 6 | 3 | 4 | 1 | מספר תעודת זהות

Course Name אלגוריתמים. שם הקורס Course Number 67504 מספר קורס

Instructor's name משה כהן שם המרצה Exam Date 16.4.26 תאריך הבחינה

67504 אלגוריתמים 16/04/2026 מבחן מסכם
מועד ב' סמסטר א'
אולם: קנדה
מחברת 60

209956341

202600675041270

הנחיות לנבחן

- יש להכין תעודה מזהה.
- יש להישמע להוראות הבוחנים והמשגיחים.
- אסור לנבחנים לשוחח ולהתקשר בכל צורה ביניהם או עם כל גורם אחר, או להעביר חומר כלשהו זה לזה.
- אין לעזור את אולם הבחינה במהלך הבחינה אלא ברשות בוחן או משגיח.
- חל איסור להשתמש בבחינה בחומר כלשהו או להחזיקו למעט חומר שהותר לשימוש במפורט על ידי הבוחנים ובתנאי שאין בו כל רישומים, פתקים וכיו"ב.
- כל החפצים ירוכזו באולם הבחינה בהתאם להוראות המשגיחים.
- אין להשתמש במכשירים אלקטרוניים כגון: טלפונים ניידים, מחשבים ניידים, מחשבי כף יד ושעונים חכמים.
- יש לכתוב את התשובות בעט כחול או שחור בכתב יד ברור ונקי. אין לכתוב בעיפרון.
- אין להשתמש בטיפקס או במרקרים.
- אין לכתוב בשוליים. יש לכתוב טיוטה רק על העמוד הפנימי של הדף במקום המסומן לכך.
- אין לתלוש או להוסיף דפים למחברת. מחברות שיתלשו או יצורפו אליה דפים דינה כמחברת פסולה.
- יש להקפיד למלא את כל הפרטים המזהים על גבי כל מחברת נוספת שאין עליה ברקוד.
- יש למסור את המחברת בשלמותה לפני עזיבת האולם. עזיבת האולם ללא מסירת מחברת הבחינה דינה ציון 0.
- האוניברסיטה העברית מקפידה על קיומן התקין של הבחינות לפי הנהלים וכללי היושר הקבועים בתקנוניה, ומאחלת לך הצלחה בבחינות.

Instructions

- Prepare an identification card (ID).
- Follow the instructions of the examiners and supervisors.
- During the test, students are not allowed to talk **or** communicate with each other or anyone from outside in any way, nor pass any material to each other.
- Do not leave the examination room during the test, unless permitted to do so by the examiner or supervisors.
- It is forbidden to use or possess any material during the test, except for items specifically authorized by the examiners, provided that no written notes are attached.
- All the students' belongings will be gathered in the room according to the examiners' instructions.
- Use of any type of electronic device such as a cell phone, laptop, tablet, or smartwatch is forbidden.
- Write the answers clearly and legibly using a black or blue pen. Do not use a pencil.
- Do not use correction products (such as Tippex), pen erasers, or colored markers.
- Do not write in the margins. Drafts should only be written on the back of the pages, at the assigned place.
- Do not tear or add any pages to the booklet. A booklet with missing or added pages will be considered invalid.
- Ensure to complete all identifying information in additional booklets that do not have a barcode.
- The complete test booklet must be submitted prior to leaving the room. Leaving the room without submitting the exam booklet will result in a "0" grade.
- The Hebrew University of Jerusalem maintains the orderly conduct of examinations, according to its "Rules of Integrity" policies. We wish you success in your examinations.

