

TESIS DE MAESTRÍA en CS. FÍSICAS
Orientación Física Tecnológica

**DESARROLLO DE UNA METODOLOGÍA
PARA EL DISEÑO DE BOMBAS CENTRÍFUGAS**

Ernesto Zacur

Director:
Dr. José Converti

Instituto Balseiro
Comisión Nacional de Energía Atómica
Universidad Nacional de Cuyo

Diciembre 2003

Resumen

La utilización de las bombas centrífugas tiene una importancia muy grande en las industrias, empresas de servicios, etc. De este tipo de bombas se han fabricado rangos de potencias que van desde bombas para microtecnología, bombas para el corazón, para usos de industriales de algunos Watts, hasta bombas de algunos MegaWatts para el bombeado de petróleo, servicios de efluentes o de agua potable. Cuando las potencias manejadas por las bombas es muy grande se hace muy importante el rendimiento de las mismas. Este rendimiento depende de la geometría con que se diseña la bomba y del comportamiento del fluido en el interior de las bombas.

Como veremos las geometrías de las mismas queda determinada por 8 ó 9 parámetros de diseño. Estos son el radio de entrada y salida, el ancho del impulsor, los ángulos de ataque y descarga de los álabes, el número de álabes y la velocidad de rotación.

Si bien, los diseñadores de bombas y fabricantes tienen una gran experiencia en obtener los parámetros de diseño para bombas de buen rendimiento, la fluidodinámica de las mismas es un tema en estudio y el desarrollo de la geometría óptima es un desafío de gran importancia tecnológica.

En este trabajo estudiaremos la fluidodinámica de las turbomáquinas para poder entender qué fenómenos influyen en el rendimiento de las bombas. Basados en estos fenómenos propondremos un modelo de funcionamiento que, a partir de los parámetros de diseño permite calcular el caudal y altura óptimos de la bomba. Además, el modelo permitirá estimar el rendimiento de la bomba.

Con este modelo, estudiaremos cuáles son las geometrías que tienen buen rendimiento y cuales son sus puntos de trabajo. En base a estos resultados, terminaremos por proponer una metodología de diseño que permite seleccionar los parámetros para obtener una bomba de buen rendimiento.

En este trabajo se presentan también, algunas consideraciones sobre la geometría de los impulsores y de los difusores de las bombas.

Por último, en los apéndices se presentan algunos resultados de estudio de un modelo ideal, mediciones sobre una bomba real y de modelos numéricos para la simulación del flujo en el interior de un impulsor.

Índice general

Resumen	I
1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Fundamentos de la mecánica de fluidos	1
1.2.1. Teorema de transporte de Reynolds	1
1.2.2. Conservación de la masa	2
1.2.3. Ecuación del momento	2
1.2.4. Fluido newtoniano	3
1.2.5. Ecuación de N-S en un sistema rotante	3
1.2.6. Adimensionalización de las ecuaciones	4
1.2.7. Fluido no viscoso	5
1.3. Disposición de un sistema hidráulico	5
1.3.1. Pérdidas de carga en una cañería	6
1.3.2. Curva de carga del sistema hidráulico	7
1.3.3. Curva de una bomba	8
1.3.4. Acoplamiento de una bomba a un sistema hidráulico	9
2. Modelo de las bombas ideales	11
2.1. Generalidades de una bomba centrífuga	11
2.1.1. El impulsor	11
2.1.2. El difusor	14
2.2. Triángulo de velocidades	14
2.3. Factor de deslizamiento	15
2.4. Modelo unidimensional	16
2.4.1. Punto de diseño de una bomba ideal	17
2.4.2. Caudal de diseño	17
2.4.3. Altura de diseño	18
2.5. Variables adimensionales en el funcionamiento de las bombas	19
2.6. Reglas de semejanza	21
2.7. Velocidad específica	21
3. Extensiones del modelo unidimensional y geometrías de la bomba	25
3.1. Rotalpía	25
3.2. Curva de carga	26
3.3. Carga del álabe	26

3.3.1. Recirculaciones	27
3.4. Geometría de los álabes	28
3.4.1. Impulsor bidimensional	28
3.4.2. Impulsor con entrada axial	29
3.4.3. Curvatura del álabe	31
3.5. Distribución de velocidades en el sentido álabe-álabe	32
3.6. Líneas de corriente sobre lados de presión	33
3.7. Geometría del difusor	34
4. La bomba real	37
4.1. Efectos más importantes de la bomba real	37
4.1.1. Espesor de los álabes	37
4.1.2. Concepto de capa límite	37
4.1.3. La capa límite en los canales del impulsor	38
4.1.4. Pérdidas de carga en un canal	39
4.1.5. Ancho del canal	40
4.1.6. Pérdidas de potencia en el difusor	40
4.1.7. Caudal de recirculación	41
4.1.8. Pérdidas por fricción con los discos	42
4.2. Rendimiento de la bomba	42
4.3. Modelo de la bomba real	43
4.4. Otros efectos menos importantes	45
4.4.1. Pérdidas por mezclados	45
4.4.2. Pérdidas por fricción de los sellos	45
4.5. Cavitación	46
4.6. Comparación del modelo con una medición	47
5. Resultados del modelo y propuesta de una metodología de diseño	49
5.1. Espacio de parámetros	49
5.2. Resultados	50
5.2.1. Relaciones encontradas para bombas de buen rendimiento	51
5.3. Propuesta de una metodología de diseño	54
5.4. Ejemplo de diseño de una bomba.	57
6. Conclusiones	61
A. Modelo de bombas ideales en forma adimensional	63
A.1. Parámetros adimensionales	64
A.2. El impulsor simétrico en voladizo	65
A.3. Punto de trabajo	66
A.3.1. κ máximo	66
A.4. Resultados	67
B. Medición del perfil de presión en el sentido álabe-álabe	69

C. Simulación de un canal con elementos finitos	73
C.1. Flujo turbulento	73
C.2. Modelo $k - \epsilon$	74
C.3. Simulación de un canal	74
C.4. Resultados	75
Agradecimientos	81

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

Las bombas centrífugas son, por mucho, las turbomáquinas más utilizadas y más antiguas en el transporte de fluidos. Durante varias décadas se han diseñado bombas para potencias de bombeo que van desde unos pocos watts hasta varios megawatts. Sin embargo el diseño de las mismas depende en gran medida de una extensa información empírica, del *estado del arte del diseñador* y de la experiencia recolectada por los fabricantes.

Hasta hace algunos años la eficiencia de las bombas era determinada por métodos experimentales lo que llevaba a procedimientos de *prueba y error*. Esto implicaba grandes costos, largos ciclos de diseños y consumía mucho tiempo de diseño. Gracias a nuevas herramientas que se disponen hoy en día se pueden realizar diseños más eficientes, en tiempo cortos y con mínimos costos.

Al momento de diseñar una bomba se deben conocer el efecto que tienen las distintas variables geométricas y dinámicas en el funcionamiento y la eficiencia de la bomba. Para esto tenemos que entender como funciona la fluidodinámica de las turbomáquinas. El desarrollo de esta tesis se enfoca a presentar los fenómenos en la fluidodinámica de las turbomáquinas, en particular para fluidos incompresibles y proponer una metodología de diseño de bombas centrífugas basada en un modelo 1-2 dimensional.

1.2. Fundamentos de la mecánica de fluidos

1.2.1. Teorema de transporte de Reynolds

Dado un volumen en el espacio donde existe un fluido y una propiedad física de ese fluido, entonces la forma en que se transporta dicha propiedad debido al movimiento del fluido está determinada por el *Teorema de transporte de Reynolds* (**TTR**).

Sean:

- V_C : un volumen fijo en el espacio (volumen de control).
- \mathbf{U} : la velocidad del fluido ($\mathbf{U} = (u, v, w)$)
- α : una propiedad intensiva.

Entonces dada la siguiente propiedad extensiva:

$$E_{(t)} = \int_{V_C} \alpha_{(\mathbf{r},t)} \rho_{(\mathbf{r})} d\mathbf{r} \quad (1.1)$$

La variación temporal de $E_{(t)}$ dentro de V_C es:

$$D_t E_{(t)} = \int_{V_C} \partial_t(\alpha\rho) d\mathbf{r} + \int_{\partial V_C} \alpha \rho (\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}) d\Gamma \quad (1.2)$$

donde D_t es la derivada temporal en el sentido euleriano ($D_t = \partial_t + (\mathbf{U} \cdot \nabla)$). El primer término de la ec.1.2 tiene que ver con la variación temporal de la densidad y el segundo con el flujo de E que se transporta a través de la frontera de V_C debido al movimiento del fluido [1].

1.2.2. Conservación de la masa

Si en la ec.1.2, $V_C = d\mathbf{r}$, $\alpha = 1$ es decir que la propiedad extensiva $E = M$

Entonces aplicando el TTR:

$$D_t M = \partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) \quad (1.3)$$

Pero debido a que la masa se conserva, entonces:

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (1.4)$$

La ec.1.4 se denomina ecuación de continuidad y en el caso de un fluido incompresible se reduce a: $\nabla \cdot \mathbf{U} = 0$

1.2.3. Ecuación del momento

Ahora, si $V_C = d\mathbf{r}$, $\alpha = \mathbf{U}$ la propiedad extensiva $E = \mathbf{P} = \int_{V_C} \mathbf{U} \rho d\mathbf{r}$

Por mecánica del continuo sabemos que

$$\sum \mathbf{F} = D_t \mathbf{P} = \nabla \cdot \sigma_{ij} + \mathbf{f}_{volumetricas} \quad (1.5)$$

Con σ_{ij} el tensor de tensiones que es igual a: $\sigma_{ij} = \tau_{ij} - p \delta_{ij}$ donde τ_{ij} es el tensor de esfuerzos de corte y p es la presión hidrostática.

Aplicando el TTR al segundo miembro de la ec.1.5:

$$\begin{aligned} D_t \mathbf{P} &= \rho [\partial_t \mathbf{U} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U}] \\ &= \rho D_t \mathbf{U} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Desarrollando el otro termino de la ec.1.5, se obtiene la conocida *Ecuación de Navier-Stokes* (N-S):

$$\rho D_t \mathbf{U} = \rho \mathbf{g} - \nabla p + \nabla \cdot (\tau_{ij}) \quad (1.7)$$

donde \mathbf{g} es la aceleración de la gravedad, que es un término de fuerzas volumétricas [2].

1.2.4. Fluido newtoniano

Para un fluido newtoniano la tensión de corte es proporcional al gradiente de velocidades. El factor de proporcionalidad es la llamada *viscosidad* (μ).

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1.8)$$

Extendiendo esta definición a varias dimensiones queda:

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= \mu (\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T)_{ij} \\ &= \mu \nabla^S \mathbf{U} \end{aligned} \quad (1.9)$$

donde $\nabla^S = (\nabla + \nabla^T)$.

Aplicando esto a la ec.1.7, considerando μ constante, podemos obtener la ecuación que gobierna el movimiento de los fluidos más comunes como, por ejemplo, el agua:

$$D_t \mathbf{U} = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{U} \quad (1.10)$$

1.2.5. Ecuación de N-S en un sistema rotante

Si estamos en un sistema de referencia no inercial aparecen fuerzas no conservativas que tienen que ser tenidas en cuenta en las ecuaciones de dinámicas.

Denotamos con \mathbf{r} la posición desde un sistema de referencia inercial y con \mathbf{r}' desde un sistema no inercial. A las velocidades las denotamos con \mathbf{C} desde el sistema laboratorio y con \mathbf{W} a la velocidad medida desde el sistema no inercial. Al movimiento del sistema de referencia no inercial con respecto al sistema de laboratorio lo llamamos \mathbf{R} , $\dot{\mathbf{R}}$ y $\boldsymbol{\Omega}$ a la posición relativa, la velocidad de traslación y la rotación respectivamente.

Ahora, desde este nuevo sistema, a la ec.1.5 hay que incluirle las fuerzas no inerciales:

$$\mathbf{f} = \rho \ddot{\mathbf{r}} = \rho (\ddot{\mathbf{r}}' + \mathbf{a}_{arrastre}) \quad (1.11)$$

donde:

$$\mathbf{a}_{arrastre} = \ddot{\mathbf{R}} + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r}' + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{W} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}') \quad (1.12)$$

En el caso de las turbomáquinas el sistema no inercial que nos interesa es un sistema fijo que solamente está rotando con una velocidad constante $\boldsymbol{\Omega}$. Entonces los 2 primeros términos de la ec.1.12 son cero. Los otros 2 términos corresponden a la aceleración centrífuga y a la aceleración de Coriolis.

Sustituyendo en la ecuación de N-S obtenemos:

$$D_t \mathbf{W} = -2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{W} - \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}') - \frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{W} \quad (1.13)$$

Como el término centrífugo y el término de gravedad se pueden escribir como un gradiente, el efecto de estos se puede incluir en la presión generándose así una presión efectiva $\tilde{P} = \frac{p}{\rho} + g z - \frac{1}{2} (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r})^2$

De esta forma la ecuación de N-S para un sistema rotante queda [3]:

$$D_t \mathbf{W} = -\nabla \tilde{P} - 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{W} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{U} \quad (1.14)$$

1.2.6. Adimensionalización de las ecuaciones

Para adimensionalizar la ec.1.14 se utilizan los siguientes parámetros de referencia:

- V para la velocidad
- L para las longitudes
- ω para la vel.angular

Las magnitudes adimensionalizadas quedan:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}^* &= \frac{\mathbf{W}}{V} & x^* &= \frac{x}{L} & \boldsymbol{\Omega}^* &= \frac{2\boldsymbol{\Omega}}{\omega} \\ t^* &= \frac{tV}{L} & p^* &= \frac{p + \rho g z}{\rho V^2} & \nabla^* &= \frac{1}{L} \nabla \end{aligned}$$

La ec.1.14 en estas variables queda:

$$D_{t^*} \mathbf{W}^* = -\nabla^* P^* - \underbrace{\frac{\omega L}{V}}_{Ro^{-1} \text{ (Rosby)}} \boldsymbol{\Omega}^* \times \mathbf{W}^* + \underbrace{\frac{\mu}{V L \rho}}_{Re^{-1} \text{ (Reynolds)}} \nabla^{*2} \mathbf{W}^* \quad (1.15)$$

Los números adimensionales que quedan son:

$$Re = \frac{V L \rho}{\mu} \quad \text{Reynolds} \quad (1.16)$$

$$Ro = \frac{V}{\omega L} \quad \text{Rosby} \quad (1.17)$$

$$Ek = \frac{Ro}{Re} = \frac{\mu}{\rho \omega L^2} \quad \text{Ekman} \quad (1.18)$$

El número de Reynolds relaciona las fuerzas de inercia sobre las fuerzas viscosas. El Rosby las fuerzas de inercia sobre las de Coriolis. Y, finalmente, el Ekman las fuerzas viscosas sobre las de Coriolis.

Análogamente se puede adimensionalizar la ec.1.10 y se obtiene:

$$D_{t^*} \mathbf{U}^* = -\nabla^* p^* + \frac{1}{Re} \nabla^{*2} \mathbf{U}^* \quad (1.19)$$

1.2.7. Fluido no viscoso

Cuando en la ec.1.19 el número de Reynolds es muy grande (esto puede deberse a una velocidad grande o a una viscosidad muy chica) el término de fuerzas viscosas se hace despreciable y la ecuación se puede aproximar con ecuación de Euler:

$$D_t \mathbf{U} = \partial_t \mathbf{U} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho} \nabla p \quad (1.20)$$

Utilizando la siguiente igualdad:

$$(\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = \nabla \left(\frac{U^2}{2} \right) - \mathbf{U} \times (\nabla \times \mathbf{U}) \quad (1.21)$$

Entonces:

$$\partial_t \mathbf{U} + \nabla \left(\frac{U^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g z \right) - \mathbf{U} \times (\nabla \times \mathbf{U}) = 0 \quad (1.22)$$

Si el fluido está en estado estacionario, entonces el término temporal se anula. Si se integra la ecuación sobre una línea de corriente se obtiene la conocida ecuación de Bernoulli.

$$\frac{p}{\rho} + \frac{U^2}{2} + g z = cte \quad (1.23)$$

La ecuación de Bernoulli expresa un balance entre el trabajo debido a las fuerzas de presión, la energía cinética y la energía potencial.

Los términos de la ecuación de Bernoulli se pueden también expresar en unidades de em altura:

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{U^2}{2g} + z = cte \quad (1.24)$$

donde cada uno de los términos se denominan: altura de presión o hidrostática, altura de velocidad o dinámica y altura geométrica. A la suma de las tres alturas se la suele denominar altura hidrodinámica del fluido [1].

1.3. Disposición de un sistema hidráulico

Las bombas se utilizan para aumentar la altura hidrodinámica de un sistema hidráulico. La altura hidrodinámica puede quererse aumentar por la disposición geométrica del sistema hidráulico, como en la fig.1.1, donde se necesita *subir* agua a un lugar más elevado, o para compensar pérdidas de carga en la cañería.

En el caso de la fig.1.1 aplicando la ecuación de Bernoulli a los puntos 1 y 2:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + H_{bomba} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{perdidas} \quad (1.25)$$

donde los subíndices 1 se refieren a un punto aguas arriba de la bomba y 2 a uno aguas abajo.

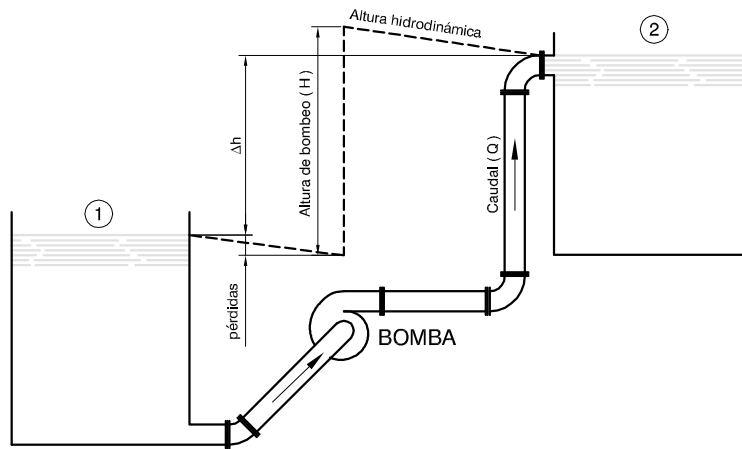


Figura 1.1: Esquema de un sistema hidráulico. La bomba se encarga de aumentar la altura hidrodinámica del fluido para compensar las pérdidas y poder *eleva el agua*. Las pérdidas están representadas por la pendiente de la línea de altura hidrodinámica.

1.3.1. Pérdidas de carga en una cañería

Cuando se tiene una cañería la altura hidrodinámica del fluido va disminuyendo conforme nos alejamos del comienzo del conducto.

La explicación de este fenómeno se debe a la *condición de no deslizamiento* y a la viscosidad del fluido. Cuando un fluido está en contacto con una pared, las moléculas del fluido que están más próximas a la pared no se mueven con respecto a éstas. Por lo tanto se crea un perfil de velocidades en el fluido entre la pared, donde la velocidad es cero, y el núcleo del fluido. Este perfil de velocidades genera una tensión de corte en el fluido debido a la viscosidad del mismo. Esta tensión de corte se opone al movimiento del fluido lo que disminuye la altura hidrodinámica del fluido.

Para cuantificar las pérdidas de carga se hace uso del *diagrama de Moody* (fig.1.2). Éste relaciona el *coeficiente de fricción* (f) con el *número de Reynolds* ($Re = \frac{V D \rho}{\mu}$, V velocidad del fluido, D diámetro de la cañería). Con el coeficiente de fricción se puede calcular la pérdida de carga de la cañería:

$$h_{pérdidas} = f \frac{L V^2}{D 2 g} \quad (1.26)$$

En el diagrama de Moody (fig.1.2) se pueden observar varias zonas. La primera para números de Reynolds bajos (menores a 2000) donde el flujo en el conducto es laminar. La zona de Reynolds grandes (mayores a 5000) donde el flujo es totalmente turbulento. Y, finalmente, la zona intermedia, donde la naturaleza del flujo es inestable.

Dentro de la zona de régimen turbulento se puede observar que la pérdida de carga depende de la rugosidad relativa de la cañería. Cuanto mayor es la rugosidad relativa, mayor es la pérdida de carga. Además se puede ver que para velocidades muy altas el coeficiente de fricción deja de depender del número de Reynolds y sólo depende de la rugosidad relativa del conducto. En este caso se dice que el flujo está *dominado por la rugosidad*.

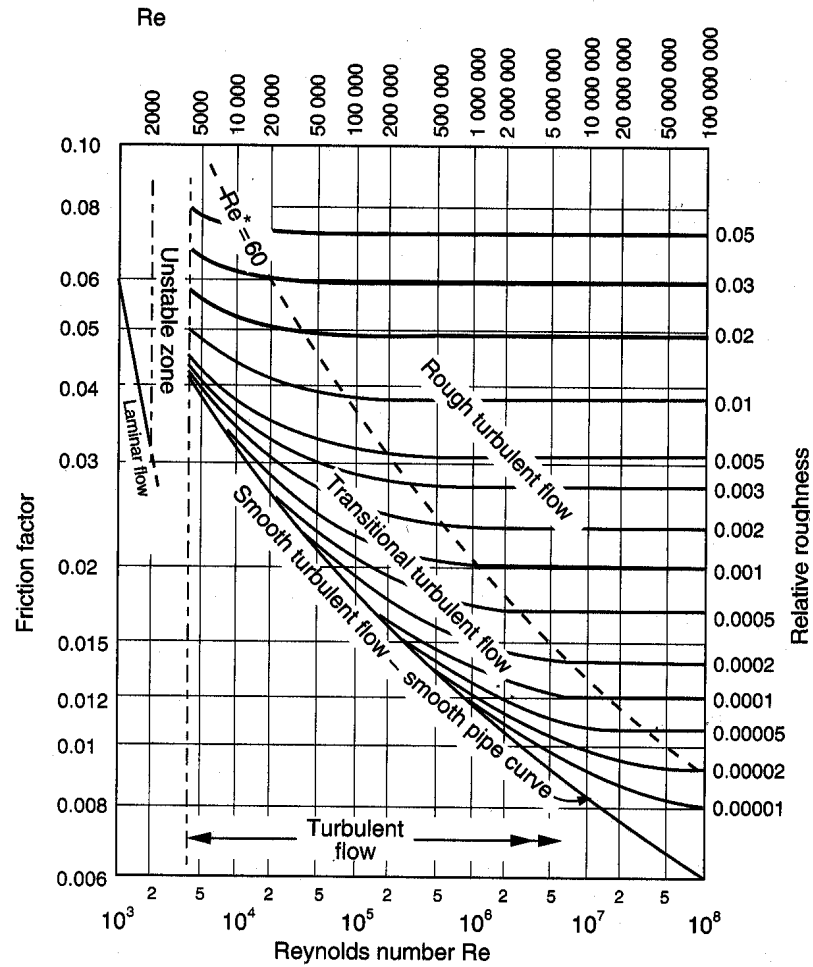


Figura 1.2: Diagrama de Moody para el cálculo de pérdidas de cargas en cañerías.

1.3.2. Curva de carga del sistema hidráulico

La *curva de carga* representa como varía la pérdida de carga de un sistema hidráulico en función del caudal.

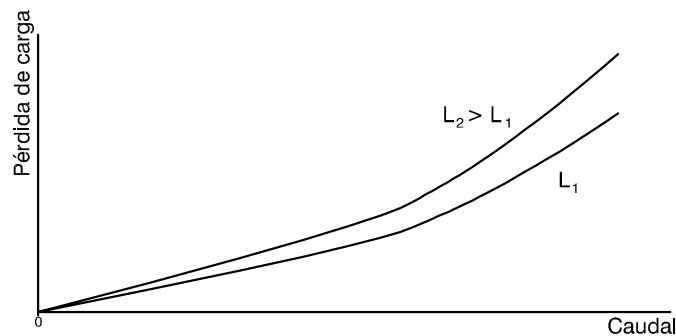


Figura 1.3: Curva de carga de un sistema hidráulico. Es la pérdida de carga en una cañería en función del caudal.

Se puede ver que para una cañería la pérdida de carga es lineal con respecto al caudal cuando el flujo es laminar. Para caudales altos, donde el flujo está controlado por la rugosidad, la pérdida de carga es cuadrática con respecto al caudal. Una típica curva de carga de un sistema es como la que se muestra en la fig.1.3.

Otra característica que se puede deducir es que la pérdida de carga es lineal con la longitud de la cañería.

1.3.3. Curva de una bomba

La *curva de una bomba* es la curva que relaciona la altura disponible en la salida de la bomba con respecto al caudal de fluido.

Una típica curva de bomba centrífuga puede verse en la fig.1.4. La curva corresponde a una bomba centrífuga que está instalada en el Centro Atómico Bariloche. La bomba está movida por un motor asincrónico de 30 KW y 3000 rpm. El rendimiento que se muestra en la figura está calculado a partir del consumo eléctrico del motor. Como puede verse el punto de mejor rendimientos está alrededor de $Q = 125 \text{ m}^3/\text{h}$ y $H = 74 \text{ m}$ de columna de agua. Otro dato que se puede sacar de la curva es la potencia de la bomba, que en el punto de máximo rendimiento es de 25 KW.

