

$$P\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 + 3x_2 \\ 2x_2 - x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + 3x_2 \\ -x_1 + 2x_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 + 3x_2 \\ -x_1 + 2x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 + 3x_2 \\ -x_1 + 2x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Transformation matrix:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$Q\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 4x_1 + x_2 + 2x_3 \\ 2x_2 - x_1 + 3x_3 \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x_1 + x_2 + 2x_3 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 \end{bmatrix} = Q$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} Q = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} Q = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} Q = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Transformation matrix:

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$