For staff use only **לשימוש המרצה**

Name of the exam reader _____ שם הבודק/ת Exam grade (0-100) _____ ציון הבחינה

Signature of the exam reader _____ חתימת הבודק/ת The exam was marked on this date _____ המחברת נבדקה בתאריך

אין לחתוך, לקרוע, לקפל ולהוציא דפים מהמחברת

מבחן סוף קורס - דף עזר

67504 - קורס אלגוריתמים

ת.ז: 209956341

הקיפו את השאלות הנבחרות וכתבו בעמודה המתאימה באילו עמודים של המחברת:

שאלה	עמודים
1	
2	7, 9, 11
3	13, 15, 17, 19, 21
4	1,3,5

+2
(5)

שאלה 4:

אלגוריתם:

0: נבנה רשת צרימה $N=\langle V,E,c,s,t\rangle$ כך ש:

$$V=\{s,t\}\cup\{v_1,\dots,v_n\}\cup\{a_1,\dots,a_m\}\cup\{d_1,\dots,d_k\}$$

$$E=\{(s,a_i)\mid i\in[m]\}\cup\{(a_i,d_j)\mid i\in[m],j\in[k],d_j\in A_i\}$$
$$\cup\{(d_i,v_j)\mid i\in[k],j\in[n],d_j\in V_i\}\cup\{(v_i,t)\mid i\in[n]\}$$

$$c(x,y)=\begin{cases} c_i & x=s,\ y=a_i,\ i\in[m] \\ \infty & x=a_i,\ y=d_j,\ i\in[m],\ j\in[k],\ (x,y)\in E \\ \infty & x=d_j,\ y=v_i,\ j\in[k],\ i\in[n],\ (x,y)\in E \\ 1 & x=v_i,\ y=t\quad i\in[n] \end{cases}$$

1: נפעיל את אלגוריתם FF למציאת שליל מקסימלי f.

2: אם $|f|=\sum_{i=1}^{m} c_m = n$ נחזיר את הבוחן f, אחרת נחזיר FALSE

נגדיר את בוחן f להיות: $f(i)=(d_k,j)$

כך ש:

$d_k\in D$ s.t. $f(d_k,v_i)=1$

$j\in[m]$ s.t. $f(a_j,d_k)=1$

-2 (4)

הזרימה ממפרסם לדמוגרפיה יכולה להיות תמיד גדולה מ 1 - זה יכשל

-3 (4)

אם לדוגמה יש 5 פרסומאים שכל אחד רוצה מבקר בודד, 5 מבקרים וקבוצה דמוגרפית אחת - הפתרון פה עלול להוביל לכך שהפונקציה מחזירה שכל 5 המבקרים רואים פרסומת של אותו הפרסומאי, במקום מבקר לכל פרסומאי

ניתוח ריצה:

$O(|V|)=O(n+k+m)$

$O(|E|)=O(n+m+n\cdot k+m\cdot k)=O(n\cdot k+m\cdot k)=O(k\cdot(n+m))$

בניית הרשת תתבצע $O(|V|+|E|)=O(k\cdot(n+m))$

אלגוריתם FF ירוץ $O(|E|\cdot|f^*|)$

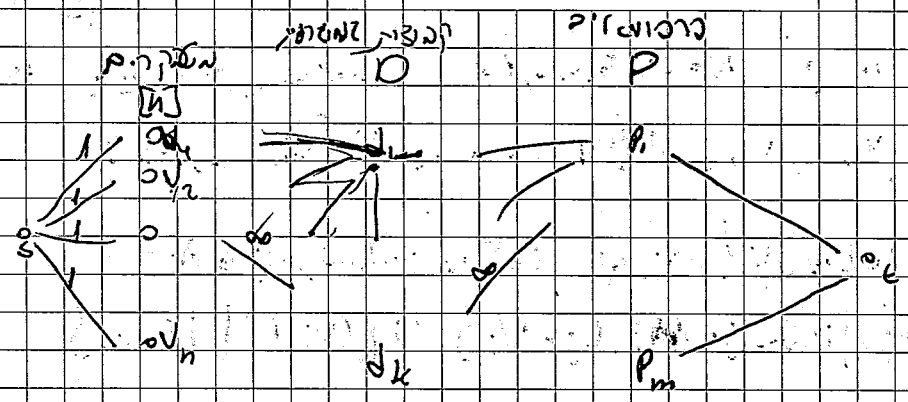
השליל המקסימלי תמיד גדול מ n מאחר ו:

$$|f|=\sum_{v\in V} f(s,v)=\sum_{i\in[m]} f(s,a_i)\le\sum_{i\in[m]} c(s,a_i)=\sum_{i\in[m]} c_i=n$$