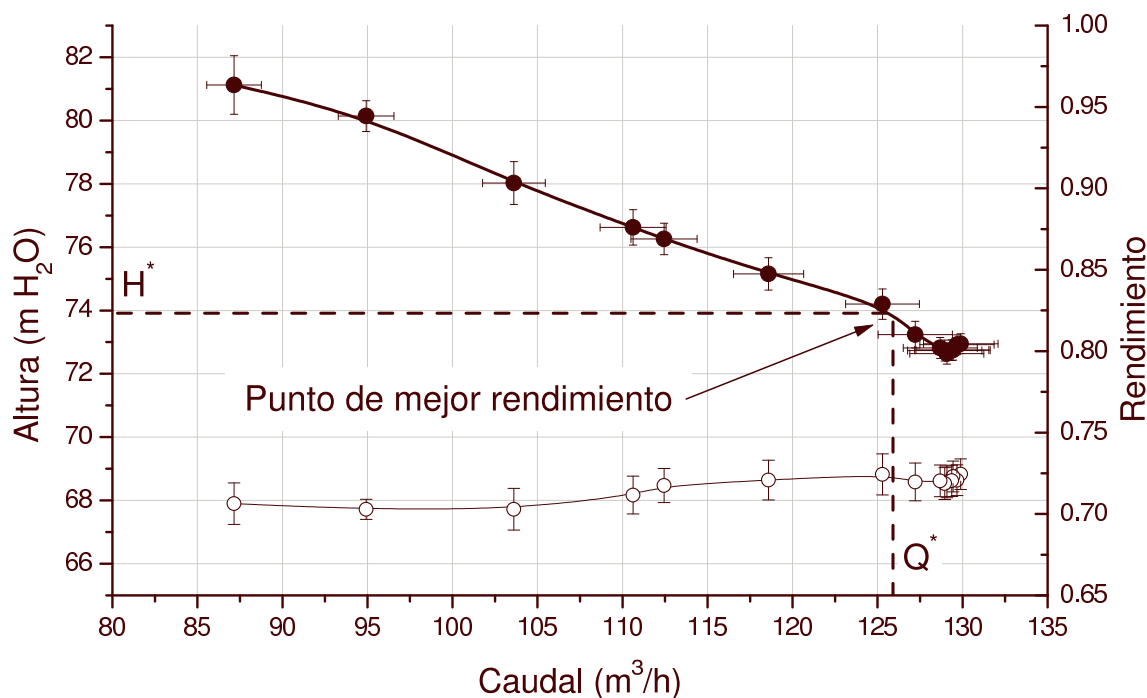


Figura 1.4: Curva típica de una bomba centrífuga. En la misma se puede ver e comportamiento de la presión en función del caudal que está circulando por la bomba. El punto de trabajo óptimo de esta bomba está determinado por el punto de máximo rendimiento.

Para medir esta curva se utilizó un circuito cerrado de agua, con una válvula que permitía regular la carga. La presión se medía con un manómetro a la salida de la bomba que medía la presión de estancamiento del fluido. Para medir el caudal se usó un pitot

que por medio de la diferencia entre las presiones de estancamiento y la presión dinámica permite calcular la velocidad del fluido.

Generalmente las curvas de las bombas tienen pendiente negativa en todo su rango. Sin embargo existen algunos tipos de bombas (con álabes hacia adelante) que, a caudales bajos, la curva tiene pendiente positiva.

Si se extrapola la altura para caudales más chicos se llega a una presión finita que se denomina *presión centrífuga*. Esto se debe a que las bombas centrífugas no son bombas de desplazamiento positivo donde las presiones a caudal nulo se vuelven infinitas para fluidos incompresibles.

1.3.4. Acoplamiento de una bomba a un sistema hidráulico

Al acoplar una bomba a un sistema hidráulico como el que se muestra en la fig.1.1, la bomba genera un caudal Q^* con una altura H^* . Estos dos valores se pueden obtener de la intersección de las curvas de la bomba con la curva del sistema.

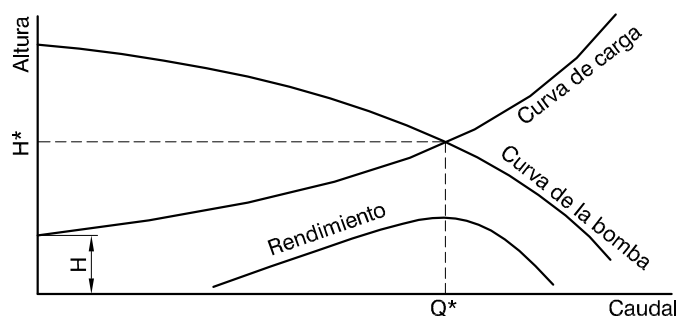


Figura 1.5: Punto de trabajo de una bomba conectada a un sistema hidráulico. La bomba debe estar diseñada para tener el mayor rendimiento en el punto de trabajo (Q^*, H^*).

Como podemos ver en la fig.1.5 la altura generada por la bomba con un caudal Q^* es *consumida* por el sistema cuando circula una cantidad Q^* [4].

En este punto de trabajo que se obtiene (Q^*, H^*) el rendimiento de la bomba debería de ser máximo. Por lo tanto las bombas se diseñan para que en este punto de trabajo haya la menor cantidad de pérdidas posibles.

Para medir la curva de una bomba se hace uso de este acoplamiento donde se va variando la curva del sistema para que la bomba se acople a distintos puntos de trabajo. En el caso de la medición que hicimos para variar la curva del sistema se abría o cerraba una válvula sobre el circuito de agua que disminuía o aumentaba la pérdida de carga del sistema.

Por último, consideremos un tipo de curva de bomba y de curva de sistema como el que se muestra en la fig.1.6. En este caso hay dos puntos de intersección de las curvas. Por lo tanto habría 2 puntos de trabajo del sistema. Pero supongamos que el punto de trabajo

está en el punto 1. Un pequeña perturbación del caudal en la dirección decreciente haría que la altura de la bomba disminuya y ya no se tendría una altura suficiente para hacer circular fluido por el sistema y el caudal caería bruscamente a cero. Si la perturbación fuese en el sentido de aumentar el caudal, la bomba comenzaría a generar mayor altura cada vez permitiendo un mayor caudal. Este aumento del caudal se haría hasta llegar al punto 2. Por lo tanto toda la zona de pendiente positiva de la curva de la bomba es generalmente una zona inestable para hacer trabajar a la bomba (depende de la curva de carga).

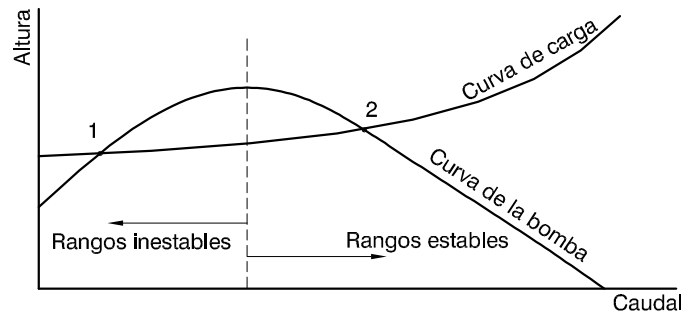


Figura 1.6: Zonas de estabilidad y de inestabilidad de trabajos para las bombas.

Capítulo 2

Modelo de las bombas ideales

2.1. Generalidades de una bomba centrífuga

Una bomba centrífuga consta de tres partes fundamentales: el motor, el impulsor y el difusor.

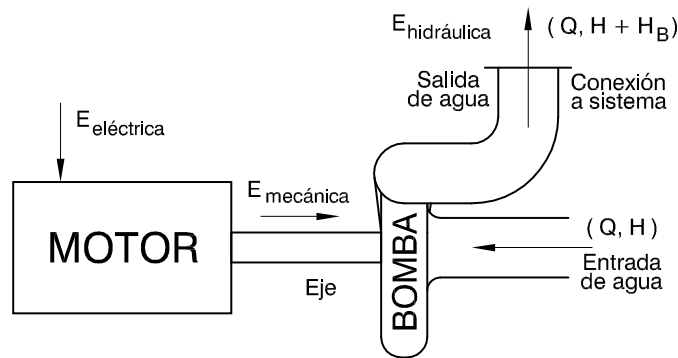


Figura 2.1: Esquema de una bomba centrífuga. Los componentes principales son el motor, el impulsor (fijo al eje) y el difusor.

El motor es el encargado de entregar potencia mecánica en el eje de la bomba. Los motores son generalmente eléctricos, de 220 V o 380 V para bombas pequeñas y medianas y pueden requerir tensiones más elevadas algunos motores especiales para bombas de servicios especiales. Los motores son generalmente asíncronos por lo que sus revoluciones por minuto (rpm) son prácticamente constantes, pudiendo variar el torque entregado consumiendo más o menos corriente de la línea. Comúnmente se conecta directamente, simplemente con algún tipo de acople, el eje del motor al eje de la bomba sin utilizar reducciones ni reguladores de velocidad. Esto hace que la mayoría de las bombas trabajen a velocidades de rotación de 1500, 3000 rpm.

2.1.1. El impulsor

El impulsor es la única pieza móvil de la bomba. Es el encargado de entregar energía al fluido. Esta energía la entrega parte en forma de energía cinética y parte como aumento

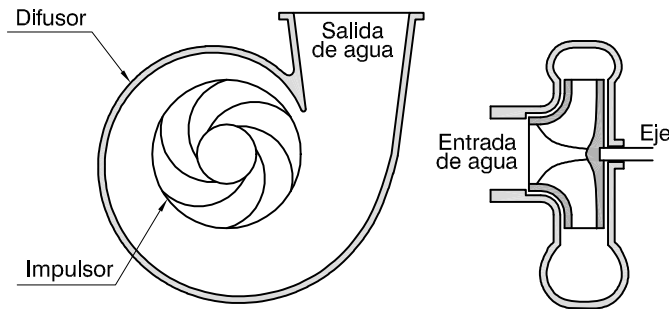


Figura 2.2: Componentes de una bomba centrífuga. El impulsor entrega energía cinética al fluido y el difusor convierte esta energía en presión.

de presión, es decir, al salir el fluido del impulsor tiene mayor energía cinética que al entrar. El aumento de energía se debe a un incremento en la componente tangencial de la velocidad, ya que la velocidad radial está controlada por ecuación de continuidad (ec.1.4).

Los impulsores son construidos generalmente de acero fundido. Últimamente algunos fabricantes están probando con otros materiales más resistentes a la corrosión y a la erosión mecánica como puede ser el titanio o algunos materiales plásticos para disminuir su peso.

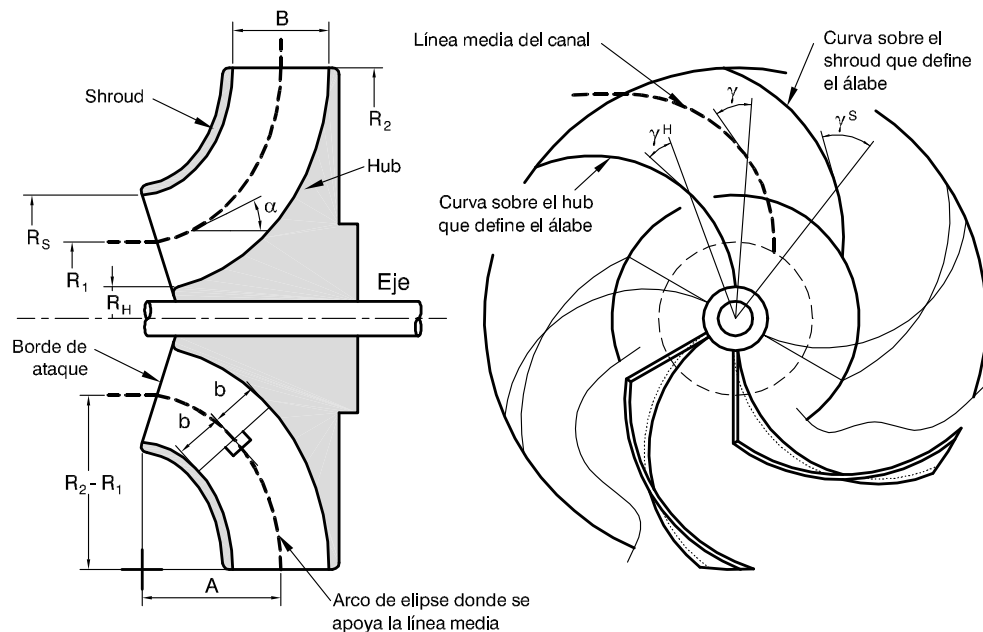


Figura 2.3: Sección de un impulsor típico de una bomba centrífuga. En esta figura se definen prácticamente todas las medidas que se utilizan a lo largo del trabajo.

Una forma típica de impulsor de una bomba centrífuga se muestra en la fig.2.3. La entrada del fluido es axial y la salida del mismo es radial. El impulsor está constituido por 2 superficies de revolución, el hub y el shroud. La entrada del fluido se realiza por la

sección anular que está determinada por sus radios (R_S y R_H). Un valor intermedio entre estos dos radios determina el radio medio de ingreso de la bomba (R_1).

El perfil de la línea media del canal comprendido entre el hub y el shroud lo consideraremos como un arco de elipse con semiejes A en la dirección axial y $R_2 - R_1$ en la dirección radial. La distancia entre esta línea media y las superficies del canal está determinada por la distancia $b(r)$. A la medida $2b(r)$ la denominamos simplemente B o ancho de salida de la bomba.

Al ángulo de inclinación de la línea media con respecto al eje lo llamamos $\alpha(r)$

La distancia axial entre la entrada del fluido y la salida la llamamos A .

Los impulsores tienen generalmente entre 4 y 10 álabes que impulsan al fluido.

Los álabes son superficies que están definidas por curvas apoyadas sobre el hub y el shroud. Si a estas curvas se las proyecta sobre un plano perpendicular al eje se ven como se muestran en la fig.2.3 y forman un ángulo γ^H y γ^S con respecto al radio. Como veremos más adelante al conocer los ángulos γ^H y γ^S para todos los radios se define perfectamente la proyección de las curvas.

La línea media está definida sobre la superficie de revolución que tiene sección de arco de elipse. Un esquema de la ubicación de la línea media con respecto a los álabes se muestra en la fig.2.4.

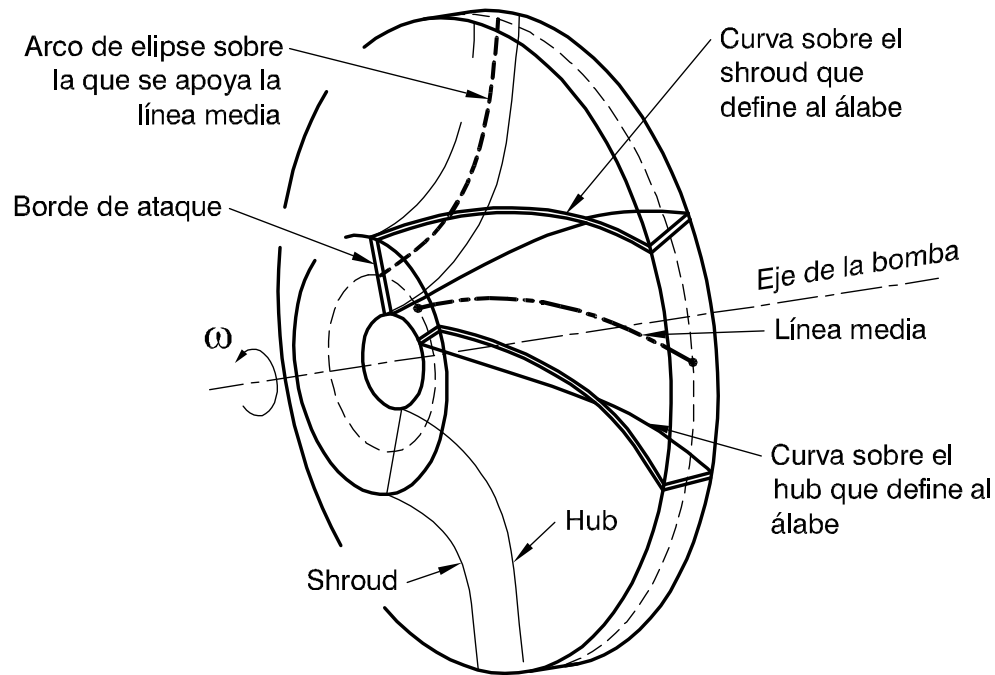


Figura 2.4: Posición de la línea media del canal, los álabes y las curvas que los definen. Además se muestran las superficies de revolución que definen al impulsor.

La proyección de la línea media sobre el plano perpendicular al eje está definida por el ángulo γ que forma entre la tangente a la línea media y el radio. Además está definida por los radios R_1 y R_2 .

2.1.2. El difusor

El difusor es la última etapa de la bomba por la que pasa el fluido antes de salir a la cañería de conexión. Como se puede ver en la ecuación de Bernoulli la energía dinámica puede convertirse en presión de estancamiento. Es en el difusor donde se realiza este aumento de presión.

El difusor está construido generalmente de fundición y da soporte a toda la bomba. Como es parte de la carcasa de la bomba conviene que no tenga frecuencias de resonancias muy marcadas que puedan llegar a acoplarse con el funcionamiento de la bomba. Si esto sucediera habría una excesiva vibración.

El difusor tiene secciones circulares, de tal forma que el área que atraviesa el fluido crece linealmente. Así, la velocidad circunferencial del fluido se mantiene constante ya que el caudal va aumentando, también, linealmente a medida que se avanza sobre el ángulo ξ . El último radio de las secciones del difusor corresponde al radio de la *garganta del difusor*.

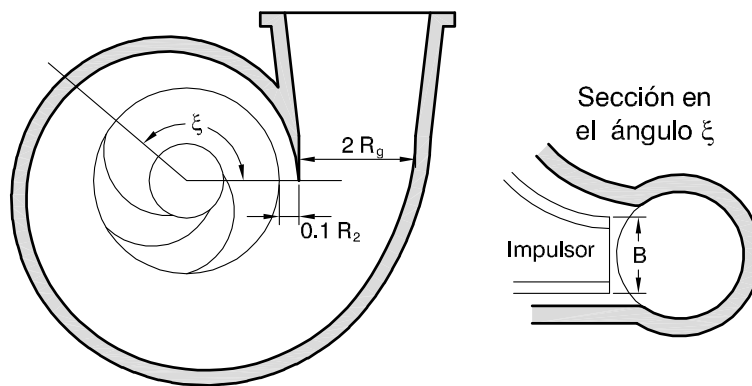


Figura 2.5: Esquema de un difusor. Las secciones de este tipo de diseño de difusor son circulares.

La distancia entre el impulsor y el labio del impulsor es un 10 % del radio del impulsor. Las dimensiones del difusor pueden verse en la fig.2.5. A la salida del difusor se coloca, generalmente, una brida para que se pueda acoplar a la cañería del sistema, entonces es conveniente que esta brida tenga dimensiones normalizadas con los caños comerciales que se utilizan. Para lograr llegar a alguna medida normalizada es que el difusor tiene en su salida una terminación en forma de tobera.

2.2. Triángulo de velocidades

En la fig.2.6 se pueden ver las velocidades del fluido que ocurren dentro del impulsor, desde un sistema de referencia fijo y desde uno rotando con el impulsor.

La velocidad C_m , *velocidad meridional*, es la proyección de la velocidad C , *velocidad absoluta*, sobre el plano meridional. C_m tiene una componente radial y una componente axial [5][4].

La *velocidad relativa* o *de arrastre*, W es la velocidad medida desde el sistema de referencia solidario al impulsor. El plano definido por C_m y W tiene una inclinación α con respecto al eje de la bomba (ver fig.2.3).

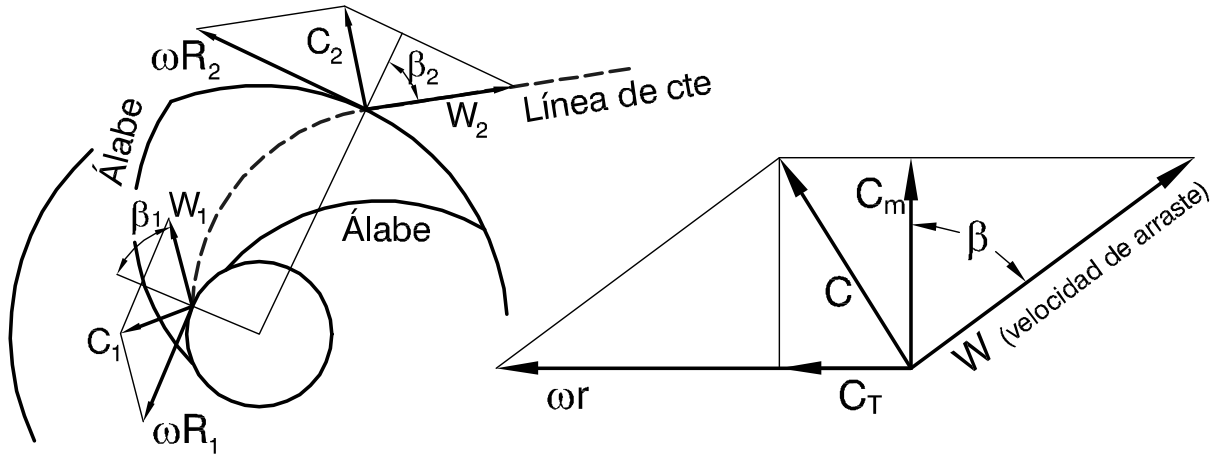


Figura 2.6: Triángulo de velocidades que define la relación entre las componentes de la velocidad del fluido.

La última velocidad involucrada en el triángulo de velocidades es la *velocidad periférica*, ωr y está orientada en forma tangencial. La composición o suma vectorial de W y ωr resulta en la velocidad absoluta C .

El triángulo de velocidades es distinto para distintos radios. Como notación usamos el subíndice T para las proyecciones tangenciales y R para las componentes radiales. También los subíndices 1 y 2 para las velocidades en los radios R_1 y R_2 respectivamente. Para un radio general utilizamos el subíndice (r) . El ángulo β está definido entre C_m y W . No debe confundirse con el ángulo γ . γ es la proyección de β sobre el plano radial.

Como veremos más adelante, una velocidad de mucha importancia es la componente tangencial de $C_{(r)}$, o sea $C_{T(r)}$.

Como puede verse en la fig.2.6 el valor de $C_{T(r)}$ depende del ángulo β .

$$C_{T(r)} = \omega r - C_{m(r)} \tan \beta_{(r)} \quad (2.1)$$

2.3. Factor de deslizamiento

Debido a las fuerzas de Coriolis, las líneas de corriente no son perfectamente guiadas por los álabes. Existe una componente de fuerza en la dirección tangencial, en sentido inverso a la rotación, que hace que el fluido salga del impulsor con un ángulo distinto al ángulo del álabe.

Este fenómeno se denomina *deslizamiento*. Para cuantificarlo existe un *factor de deslizamiento* (σ) que relaciona la velocidad tangencial teórica con la velocidad tangencial real a la salida del impulsor.

La definición que usaremos en este trabajo del factor de deslizamiento es la siguiente:

$$\sigma = \frac{\text{vel. tangencial real del fluido}}{\text{vel. calculada por el ángulo } \beta_2} = \frac{C'_{T2}}{C_{T2}} \quad (2.2)$$

El valor de este factor depende de la geometría del impulsor, y de las velocidades. Existen muchas fórmulas empíricas para estimarlo. Una deducción teórica para σ se puede encontrar en [6] y [7] y un estudio numérico para el mismo en [8].

Según [5] el valor de σ es:

$$\sigma = 1 - \frac{\pi \cos \beta_2}{z} \quad (2.3)$$

En la ec.2.3 se puede observar que σ es siempre menor que 1. Esto significa que la velocidad tangencial real de salida será menor que la calculada con la ec.2.1. Aparte cuanto mayor es el número de álabes, σ es más cercano a 1, o sea que cuando tenemos muchos álabes el guiado de las líneas de corriente es mayor.

Ahora podemos calcular cual será el verdadero triángulo de velocidades del fluido a la salida del impulsor.

