

Universidad Nacional Experimental del Táchira
Vicerrectorado Académico
Decanato de Docencia
Departamento de Ingeniería Electrónica
Trabajo de Aplicación Profesional
Proyecto Especial de Grado

# Laboratorio virtual de sistemas de control clásicos y difusos utilizando software libre

Autor: Kleiver J. Carrasco M.

C.I: V-24.743.884

kleiver.carrasco@unet.edu.ve

Tutor: MSc. Juan R. Vizcaya R.

jvizcaya@unet.edu.ve



Universidad Nacional Experimental del Táchira
Vicerrectorado Académico
Decanato de Docencia
Departamento de Ingeniería Electrónica
Trabajo de Aplicación Profesional
Proyecto Especial de Grado

# Laboratorio virtual de sistemas de control clásicos y difusos utilizando software libre

Proyecto Especial de Grado presentado como requisito parcial para optar al título de Ingeniero en Electrónica

Autor: Kleiver J. Carrasco M.

C.I: V-24.743.884

kleiver.carrasco@unet.edu.ve

Tutor: MSc. Juan R. Vizcaya R.

jvizcaya@unet.edu.ve



Universidad Nacional Experimental del Táchira
Vicerrectorado Académico
Decanato de Docencia
Departamento de Ingeniería Electrónica
Trabajo de Aplicación Profesional

#### Aprobación del Tutor para presentación del Proyecto Especial de Grado

Proyecto Especial de Grado

Yo, Juan Rafael Vizcaya Rojas, en mi carácter de Tutor del Proyecto Especial de Grado titulado "Laboratorio virtual de sistemas de control clásicos y difusos utilizando software libre", presentado por el bachiller Kleiver Jesús Carrasco Márquez titular de la cédula de identidad No. V-24.743.884 por medio de la presente autorizo su presentación ante el Jurado que se designe, en virtud de considerar que reúne los requisitos y méritos necesarios para ser sometido a presentación pública.

Tutor Juan Rafael Vizcaya Rojas C.I. V-7.348.191

#### **DEDICATORIA**

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

#### **AGRADECIMIENTO**

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

# UNIVERSIDAD NACIONAL EXPERIMENTAL DEL TÁCHIRA VICERRECTORADO ACADÉMICO DECANATO DE DOCENCIA CARRERA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA

# Laboratorio virtual de sistemas de control clásicos y difusos utilizando software libre

Autor: Kleiver J. Carrasco M. Tutor: Juan R. Vizcaya R. Fecha: Noviembre, 2019

#### RESUMEN

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Descriptores: Texto, sistemas de control, logica difusa

# ÍNDICE

P	Pág.
CARTA DE APROBACIÓN PARA PRESENTACIÓN	iii
DEDICATORIA	iv
AGRADECIMIENTO	v
RESUMEN	vi
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I EL PROBLEMA	3
Planteamiento del problema	3 5 5 6
CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO	7
Antecedentes	7 8
CAPÍTULO III MARCO METODOLÓGICO	41
Diseño de la investigación	41 41 42 42
CAPÍTULO IV RESULTADOS	44
Resultados	44
CAPÍTULO V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	48
	48 49
REFERENCIAS	52
ANEXOS	56

## ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA		Pág.
1	Ejemplo de un sistema en lazo abierto	. 19
2	Ejemplo de un sistema en lazo cerrado	. 19
3	Ejemplo de analisis de estabilidad en el plano complejo	. 21
4	Ejemplo de analisis de estabilidad con diagrama de Nyquist	. 22
5	Ejemplo 1 margenes de ganancia y fase	. 24
6	Ejemplo 2 margenes de ganancia y fase	. 24
7	Ejemplo de un sistema en lazo cerrado con controlador	. 25
8	Modelado por curva de reacción	. 29
9	Ejemplo de un conjunto difuso	. 31
10	Esquemas de control difuso	. 38

### ÍNDICE DE TABLAS

TABLA		Pág
1	Regla de entonación de Zigler-Nichols	29
2	Regla de entonación de Cohen-Coon	30
3	Tautología para modus ponens	35
4	Tautología para modus tollens	35

## ÍNDICE DE CÓDIGOS

CÓDIGO Pág.