נתון

אלגוריתם הקיבול

טיוטה למבחן



(V_i, d_j) (d_i, P_j)

$d_j \in V_i$ $d_i \in A_j$

$O(|V|) = O(n+k+m)$

$O(|E|) = O(k\cdot(n+m))$

$O(|V|\cdot|E|\cdot(|V|+|E|))$

$= (n+k+m)(k\cdot(n+m)) \cdot (n+k+m+k(n+m))$

$= (n^2k + nmk + k^2n + k^2m + nmk + km^2)(n+k+m+kn+km)$

n^3k

המשך:

לכן מציאת השכן g דורשת $O(|E|\cdot n) = O(nk(n+m))$ זמן ריצה.

בעיית הכיסוי דורשת מעבר על הגרפים (הקלט) ותרגום

לשם יצר ב- $O(|E|)$

סה"כ נדרש: $O(nk(n+m))$

הוכחת נכונות:

עלינו להוכיח נכונות נדרש להראות כי הרשת שלנו מקיימת את

אילוצי הרשת. ניתן כי מקיים כל כלל תקין לפי שקילות לבעיה g

ותחת ~~משקל ל שם הכלל~~

מקיים $n = |g| = \sum_{i=1}^{m} g(s,a_i)$ משוכן פעולת האלגוריתם.

נשים לב, כי $\sum_{i=1}^{m} c(s,a_i) = \sum_{i=1}^{m} c_i = n$ כלומר סך הצבעה

על הגרפים היוצאים מ-s שווה לסך הקיבולים לכן כל הגרפים

רוויים. הגדרה שלנו דורשת התאמה בין כרטיסים

לקבוצה. המאצ'ים - למבקר. ונראה כי סך המבקרים

הרשאים את הכרטיסים הוא c_j.

נשים לב כי לכל $i \in [n]$ $c(v_i,t) = 1$. מאילוץ הקיבול הצבעה המקסימלית

על גרפים אלו היא 1, ומתוך שימור התזרים של G קודקוד v_i

מקיים $\sum_{j\in[k]} g(d_j,v_i) \le 1$ ומאחר ואלגוריתם FF מחזיר פתרון בשלמים

אם הקיבול בשלמים, אזי בסכום הוא בדיוק 1 או 0.

מאחר ו- $|g| = n$ ו- $\sum_{i\in[n]} c(v_i,t) = n$ מתוך שימור הזרם של G

הקודקודים נסיק כי $\sum_{i\in[n]} g(v_i,t) = n$ וכל הגרפים $c(v_i,t)$ רוויים סה"כ

בעיה = 1.

טיוטה למבחן

דף לא לכתוב בו לשבוע

השקפה שלילית.

כאשר מצרימה בשלמות אחרי שימוש המומר נניח כי אם $g(v_i,t)=1$ $\forall i\in[n]$ אז קיים $k\in K$ יחיד כך ש $g(d_k,v_i)=1$ ולכל $j\neq k$ $g(d_j,v_i)=0$. באופן דומה נניח כי לכל $k\in K$ מתקיים $g(d_k,a_j)$ קיים $j\in[m]$ יחיד כך ש- $g(a_j,d_k)=1$ ולכל $q\neq j$ $g(a_q,d_k)=0$.

לא מדויק, ראו למעלה

ראינו כי ניתן ליצור התאמה יחידה בין מבקר דקבוצה לשאלות - הרסימאי. לכן בהשאלה f מהשאלות לאורחים אם שתי כשנו היחיד, נשתמש היחיד. ומחיק שימוש המומר G כל השאלות ומשאיר השאלה f $\sum_{d\in D} f(j,d)=1$.