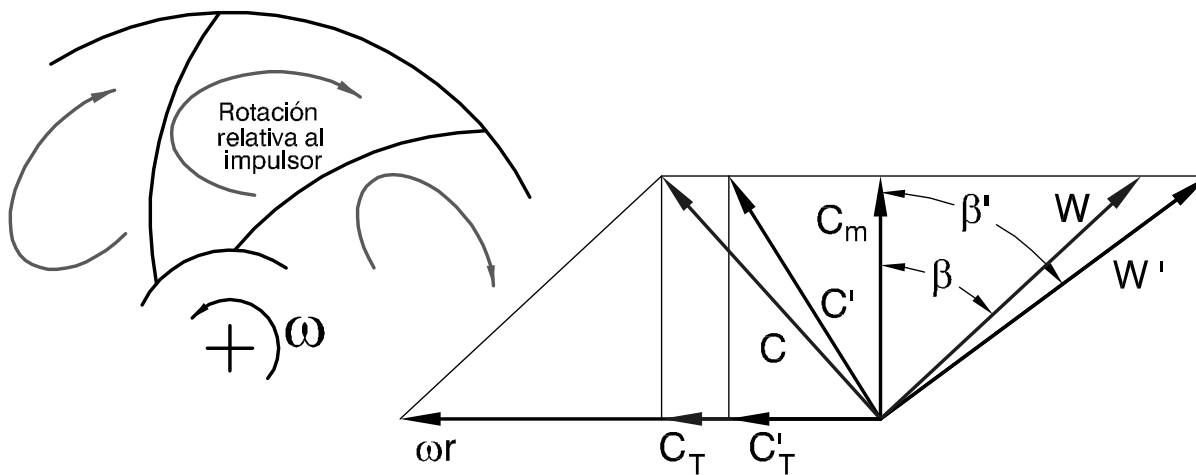


Figura 2.7: El efecto de las fuerzas de Coriolis es modificar el triángulo de velocidades aumentando el valor del ángulos β' .

En la fig.2.7 las variables tildadas corresponden al fluido.

Podemos ver que el ángulos β' es mayor que β . Un simple cálculo nos dice cuanto es el valor de β' :

$$\beta'_{(r)} = \arctan \left[\frac{wr}{C_{m(r)}} (1 - \sigma_{(r)}) + \sigma_{(r)} \tan \beta_{(r)} \right] \quad (2.4)$$

2.4. Modelo unidimensional

El *modelo unidimensional* de una bomba centrífuga supone que el perfil de velocidades es plano. O sea que todas las líneas de corriente tienen la misma velocidad. Por lo tanto el pasaje del fluido por entre los álabes se puede representar por una sola línea de corriente que llamaremos *línea media*. Esta línea pasa por el medio geométrico del canal formado por los álabes [5][4][3].

2.4.1. Punto de diseño de una bomba ideal

En la bomba ideal suponemos que el fluido es noviscoso, por lo tanto no hay pérdidas de carga del fluido al pasar por los canales, y que se cumple el modelo unidimensional.

Como ya se explicó en el capítulo 1, el punto para el cual se desarrolla la bomba está determinado por el sistema al cual se va a acoplar. En este punto el rendimiento de la bomba debe ser máximo.

Este punto de diseño o punto de máximo rendimiento tiene un cierto caudal y una cierta altura.

2.4.2. Caudal de diseño

Para que la bomba tenga el mayor rendimiento posible el fluido debe ingresar a la bomba teniendo la menor resistencia al paso posible. Para lograr esto, las líneas de corriente deben estar alineadas con los álabes.

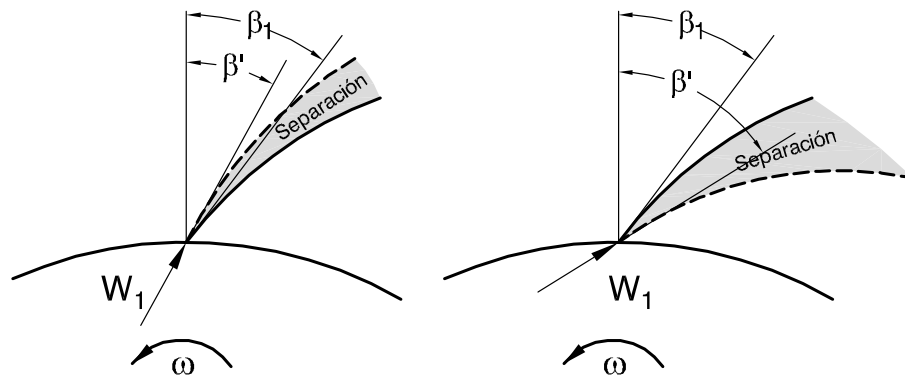


Figura 2.8: Efecto del ángulo de incidencia de las líneas de corriente al ataque de los álabes. En el primer caso el caudal es mayor que el de diseño y se produce separación de las líneas de corriente. En el segundo caso es menor que el de diseño.

En la fig.2.8 se puede ver que ocurre cuando el caudal es distinto al caudal de diseño. En el primer caso el caudal es mayor que el de diseño y se produce una zona de separación en la parte convexa del canal. En el caso de un caudal menor la separación se produce en la parte cóncava del canal (fig.2.8 b).

Para que estas separaciones no se produzcan y no disminuyan la eficiencia del impulsor, la velocidad relativa W debe tener el mismo ángulo que el ataque de los álabes (β_1).

Si suponemos que el fluido ingresa a la bomba sin ninguna componente tangencial, es decir sin prerrotación, el triángulo de velocidades al ingreso de la bomba será como el que se muestra en la fig.2.9.

De la fig.2.9 se puede ver que la condición para que la incidencia entre el fluido y los álabes sea cero es:

$$\frac{w R_1}{C_{m1}} = \tan \beta_1 \quad (2.5)$$

Como suponemos que el perfil de velocidades es plano, entonces, el valor de C_m es el caudal sobre el área.

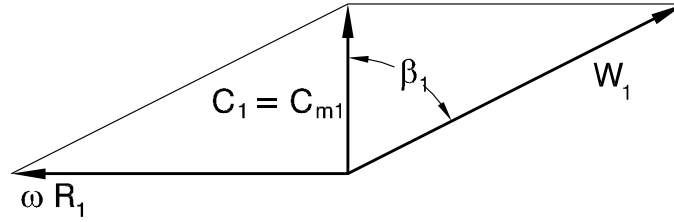


Figura 2.9: Velocidades al ingreso para evitar la separación

$$C_{m(r)} = \frac{Q}{\text{Área}_{(r)}} \quad (2.6)$$

En el caso particular de C_{m1} es:

$$C_{m1} = \frac{Q}{\text{Área de ingreso}} \quad (2.7)$$

Por lo tanto, reemplazando en la ec.2.5 se obtiene como depende el caudal de diseño con la geometría:

$$Q^* = \frac{\text{Área de ingreso} \cdot \omega R_1}{\tan \beta_1} \quad (2.8)$$

2.4.3. Altura de diseño

De la mecánica clásica se conoce que la tasa de variación temporal del momento angular de un sistema es igual al torque que se le aplica al sistema. Esto es: $\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{T}$. En el caso de una bomba centrífuga el torque es entregado por el eje al fluido, y hay un incremento del momento angular que tiene el fluido.

En el caso de un fluido la variación de momento angular debe ser expresada en el sentido euleriano y su derivada temporal como una derivada material del momento angular contenido en un volumen de control. El volumen de control que tomamos es la sección anular que se muestra en la fig.2.10.

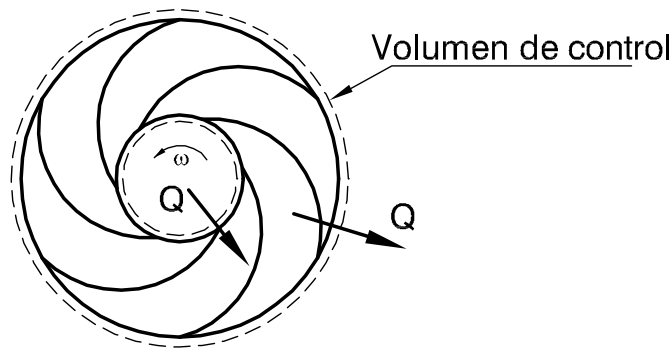


Figura 2.10: Volumen de control para calcular el torque entregado por el eje al fluido.

Aplicando el TTR se obtiene:

$$\mathbf{T} = D_t \mathbf{L} = \int_{VC} \partial_t \rho (\mathbf{r} \times \mathbf{C}) d\mathbf{r} + \int_{\partial VC} \rho (\mathbf{r} \times \mathbf{C}) (\mathbf{C} \cdot \mathbf{n}) d\Gamma \quad (2.9)$$

donde el torque, el momento angular y las distancias están medidas desde el centro de rotación del impulsor.

Como estudiamos un estado estacionario, el término temporal se anula y se obtiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= \int_{\partial VC} \rho (\mathbf{r} \times \mathbf{C}) (\mathbf{C} \cdot \mathbf{n}) d\Gamma \\ &= \rho \int_{\partial VC} \mathbf{r} C'_T C_m d\Gamma \\ &= \rho Q (R_2 C'_{T2} - R_1 C'_{T1}) \end{aligned} \quad (2.10)$$

En la ec.2.10 suponemos que el fluido ingresa a la bomba sin prerrotación por lo tanto C_{T1} es cero.

El torque entregado al fluido es finalmente [5]:

$$T = \rho Q R_2 C'_{T2} = \rho Q R_2 \sigma C_{T2} \quad (2.11)$$

La potencia que entrega un motor que gira con una velocidad ω y tiene un torque T es: $P = T \omega$. En cuanto al fluido la potencia que se requiere para elevar un caudal Q^* a una altura H^* es: $P = \rho g Q^* H^*$.

Como la bomba es ideal, o sea que tiene un rendimiento igual a 1, toda la potencia del motor se entrega al fluido. Por lo tanto:

$$T \omega = \rho g Q^* H^* \quad (2.12)$$

Entonces aplicando la ec.2.11 se obtiene que:

$$\begin{aligned} H^* &= \frac{R_2 \omega \sigma C_{T2}}{g} \\ &= \frac{R_2 \omega \sigma (R_2 \omega - C_{m2} \tan \beta_2)}{g} \end{aligned} \quad (2.13)$$

que es la altura de diseño de la bomba.

2.5. Variables adimensionales en el funcionamiento de las bombas

El punto de diseño de una bomba ideal está determinado por el valor de Q^* y de H^* y estos valores dependen de la geometría del impulsor y de otras variables como g y ρ . Además la potencia (P^*) está determinada por las variables de diseño.

Se puede escribir la siguiente forma funcional [1]:

$$H^* = f_1(Q, R_1, R_2, B, \beta_1, \beta_2, \omega, \rho, \mu, \epsilon) \quad (2.14)$$

donde ϵ es la rugosidad de las paredes del impulsor.

Igualmente se puede escribir una forma funcional para la potencia:

$$P^* = f_2(Q, R_1, R_2, B, \beta_1, \beta_2, \omega, \rho, \mu, \epsilon) \quad (2.15)$$

Consideraremos ahora que los impulsores que estudiaremos son dimensionalmente semejantes, por lo tanto las longitudes R_1 , R_2 y B están proporcionalmente relacionadas. Consideraremos que la longitud característica es R_2 . Una vez establecido este parámetro de diseño se pueden calcular $R_1 = \kappa R_2$ y $B = \lambda R_2$. Estos factores de proporcionalidad y los ángulos β_1 y β_2 son adimensionales.

Aplicamos sobre estas formas funcionales el análisis dimensional utilizando como dimensiones principales las distancias en metros, el tiempo en segundos y masas en kilogramos. Se pueden hallar los siguientes grupos funcionales para la altura de la bomba:

$$\frac{g H^*}{\omega^2 R_2^2} = F_1\left(\frac{Q^*}{\omega R_2^3, \frac{\rho \omega R_2^2}{\mu}, \frac{\epsilon}{R_2}}\right) \quad (2.16)$$

Haciendo lo mismo con la forma funcional de la potencia:

$$\frac{P}{\rho \omega^3 R_2^5} = F_2\left(\frac{Q^*}{\omega R_2^3}, \frac{\rho \omega R_2^2}{\mu}, \frac{\epsilon}{R_2}\right) \quad (2.17)$$

donde todos los parámetros son adimensionales.

Entonces la altura de una bomba ideal y su potencia están determinadas por los siguientes números adimensionales:

- Coeficiente de altura: $\Psi = \frac{g H^*}{\omega^2 R_2^2}$
- Coeficiente de caudal: $\Phi = \frac{Q^*}{\omega R_2^3}$
- Coeficiente de potencia: $C_P = \frac{P}{\rho \omega^3 R_2^5}$
- Número de Reynolds: $Re = \frac{\omega R_2^2 \rho}{\mu}$
- Rugosidad relativa: $\frac{\epsilon}{R_2}$
- Relación entre radios: $\kappa = \frac{R_1}{R_2}$
- Relación Ancho de salida/Radio: $\lambda = \frac{B}{R_2}$

Además se tienen como variables adimensionales los ángulos de ataque β_1 y de salida β_2 .

2.6. Reglas de semejanza

Para una misma familia de bombas, geoméricamente semejantes, se obtienen las siguientes reglas de semejanza para los caudales, las alturas y las potencias. Estas reglas de semejanzas se deducen de la igualdad de los coeficientes de altura, de caudal y de potencia.

$$\begin{aligned}\frac{Q_2^*}{Q_1^*} &= \frac{\omega_2}{\omega_1} \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 \\ \frac{H_2^*}{H_1^*} &= \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \\ \frac{P_2^*}{P_1^*} &= \frac{\rho_2}{\rho_1} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^3 \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^5\end{aligned}$$

2.7. Velocidad específica

Para distintos puntos de funcionamiento se encuentra que los mejores rendimientos se encuentran con distintas geometrías de bombas.

Por ejemplo si se desea una altura muy grande pero un caudal pequeño conviene utilizar una bomba de radio grande pero de ancho de salida pequeño. Contrariamente si lo que se desea es un caudal grande y poca altura son convenientes las bombas tipo axiales, que casi no aumentan la energía del fluido y tienen grandes secciones de paso lo que garantiza un caudal alto.

Para definir que tipo de bomba es el de mayor rendimiento se utiliza un parámetro adimensional que se denomina *velocidad específica* (Ω_S). Éste se obtiene de eliminar el radio entre los coeficientes Ψ y Φ .

$$\left. \begin{aligned}\Psi &= \frac{g H^*}{\omega^2 R_2^2} \\ \Phi &= \frac{Q^*}{\omega R_2^3}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\Phi^2}{\Psi^3} = \frac{Q^{*2} \omega^6 R_2^6}{g^3 H^{*3} \omega^2 R_2^6} = \frac{Q^{*2} \omega^4}{(g H^*)^3} \quad (2.18)$$

Entonces se define:

$$\Omega_S = \frac{\omega Q^{1/2}}{(g H)^{3/4}} \quad (2.19)$$

Algunos desarrolladores y fabricantes definen otro número denominado *número específico de revoluciones*. El mismo se define como sigue:

$$N_S = \frac{N Q^{1/2}}{(g H)^{3/4}} \quad (2.20)$$

donde N es el número de rpm del motor. Es común también ver este número específico de revoluciones definido sin tener en cuenta la gravedad. Cuando se hace esto se pierde la adimensionalidad y el valor de N_S depende del sistema métrico adoptado.

En este trabajo usaremos siempre la velocidad específica como está definida en la ec.2.19, pero hay que tener cuidado cuando se manejan datos de otras fuentes.

Para finalizar, se muestra en una fig.2.11, el rendimiento máximo de los distintos tipos de bombas, para distintos números de revoluciones específicas [1]. Vemos aquí que cuanto mayor es el caudal que se necesita, para una misma altura, mayor es la relación entre el ancho de salida del impulsor y su diámetro. Contrariamente si se necesitan mayores alturas, los impulsores se hacen más finas pero de mayor diámetro.

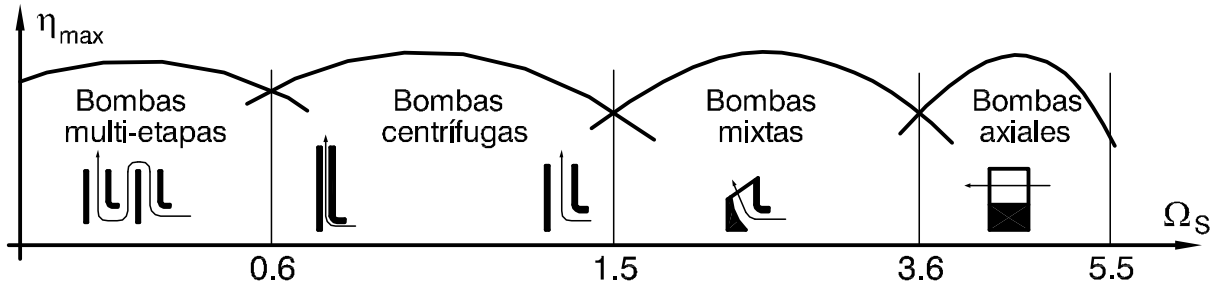


Figura 2.11: Forma de los impulsores de mayores rendimientos en función del número específico de velocidades.

Cuando el caudal a manejar es muy grande y no se necesita demasiada altura, conviene utilizar impulsores del tipo axiales en vez de centrífugos. En cambio si el caudal es muy pequeño o la altura muy grande, se hace necesario utilizar varios impulsores conectados en serie. Este tipo de disposiciones se denominan bombas multi-etapas, donde sobre un solo eje motor se colocan varios impulsores que van levantando altura o presión sucesivamente.

El tipo de bombas que desarrollamos en esta tesis son las que Ω_s está comprendido entre 0.6 y 1.5, pero se puede extender a bombas multi-etapas o mixtas de manera sencilla. La extensión a bombas axiales es un poco más complicada y requiere más atención.

En el caso de las bombas centrífugas la zona de trabajo de las mismas se muestra en la fig.2.12. Esta figura es válida para bombas con velocidad de giro de 3000 rpm.

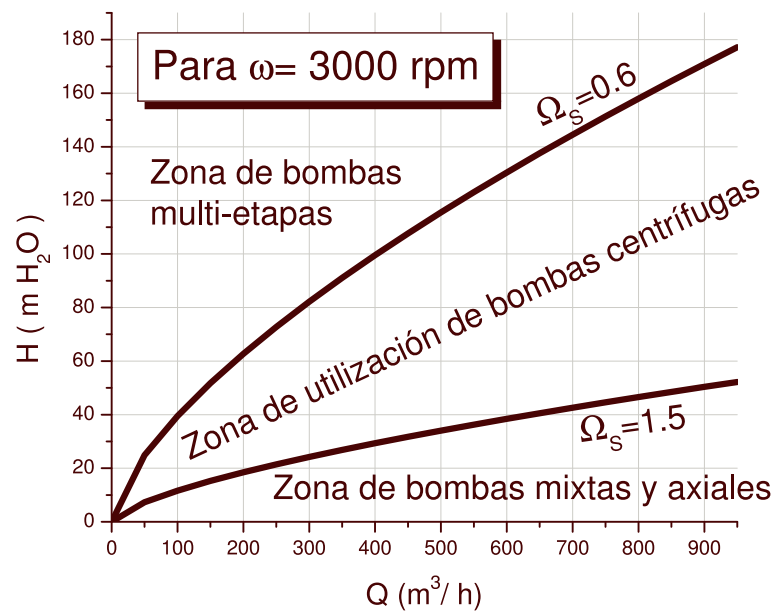


Figura 2.12: Zona de trabajo de bombas centrífugas para velocidades de giro de 3000 rpm.

Capítulo 3

Extensiones del modelo unidimensional y geometrías de la bomba

3.1. Rotalpía

Estudiemos la ecuación de Navier=Stokes en un sistema rotante (ec.1.14):

$$D_t \mathbf{W} = -\nabla \tilde{P} - 2 \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{W} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{W} \quad (3.1)$$

donde $\tilde{P} = \frac{p}{\rho} - \frac{1}{2} (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r})^2$ es la presión efectiva. En esta presión efectiva despreciamos el término gz porque generalmente los impulsores no tienen mucha altura.

En su forma adimensionalizada, se obtiene la ec.3.2:

$$D_{t^*} \mathbf{W}^* = -\nabla^* P^* - \frac{\omega L}{V} \boldsymbol{\Omega}^* \times \mathbf{W}^* + \frac{\mu}{V L \rho} \nabla^{*2} \mathbf{W}^* \quad (3.2)$$

Si en esta última ecuación despreciamos el último término (como si considerasemos un flujo invíscido) obtendremos la ecuación de Euler para un sistema rotante:

$$D_t \mathbf{W} = \partial_t \mathbf{W} + (\mathbf{W} \cdot \nabla) \mathbf{W} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} - \frac{1}{2} (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r})^2 \right) - 2 \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{W} \quad (3.3)$$

Como se hizo al desarrollar la ecuación de Bernoulli, reemplazamos:

$$(\mathbf{W} \cdot \nabla) \mathbf{W} = \nabla \left(\frac{W^2}{2} \right) - \mathbf{W} \times (\nabla \times \mathbf{W}) \quad (3.4)$$

Eliminando el término temporal y suponiendo que en el interior del impulsor es fluido es irrotacional, se obtiene:

$$\nabla \left(\frac{W^2}{2} + \frac{p}{\rho} - \frac{1}{2} (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r})^2 \right) = -2 \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{W} \quad (3.5)$$

Si integramos sobre una línea de corriente, al igual que hicimos en el caso de la ecuación de Bernoulli, obtendremos [3]:

$$I = \frac{P}{\rho} + \frac{W^2}{2} - \frac{\omega^2 r^2}{2} = \text{constante} \quad (3.6)$$

Esta última ecuación es el equivalente a la ecuación de Bernoulli para las líneas de fluido en el interior de los canales del impulsor.

3.2. Curva de carga

Si aplicamos el TTR para el momento angular a una sección anular entre R_1 y un radio arbitrario se obtiene que el torque que tiene el fluido en función del radio es:

$$\begin{aligned} T_{(r)} &= \int_{\partial V_{C(r)}} \rho (\mathbf{r} \times \mathbf{C}) (\mathbf{C} \cdot \mathbf{n}) d\Gamma \\ &= \rho Q r C_{T(r)} \\ &= \rho Q r (\omega r - C_{m(r)} \tan(\beta_{(r)})) \sigma_{(r)} \end{aligned} \quad (3.7)$$

De la ec.2.11 se puede deducir que $\beta_{(r)}$ está determinado por la forma de entregar torque al fluido. El único problema es la aparición del término $\sigma_{(r)}$ que no tenemos definido. Sabemos que al entrar el fluido al impulsor la fuerza de Coriolis no ha realizado todavía ningún efecto. Al salir el valor del deslizamiento es el que vimos en la ec.2.3. Por lo tanto a partir de ahora vamos a suponer que la variación del efecto de deslizamiento por las fuerzas de Coriolis entre la entrada y la salida del impulsor es lineal. Entonces proponemos:

$$\sigma_{(r)} = (\sigma - 1) \frac{r - R_1}{R_2 - R_1} + 1 \quad (3.8)$$

Ahora volvamos a la ec.3.7 y deduzcamos cómo tiene que evolucionar el ángulo β en función del radio [4]:

$$\tan \beta_{(r)} = \frac{1}{C_{m(r)}} \left(\omega r - \frac{T_{(r)}}{\rho Q \sigma_{(r)} r} \right) \quad (3.9)$$

En la próxima sección vamos a ver de que forma tiene que evolucionar el torque para que no se produzcan efectos no deseados que pueden disminuir el rendimiento.

3.3. Carga del álabe

Si se tiene un canal como el de la fig.3.1 que está rotando en el sentido horario y el fluido circula en el interior del mismo, se puede observar que el fluido ejerce mayor presión sobre el lado convexo del canal que sobre el lado cóncavo. Por lo tanto llamaremos *lado de presión* al lado convexo y *lado de succión* al lado cóncavo.

La diferencia de presiones entre ambos lados del canal se puede asociar al torque ejercido por el impulsor sobre el fluido. Así se obtiene la siguiente ecuación [4]:

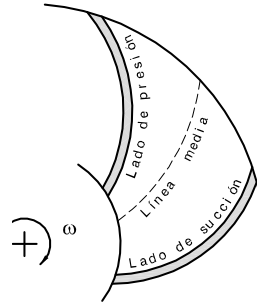


Figura 3.1: Lados de presión y de succión sobre un canal. También se muestra la línea media del canal.

$$dT = (P_p - P_s) r B_{(r)} Z dr \quad (3.10)$$

O sea que el incremento del torque que tiene el fluido entre r y $r + dr$ es debido a la diferencia de presiones entre los lados del canal. Como se tienen Z álabes y por lo tanto Z canales, el torque es la suma de todos los canales. En la ec.3.10, $B_{(r)}$ es el espesor del canal en la dirección axial medido sobre el radio r .

3.3.1. Recirculaciones

Si en el ingreso del fluido al impulsor la diferencia de presiones entre el lado de presión y el de succión es distinto de cero, se producirá un efecto de recirculación que generará un campo de velocidades como el de la fig.3.2.

Esta recirculación es desfavorable para el rendimiento del impulsor porque genera una zona muerta en el caudal. Por lo tanto hay que evitarla.