#### INTRODUCCIÓN

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit

blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

# CAPÍTULO I EL PROBLEMA

#### Planteamiento del problema

Desde hace muchos años que el hombre dedico parte de sus esfuerzos a ofrecer servicios y producir bienes para el consumo de las personas, antaño, los procesos de producción eran fáciles de implementar y de complejidad reducida, por tanto, se podían controlar de forma manual utilizando instrumentos y herramientas simples, pero Creus (2010) afirma que: "[...] la gradual complejidad con qué éstos se han ido desarrollando ha exigido su automatización progresiva por medio de los instrumentos de medición y control"(p. 1).

Así mismo, la calidad de vida de las personas ha mejorado gracias a que ahora la producción de bienes y servicios se realizan de forma más eficiente, parte de este incremento de eficiencia se debe a la incorporación de nuevas tecnologías que traen consigo ventajas como rapidez, precisión y mejoras en la automatización. La automatización por medio de controladores analógicos y electrónicos ha desempeñado un papel importante en esta mejora, tanto así, que se ha convertido en parte integra en los sistemas de vehículos espaciales, robóticos, procesos modernos de fabricación y en cualquier operación industrial (Ogata, 2003).

Siguiendo este orden de ideas, es necesario mencionar que analizar los sistemas de control puede llegar a ser, en ocasiones, una tarea difícil de realizar si no se tienen los conocimientos necesarios o si no se utilizan las herramientas adecuadas, uno de los motivos es que "[...] los antecedentes matemáticos requeridos incluyen temas tales como la teoría de la variable compleja, ecuaciones diferenciales y en diferencias, transformada de Laplace y transformada z [...]"(Kuo, 1996, p. 21).

Considerando esto, es natural pensar que un modo de abarcar el análisis, diseño y simulación de sistemas de control es por medio de las computadoras, Ogata (2003) sugiere que gran parte del tiempo dedicado será verificando el comportamiento del sistema mediante un análisis, es por esto que recomienda utilizar un programa de computadora como MATLAB para que realice gran parte del cálculo matemático necesario en los estudios de sistemas de control, no obstante, se debe aclarar que MATLAB es un software que, aunque potente, permanece cerrado y de pago.

En adición a lo anterior, se puede pensar en utilizar herramientas libres como Octave y Scilab, que proporcionan un número elevado de funciones matemáticas, pero se requiere de saber programar, además, no ofrecen un entorno gráfico para la entonación de controladores, lo cual puede llegar a ser problemático para algunos ingenieros, por otro lado, suelen ofrecer soluciones aisladas entre sí e integrarlas suele ser tedioso y problemático, Suárez (2014) afirma que: "Si lograr el dominio de la herramienta computacional es un reto en sí mismo deja de ser una herramienta práctica [...]"(p. 6).

Finalmente, se debe tener en cuenta que las herramientas libres y gratuitas no tienen la posibilidad de diseñar controladores a base de lógica difusa de forma intuitiva y sencilla, lo cual puede conllevar un desperdicio de tiempo considerable en comparación con el uso de una interfaz gráfica para el diseño del controlador, es por esto que la mayoría de las herramientas gratuitas están limitadas a usarse, de manera práctica, solo en teoría clásica de control.

En base a la problemática expuesta, surgen las siguientes preguntas: ¿Es posible realizar un laboratorio para el análisis de sistemas de control con software libre?, ¿Cumpliría con los requisitos para analizar, diseñar y simular sistemas de control? y ¿Cómo se desempeñaría en comparación con otras herramientas?, preguntas que se responderán con el desarrollo de esta investigación y que se utilizaran para guiar el rumbo de la misma.

#### Objetivos de la investigación

#### Objetivo general

Desarrollar un laboratorio virtual de sistemas de control clásicos y difusos utilizando software libre.