הוכחנו את סעיף 1 ו-2 שם הבלבל לכן אם מתקיים $|g|=n$ הגלאי מחזיר בלבל נכון.

אם מתקיים פשוט, אם לא יתקיימו הגלגלים שכן מחיק שימוש המומר השלב יהיה $n>|g|$ לא תהיה התאמה לכל מבקר ולא יסובבו G הרס סומאים.

-8
(4) הטענה שאם הזרימה קטנה ממספר המבקרים אז אין פתרון חוקי לא הוכחה

הערות הבודק

טיוטה למבחן

$i \in [k]$, $j \in [m]$: $((x_i == z_{i+j-1}) \wedge f(i-1, j)) \vee$
$(y_i == z_{i+j-1}) \wedge f(i, j-1))$

$i = 0$, $j \in [m]$: $((y_j == \quad) \wedge f(0, j-1))$

$i \in [k]$, $j = 0$: $((x_i == \quad) \wedge f(i-1, 0))$

$i = 0$, $j = 0$: True

שאלה 2

תהליך נגדיר: עבור מחרוזת A נגדיר את A^k להיות הסיפא באורך k של המילה A. ואת A_i להיות האות ה- i מהסוף של A.

דוגמה: $A = xyz$ $\quad A^2 = yz$ $\quad A_2 = y$

לפי ההגדרה לעיל, Z^{i+j-1} היא מאורך i+j-1, אבל שילוב של X^i,Y^j הוא מאורך i+j.

תנאי הבעיה: האם z^{i+j-1} היא שילוב של x^i ו- y^j

לכל $i \in [k]$ ו- $j \in [m]$

נמחיש הדוגמה: נגדיר פונקציה $f(i,j)$ המקיימת האם z^{i+j-1} היא שילוב של x^i ו- y^j. הפתרון המלא

-3 (2)

היא אם עבור מילה שלא שלילי לא שלילי של תתי מילים מינימליים אין

זה לא עקרון נכון. לפחות לא בניסוח הזה. זה עובד בכיוון ההפוך - אם המילה היא שילוב, אז כל תת מילה היא שילוב של תתי מילים כלשהן

לפחות המילה כולה היא לא שילוב של שתי המילים.

f בונקציה בוליאנית: בגרסה ב 11 ש

$f(i,j) =$

$i \le k \wedge j \le m : ((x_i == z_{i+j-1}) \wedge f(i+1,j) \vee$

$(y_j == z_{i+j-1}) \wedge f(i,j+1))$

$i \le k \wedge j \ge m : ((x_i == z_{i+j-1}) \wedge f(i+1,m))$

$i \ge k \wedge j \le m : ((y_j == z_{i+j-1}) \wedge f(k,j+1))$

$i \ge k \wedge j \ge m :$

האם היא שילוב של אותיות?

כאשר בכל שלב בודקים האם z_{i+j-1} היא שילוב של x_i ו- y_j

אז בדיקה של האם האות הראשונה מתחילת המילים x_i ו- y_j מתאימה לאות הראשונה של סוף המילה z_{i+j-1}

ואם, האם השאר המילה מתאימה.

טיוטה למבחן

x A B C D

y 1 2 3 4

z A1B2C3D4

i,j

z_j -1 x_i אם רק z_{i+j-1}

$f(i,j) = (z_{i+j-1} = x_i) \longrightarrow f(i+1,j)$

$= y_j) \longrightarrow f(i, j+1)$

else $\longrightarrow$ False

$i > k$ False

$j > m$ False

x ABC

y 123

z_{n+k} A1B2C3

$x = 1$

$y = ABCD$

$z = ABCD1$

$i = 1$

$j = 1$

$(i \le k \wedge x_k = z_{i+j-1}$

						3	B	
m			•	•		2	Z	
3	z_{n+k} 1		F T	F T		1	3	T T
2	2	F T	T F	•				
1	3	T F	•					
		C 1	B 2	A 3				

C B A

1 2 3

המשך שאלה 2:

טבלה:

$(k+1)\times(n+1)$

נבנה טבלה T מגודל $(n+1)\times(k+1)$. כאשר הכניסה ה $T(i,j)$

-8 מייצגת את הערך $f(i,j)$.