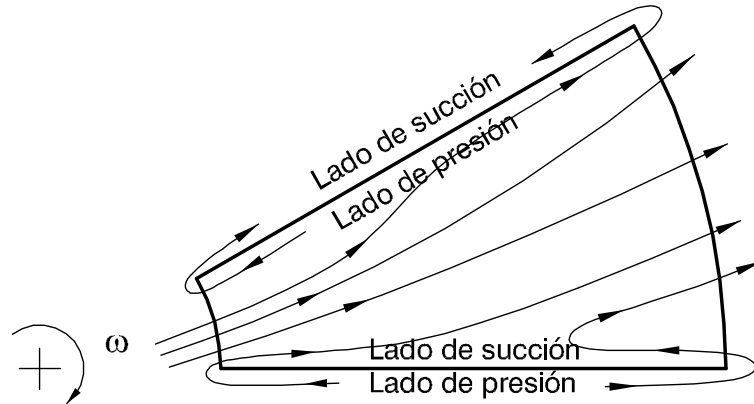


Figura 3.2: Recirculaciones que se producen debido a una carga del álabe que no se anula en la entrada y en la salida. La mayor presión sobre el lado de presión hace circular fluido hacia el lado de succión.

El mismo efecto puede generarse en la salida del fluido sobre el radio R_2 . En este caso el efecto de recirculación a la salida, además de generar un bloqueo para el caudal, disminuye la altura de la bomba.

Por lo tanto para que la bomba tenga un buen rendimiento se necesita evitar estas recirculaciones.

Para eso es necesario que al ingreso y a la salida las diferencias de presiones entre el lado de presión y de succión sea cero. Si aplicamos esto a la ec.3.10 significa que las derivadas de la curva del torque con respecto al radio, deben ser cero en R_1 y en R_2 . O sea que el perfil del álabe debe ser tal que el torque se entregue en la zona media del canal.

Para esto proponemos una curva de torque como la mostrada en la fig.3.3. La expresión matemática de esta curva es [4]:

$$T_{(r)} = T_{salida} \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi(r - R_2)}{R_2 - R_1} \right) \right] \quad (3.11)$$

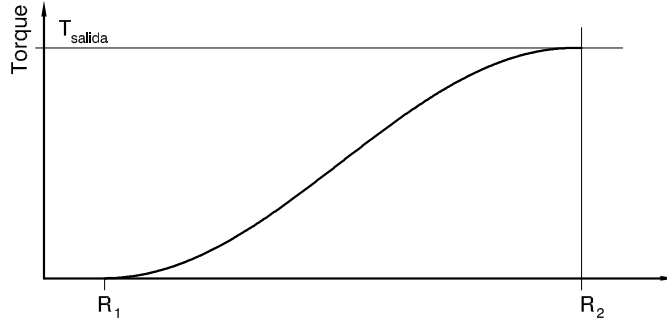


Figura 3.3: Curva de torque entregado para una correcta carga del álabe. El torque debe tener derivada nula en la entrada y la salida para que la diferencias de presiones sean no generen recirculaciones.

En la ec.3.11 el valor de T_{salida} depende del ángulo de salida β_2 .

$$T_{salida} = \rho Q R_2 \sigma (\omega R_2 - C_{m(R_2)} \tan \beta_2) \quad (3.12)$$

3.4. Geometría de los álaves

3.4.1. Impulsor bidimensional

Vamos a empezar suponiendo que el impulsor que deseamos construir es un impulsor bidimensional. Esto significa que, si bien los canales tienen un cierto ancho en la dirección axial, éste es uniforme. En el caso de una bomba bidimensional la entrada de fluido es radial.

Veamos como se relaciona la evolución del ángulo $\beta_{(r)}$ con la forma de la línea media.

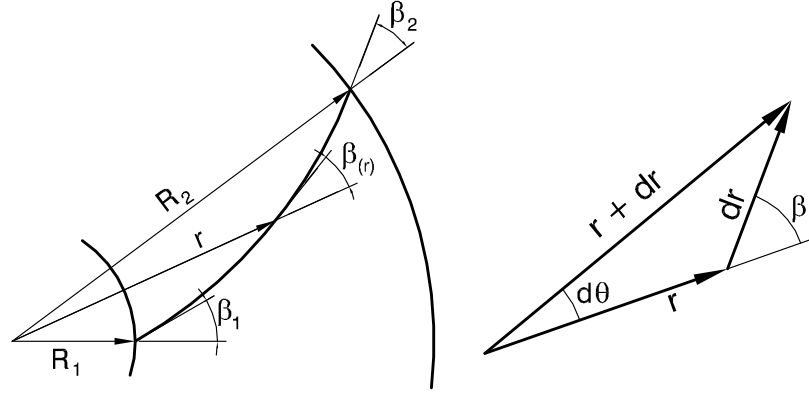


Figura 3.4: Relación entre la forma de la línea media con $\beta_{(r)}$.

Como se ve en la fig.3.4 se cumple la siguiente relación:

$$r d\theta = \tan \beta_{(r)} dr \quad (3.13)$$

Por lo tanto se obtiene que:

$$\theta_{(r)} = \int_{R_1}^r \frac{\tan \beta_{(r')}}{r'} dr' \quad (3.14)$$

Utilizando la ec.3.14 podemos dibujar completamente la línea media de una bomba bidimensional. En el caso de una bomba bidimensional la forma de los álabes es igual a la línea media.

3.4.2. Impulsor con entrada axial

Sobre el plano meridional el impulsor es como se muestra en la fig.2.3. El ancho del canal está definido por la distancia $b_{(r)}$ que es normal a la línea media. La línea media está definida como un arco de elipse de semiejes $R_2 - R_1$ y A .

Para determinar $b_{(r)}$ vamos a considerar que el área que enfrenta el fluido al ir avanzando por la línea media es lineal entre la entrada y la salida del impulsor. El área de entrada es:

$$\text{Area}_{\text{entrada}} = \pi(R_S^2 - R_H^2) \quad (3.15)$$

y a la salida el área es:

$$\text{Area}_{\text{salida}} = 2\pi R_2 B \quad (3.16)$$

Sobre un radio intermedio el área es la de una sección cónica definida entre el shroud y el hub y que es normal a la elipse que forma la línea media. El valor de este área es:

$$\text{Area}_{(r)} = 2\pi r 2b_{(r)} \quad (3.17)$$

Este área debe ser lineal entre la entrada y la salida del impulsor. Entonces se obtiene:

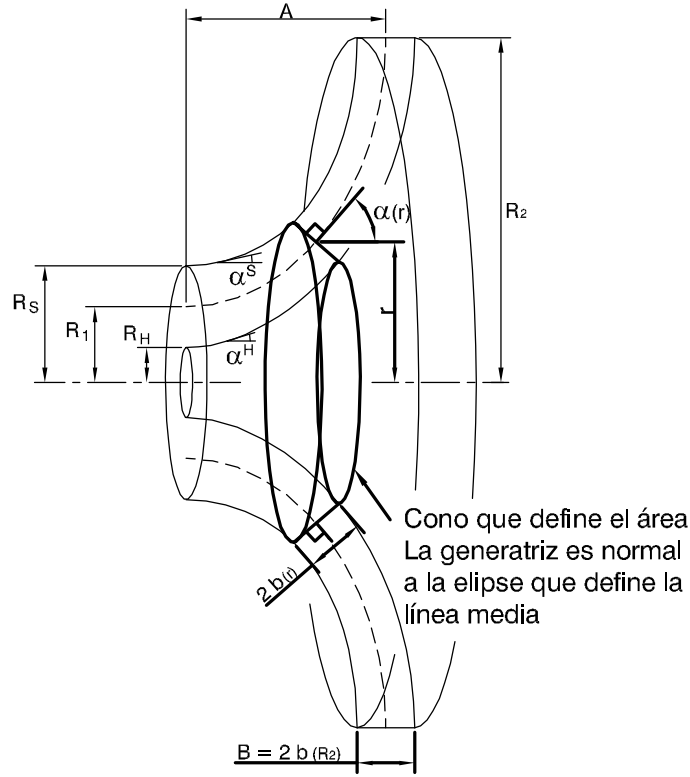


Figura 3.5: Cono que define el área de pasaje del fluido.

$$b_{(r)} = \frac{(\text{Área salida} - \text{Área entrada}) \frac{r-R_1}{R_2-R_1} + \text{Área entrada}}{4\pi r} \quad (3.18)$$

De esta forma, dados los valores de R_1 , R_2 , B y A , se definen las superficies del shroud y del hub.

En un impulsor con entrada axial el ángulo β que define a la línea media está definido sobre un plano inclinado un ángulo α con respecto al eje de la bomba (ver fig.2.3).

Para definir la proyección de la línea media sobre el plano radial se hace uso de la ec.3.14 pero en lugar de utilizar el ángulo $\beta_{(r)}$ se utiliza el ángulo $\gamma_{(r)}$ que es la proyección de β sobre el plano radial.

Se puede ver que la relación entre γ y β depende del ángulo del plano donde está definido el triángulo de velocidades que es α (ver fig.3.5):

$$\tan \gamma_{(r)} = \frac{\tan \beta_{(r)}}{\sin \alpha_{(r)}} \quad (3.19)$$

Debido a que la línea media está definida sobre un arco de elipse se conoce cuanto vale el ángulo $\alpha_{(r)}$:

$$\tan \alpha_{(r)} = \frac{(R_2 - R_1)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{R_2 - r}{R_2 - R_1}\right)^2}}{A(R_2 - r)} \quad (3.20)$$

Dadas las evoluciones de $\beta_{(r)}$, los radios R_1 y R_2 y la longitud axial de la bomba A podemos dibujar perfectamente la línea media del canal.

Hasta aquí se explicó cómo se dibuja la línea media, pero lo importante es poder dibujar las curvas sobre el shroud y sobre el hub que definen la superficie del álabe. Para esto necesitamos saber cómo evoluciona el ángulo β^H y β^S sobre las superficies del hub y del shroud.

El valor de $\beta_{R_H}^H$ se calcula para evitar desprendimientos en la entrada, igual que como hicimos con el ángulo β_1 :

$$\tan \beta_{R_H}^H = \frac{\omega R_S}{C_{m1}} = \frac{\omega R_S \text{Area}_{\text{ingreso}}}{Q} \quad (3.21)$$

Lo mismo se hace con el ángulo sobre el shroud y lo mismo se puede hacer con cualquier línea intermedia en el canal. En la fig.3.6 están mostradas las evoluciones de estos ángulos en función del radio. A partir de un cierto radio los ángulos de todas las líneas se juntan para terminar todas con el mismo ángulo de salida.

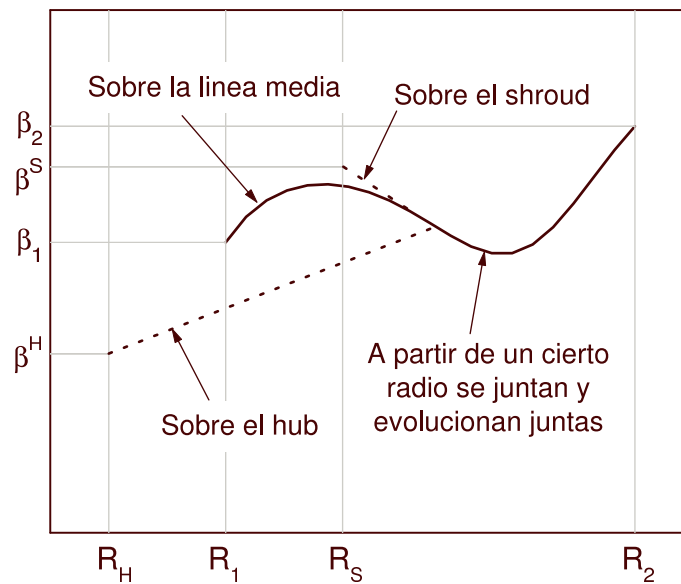


Figura 3.6: Evolución de los ángulos β para la línea media y para las curvas sobre el hub y el shroud. Las líneas punteadas son esquemáticas.

Las proyecciones de las líneas sobre el plano radial se hacen dividiendo por $\sin \alpha_r$ donde α es el ángulo entre el eje y la línea que se está considerando.

3.4.3. Curvatura del álabe

De la teoría de geometría de curvas podemos obtener que la curvatura de una curva es:

$$K_{(t)} = \frac{\left\| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} \right\|}{\left\| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right\|^3} \quad (3.22)$$

donde t es la parametrización de la curva. En el caso de un impulsor bidimensional tenemos que:

$$\mathbf{r}_{(r)} = r \cos \theta_{(r)} \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}} + r \sin \theta_{(r)} \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}} \quad (3.23)$$

Reemplazando el valor de θ por el de la ec.3.14, derivando y aplicando la ec.3.22 obtenemos:

$$K_{(r)} = \left(\frac{\tan \beta_{(r)}}{r} + \frac{d\beta_{(r)}}{dr} \right) \cos \beta_{(r)} \quad (3.24)$$

Como vimos antes, la forma del álabe está determinada por la curva de torque. Hay casos en que la curva de torque determina una forma de álabe como mostramos en la fig.3.7. Estos tipos de álaves, evidentemente, no tendrán buenos rendimientos ya que tienen zonas donde se genera una cavidad y no es bueno para el rendimiento del impulsor.

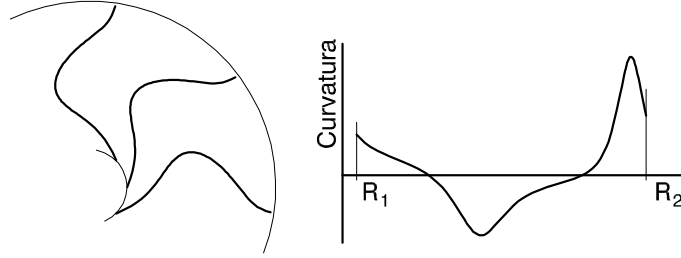


Figura 3.7: Ejemplo de álaves con curvaturas que no son siempre positivas.

Para controlar que estas zonas no aparezcan, se debe verificar que la curvatura del álabe (ec.3.24) tenga siempre el mismo signo.

3.5. Distribución de velocidades en el sentido álabe-álabe

Como vimos antes, existe una diferencia de presiones entre el lado de presión y el lado de succión. Debido a que todas las líneas de corriente que ingresan al impulsor tienen la misma velocidad y presión, todas tienen la misma rotalpia. Como la rotalpia se conserva sobre una línea de corriente, podemos calcular la relación entre presión y velocidad para cada punto del canal.

Debido a que las líneas de corriente tienen distintas presiones sobre el lado de presión que sobre el lado de succión, tienen también distintas velocidades. Por lo tanto la velocidad de arrastre sobre el lado de presión es menor que la del lado de succión ($W_P < W_S$).

La distribución de velocidades que se genera entre ambos lados del canal es lineal sobre la dirección tangencial, o sea que dentro del canal [9][10]:

$$W_{(r,\chi)} = W_{M(r)} + \frac{(W_S - W_P) Z}{2\pi} \chi \quad (3.25)$$

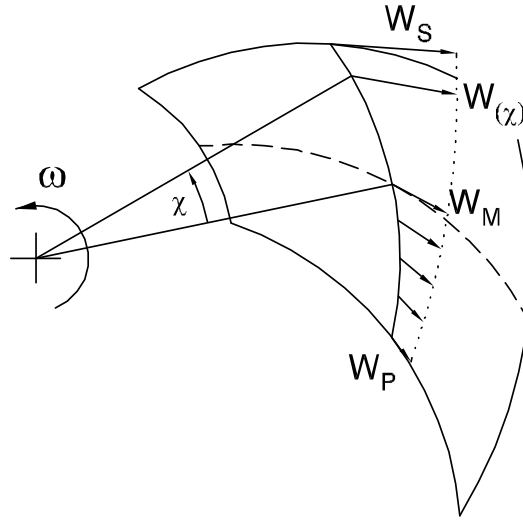


Figura 3.8: La distribución de velocidades en el sentido álabe-álabe es lineal. W_M es la velocidad sobre la línea media, W_P sobre el lado de presión y W_S sobre el lado de succión.

donde $W_{M(r)}$ corresponde a la velocidad de arrastre de la línea media sobre el radio r . El valor del ángulo χ se toma cero sobre la línea media, crece hacia el lado de succión y decrece hacia el lado de presión.

El valor de $W_{M(r)}$ se puede calcular fácilmente: $W_{M(r)} = C_{m(r)} / \cos \beta'_{(r)}$ donde β' es el ángulo corregido por efecto del factor de deslizamiento (ec.2.4).

Para calcular el valor $(W_S - W_P)$ vamos a utilizar el hecho que todas las líneas de corriente tienen la misma rotalpia.

$$\frac{P_P}{\rho} + \frac{W_P^2}{2} = \frac{P_S}{\rho} + \frac{W_S^2}{2} \Rightarrow \frac{P_P - P_S}{\rho} = (W_S - W_P) \frac{W_S + W_P}{2} \quad (3.26)$$

Usando la ec.3.10 se obtiene:

$$W_S - W_P = \frac{dT}{dr} \frac{1}{Z r B_{(r)} \rho W_M} \quad (3.27)$$

3.6. Líneas de corriente sobre lados de presión

Reemplazando en la ec.3.27 $W_S - W_P$ por $2(W_M - W_P)$, lo que se puede hacer debido a que la distribución de velocidades es lineal, se obtiene finalmente cuanto vale la velocidad de arrastres sobre la línea de corriente más próxima al lado de presión del canal:

$$W_{P(r)} = W_{M(r)} - \frac{dT}{dr} \frac{1}{2 Z r B_{(r)} \rho W_{M(r)}} \quad (3.28)$$

donde tomaremos que $B_{(r)} = 2b_{(r)} \sin \alpha_{(r)}$ que es el ancho del canal en la dirección axial.

Esta velocidad es muy importante porque si la carga del álabe es excesiva, entonces W_P se puede hacer negativa en algún punto. Si esto sucediera, se generaría una recirculación sobre el lado de presión que afectaría el buen funcionamiento de la bomba. Por lo tanto otro de los cuidados que se debe tener es que $W_{P(r)} > 0$ en todo el impulsor.

3.7. Geometría del difusor

En el difusor se tiene un caudal Q de fluido que está ingresando al mismo con una velocidad tangencial C'_{2T} . Esto significa que hay una cantidad de momento angular ingresando en el impulsor. La misma cantidad de momento angular (con respecto al eje) debe salir por la *garganta* del difusor para que el mismo no ejerza torque sobre sus soportes [5][11].

Igualando los momentos angulares entrantes y salientes se obtiene:

$$R_2 C'_{2T} = (1,1 R_2 + R_g) \frac{Q}{\pi R_g^2} \quad (3.29)$$

Resolviendo se obtiene:

$$R_g = \frac{Q + \sqrt{Q^2 + 4 \cdot 1,1 \pi R_2^2 C'_{2T} Q}}{2 \pi R_2 C'_{2T}} \quad (3.30)$$

Cuando se diseña el difusor hay que tener cuidado que el radio R_g no sea menor que el ancho de salida del impulsor B . Si esto ocurriese conviene elegir otra geometría en las secciones del difusor. Otras geometrías posibles son difusores de sección trapezoidal o simplemente de secciones rectangulares.

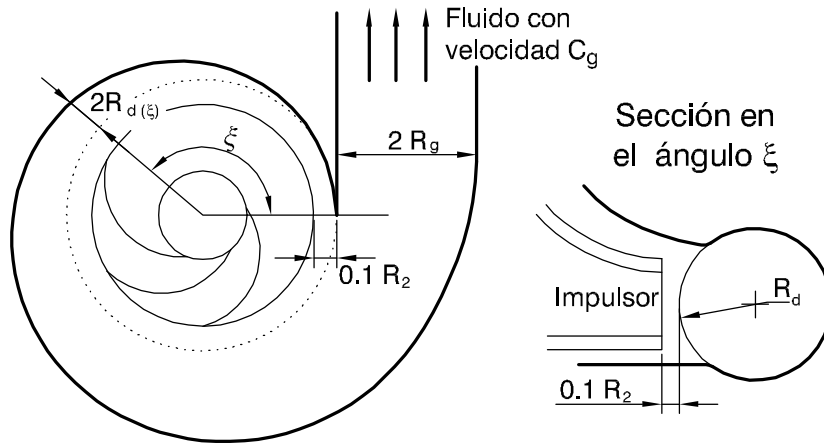


Figura 3.9: Dimensionamiento de un difusor.

El radio de las secciones circulares en función del ángulo ξ es de tal forma que la sección crezca linealmente:

$$R_{d(\xi)} = R_g \sqrt{\frac{\xi}{2\pi}} \quad (3.31)$$

Como el caudal crece linealmente con ξ al igual que el área, entonces la velocidad media del fluido es constante dentro del difusor y vale $C_g = \frac{Q}{\pi R_g^2}$.

Capítulo 4

La bomba real

En este capítulo vamos a estudiar algunos efectos que tienen las bombas reales y veremos cómo afectan estos efectos sobre el comportamiento y el rendimiento de la bomba. A algunos de estos efectos, los más importantes, se los pueden cuantificar mientras que a otros simplemente los nombraremos. Las cuantificaciones que realizaremos son algunas formales y otras serán empíricas o basadas en la experimentación.

4.1. Efectos más importantes de la bomba real

4.1.1. Espesor de los álabes

Los álabes obviamente tienen que tener un espesor. Éste provoca una disminución del área de pasaje por los álabes y un bloqueo del caudal de la bomba.

El espesor de los álabes está determinado por las cargas dinámicas que debe soportar y por el método de construcción del impulsor.

4.1.2. Concepto de capa límite

En un conducto que transporta fluido los esfuerzos de corte que se desarrollan en el fluido están localizados. Los esfuerzos de corte se generan cuando existe un gradiente de velocidades entre líneas de corriente adyacentes. En los bordes de los conductos, sobre la superficie del mismo, la velocidad del fluido debe ser cero debido a la condición de no deslizamiento sobre las paredes.

En el caso de una superficie que está dentro de una corriente de fluido el perfil de velocidades en la dirección tangencial a la superficie es como se muestra en la fig.4.1. Se puede ver que los efectos de la superficie sólo están concentrados en una pequeña capa de espesor δ . Fuera de la capa límite no existen esfuerzos de corte por lo que la velocidad del fluido será la de la corriente exterior.

El espesor de la capa límite aumenta desde cero al comienzo de la superficie y crece a medida que se avanza aguas abajo tangencialmente a la superficie. La forma en que crece la capa límite depende de la naturaleza de la misma, si es laminar o turbulenta. En el caso de las bombas centrífugas las capas límites son mayormente turbulentas [9] y las

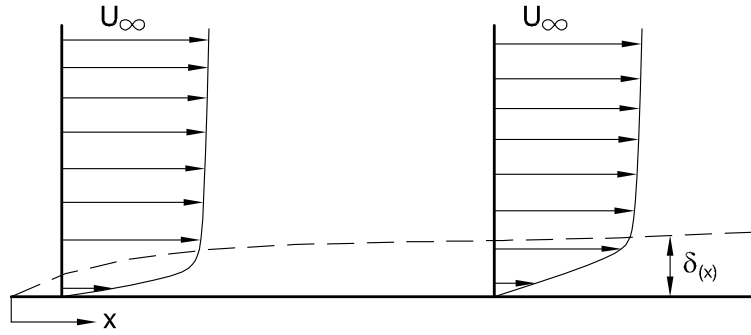


Figura 4.1: Concepto de capa límite sobre una placa plana. La coordenada x empieza al comienzo de la placa, donde la capa límite tiene espesor nulo.

consideraremos que son siempre turbulentas sin tener en cuenta transiciones. El espesor de una capa límite turbulenta está determinado por la siguiente expresión:

$$\delta_{(x)} = 0,16 \left(\frac{\mu}{\rho U_\infty} \right)^{1/7} x^{6/7} \quad (4.1)$$

donde x está medido sobre la pared y U_∞ es la velocidad de la corriente exterior.

Debido a que algunas líneas de corriente tienen menores velocidades el caudal que pasa por el canal es menor que si no existiera la capa límite. Para corregir esto se reemplaza el canal por un canal que tienen menor sección de pasaje de fluido y está todo a la velocidad U_∞ . La corrección en el ancho se denomina *espesor de deslizamiento* (δ^*). En el caso de una capa límite turbulenta el espesor de deslizamiento está determinado por:

$$\delta_{(x)}^* = \frac{1}{8} \delta_{(x)} \quad (4.2)$$

Otro valor que se puede sacar de la teoría de capa límite es el valor del esfuerzo de corte sobre las paredes que en caso de una capa límite turbulenta es [12]:

$$\tau_w = 0,013 \left(\frac{\mu}{\rho x U_\infty} \right)^{1/7} U_\infty^2 \rho \quad (4.3)$$

4.1.3. La capa límite en los canales del impulsor

Dentro de un impulsor se producen capas límites en las paredes de los álabes, sobre el hub y sobre el shroud. Éstas capas límites son distintas a las capas límites sobre la capa plana que desarrollamos en la sección anterior. Esto es porque el sistema es no inercial, por lo que aparecen nuevas fuerzas en las ecuaciones de capa límite, y debido a la curvatura de las superficies habría que utilizar ecuaciones de capa límite más generales [12].

Sin embargo es posible usar las ecuaciones clásicas de *la capa límite sobre pared plana* con algunos cuidados. Estos son que la curvatura de las superficies deben ser pequeñas y que las fuerzas no inerciales harán desaparecer la capa límite sobre el lado de presión.