(2)

נתחיל למלא מהתא $T(k,n)$ ואז לכל i,j לאחור התא

$T(i,j)$ נשלא אם $T(i+1,j)$ ואם $T(i,j+1)$ ואולי אם

הסדר הזה לא מוגדר היטב. אם נפתח את זה רקורסיבית, זה למלא שורה שורה, קודם לפי i ואז לפי j.

$T(i+1,j+1)$. למה זה חוקי?

חילוץ הפתרון יתבצע ע"י בדיקת הכניסה $T(n,k)$ שם

תמצאו הפתרון הוא $Z_{n,k}$ הוא שילוב X_k, Y_m.

-2 (2)

למן ריצה - מקבלים גודל מערך $O(n\cdot k)$ כלומר תא דרוש מסדר

הבנייה $O(1)$ כאשר לכל תא דרוש $O(n\cdot k)$

למה זמן קבוע?

סה"כ.

הערות הבודק

טיוטה למבחן

נא לא לכתוב בטבלה זו

z_{i+j}

$$f(i,j) = \begin{cases} (i \in [k], j \in [m]) & : ((x_i == z_{i+j-1}) \wedge f(i-1,j) \vee \\ & \quad (y_j == z_{i+j-1}) \wedge f(i,j-1)) \\ (i=0, j \in [m]) & : ((y_j == z_j) \wedge f(0,j-1)) \\ (i \in [k], j=0) & : ((x_i == z_i) \wedge f(i-1,0)) \\ (i=j=0) & : True \end{cases}$$

קודם לא ציינתם כלום לגבי ערכי אפס של i,j...

המשך שאלה 2 ↑

הערות הבודק

טיוטה למבחן

נא לא לכתוב בשטח זה

שאלה 3.

א. ~~נניח כי~~ יהי M עץ בעל משקל מינימלי.

נניח בשלילה שקיים קשת $e' \in E \setminus M$ שאין לה על

הקודקוד משותף עם על קשת מ- M.

נגדיר עץ $M' = M \cup \{e'\}$ יהי אותו עץ כ- M עץ

ולכל $e \neq e'$ אין הקודקוד משותפים עם על קשת אחרת ב-M.

משקל M' הוא

$$w(M') = \sum_{e \in M'} w(e) = \sum_{e \in M} w(e) + w(e') < \sum_{e \in M} w(e) = w(M)$$

+3

(3.1)

נכון

בסתירה לכך M בעל משקל מינימלי.

לכן M עץ מקסימלי.

~~מקרה שלישי כי $M_1 \neq M_2$ לכן $(E \setminus M_1) \cap M_2 \neq \emptyset$ אינו ריק.~~

~~לכן קיימת $e \in (E \setminus M_1) \cap M_2$ קשת $e \in M_1$ וגם $e \in E \setminus M_1$~~

~~מאחר ו- M_1 עץ מקסימלי, לא יש קודקוד משותף עם e ב- M_1.~~

טיוטה למבחן

נא לא לכתוב בעמודים אלו

3.ב. יהיו M_1, M_2 ציוויים מקסימליים כ-G. תהי $e \in M_1$

-2 (3.2)

נניח כי $M_1 \neq M_2$. לכן $e \in (E \setminus M_2) \cap M_1$

(אחרת $e \in M_2$ וסיימנו את ① ומהגדרת ציוון מקסימלי

קיימת $e' \in M_2$ עם קודקוד משותף ל-e. זה לא מוכיח את הדרוש

② מאחר ולפי G קשיר יש שני הקודקודים, יותר משני G קשורים

שמחוברים לקשת e מחיבורים שבה כרגע יש Z שמחוברות

לאותו קודקוד (שאבן היונים) לא בסתירה. לכן ש- M_2 ציוון.