Con respecto a la curvatura de los álabes la validez de las ecuaciones de capa límite sobre pared plana dependen de si se cumplen las siguientes relaciones [9]:

$$\left| \frac{\omega \delta}{W} \right| \ll 1 \quad \text{y} \quad \left| \frac{\delta}{\mathcal{R}} \right| \ll 1 \quad (4.4)$$

donde W es la velocidad de arrastre y \mathcal{R} es el radio de curvatura del álabe.

Con respecto a que el sistema no es inercial hace falta incluir un término de fuerza de Coriolis en las ecuaciones. Este término lo que hace es generar un gradiente de presiones entre el lado de presión y el lado de succión [4]. Debido a este gradiente de presiones existe un flujo secundario que se desarrolla sobre el borde del canal. Este flujo se encarga de transportar fluido de baja energía (de menor velocidad) desde el lado de presión hasta el lado de succión. El flujo de baja velocidad que se elimina del lado de presión hace que se disminuya el espesor de capa límite sobre este lado con lo cual se la puede despreciar. Así mismo, se incrementa el espesor de capa límite sobre el lado de succión. En la fig.4.2 mostramos cómo es el perfil de capas límites sobre las superficies del canal y los flujos secundarios que se desarrollan.

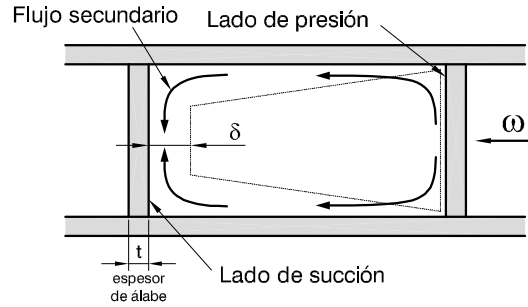


Figura 4.2: Sección de un canal del impulsor donde se puede ver el espesor de la capa límite y los flujos secundarios. La capa límite se desarrolla sobre el lado de succión y no sobre el lado de presión.

Es importante aclarar que este efecto sólo es observable en geometrías tridimensionales ya que los flujos secundarios necesitan del espesor del canal para desarrollarse.

4.1.4. Pérdidas de carga en un canal

Si se tiene un canal de forma arbitraria con un flujo en su interior, se desarrolla una capa límite en su interior y esto genera una tensión de corte en sobre las paredes. Este esfuerzo de corte, opuesto al movimiento del fluido, genera una pérdida de energía o pérdida de carga de la altura hidrodinámica.

La pérdida de carga se puede calcular con la siguiente fórmula:

$$dh = \frac{dp}{\rho g} = \frac{\tau_w}{\rho g} \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{A}} dl \quad (4.5)$$

donde \mathcal{P} es el perímetro donde existen esfuerzos de corte sobre la pared, \mathcal{A} es el área del canal y l es una coordenada que avanza sobre el canal.

En el caso del canal de un impulsor hay que integrar el esfuerzo de corte entre R_1 que corresponde a $l = 0$ y R_2 que corresponde a $l = L$ (largo del álabe). Por lo tanto la pérdida de carga en un canal de la bomba es, usando que $l_{(r)} = L \frac{r-R_1}{R_2-R_1}$:

$$h_c = \frac{L}{R_2 - R_1} \int_{R_1}^{R_2} \frac{\tau_w(r)}{\rho g} \frac{\mathcal{P}_{(r)}}{\mathcal{A}_{(r)}} dr \quad (4.6)$$

En esta ecuación $\mathcal{P}_{(r)} = 2 \left(\frac{2\pi r}{Z} - t \right) + 2 b_{(r)}$ donde $b_{(r)}$ es el ancho del canal en el radio r . El área está definida por: $\mathcal{A}_{(r)} = 2 \left(\frac{2\pi r}{Z} - t \right) b_{(r)}$.

Con este cálculo de la caída de presión en el canal se puede calcular cuanto es la caída de presión en todo el impulsor simplemente multiplicando por el número de álabes. Notemos que esta pérdida de carga sólo es correcta en el caso que la bomba esté funcionando en el punto de diseño. Si esto no es así, habrá desprendimientos y recirculaciones que producirán más pérdidas de energía. Algunas correlaciones para las pérdidas de energía por otros fenómenos se pueden encontrar en [4].

4.1.5. Ancho del canal

El ancho del canal $b_{(r)}$ lo habíamos definido anteriormente de forma tal que el área de los canales varíe linealmente entre la entrada y la salida del impulsor. Pero en este caso donde existen disminuciones del área debido al espesor de desplazamiento hay que tener un poco de cuidado.

Las áreas de entrada y salida del impulsor quedan como sigue:

$$\text{Area}_{\text{entrada}} = \pi(R_S^2 - R_H^2) - Z t (R_S - R_h) \quad (4.7)$$

$$\text{Area}_{\text{salida}} = \left(2\pi R_2 - z \left(t + \frac{\delta_L}{8} \right) \right) \left(B - \frac{\delta_L}{8} \right) \quad (4.8)$$

donde δ_L es el espesor que alcanza la capa límite en R_2 .

Finalmente el espesor del canal queda:

$$b_{(r)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\text{Area}_{(r)}}{2\pi r - Z \left(t + \frac{\delta_{(r)}}{8} \right)} + \frac{\delta_{(r)}}{8} \right) \quad (4.9)$$

con $\text{Area}_{(r)}$ lineal entre $\text{Area}_{\text{entrada}}$ y $\text{Area}_{\text{salida}}$.

4.1.6. Pérdidas de potencia en el difusor

En el interior del difusor el fluido está circulando en forma circunferencial y el difusor se diseña para que la velocidad media del fluido sea la misma en todo el difusor. Debido al roce del fluido con las paredes del difusor se pierde energía que equivale a una disminución de la altura final de la misma.

Para calcular la cantidad de energía perdida se utiliza la siguiente fórmula:

$$P_{difusor} = \frac{1}{2} \rho \int_S C_D w^3 dS \quad (4.10)$$

$P_{difusor}$ es la potencia que se pierde debido a la fricción, S es la superficie del difusor, w es la velocidad media del fluido y C_D es un coeficiente de disipación que lo tomaremos igual a 0.0038 [11].

El área del difusor se puede calcular fácilmente una vez que se conoce cómo varía $R_{d(\xi)}$ (ver capítulo 3):

$$S_{difusor} = \int_0^{2\pi} 2\pi R_{d(\xi)} (1,1 R_2 + R_{d(\xi)}) d\xi - 2\pi B R_2 \quad (4.11)$$

Además el valor de w es constante en todo el difusor:

$$w = C_d = \frac{Q}{\pi R_g^2} \quad (4.12)$$

Para convertir esta potencia a unidades de altura perdida se utiliza:

$$h_d = \frac{P_{difusor}}{\rho g Q} \quad (4.13)$$

Finalmente, esta altura h_d se debe restar a la altura disponible en la salida del impulsor.

4.1.7. Caudal de recirculación

Entre el shroud y la carcasa de la bomba existe un sello que impide el pasaje de fluido entre el difusor y la entrada del impulsor. Pero este sello no es perfecto y, debido a vibraciones del eje o desgastes del sello, se produce un caudal entre la zona de alta presión del difusor y la zona de baja presión de la entrada del impulsor (ver fig.4.3).

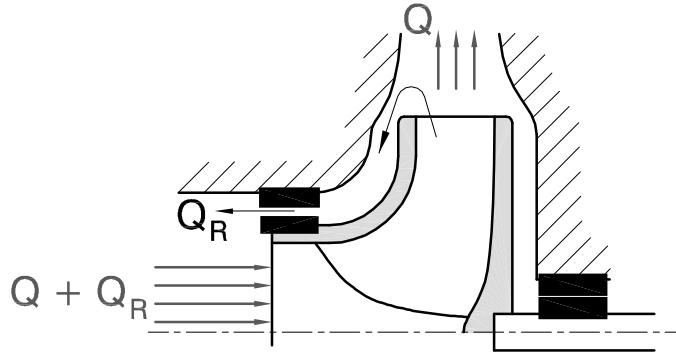


Figura 4.3: Caudal de recirculación que se genera entre los sellos de la bomba. Sobre el impulsor existe un caudal $Q + Q_R$.

Este caudal de recirculación se debe restar al caudal que pasa por el impulsor a la hora de calcular el caudal de la bomba. Un cálculo simple para este caudal es suponer una holgura de 0.1 mm en el sello:

$$Q_R = 0,82 \pi R_S (0,1\text{mm}) \left(H_2 - \frac{1}{4} \frac{\omega^2 R_2^2}{2} \right) \quad (4.14)$$

En esta última ecuación el término $H_2 = P_{(R_2)}/\rho + C_{(R_2)}^2/(2g)$ es la altura del fluido que se alcanza a la salida del impulsor. El término $\frac{\omega^2 R_2^2}{8}$ se resta porque cuanto mayor es R_2 mayor impedancia tiene el canal entre el shroud y el sello [4].

En un cálculo más completo se podría calcular la excentricidad del eje según las vibraciones debidas a sus cargas dinámicas y así corregir el caudal de recirculación.

4.1.8. Pérdidas por fricción con los discos

Cuando el impulsor está girando sus superficies externas están en contacto con el fluido que está dentro del difusor. Este fluido tiene otra velocidad que el impulsor y por lo tanto el contacto genera fricción de los discos con el fluido.

Para calcular la cantidad de energía consumida por la fricción de los discos se puede integrar el trabajo de los esfuerzos de corte sobre dos discos de radio R_2 , o el producto de la velocidad angular por el momento generado por los esfuerzos de corte: $P_{FD} = \omega \int_{R_2} r \tau(r) dA$.

El valor del esfuerzo de corte se puede expresar como: $\tau(r) = \frac{\rho C_f \omega^2 r^2}{2}$ donde C_f es un coeficiente de fricción que depende del Reynolds basado en la velocidad tangencial y de un parámetro que relaciona el espesor de la capa de fluido con el radio [12].

Prácticamente se utiliza la fórmula [5]:

$$P_{FD} = 3,210^{-3} \omega^3 R_2^4 (R_2 + 2,5e) \quad (4.15)$$

donde e es la suma de los espesores de los discos (aprox. 15 mm).

4.2. Rendimiento de la bomba

Llegamos ahora al punto más importante para el diseño de una bomba centrífuga, el rendimiento de la misma.

El rendimiento de la bomba es la relación entre potencia entregada al fluido y la potencia entregada a la bomba. Se puede considerar a la bomba como el conjunto motor eléctrico-impulsor-difusor o simplemente impulsor-difusor. El rendimiento que nosotros consideraremos es sin tener en cuenta el motor, o sea la relación entre la potencia entregada en el eje del impulsor con la energía hidráulica ganada por el fluido. Si se quiere tener la eficiencia del conjunto motor-bomba se deben multiplicar las eficiencias de ambos.

La potencia entregada al eje es la suma de la potencia consumida por el impulsor más la potencia perdida por la fricción con los discos ($P_{eje} = P_I + P_{FD}$).

La potencia entregada al impulsor se puede calcular como:

$$\begin{aligned}
P_I &= \rho Q_T \omega R_2 C'_{2T} \\
&= \rho g Q H_2 + \rho g Q_T Z h_c
\end{aligned} \tag{4.16}$$

La última ecuación corresponde a la potencia del fluido a la salida del impulsor más la potencia perdida por la pérdida de carga en los canales. La misma está considerada aplicada sobre un caudal $Q_T = Q + Q_R$.

Finalmente la potencia que tendrá el fluido que sale de la bomba será: $P_{fluido} = \rho g Q H$. Entonces el rendimiento general del conjunto impulsor-bomba es:

$$\eta = \frac{\rho g Q H}{P_{FD} + \rho g Q \left(H + h_d + \frac{Q_T}{Q} Z h_c \right)} \tag{4.17}$$

4.3. Modelo de la bomba real

En esta sección presentamos un modelo de bomba real basado en todas las consideraciones hechas hasta el momento. El mismo tiene como entrada los parámetros de diseño de la bomba y tiene como salida el caudal, la altura del fluido a la salida del difusor y el rendimiento del conjunto impulsor-difusor. Para simplificación del modelo, consideraremos solamente difusores que tienen ejes en voladizo. De esta forma el radio del hub es nulo y el área de entrada de fluido es un círculo en lugar de un anillo. El valor del radio del shroud es $R_S = 2 R_1$.

Los datos de entrada, que se deben conocer a priori son:

1. Los ángulos β_1 y β_2 .
2. Los radios R_1 y R_2 y el ancho de la salida B .
3. El número de álabes. Con este dato y β_2 se puede calcular fácilmente el factor de deslizamiento ($\sigma = 1 - \pi \cos \beta_2 / Z$).
4. Las rpm que estarán fijadas por el motor que se utilice.
5. Finalmente, el espesor de los álabes t y la suma de los espesores de los discos e . Estos dos parámetros se deben elegir según la experiencia y dependerán de las cargas dinámicas a las que estará sometido el impulsor.

Otro parámetro que se podría ingresar es la longitud axial A que consideraremos igual a $R_2 - R_1$.

Primero se empieza calculando las áreas de ingreso y salida del impulsor, con la salvedad que en el área de salida hay que incluir el espesor de deslizamiento de la capa límite (que por ahora no conocemos). Para esto utilizamos las ec.4.7 y 4.8.

Luego, se calcula el caudal total que circulará por el impulsor de forma tal que no haya separaciones:

$$Q_T = \frac{\omega R_1 \text{Area}_{\text{ingreso}}}{\tan \beta_1} \quad (4.18)$$

Como todavía no sabemos cuanto vale δ_L lo suponemos nulo y para calcularlo se hace la siguiente iteración:

1. calculamos un promedio de las velocidades de arrastre entre la entrada y la salida:

$$U_{\text{media}} = \frac{W_{M(R_1)} + W_{M(R_2)}}{2} \quad (4.19)$$

$$W_{M(r)} = \frac{Q_T}{\text{Area}_{(r)} \cos \beta'_{(r)}} \quad (4.20)$$

donde $\text{Area}_{(r)}$ es lineal entre el área de ingreso y salida.

Para el ángulo $\beta_{(r)}$ utilizamos el mismo criterio que antes, se calcula el torque máximo con C_{2T} , se propone una forma de torque como en la ec.3.11 y con este torque se obtiene la función $\beta_{(r)}$ (ec.3.9). Para calcular $\beta'_{(r)}$ se usa la ec.2.4.

2. se calcula la longitud del álabe.
3. el nuevo valor de δ_L es:

$$\delta_L = 0,0222 \left(\frac{1}{U_{\text{media}} L} \right)^{1/7} L \quad (4.21)$$

4. con este nuevo valor de δ_L se corrigen las áreas, se vuelve al paso 1 y se itera hasta que δ_L converja.

Al final de esta iteración obtendremos el espesor de capa límite en el radio R_2 , toda la geometría de la bomba y las velocidades del fluido, ya que tenemos la forma en que evoluciona el ángulo $\beta_{(r)}$.

Con la geometría completa se puede calcular la curvatura de los álaves y verificar si es una geometría válida. Además, con las velocidades del fluido se puede verificar que W_P no sea menor que cero en ningún punto.

Siguiendo con el modelo, lo próximo es calcular la caída de presión en un canal h_c . Para esto usamos la ec.4.6 con el valor de τ_w calculado según la velocidad U_{media} (ec.4.3).

El próximo paso es calcular el caudal de recirculación Q_R . Para esto igualamos la potencia que entrega el difusor a un caudal Q_T con la potencia del fluido a la salida del impulsor.

$$P_{\text{impulsor}} = \rho Q_T \omega R_2 C'_{2T} = \rho g (Q H_2 + Q_T Z h_c) = P_{\text{salida impulsor}} + P_{\text{perdida}} \quad (4.22)$$

Entonces, obtenemos:

$$H_2 = \frac{Q_T}{Q_T - Q_R} \left(\frac{\omega R_2 C'_{2T}}{g} - Z h_c \right) \quad (4.23)$$

donde Q_R depende de H_2 como se ve en la ec.4.14.

Para calcular Q_R empezamos suponiendo que el mismo es nulo. Después calculamos H_2 y $Q_{R(H_2)}$ e iteramos hasta converger. Así habremos calculado H_2 , Q_R y por lo tanto Q .

Una vez que calculamos Q podemos diseñar el difusor y calcular h_d . La altura total de la bomba será $H = H_2 - h_d$.

Finalmente, calculamos el rendimiento de la bomba con la ec.4.17.

Así de esta forma, a partir de los parámetros principales de diseño se puede calcular el punto de trabajo de la bomba, su rendimiento y las geometrías del impulsor y difusor completas.

4.4. Otros efectos menos importantes

4.4.1. Pérdidas por mezclados

A la salida de los álabes, y debido al espesor de los mismos más el espesor de la capa límite, se forma una estela. Esta estela se mezcla con el núcleo de fluido disminuyendo el momento total del mismo. Además hay que tener en cuenta que sobre la salida del impulsor se mezclan las líneas de corriente que vienen del lado de succión de un canal con la del lado de presión del canal contiguo. Esta mezcla produce también un intercambio de momento las líneas de fluido.

Otra pérdida de energía debido al mezclado se ocasiona cuando el caudal de recirculación se mezcla con el flujo principal en el ingreso al impulsor. Finalmente, luego del mezclado, hay un intercambio de momentos angulares y lineales.

Los dos fenómenos explicados aquí tienen muy poca incidencia en el funcionamiento de la bomba y por esa razón no los consideramos en nuestro modelo.

4.4.2. Pérdidas por fricción de los sellos

Los sellos son superficies que están en constante rozamiento. Existe una situación de compromiso al elegir los sellos, si los sellos son muy ajustados tienen mucho roce y consumen mucha potencia, si los mismos son holgados se aumenta el caudal de recirculación.

La energía perdida en los sellos se convierte en calor, por eso hay que tener cuidado al encender una bomba sin agua, ya que no tendrá refrigeración.

La cantidad de potencia perdida dependerá de tipo de sello que se elige y del material del mismo.

4.5. Cavitación

La cavitación es un fenómeno que se produce cuando la presión estática local de un fluido es menor que la presión de vapor del mismo y aparecen burbujas de vapor. Como las burbujas son transportadas por el fluido hacia una zona donde aumenta la presión, colapsan y crean un repentino y muy intenso pulso de presión que daña el material del impulsor. En las bombas centrífugas la cavitación se genera en la zona de menor presión dentro del álabe, sobre el lado de succión [4].

A temperaturas ambientes (25 °) la presión de vapor del agua es alrededor de 4100 Pa. Por lo tanto la presión del agua no debe ser menor a esto en ningún punto de la bomba.

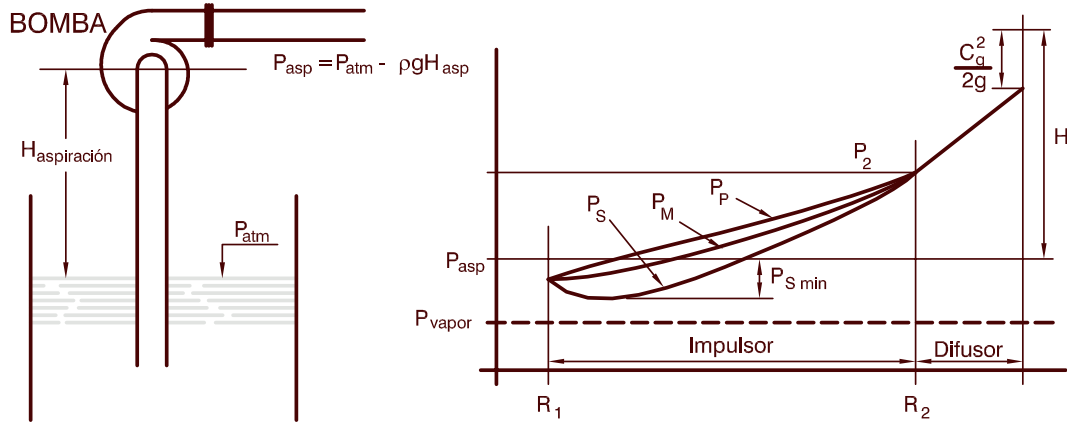


Figura 4.4: Presiones en el interior de una bomba cuando la misma trabaja en aspiración. Las presiones P_M , P_P y P_S están medidas sobre la línea media, el lado de presión y de succión respectivamente. La presión mínima debe ser mayor que la presión de vapor del fluido para evitar que la bomba entre en cavitación.

En la fig.4.4 se puede ver cómo evoluciona la presión en el interior de la bomba [13]. Además en la fig.4.5 podemos estimar cuánto vale $P_{S\min}$:

$$P_{S\min} = \frac{\rho}{2}(C_1^2 + \lambda W_1^2) \quad (4.24)$$

donde λ vale entre 1.05 y 1.15 para bombas de entrada axial y depende de la geometría del borde de ataque del álabe.

Para evitar que la bomba entre en cavitación se debe cumplir que $P_{asp} - P_{S\min} > P_{vapor}$. En el caso que una bomba funcione succionando fluido $P_{asp} = P_{atm} - \rho g H_{asp}$. La máxima altura posible de succión se denomina *NPSH* (de las siglas en inglés de *Net Positive Suction Head* o altura neta de aspiración positiva). En el caso de agua, la máxima altura de aspiración posible es de aproximadamente 9 m.

El valor de NPSH para una bomba depende del valor de $P_{S\min}$:

$$NPSH = \frac{P_{atm} - P_{vapor} - P_{S\min}}{\rho g} \quad (4.25)$$

Como se puede ver en la ec.4.24 el valor de NPSH depende de la elección de R_1 y β_1 y los demás parámetros no tienen casi influencia. Así mismo, de la elección de estos

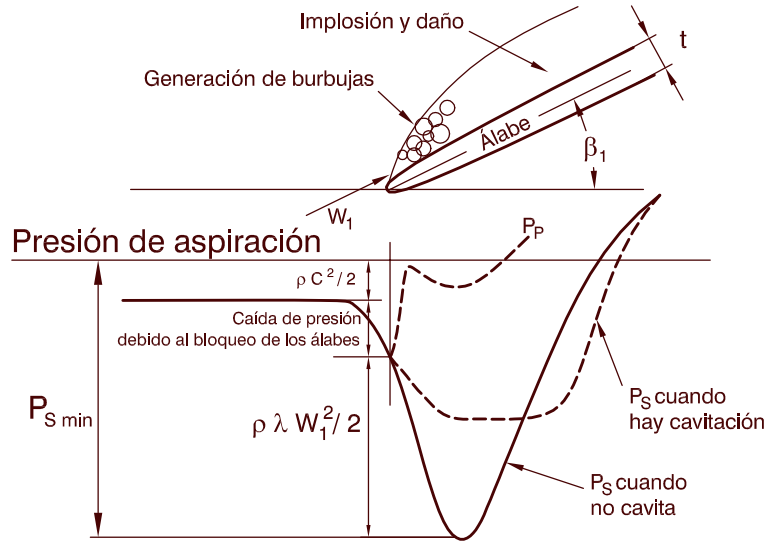


Figura 4.5: Valores de las presiones en el borde de ataque del impulsor.

parámetros depende el rendimiento de la bomba por lo que el diseñador entra en una situación de compromiso entre obtener buen rendimiento o mucha NPSH. Esto último dependerá del tipo de servicio que se requiere para la bomba. En el caso que NPSH sea negativa significa que la presión de aspiración de la bomba debe ser mayor que la presión atmosférica o sea que son bombas que no sirven para aspirar.

Una relación que se debe cumplir en la elección de los parámetros de ingreso es la siguiente:

$$P_{asp} - P_{vapor} > P_{S \min} = \frac{\rho}{2} \left(\frac{Q_T}{\text{Area}_{(R_1)}} \right)^2 \left(1 + \frac{1,1}{\cos^2 \beta_1} \right) \quad (4.26)$$

Debido a la condición de entrada el valor de $Q_T/\text{Area}_{(R_1)}$ se puede reemplazar por $\omega R_1/\tan \beta_1$ con lo que se obtiene que para que no haya cavitación se tiene que cumplir la siguiente relación:

$$R_1^2 < \frac{2}{\rho} (P_{asp} - P_{vapor}) \frac{\tan^2 \beta_1}{\omega^2} \frac{1}{(1 + 1,1/\cos^2 \beta_1)} \quad (4.27)$$

4.6. Comparación del modelo con una medición

Se midió el comportamiento de una bomba existente. La curva de la bomba medida se puede en la fig.1.4 del capítulo 1 y en ella se puede ver que el punto de trabajo era $Q = 125 \text{ m}^3/\text{h}$ y $H = 74 \text{ m}$. En la fig.4.6 mostramos las dimensiones del impulsor y a su lado la sección de impulsor idealizado que usaremos para implementar en nuestro modelo. Los ángulos medidos sobre el impulsor fueron: $\gamma_1 = 65$, $\alpha_1 = 40$ y $\beta_2 = 60$. El valor de β_1 lo calculamos a partir de γ_1 , α_1 y se obtuvo $\beta_1 = 73,8$.

El motor que impulsa la bomba es un motor que al estar funcionando gira a 2944 rpm.

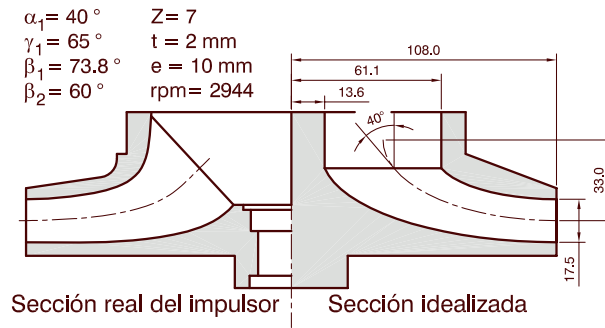


Figura 4.6: Dimensiones del impulsor de una bomba medida. Las dimensiones están en mm.

Con estos datos del impulsor calculamos según nuestro modelo de bomba real los valores de trabajo de la bomba. Además se calcularon los valores según un modelo de bomba ideal como el desarrollado en el capítulo 2.

Los resultados se pueden ver en la siguiente tabla.

	Resultados experimentales	Modelo de bomba ideal	Modelo de bomba real
Q de trabajo	125	118.02	134.24
H de trabajo	74	73.01	73.4

Se ve en los resultados que efectivamente entre el modelo de bomba ideal y de bomba real con el primero se calcula mayores caudales y alturas que las reales. Si se diseñara una bomba con el modelo de bomba ideal se sub-dimensionaría el impulsor y en la práctica no se llegaría al punto de trabajo deseado.

Otro resultado que permite calcular el modelo real es el valor de NPSH que en este caso es de 1.15 m. Este valor no fue medido en la bomba porque la instalación de la misma no permitía realizar aspiraciones.

Capítulo 5

Resultados del modelo y propuesta de una metodología de diseño

Como ya vimos en el capítulo anterior, podemos a partir de la geometría obtener cual será el punto de funcionamiento de la bomba y su rendimiento. Ahora lo que haremos es mostrar que relaciones geométricas deben cumplir las bombas que tengan una buena geometría y un buen rendimiento para así poder realizar el paso inverso y elegir una buena geometría en función del punto de trabajo.

5.1. Espacio de parámetros

Lo que hicimos fue un programa que recorriese el espacio de los parámetros de diseño y para cada geometría de bomba verificase que fuera una geometría válida. Considerar una geometría válida significa que el bloqueo por capa límite sea menor que la sección del canal, que el caudal de recirculación no sea negativo y que las pérdidas de carga no sean mayores que la altura que puede alcanzar la bomba. Además que los álabes tengan buena curvatura y que la velocidad W_P sea siempre positiva.

El espacio de parámetros que se recorrió fue:

- los ángulos β_1 y β_2 entre 0 y $\pi/2$
- R_2 entre 5 cm y 40 cm.
- el espesor de los álabes se fijó en 5 mm y el espesor de los discos en 15 mm.
- R_1 entre $(Zt)/(2\pi)$ (para que el bloqueo por el espesor de los álabes sea menor que el área de ingreso) y entre $0.4 R_2$ (con lo que se obtendrán hasta medidas de $R_S = 0,8 R_2$). En esta primer recorrida del espacio de parámetros no impusimos ninguna restricción para NPSH.
- el ancho B se elegía de forma tal que el área de salida sea mayor que el área de entrada ($B < (4\pi R_1^2 - 2ZtR_1)/(2\pi R_2 - Zt)$)

Con respecto a la velocidad angular, ω , la fijamos en 3000 rpm.

Recorrimos el espacio de parámetros para distintos números de álabes y obtuvimos los siguientes resultados.

- Para $Z = 4$ de 820000 geometrías elegidas, sólo un 6.7 % de las mismas fueron geometrías válidas. De estas, el 27 % tenía un punto de trabajo con Ω_S en el rango de las bombas centrífugas (entre 0.6 y 1.5).
- Para $Z = 6$ de 973000 geometrías, 6.1 % eran válidas y 25 % caían en el rango de trabajo de las centrífugas.
- Para $Z = 8$ de 812000, 5.5 % válidas y 33 % con puntos de trabajo en la zona de Ω_S entre 0.6 y 1.5.

5.2. Resultados

En la fig.5.1 se muestran los máximos rendimientos obtenidos en función de la velocidad específica para bombas de 4, 6 y 8 álabes.

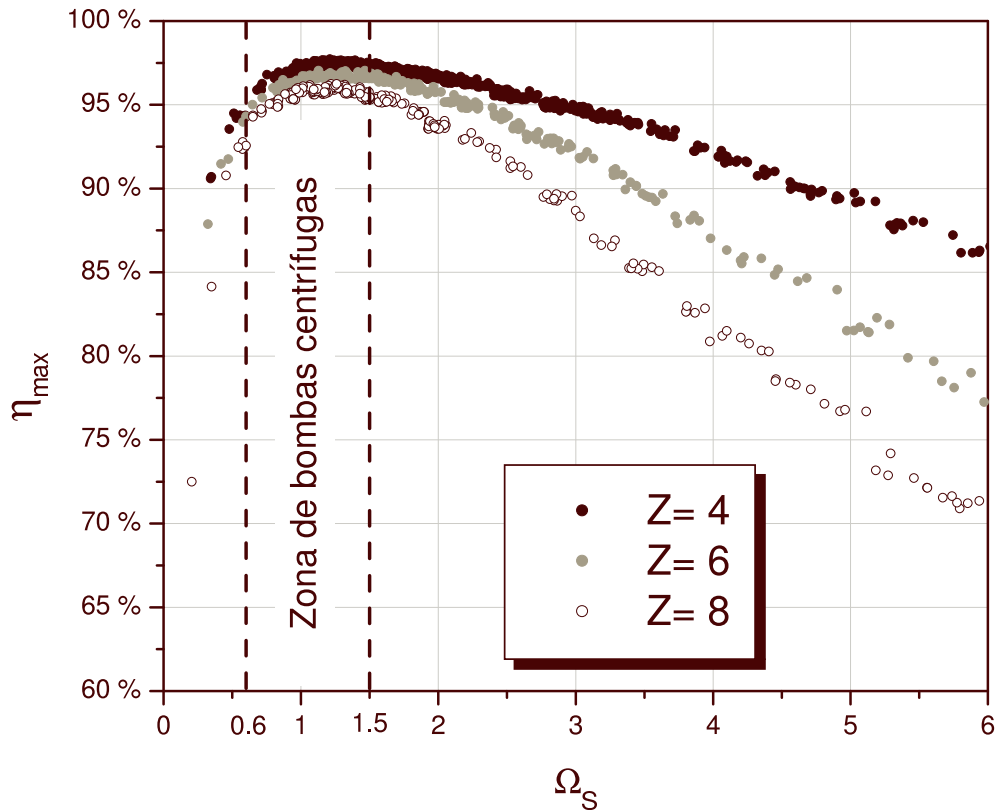


Figura 5.1: Máximos rendimientos obtenidos al recorrer el espacio de parámetros para 4, 6 y 8 álabes.

Se puede ver que las bombas de 4 álabes tienen mejores rendimientos. Esto es debido a que las pérdidas por fricción con los álabes son proporcionales al número de álabes.

Como no se habían impuesto ninguna restricción para NPSH entre las geometrías válidas se encontraron bombas con NPSH negativos y muy grandes (bombas con Ω_S

entre 0.6 y 1.5 con NPSH menores a -1500 m). Esto significa que para estas bombas que encontramos, algunas necesitarán más de 1000 metros de agua de presión en la aspiración para funcionar correctamente sin cavitación.

Para evitar este tipo de bombas que no tienen muchas aplicaciones restringimos el espacio de parámetros sólo para bombas con $\text{NPSH} > 0$. Para esto restringimos los valores de R_1 según la ec.4.27. Al recorrer este nuevo espacio de parámetros encontramos que muchas menos geometrías eran válidas. Antes 6 % de las geometrías eran válidas y ahora sólo el 0.4 % (por ejemplo, para geometrías de 6 álabes, de 1.300.000 geometrías probadas, sólo 4000 eran válidas). Con esta exclusión de algunas de las geometrías se disminuyeron los rendimientos máximos de las bombas.

En la fig.5.2 mostramos, los valores de rendimientos máximos para bombas sin restricciones de NPSH y para bombas con $\text{NPSH} > 0$. En esta figura se ve que, según nuestro modelo, las bombas más eficientes siguen siendo las de 4 álabes pero ahora con rendimientos más bajos que antes de la restricción.

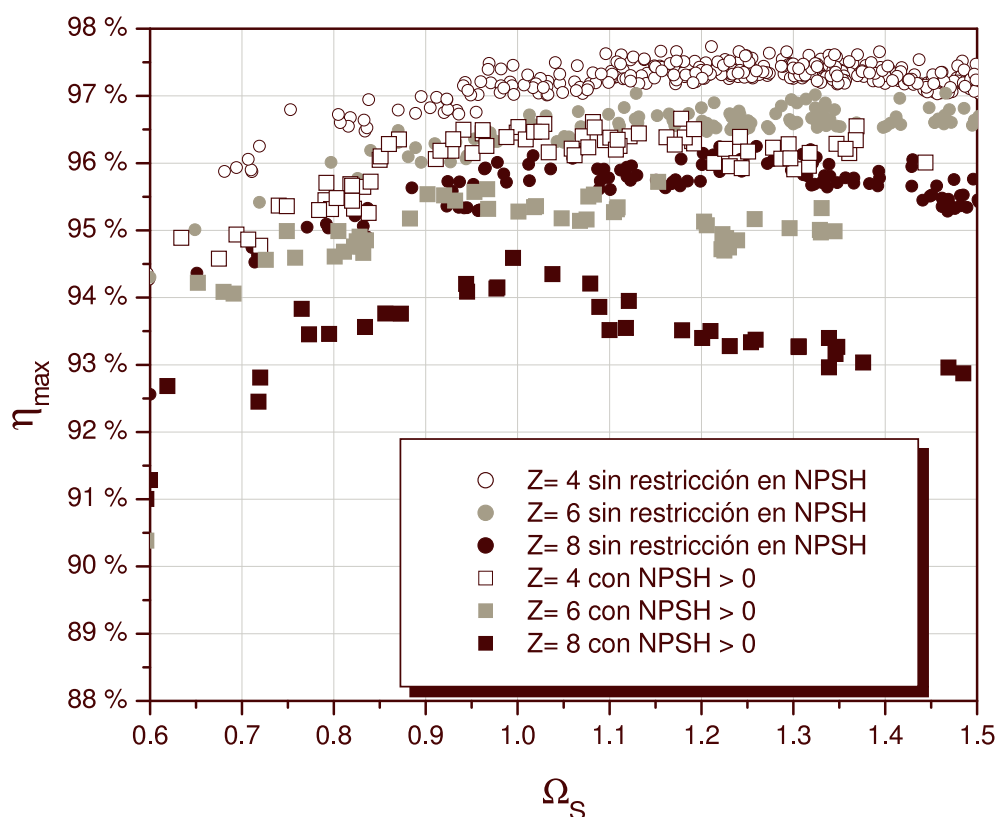


Figura 5.2: Comparación de los rendimientos máximos en función de la velocidad específica. Las bombas con NPSH mayor que cero tienen menor rendimiento que si no se impone ninguna restricción a la presión de aspiración.

5.2.1. Relaciones encontradas para bombas de buen rendimiento

En la fig.5.3 mostramos todas las bombas que se obtuvieron para $Z = 6$ y que caen dentro de la zona de selección de bombas centrífugas y tienen $\text{NPSH} > 0$. De todas estas

geometrías se seleccionaron las de mayor rendimiento (cuyos rendimientos son mayores a 95 % η_{\max}), que en la figura se muestran marcadas con color negro. Sobre estas geometrías seleccionadas mostraremos cuáles son las relaciones que obtienen buenos rendimientos.

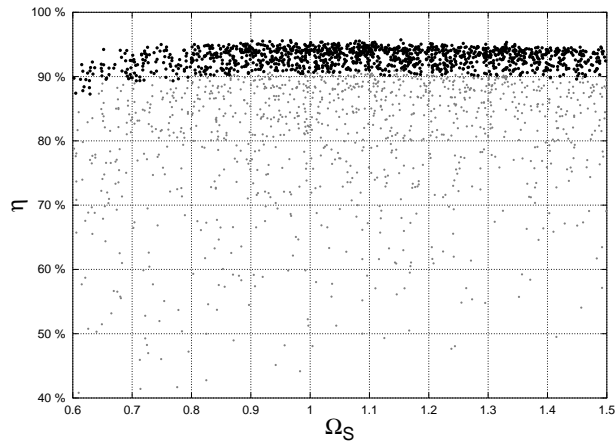


Figura 5.3: Rendimientos de todas las geometrías de 6 álabes que caen en el rango de funcionamiento de las bombas centrífugas. De estas geometrías seleccionamos las de mayores rendimientos.

En la fig.5.4 mostramos la relación entre el ancho de la salida B y el radio del impulsor R_2 en función de la velocidad específica para las bombas de buen rendimiento seleccionadas anteriormente.

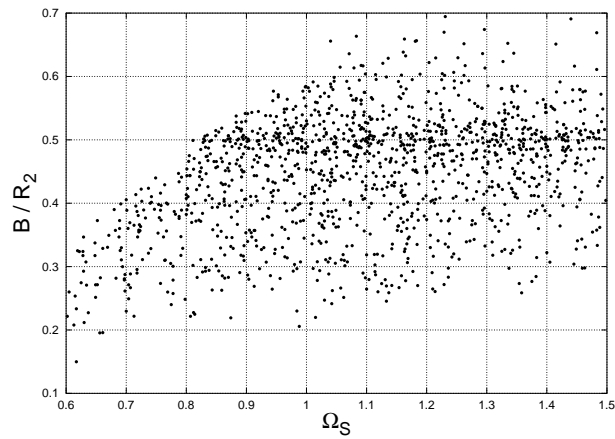


Figura 5.4: Relación entre B y R_2 para las bombas de 6 álabes de buen rendimiento.

En esta figura vemos que a medida que se aumenta la velocidad específica los impulsores se hacen más *anchos* y para Ω_S chicos los impulsores son más *finos*.

Con respecto al caudal de recirculación en la fig.5.5 se muestra el rendimiento volumétrico (η_V) que tienen las bombas en función de Ω_S . Se ve que los rendimientos volumétricos de las *buenas geometrías* están bastante localizados.

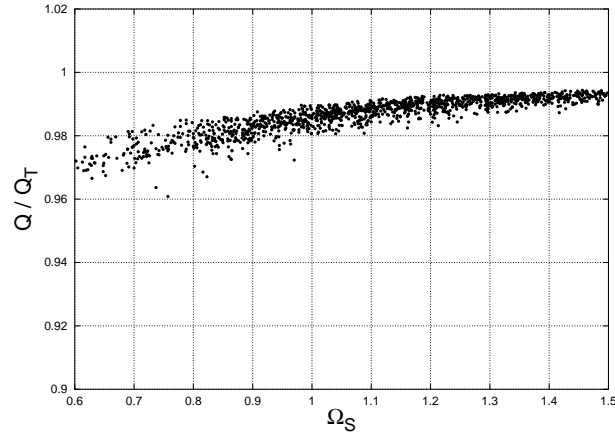


Figura 5.5: Rendimientos volumétricos en función de Ω_S .

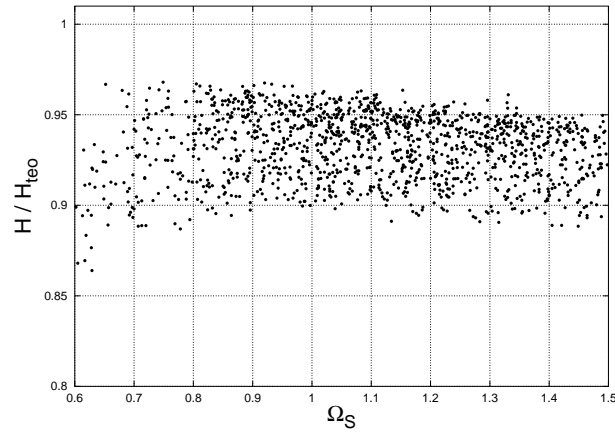


Figura 5.6: Rendimientos hidráulicos en función de Ω_S .

En la fig.5.6 mostramos la relación entre la altura de las bombas calculadas con el modelo de bomba real y la altura teórica del impulsor (rendimiento hidráulico η_H) que se obtiene con la siguiente relación:

$$H_{teo} = \frac{\omega R_2}{g} \sigma (w R_2 - C_{m2} \tan \beta_2) \quad (5.1)$$

donde C_{m2} es la velocidad meridional que obtendría en un modelo de bomba ideal que no considere bloqueos por capas límites pero sí considere el bloqueo por el espesor de los álabes:

$$C_{m2} = \frac{Q_T}{(2 \pi R_2 - Z t) B} \quad (5.2)$$

Para esta velocidad de salida calculada idealmente, se ve en la fig.5.7 cómo varía la relación $C_{m2}/(\omega R_2)$ con Ω_S .

Por último mostramos en las fig.5.8 y 5.9 los valores óptimos del ángulo β_2 y la relación entre altura y radio del impulsor.

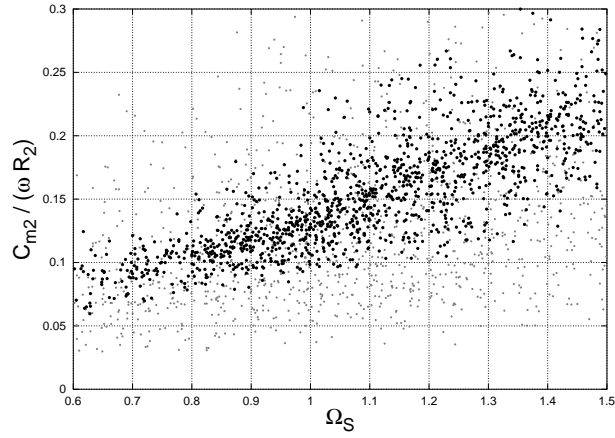


Figura 5.7: Rendimientos volumétricos en función de Ω_S .

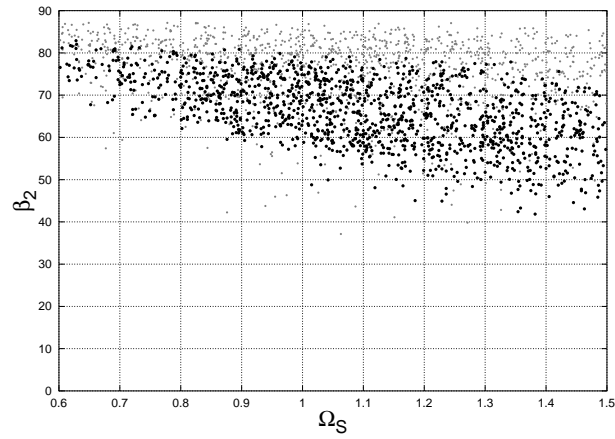


Figura 5.8: Ángulos β_2 óptimos en función de Ω_S .

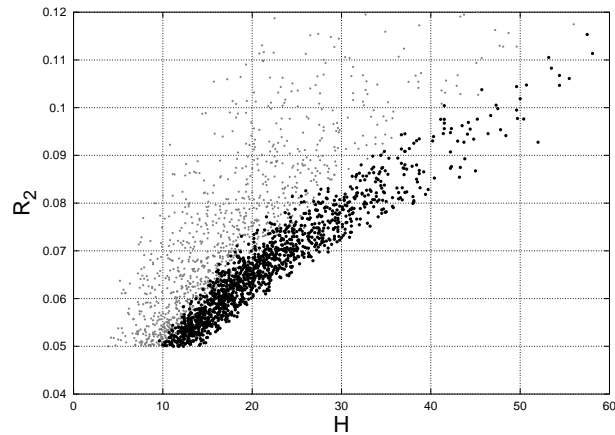


Figura 5.9: Relación entre el radio del impulsor y la altura de la bomba.

5.3. Propuesta de una metodología de diseño

En esta sección vamos a proponer una metodología de diseño para bombas centrífugas que tienen sus ejes en voladizo. La metodología está inspirada en el método de diseño presentado por *Jekat* en *Pump Handbook* y tiene en cuenta los resultados que obtuvimos

en la inspección del espacio de parámetros.

El método de diseño que proponemos comienza con la selección de los siguientes parámetros:

- El punto de trabajo de la bomba: Q y H que estarán definidos por el sistema donde se va a colocar la bomba.
- Las rpm del motor al que se va a conectar la bomba.
- El espesor de los álabes t y el espesor de los discos e , que dependerán de las cargas dinámicas que tenga que soportar el impulsor. Para la elección de estos parámetros es necesario un poco de experiencia del diseñador.

Con estos parámetros se calcula:

$$\omega = \frac{\text{rpm } 2\pi}{60}$$

$$\Omega_S = \frac{\omega Q^{1/2}}{(gH)^{3/4}}$$

De la fig.5.5 se elige un rendimiento volumétrico de diseño según el valor de Ω_S y se calcula el caudal total de diseño: $Q_T = \frac{Q}{\eta_V}$. De la fig.5.9 se elige el diámetro del impulsor según la altura que se necesita.

El próximo paso del diseño coincide con el método de diseño propuesto por Jekat [5][14].

De la fig.5.10 se elige una velocidad de salida del fluido en función de Ω_S .

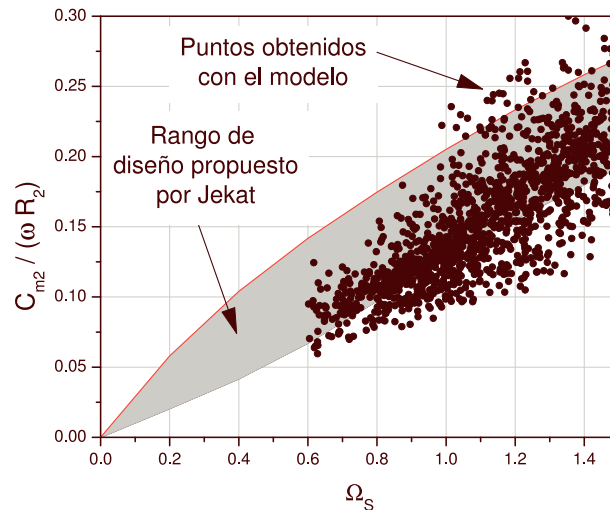


Figura 5.10: Comparación de los resultados de la selección de geometrías y la propuesta de diseño extraída de *Pump Handbook*. Se ve que los rangos de diseño coinciden en gran medida.

La propuesta de Jekat es elegir este valor dentro de la zona mostrada en la fig.5.10. Como podemos ver los valores óptimos calculados con nuestro modelo para esta relación coincide en gran medida con el rango propuesto.

Otra propuesta de diseño, por el mismo autor, es la selección del ángulo β_2 . La comparación con nuestros resultados está mostrada en la fig.5.11. Nuevamente vemos que los rangos coinciden aceptablemente.

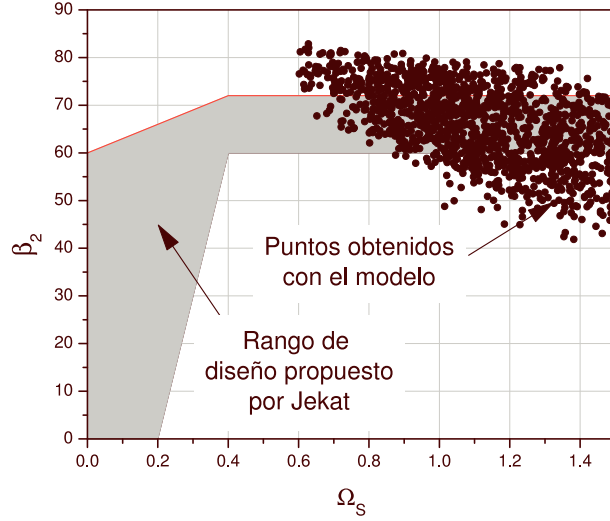


Figura 5.11: Selección del ángulo β_2 .

Una vez seleccionada la velocidad de salida del fluido del impulsor, se calcula el ancho del impulsor (recordar que esta velocidad está calculada a sin tener en cuenta el bloqueo por la capa límite):

$$C_{m2} = \frac{Q_T}{(2\pi R_2 - Zt) B} \Rightarrow B = \frac{Q_T}{(2\pi R_2 - Zt) C_{m2}} \quad (5.3)$$

En la fig.5.6 vemos que el rendimiento hidráulico de las bombas calculadas con nuestro modelo está en una franja entre 91 % y 98 %. Se elige de esta franja un valor de η_H , por ejemplo $\eta_H = 0,95$ y se calcula la altura teórica de la bomba ($H_{teo} = H/\eta_H$). Como la altura teórica está basada en un modelo de impulsor ideal tiene una expresión simple:

$$H_{teo} = \frac{\omega^2 R_2^2}{g} \left(1 - \frac{\pi \cos \beta_1}{Z} \right) \left(1 - \frac{C_{m2}}{\omega R_2} \tan \beta_2 \right) \quad (5.4)$$

De esta última ecuación el único valor que no conocemos es β_2 . Pero esta ecuación se puede resolver para hallar el valor de β_2 . Eventualmente la ecuación puede tener dos raíces pero para elegir que raíz utilizar en el diseño se puede usar la fig.5.11. Generalmente cuando se encuentran 2 raíces, el menor valor de β_2 corresponde a un impulsor que tendrá mala curvatura en sus álabes.