■

הערות הבודק

טיוטה למבחן

נא לא לכתוב בשטח זה

3.ב אלגוריתם: $(|E|=m)$

0: מיון: נמיין את הצלעות $E=(e_1,\dots,e_m)$ כך ש $w(e_1)\geq\dots\geq w(e_m)$

1: נאתחל: $A=E$ $S=\emptyset$

3: בכל איטרציה נבחר את $e\in A$ בעל הערך המינימלי ונבדיק
סגירה ל-S. נשתמש מ-A בלי בעלי קודקודים
משותפים עם e.

4. נעדכן כאשר $A=\emptyset$ ונחזיר את S.

ניתוח רצה: מיון זורם $O(m\cdot\log m)$

כל איטרציה זורם מעבר על G הצלעות ונחזיר ב-A $O(M)$
לא הגיע יהיו m איטרציות לכן סה"כ נקבל $O(M^2)$

אלגוריתם יקבל 2- מקרב בעזרת מק"מ מינימלי זאת
הוא מחזיר פתרון G כך ש:

$$q(G)\geq\frac{1}{2}q(OPT)$$

במקרה שלנו $q()=w()$ אפשר

הערות הבודק

טיוטה למבחן

אין להעתיק לעניין מבחן

3 המשך

נניח כי הכיוון שטרם עבר: האלגוריתם הוא כיוון מקסימלי.

נסמן ב- B את קבוצת הצלעות שמתקבלת מ- A בכל איטרציה של האלגוריתם. נשים לב כי $B = E \setminus S$.

וכן $b \in B$ אומר $b = (x,y)$ כך שקיימת $e \in S$ כך ש $e \cap \{x,y\} \neq \emptyset$. לומר A S כיוון מקסימלי.

נסמן S^* פתרון אופטימלי לבעיה - כיוון מינימלי.

מטענה (א) S^* כיוון מקסימלי.

לכן מתקיים קיום טענה (ב)

~~הוכחת נכונות לבעיה~~

לומר לכל $e \in S$ קיימת $q \in S^*$ כך ש- $e \cap q \neq \emptyset$

ואם $2 \leq |\{q \mid q \in S^*, e \cap q \neq \emptyset\}| \leq 1$

לכן, בכל איטרציה של האלגוריתם, כאשר נבחרת צלע e, ורק מ- A לכל היותר שתי צלעות ששייכות לפתרון האופטימלי e', e'' מאותר ובכל שלב אנו בוחרים את הצלע בעלת המשקל המקסימלי מבין הנותרות, מתקיים $w(e) \geq w(e'), w(e'')$

~~לכן~~ לומר $w(e) \geq \frac{1}{2}(w(e') + w(e'')) = 2w(e) \geq w(e') + w(e'')$

כאשר אין e'' קיימת (יש רק צלע אחת שחולקת קודקוד עם e) $w(e'') = 0$

~~מהנחה~~ ו טענה (ג) סימטרית, לכל G לכל צלע ב- S' יש לפחות 1 ולכל היותר 2 צלעות שחולקות קודקוד. לכן קבוצת הצלעות שחולקות צלעות עם צלעות S מ- S^* היא כל S^*.

טיוטה למבחן

3. המשך.

$$W(S)=\sum_{e\in S} w(e) \geq \frac{1}{2}\sum_{e\in S}\sum_{\substack{e'\in S^* \\ e'\cap e\neq\emptyset}} w(e') \geq \frac{1}{2}\sum_{e'\in S^*} w(e') = \frac{1}{2} W(S^*).$$ לכן

ובנוסף $W(S) \geq \frac{W(S^*)}{2}$

-2

(3.3)

לא הראתם חוקיות

הערות הבודק

טיוטה למבחן

הערות הבודק

טיוטה למבחן