Hasta aquí hemos explicado cómo seleccionar los valores de R_2 , B y β_2 que corresponden todos a la salida del fluido. Falta elegir los valores de R_1 y β_1 . Para esto utilizamos la condición de no desprendimiento en el ingreso:

$$\tan \beta_1 = \frac{\omega R_1 (2\pi R_1^2 - 2ZtR_1)}{Q_t} \quad (5.5)$$

Esta última ecuación fija el valor de β_1 en función de R_1 debido a que ya hemos fijado el valor de Q_T . Pero de los valores de R_1 y β_1 depende fuertemente NPSH y también el rendimiento. Por lo tanto habrá que elegir los valores correctos según el tipo de servicio que deberá prestar la bomba.

5.4. Ejemplo de diseño de una bomba.

En esta sección mostramos un ejemplo de cómo elegir los parámetros de diseño siguiendo la metodología propuesta. Para eso queremos diseñar una bomba que trabaje con un caudal de 200 m³/h y con una altura de 40 m. El impulsor tendrá 6 álabes y el motor será de 3000 rpm. Los espesores de los álabes y de los discos serán 5 mm y 15 mm respectivamente.

El diseño comienza calculando la velocidad específica: $\Omega_S = 0.84$. Por lo tanto la bomba que se necesita es centrífuga y se puede utilizar la metodología desarrollada.

De las fig.5.6 y 5.5 elegimos los valores de rendimiento hidráulico y volumétrico respectivamente: $\eta_H = 0.94$ y $\eta_V = 0.982$. Con esto se pueden calcular: $H_{teo} = 42.55$ m y $Q_T = 203.66$ m³/h.

Con la fig.5.9 se elige el valor de $R_2 = 0.09$ m. De la fig.5.10 elegimos el valor de $C_{m2}/(\omega R_2) = 0.1$.

Ahora se calculan:

$$B = \frac{Q_T}{(2\pi R_2 - Zt) C_{m2}} = 0.0373 \text{ m} \quad (5.6)$$

Luego se calcula la raíz de la ec.5.4. En la fig.5.12 se muestran donde están las raíces de esta ecuación.

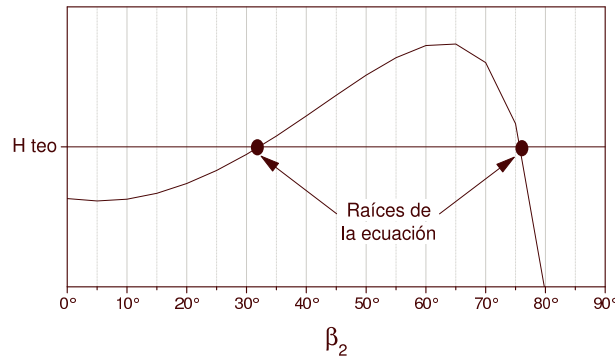


Figura 5.12: Selección del ángulo β_2 resolviendo la ec.5.4. De las 2 raíces elegimos el valor de $\beta_2 = 76$.

De estas 2 raíces encontradas se elige $\beta_2 = 76$ porque el otro valor cae fuera del rango mostrado en la fig.5.8.

Ahora solamente falta elegir los valores R_1 y β_1 . Para esto en la fig.5.13 mostramos cómo dependen NPSH y η (calculados con nuestro modelo de bomba real) en función de R_1 para todos los demás parámetros fijos. En la fig.5.14 se muestra cómo varía el caudal y la altura al variar el valor de R_1 y podemos ver que la variación es muy poca.

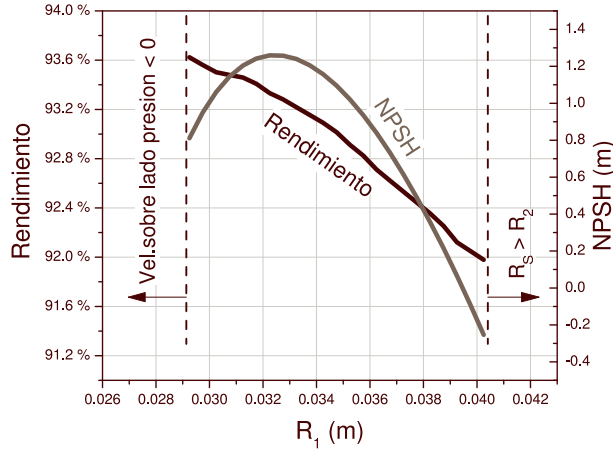


Figura 5.13: Variación del rendimiento y NPSH en función de R_1 . De esta curva se debe seleccionar el valor de R_1 dependiendo el tipo de servicio que debe dar la bomba.

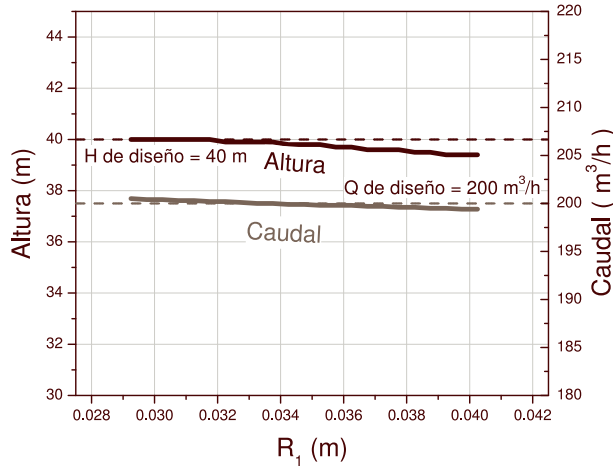


Figura 5.14: Variación del caudal y la altura en función de R_1 . Se puede ver que tanto el caudal como la altura quedan muy cerca de los datos de diseño.

Según el tipo de servicio que se necesita para la bomba se elige el valor de R_1 . Finalmente se calcula β_1 :

$$\beta_1 = \arctan \left(\frac{\omega R_1 (2\pi R_1^2 - 2ZtR_1)}{Q_T} \right) \quad (5.7)$$

Ya se tienen todos los parámetros seleccionados y con estos se puede diseñar completamente la geometría del impulsor y del difusor.

Es importante señalar que el método de diseño que proponemos y el modelo sólo sirven para los puntos de máximo rendimiento de la bomba. En caso de que la bomba esté trabajando en otro punto se generarán efectos como separaciones y recirculaciones que son evitadas por el método. Estos efectos disminuirán el rendimiento de una forma que no conocemos. Según el tipo de trabajo se puede necesitar una bomba que tenga una curva de rendimiento plana (con baja eficiencia en el punto de trabajo) o una bomba que tenga mucha eficiencia pero muy localizada.

Capítulo 6

Conclusiones

Luego de estudiar los fenómenos que determinan el comportamiento del fluido en el interior del impulsor, pudimos obtener qué condiciones son importantes para disminuir las pérdidas de energía de las bombas. De esta manera, explicamos cómo deberían ser las geometrías para obtener bombas de buen rendimiento. Las geometrías están determinadas por nueve parámetros de diseño que son: los radios del hub (R_H), del shroud (R_S), y de salida del impulsor (R_2), los ángulos de ataques de los álabes (β_1) y de descarga (β_2), el ancho del impulsor (B), la longitud axial del impulsor (A), el número de álabes (Z) y la velocidad de rotación (ω).

Primero estudiamos cómo influyen estos parámetros en la determinación del punto de trabajo de la bomba (H y Q), su altura de succión (NPSH) y una estimación de su rendimiento (η).

Finalmente propusimos cómo hacer el sentido inverso, a partir del punto de trabajo, determinar qué parámetros se deben elegir para obtener una geometría que funcione con el mejor rendimiento posible, en el punto de trabajo dado.

A la metodología de diseño propuesta, pudimos compararla con metodologías ya probadas como es la de Jekat [5] y vemos que hay una buena coincidencia.

Apéndice A

Modelo de bombas ideales en forma adimensional

Aquí mostraremos cuáles son las geometrías de bombas ideales permitidas según el modelo explicado en el capítulo 3.

Como ya sabemos la geometría de las bombas dependen de varios parámetros de diseño:

- Velocidad de rotación (ω). Usaremos siempre una velocidad de giro de 3000 rpm. ω se calcula como $2\pi \text{ rpm}/60$.
- Radio del hub (R_H), radio del shroud (R_S) y radio exterior (R_2). El radio interior de la línea media se define por $R_1 = (R_H + R_S)/2$. Esto determina también el área de ingreso del fluido: $\text{Area}_{\text{ingreso}} = \pi(R_S^2 - R_H^2)$.
- Ángulo de ataque (β_1). Con este ángulo y el área de ingreso se puede definir el caudal: $Q = w R_1 \text{Area}_{\text{ingreso}} / \tan \beta_1$.
- Ancho de salida (B). El valor de la componente radial o meridional en la salida del impulsor $C_{m(R_2)} = Q / (2\pi R_2 B)$.
- El número de álabes (Z). Generalmente entre 6 y 10 para bombas de agua. Cuanto más álabes tiene el impulsor menor es el factor de deslizamiento.
- Ángulo de salida (β_2). Este ángulo define 2 cosas: el valor del factor de deslizamiento (σ) y el determina el triángulo de velocidades en la salida del impulsor.
- Extensión axial (A).

Con estos parámetros se puede definir todo el resto de la geometría de la bomba. El torque máximo del fluido a la salida del impulsor está determinado por la ec.3.12 y la evolución del mismo por la ec.3.3. Con este torque se puede calcular la evolución de $\beta(r)$ y así poder dibujar la línea media y conocer además si la curvatura es correcta.

Además vimos cómo calcular la velocidad sobre el lado de presión del canal y los cuidados que hay que tener para que no se produzcan separaciones ($W_P > 0$).

En síntesis con los parámetros de diseño descriptos arriba se puede diseñar completamente la bomba y saber cual es su punto de trabajo. Lo interesante sería ahora definir cuáles son los parámetros de diseño de una bomba que se quiere que trabaje en un punto de trabajo dado (Q^*, H^*) .

A.1. Parámetros adimensionales

Los parámetros que trabajaremos en esta sección serán todos adimensionales. A continuación se muestra una lista de los parámetros y de las magnitudes que se usan para adimensionalizarlos. Los parámetros adimensionales los denominamos con letras griegas o agregándoles un tilde:

- Las magnitudes que expresen medidas se adimensionalizan con R_2 , así se obtienen:

$$\begin{aligned}\kappa &= \frac{R_1}{R_2} \\ \lambda &= \frac{B}{R_2} \\ \tilde{r} &= \frac{r}{R_2} \quad \text{un radio entre } R_1 \text{ y } R_2 \\ \tilde{b}_{(\tilde{r})} &= \frac{b_{(r/R_2)}}{R_2} \quad \text{espesor del canal}\end{aligned}$$

- Los ángulos β_1 , β_2 y $\beta_{(\tilde{r})}$ ya son adimensionales.
- La altura alcanzada por la bomba y el caudal se adimensionalizan como se mostró en la sección 2.4:

$$\begin{aligned}\Psi &= \frac{H^*}{\omega^2 R_2^2} \\ \Phi &= \frac{Q^*}{\omega R_2^3}\end{aligned}$$

- Para los torques:

$$\tilde{T} = \frac{T}{\rho \omega^2 R_2^5}$$

- Las presiones:

$$\tilde{P} = \frac{P}{\rho \omega^2 R_2^2}$$

- Las áreas se adimensionalizan con R_2^2 .
- y finalmente, las velocidades con ωR_2 .

A.2. El impulsor simétrico en voladizo

En este apéndice usaremos lo que llamamos impulsores en voladizo que son impulsores que tienen un área de entrada que no es una sección anular formada entre el hub y el shroud, sino que es un área circular. La denominación en voladizo es debido a que el eje no es pasante y se soporta sólo sobre un cojinete.

En este tipo de impulsores, el radio del hub es igual a cero. Por lo tanto $R_1 = R_S/2$. Esto lo hacemos para tener la menor cantidad de parámetros de los que dependa la bomba.

Además usaremos otra simplificación del modelo que es la extensión axial de la bomba $A = R_2 - R_1$. Por esto las llamamos simétricas.

A continuación se dan las fórmulas desarrolladas en el capítulo 3 en sus formas adimensionales y adaptadas a los impulsores en voladizo:

$$\widetilde{\text{Área}}_{\text{ingreso}} = 4\pi\kappa^2 \quad (\text{A.1})$$

$$\widetilde{\text{Área}}_{\text{salida}} = 2\pi\lambda \quad (\text{A.2})$$

$$\widetilde{\text{Área}}_{(\tilde{r})} = (2\pi\lambda - 4\pi\kappa^2) \frac{\tilde{r} - \kappa}{1 - \kappa} + 4\pi\kappa \quad (\text{A.3})$$

$$\tilde{b}_{(\tilde{r})} = \frac{\lambda - 2\kappa^2}{2\tilde{r}} \frac{\tilde{r} - \kappa}{1 - \kappa} + \frac{\kappa^2}{\tilde{r}} \quad (\text{A.4})$$

$$\Phi = \frac{4\pi\kappa^3}{\tan\beta_1} \quad (\text{A.5})$$

$$\Psi = \sigma \left(1 - 2 \frac{\kappa^3}{\lambda} \frac{\tan\beta_2}{\beta_1} \right) \quad (\text{A.6})$$

$$\sigma_{(\tilde{r})} = (\sigma - 1) \frac{\tilde{r} - \kappa}{1 - \kappa} + 1 \quad (\text{A.7})$$

$$\tilde{T}_{(\tilde{r})} = \frac{\Phi\Psi}{2} \left[1 - \cos \left(\pi \frac{\tilde{r} - \kappa}{1 - \kappa} \right) \right] \quad (\text{A.8})$$

$$\tan\beta_{(\tilde{r})} = \frac{\widetilde{\text{Área}}_{(\tilde{r})} \tan\beta_1}{4\pi\kappa^3\tilde{r}} \left[\tilde{r}^2 - \frac{\Psi}{2\sigma_{(\tilde{r})}} \left[1 - \cos \left(\pi \frac{\tilde{r} - \kappa}{1 - \kappa} \right) \right] \right] \quad (\text{A.9})$$

$$\tan\beta'_{(\tilde{r})} = \tilde{r} \frac{\widetilde{\text{Área}}_{(\tilde{r})}}{\Phi} (1 - \sigma_{(\tilde{r})}) + \sigma_{(\tilde{r})} \tan\beta_{(\tilde{r})} \quad (\text{A.10})$$

$$\tan\alpha_{(\tilde{r})} = \frac{(1 - \kappa)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{\tilde{r} - \kappa}{1 - \kappa} \right)^2}}{\tilde{A}(1 - \tilde{r})} \quad (\text{A.11})$$

$$\tilde{P}_{M(\tilde{r})} = \frac{1}{2} \left[\Phi^2 \left(\frac{1}{\widetilde{\text{Área}}_{\text{ingreso}}^2 \cos^2\beta_1} - \frac{1}{\widetilde{\text{Área}}_{(\tilde{r})}^2 \cos^2\beta'_{(\tilde{r})}} \right) + \tilde{r}^2 - \kappa^2 \right] \quad (\text{A.12})$$

$$\tilde{W}_{M(\tilde{r})} = \frac{\Phi}{\widetilde{\text{Área}}_{(\tilde{r})} \cos\beta'_{(\tilde{r})}} - \frac{d\tilde{T}}{d\tilde{r}} \frac{\pi \cos\beta'_{(\tilde{r})}}{Z \sin\alpha_{(\tilde{r})} \Phi} \quad (\text{A.13})$$

A.3. Punto de trabajo

El objetivo es determinar los parámetros de diseño que generarán un impulsor con una altura y caudal dados y que además no presenten malas curvaturas ni desprendimientos en el lado de presión.

Una vez calculados el valor de Q^* , H^* y de ω se puede calcular el número específico de revoluciones:

$$\Omega_S = \frac{\omega Q^{*1/2}}{(g H^*)^{3/4}} = \frac{\Phi^{1/2}}{\Psi^{3/4}} \quad (\text{A.14})$$

Utilizando las ecs.A.14 y A.7 obtenemos:

$$\Psi = \frac{\Phi^{2/3}}{\Omega_S^{4/3}} = \sigma \left(1 - 2 \frac{\kappa^3 \tan \beta_2}{\lambda \tan \beta_1} \right) \quad (\text{A.15})$$

y finalmente obtenemos la siguiente relación:

$$\lambda = \frac{2\kappa^3 \tan \beta_2}{\left(1 - \frac{\Psi}{\sigma}\right) \tan \beta_1} \quad (\text{A.16})$$

Aquí podemos ver que el valor de λ está determinado por el punto de trabajo, la velocidad angular, los ángulos β_1 y β_2 , la relación entre radios κ y el número de álabes (porque σ depende de Z).

Desarrollemos ahora la primera parte de la ec.A.15, utilizando la ec.A.5:

$$\Psi = \frac{\Phi^{2/3}}{\Omega_S^{4/3}} = \frac{4^{2/3} \pi^{2/3} \kappa^2}{(\tan \beta_1)^{2/3} \Omega_S^{4/3}} \quad (\text{A.17})$$

Podemos ver que depende solamente del punto de trabajo, ω , κ y β_1 .

Además tenemos la relación $\Psi = \frac{g H^*}{\omega^2 R_2^2}$ entonces:

$$R_2 = \sqrt{\frac{g H^*}{\omega^2 \Psi}} \quad (\text{A.18})$$

A.3.1. κ máximo

Usando la segunda parte de la ec.A.15 podemos ver que $\Psi \leq \sigma$ entonces:

$$\frac{\Phi}{\Omega_S^2} \leq \sigma^{3/2} \Rightarrow \kappa \leq \frac{(\sigma^{3/2} \Omega_S^2 \tan \beta_1)^{1/3}}{4\pi} \quad (\text{A.19})$$

Reemplazando el valor de σ :

$$\kappa_{max} = \left(1 - \frac{\pi \cos \beta_2}{Z}\right)^{1/2} \left(\frac{\Omega_S \tan \beta_1}{4\pi}\right)^{1/3} \quad (\text{A.20})$$

A.4. Resultados

Lo que hicimos fue dado un punto de trabajo, nos fijamos todas las relaciones de parámetros adimensionales que alcanzaban este punto de trabajo y que formaban una geometría que no tenga mala curvatura y donde la velocidad W_P no sea menor que 0.

La cantidad de relaciones encontradas son obviamente infinitas ya que la cantidad de parámetros (κ , λ , β_1 , β_2 , Z) son más que la cantidad de datos (Ω_S , Ψ , Φ).

Buscamos las geometrías de 4, 6, 8 y 16 álabes que al girar a 3000 rpm alcanzan una altura de 70 m y un caudal de 100 m³/h.

Las mismas ven en la fig.A.1.

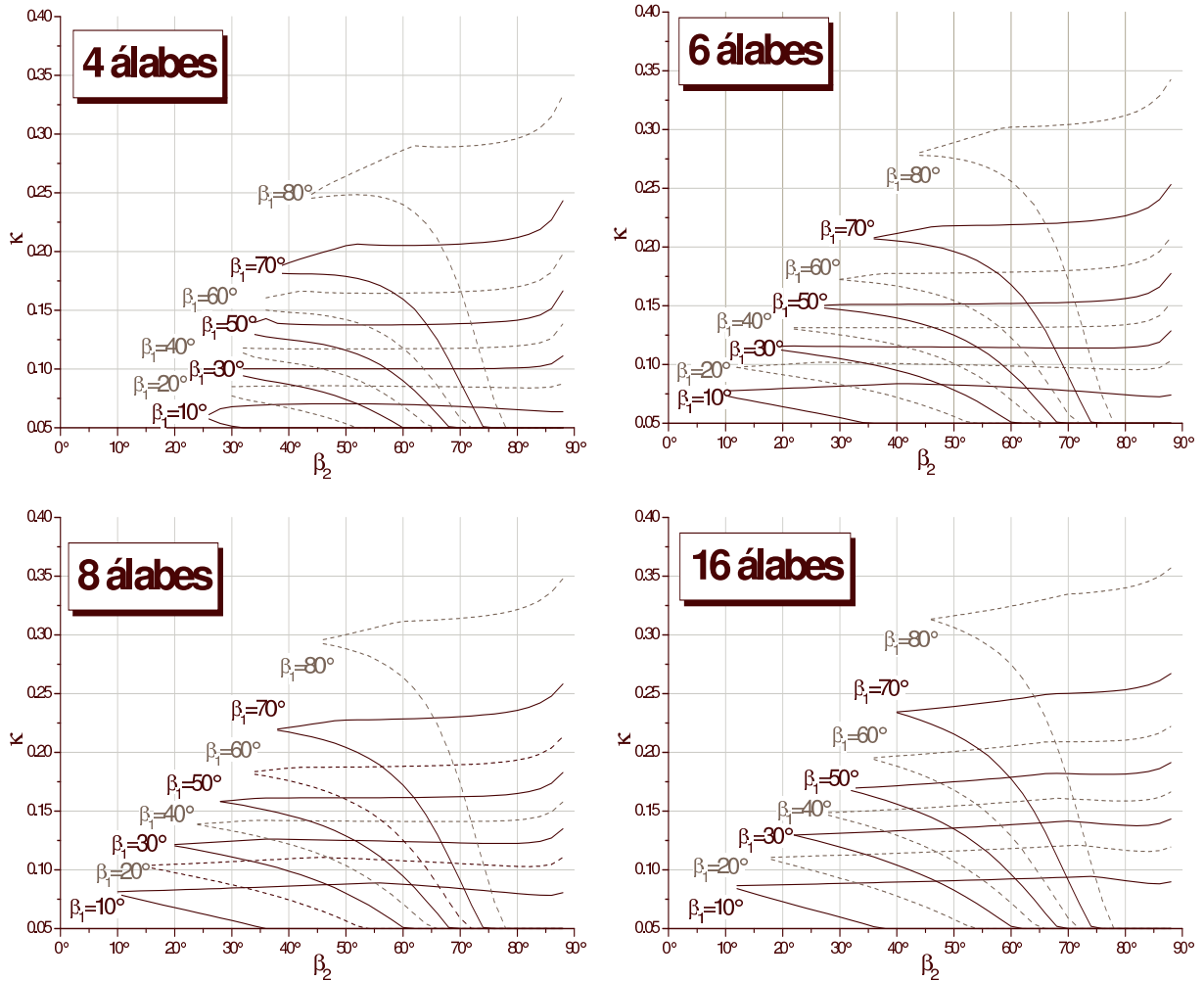


Figura A.1: Geometrías en forma adimensional para las cuales las bombas ideales tiene un punto de trabajo en 70 m y 100 m³/h al girar a 3000 rpm.

Todas las geometrías comprendidas entre las líneas cumplen con la condición que los álabes tienen buenas curvaturas, $W_P > 0$ y su punto de trabajo es 70 m y 100 m³/h.

Apéndice B

Medición del perfil de presión en el sentido álabe-álabe

Sobre una bomba instalada en el Laboratorio de Ingeniería del Instituto Balseiro se intentó medir el perfil de velocidades en el sentido álabe-álabe para distintos puntos de funcionamiento de la bomba. La curva de la bomba que se utilizó se puede ver en el Capítulo 1, fig.1.4. El caudal óptimo de esta bomba está alrededor de los $125 \text{ m}^3/\text{h}$.

El arreglo que se preparó sobre la bomba para realizar las mediciones se muestra en la fig.B.1. Consta de un manómetro colocada sobre la carcasa de la bomba conectado a un caño que llegaba próximo al borde del impulsor. La presión de salida del canal se transmitiría desde el borde del impulsor hasta el manómetro. El manómetro que se se usó era un manómetro de alto ancho de banda (aprox. 65 KHz).

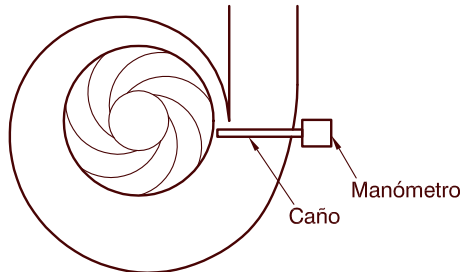


Figura B.1: Medición de la presión de salida del fluido sobre un impulsor.

El impulsor que medimos tiene 7 álabes y la bomba gira a 2960 rpm (44.32 Hz) por lo esperamos medir una frecuencia de pasaje de álabes de 345.2 Hz.

La primera medición que se hizo fue con un caudal de $123 \text{ m}^3/\text{h}$, cerca del caudal óptimo de trabajo. Para eliminar el ruido inducido por el motor, se promedió la señal del manómetro disparada cada una vuelta del motor. El resultado de la medición se puede ver en la fig.B.2.

Como resultado de la medición podemos ver que en una vuelta de motor, aparecen 7 grupos de presión iguales sobre el manómetro. Estos 7 grupos corresponden al pasaje de los 7 álabes pero, montada sobre la presión, hay una alta frecuencia.

Para investigar que es esta alta frecuencia que está acoplada con la señal recortamos el caño que llegaba hasta el borde del impulsor y volvimos a medir. Con esta nueva longitud

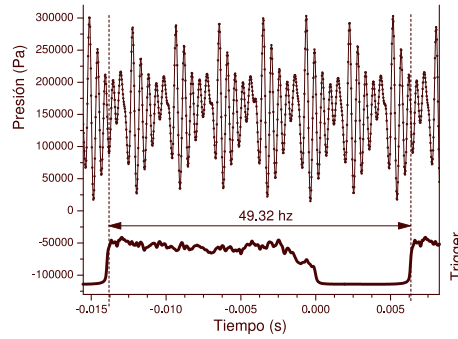


Figura B.2: Medición de la presión de salida del fluido sobre un impulsor de 7 álabes girando a 2960 rpm.

de caño, el resultado de la medición se muestra en la fig.B.3. Vemos que nuevamente aparecen 7 grupos en una vuelta del motor, la alta frecuencia que está montada sobre la señal es ahora mayor, y aparece una frecuencia de aprox. 50 Hz que la podemos asociar a algún desbalance del impulsor.

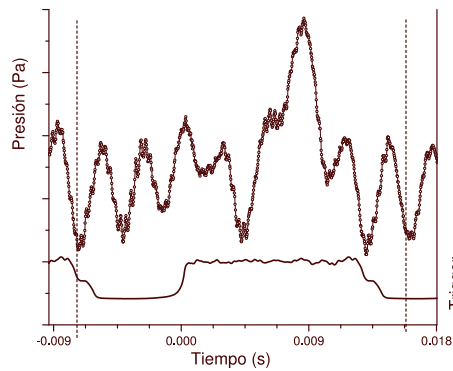


Figura B.3: Medición de la presión con el caño más corto.

Para comparar las 2 mediciones realizamos la transformada de Fourier a ambas (ver fig.B.4). Si comparamos, podemos ver que en ambas se excitan armónicos de 7 veces la frecuencia del motor. En la que corresponde al caño corto, se ven armónicos de 50 Hz y aparece una resonancia en 3000 Hz.

Si asociamos esta resonancia a una onda de presión longitudinal que se desarrolla en el interior del caño, podemos calcular que corresponde a una velocidad de propagación de 318 m/s (long. del caño: 53 mm). Al comparar con la velocidad del sonido en el agua vemos que esta velocidad de propagación es 1/5 a la esperable, pero si comparamos con la velocidad del sonido en agua con aire disuelto, es del mismo orden.

Si con esta velocidad, vemos cuál es la frecuencia a la que resonaría dentro del caño largo (long.: 93 mm) es de 1700 Hz. En la transformada de Fourier del caño largo aparecen una amplificación de la amplitud alrededor de 1700 Hz. Por lo tanto podemos asegurar que el sistema de medición tiene una modulación en frecuencia alrededor de los 1700 Hz cuando el caño es largo y alrededor 3000 Hz cuando el caño es corto.

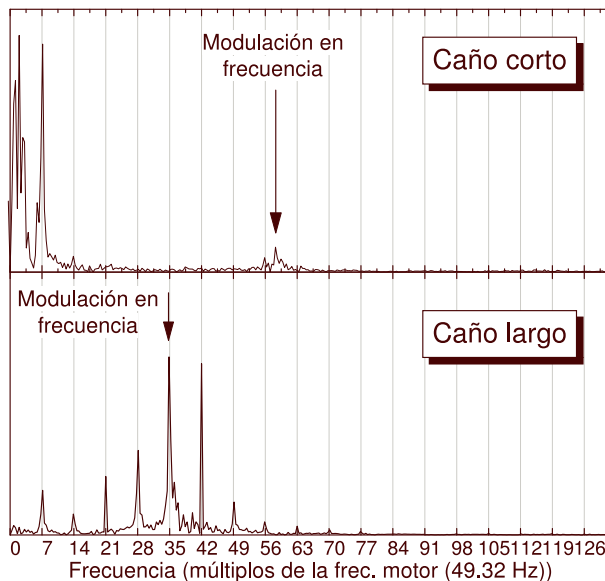


Figura B.4: Transformadas de Fourier de las mediciones con el caño corto y con el caño largo. Se pueden ver distintas frecuencias de resonancias para ambos caños. Las frecuencias se modulan por estas frecuencias de resonancias.

Por último realizamos mediciones con el caño largo, para distintos caudales de trabajo de la bomba. Los resultados de la transformada de Fourier de estas mediciones se ven en la fig.B.5

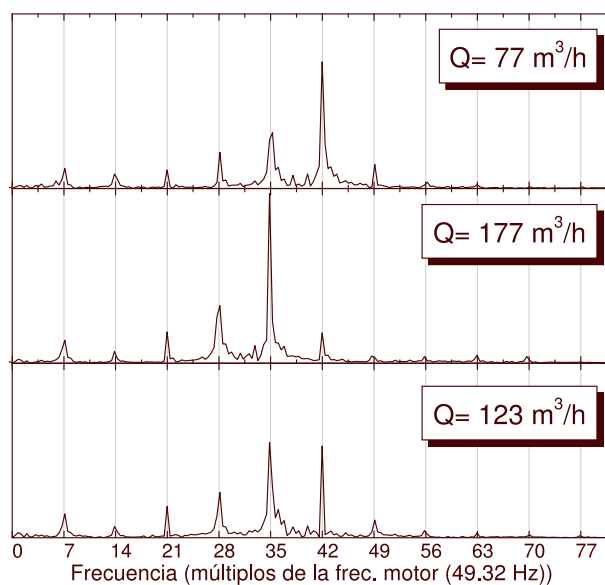


Figura B.5: Transformadas de Fourier de la presión para distintos caudales medidos con el caño que resuena a 1700 Hz.

Nuestra idea es que se puede encontrar el punto caudal óptimo midiendo la distribución de presiones en el sentido álabe-álabe. Si bien no hemos podido verificar este hecho, quedan presentados los cuidados que hay que tener en la medición de esta presión.

Apéndice C

Simulación de un canal con elementos finitos

Se realizó una simulación numérica del flujo en el interior de un canal de un impulsor bidimensional y se compararon algunos resultados con los resultados del modelos de un impulsor ideal.

El método numérico que usamos es el método de elementos finitos. Debido a que el régimen del flujo para el impulsor que se simuló es turbulento, la simulación se realizó con un modelo $k - \epsilon$. A continuación se explica brevemente este modelo y luego se muestran los resultados obtenidos.

C.1. Flujo turbulento

Cuando el flujo es turbulento las velocidades oscilan alrededor de un valor medio $\mathbf{U}_{(t)} = \langle \mathbf{U} \rangle + u'$ donde u' varían aleatoriamente en el tiempo que se eliminan al realizar una operación de filtrado $\langle \cdot \rangle$. Este filtrado tiene las siguientes propiedades:

- El filtro es lineal: $\langle u + \lambda v \rangle = \langle u \rangle + \lambda \langle v \rangle$
- Conmuta con la derivación: $\langle \partial_x u \rangle = \partial_x \langle u \rangle$
- No afecta a las variables ya filtradas: $\langle \langle u \rangle \rangle = \langle u \rangle$
- Filtrado de un producto: $\langle u \langle v \rangle \rangle = \langle u \rangle \langle v \rangle$

Un filtrado posible es:

$$\langle \mathbf{U} \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \mathbf{U} dt$$

donde el tiempo T es tal que sea mucho mayor que el tiempo característico de las oscilaciones u' . Este filtrado no cumple con la propiedad de filtrado de un producto. Un filtro que sí cumple con todas las propiedades es:

$$\langle \mathbf{U} \rangle_E = \int \mathbf{U}(\omega) d\omega$$

donde ω es una densidad de estados sobre el ensamble estadístico E . Este filtro se denomina promediado estadístico.

Si se aplica el filtrado a las ecuaciones de continuidad (ec.1.4) y se supone un fluido incompresible se obtiene: $\nabla \cdot U = 0$ ($U = \langle \mathbf{U} \rangle$). La ecuación de continuidad no se modifica al aplicarla sobre las velocidades medias.

Filtrando la ecuación de momento (ec.1.7) se obtiene:

$$\partial_t U + (U \cdot \nabla)U = -\frac{1}{\rho} \nabla \langle P \rangle + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 U - \nabla \langle u' \otimes u' \rangle \quad (\text{C.1})$$

donde el término es nuevo en la ecuación y corresponde al gradiente del tensor de esfuerzos turbulentos de Reynolds (\mathcal{R}).

Estas dos ecuaciones se conocen con el nombre de RANS (Reynolds Average Nacier Stokes). En la ecuación de momento no sabemos cuanto vale el término $\langle u' \otimes u' \rangle$. Para este término se utilizan leyes de cierre que relacione \mathcal{R} con las demás variables. De la definición de estas leyes de cierre surgen los distintos modelos para flujos turbulentos.

C.2. Modelo $k - \epsilon$

El modelo $k - \epsilon$ se basa en la hipótesis de cierre de Reynolds que dice que \mathcal{R} está correlacionado con $\nabla^S U$. En particular:

$$\mathcal{R} = -\langle u' \otimes u' \rangle = -\frac{2}{3} k \mathbf{I} + \frac{\mu_T}{\rho} \nabla^S \mathbf{U}$$

donde $\mu = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$, con C_u una constante que se obtiene por la experimentación, k es la energía cinética turbulenta que se define por $k = \langle u'_i u'_i \rangle / 2$ y ϵ es la disipación turbulenta que es la pérdida de energía por la turbulencia. Las ecuaciones diferenciales para k y ϵ se pueden encontrar en [15].

En síntesis el modelo $k - \epsilon$ está formado por las ecuaciones de continuidad, por la ecuación de momento promediada y por las ecuaciones para k y ϵ . En total es un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales acopladas. Al resolverlas se obtienen la presión, la velocidad media, la energía cinética y la disipación.

La implementación del modelo para elementos finitos para mallas de *equal order* se puede encontrar en [16]. A esta implementación se le agregó el término de las fuerzas de Coriolis para poder resolver en un sistema inercial. Algunas consideraciones y cuidados sobre el efecto de los términos agregados se pueden encontrar en [17].

C.3. Simulación de un canal

El canal que se simuló corresponde a un impulsor con entrada radial que trabaja con un caudal de 130 m³/h, tiene un espesor de 2 cm, 8 álabes y gira a 3000 rpm. Las dimensiones del impulsor se pueden ver en la fig.C.1.

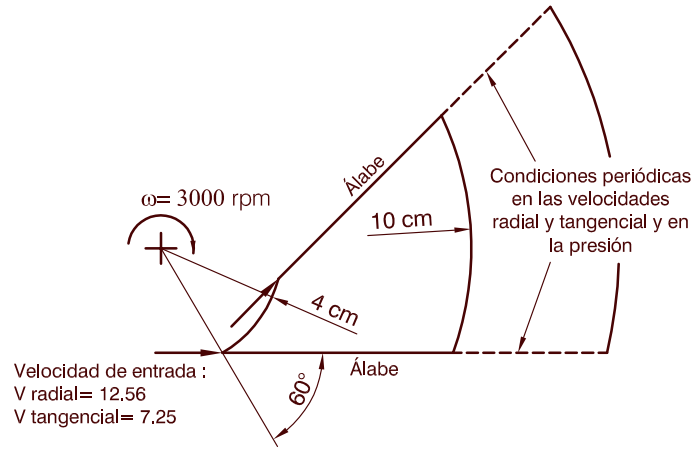


Figura C.1: Dimensiones del canal simulado por elementos finitos.

Las condiciones de contorno que se impusieron fueron las velocidades radiales y tangenciales del fluido sobre el ingreso del canal y condiciones de leyes de pared sobre los álabes. Como puede verse a la salida del impulsor se prolongó el dominio y se colocaron condiciones periódicas para las velocidades radiales y tangenciales. Esto se hizo porque pegados a este canal habrían otros dos canales con la misma geometría y las presiones y velocidades de los canales adyacentes pueden modificar a la velocidad del canal.

La malla que se generó era una malla estructurada de cuadriláteros con 12000 elementos tipo $Q1$.

C.4. Resultados

El resultado para la presión y para el campo de velocidades se pueden ver en las figs.C.2 y C.3.

La presión que se muestra en la figura no tiene el término centrífugo que se puede agregar sumando el término $\rho\omega^2 r^2/2$. El canal está girando en el sentido horario por lo tanto el borde de arriba es el lado de presión y el borde de abajo es el lado de succión. Se puede ver que sobre el lado de presión se obtiene más presión que sobre el lado de succión.

Como se puede ver el canal que está dibujado en la fig.C.1 no cumple con que la derivada del torque sea nulo en R_1 y en R_2 . Por lo tanto se generarán recirculaciones en la entrada y en la salida.

Las recirculaciones en la salida del canal se ven en la fig.C.3 pero las de la entrada no. Esto es debido a que por el dominio que se simuló no se permiten recirculaciones en la entrada del canal. Para que éstas aparezcan se debería continuar el dominio para radios menores y colocar condiciones periódicas en el ingreso.

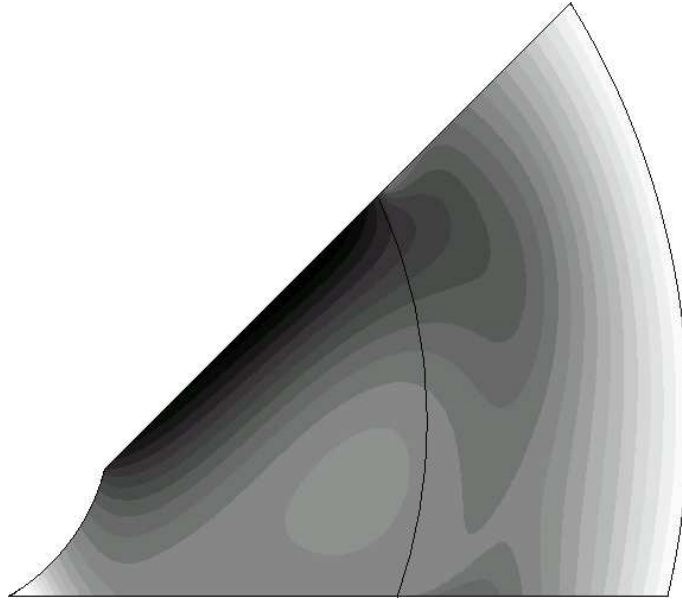


Figura C.2: Presiones obtenidas de la simulación. Los colores más oscuros corresponden a presiones más altas. En esta figura se muestra la presión sin contar el término centrífugo.

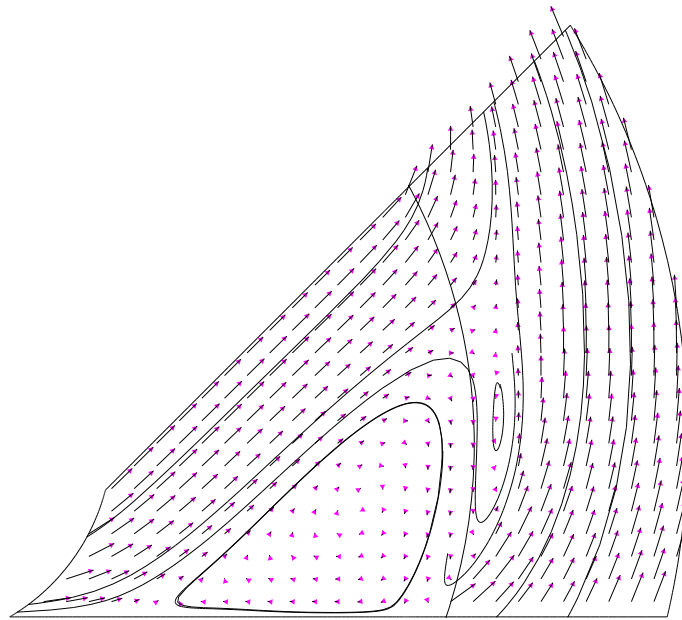


Figura C.3: Velocidades obtenidas de la simulación.

Con respecto a la diferencia de presión entre ambos lados, se puede comparar el resultado de la simulación con la diferencia que propone el modelo ideal. Según el modelo ideal:

$$P_P - P_S = \frac{dT_{(r)}}{dr} \frac{1}{Z B r}$$

$$T_{(r)} = \rho Q r \sigma_{(r)} (\omega r - C_{m(r)} \tan \beta_{(r)})$$

La comparación entre la diferencia de presión obtenida en la simulación y la calculada por el modelo ideal se muestra en la fig.C.4.

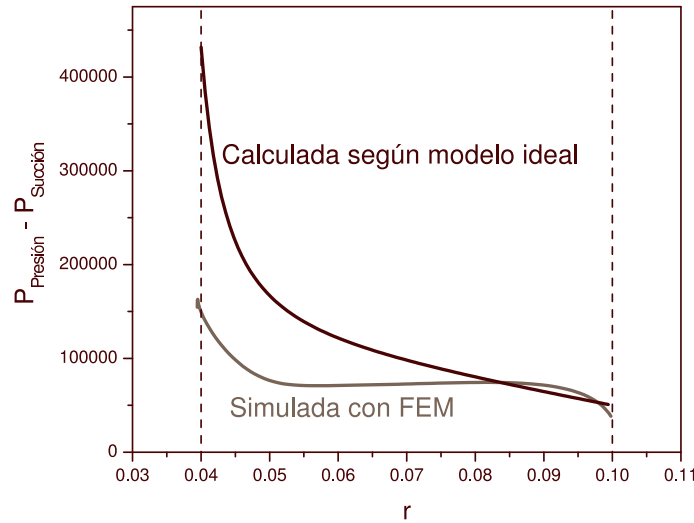


Figura C.4: Diferencias de presiones entre el lado de presión y el lado de succión. Simulación y cálculo sobre el modelo ideal.

Vemos que sobre el ingreso, la diferencia de presión simulada es más chica que la que predice el modelo. Pero sobre la salida del canal, la carga del álabe calculada y la simulada coinciden muy bien.

Otras comparaciones las hicimos sobre la línea media del canal. En las fig.C.5 y C.6 se ven cómo evolucionan la presión y la velocidad de arrastre sobre la línea media en función del radio.

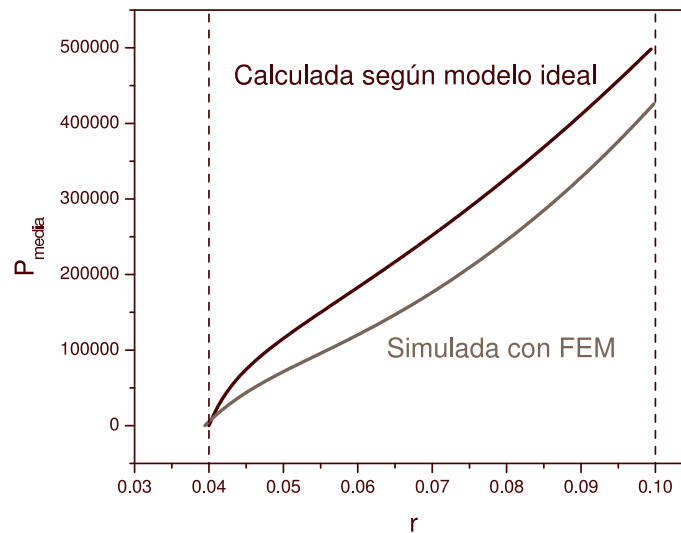


Figura C.5: Presiones obtenidas de la simulación. Los colores más oscuros corresponden a velocidades más altas.

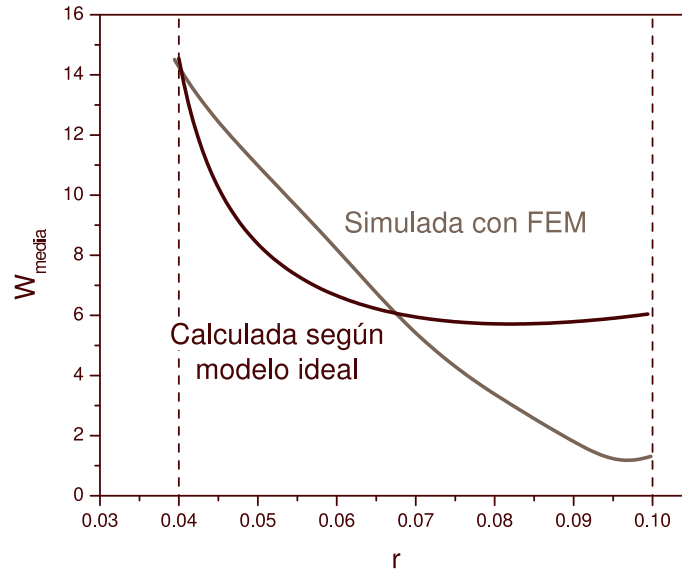


Figura C.6: Presiones obtenidas de la simulación. Los colores más oscuros corresponden a velocidades más altas.

En la comparación de la presión sobre la línea media, la presión está calculada utilizando la conservación de la rotalpía. Vemos que el acuerdo entre la simulación y el cálculo es muy bueno, inclusive, la presión en el caso simulado es menor, lo que indicaría una pérdida de rotalpía a medida que se avanza en el radio. Esta pérdida de rotalpía está asociada a la disipación de energía cinética turbulenta que está contemplado en el modelo $k - \epsilon$.

Con respecto a la última figura, donde se comparan las velocidades de arrastre, en el caso simulado las velocidades se modifican mucho con las recirculaciones que ocurren sobre R_2 . Por lo tanto son prácticamente no comparables estos resultados con el caso de la bomba ideal.

Bibliografia

- [1] F.M. White. *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill, 1999.
- [2] F.M. White. *Viscous Fluid Flow*. McGraw-Hill, 1991.
- [3] B. Lakshminarayana. *Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbomachinery*. Jhon Wiley & Sons, 1996.
- [4] J. Tuzson. *Centrifugal Pump Design*. Jhon Wiley & Sons, 2000.
- [5] I. Karassik. *Pump Handbook*. McGraw-Hill, 1986.
- [6] S.L. Dixon. *Fluid Dynamics, Thermodynamics of Turbomachinery*. Pergamon Press, 1975.
- [7] J.J.H. Brouwers F.C. Visser and R. Badie. Theoretical analysis of inertially irrotational and solenoidal flow in two-dimensional radial-flow pump and turbine impellers with equiangular blades. *J. Fluid Mech.*, 269, 1994.
- [8] J. Oh. Blade loading and numerical slip factor fo centrifugal compressor impellers. *Proc. of the ASME, Fluids Engineering Div.*, 250, 1999.
- [9] F.C. Visser et al. Fluid flow in a low-specific-speed centrifugal impeller passage. *Fluid Dynamics Research*, 24, 1999.
- [10] W.G. Li. Effects of viscosity of fluids on centrifugal pump performance and flow pattern in the impeller. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 21, 2000.
- [11] J.D.H. Kelder et al. Experimental and theoretical study of the flow in the volute of a low specific-speed pump. *Fluid Dynamics Research*, 28, 2001.
- [12] H. Schlichting. *Boundary Layer Theory*. McGraw-Hill, 1960.
- [13] J.F. Gulich. Selection criteria for suction impellers of centrifugal pumps. *World Pumps*, January 2001.
- [14] N.Mansoor. Optimized estimation for the selection of centrifugal pumps. *World Pumps*, February 2003.
- [15] B. Mohammadi and O. Pironneau. *Analysis of de K-Epsilon turbulence model*. Mas-son, 1993.

- [16] G. Buscaglia A. Lew and P. Carrica. A robust equal-order finite element formulation for the k-epsilon turbulence model. *Int.J. of Comp. Fluid Dynam.*
- [17] O. Soto R. Codina. Finite element solution of the stokes problem with dominating coriolis force. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 142, 19997.

Agradecimientos

Es difícil recordar estos tres años en el Instituto sin incluir a todas las personas, realmente todas, con las que compartí momentos inolvidables. A todos les agradezco de corazón el haberme ayudado a llevar adelante mis estudios y fundamentalmente mi vida.

Pero, por supuesto, algunos no pueden dejar de estar mencionados y sepan que el mencionarlos es para mí una oportunidad de decirles lo importantes que son en mí.

Gustavo, Daniela, Enzo y Fer, muchas gracias por hacerme sentir bien recibido, tengo la esperanza de poder seguir sintiéndome su amigo.

Pablo y Nico no me alcanza con incluirlos en estos párrafos, gracias por vivir conmigo y mucho más en serio no me alcanza, y las frases que se me ocurren en estos momentos me parecen vacías cuando las voy a escribir ustedes dos me conocen. Gracias.

Seba, Fran y Paul, aunque no vivíamos juntos el estar con ustedes fue siempre sentirme como en mi propia casa. No es una esperanza, es una total convicción que seguiremos siendo amigos y viéndonos, aunque parece que el destino nos lleva a lugares lejanos.

Sergio, Carlitos, Laucha, Santiago, Leo, Martín, Fede, Maxi, Jorgito, que bueno que es volver y que después de tanto tiempo uno se siga sintiendo parte de ustedes.

Por último, y los dejé para el final porque son los más importantes, Turco, Merce, Mari y Esteban, mi familia, son los mejores y me enseñaron a ser. Para ellos, que seguramente están leyendo, quiero que sepan que los llevaré siempre en mi corazón, siempre, siempre. Merce, no llores!!!

Ernesto