#### Objetivos específicos

- 1. Estudiar los sistemas de control clásicos.
- 2. Estudiar el diseño de controladores difusos tipo Mamdani.
- 3. Codificar las rutinas de análisis, diseño y simulación de sistemas de control necesarias.
- 4. Realizar la interfaz gráfica de un laboratorio de sistemas de control virtual.
- 5. Comparar los resultados obtenidos con otras herramientas de corte similar.

#### Justificación e importancia

Actualmente hay una dependencia muy alta de MATLAB a la hora de trabajar con calculo numérico, así mismo, es el software más usado en la UNET para analizar, diseñar y simular sistemas de control, con el desarrollo de un laboratorio de control utilizando software libre se puede eliminar parcialmente dicha dependencia, logrando así que herramientas externas sean usadas solo cuando se den casos más particulares o complejos.

Con el desarrollo del laboratorio de control se quiere tener una herramienta que cumpla con los requisitos actuales para el análisis, diseño y simulación de sistemas de control de forma libre, gratuita, rápida y sencilla sin tener que invertir demasiado tiempo en aprender la herramienta, y si en lo que importa, diseñar un sistema de control preciso y confiable. Por otro lado, se espera desarrollar la herramienta de forma que su interfaz gráfica acepte otros módulos i.e., permitirá a aquel que lo desee expandir las funcionalidades

del laboratorio de sistemas de control sin que se tenga que rehacer todo, esto permitirá mantener actualizado y útil la herramienta, además, se estará generando una importancia metodológica al crear la posibilidad de realizar otras investigaciones alrededor de la misma para agregar nuevas funcionalidades y expandir el laboratorio virtual.

#### **Alcance y limitaciones**

Con esta investigación se realizará una interfaz gráfica que permita realizar cuatro funciones principales, la primera, análisis de procesos en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia como: respuesta al escalón, respuesta al impulso, bode, entre otras, la segunda, entonación de controladores PID de forma manual y con auto tuning, la tercera, será el diseño de controladores difusos tipo Mamdani generales y para esquemas específicos de sistemas de control utilizando controladores PID y controladores difusos para esquemas específicos.

Hay que aclarar que, para modelar los sistemas de control en cada una de las funcionalidades mencionadas se le dará la opción al usuario para representarlos como funciones de transferencia o ecuaciones de espacio de estado y se podrá especificar si el modelo está en tiempo continuo o en tiempo discreto. El análisis de sistemas de control es un tema muy amplio y requiere de una gran cantidad de funciones que se pueden realizar utilizando software libre, no obstante, se considera que con este alcance se estaría logrando cumplir con las necesidades fundamentales.

El software que se utilizará para realizar la interfaz gráfica y los cálculos correspondientes será el lenguaje de programación Python junto con su set de bibliotecas externas. Aunque la biblioteca de Python para análisis de sistemas de control es potente y brindan varias herramientas de forma directa, se debe dejar claro que no cumplen con todas las funciones requeridas, por tanto, algunas rutinas de simulación se deberán codificar de cero con ayuda de bibliotecas de cálculo numérico, y otras, harán uso de la biblioteca de control con código complementario.

# CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

#### **Antecedentes**

Para esta investigación se buscaron antecedentes de alcance nacional e internacional que ayuden a guiar, sustentar y validar esta investigación.

Casallas, Chacón y Rivera (2005), escribieron para la revista Acción Pedagógica de la Universidad de los Andes un artículo titulado "Desarrollo básico de un Laboratorio Virtual de Control de Procesos basado en Internet", fue desarrollado conjuntamente entre la UNET y la ULA para ser usado a través de Internet y cuyo objetivo fue desarrollar un laboratorio virtual de control de procesos para la enseñanza a distancia, permitiendo ser utilizado solo por usuarios registrados y en determinados horarios. Aunque la finalidad de la investigación acá propuesta difiere del objetivo de Casallas et al., esta servirá como ayuda para determinar las funciones más utilizadas en el área de control, así como las necesidades típicas de un laboratorio de control virtual.

Adicionalmente, Salazar (2019), realizo en la Universidad Técnica del Norte, Ecuador, una tesis titulada "Diseño de un sistema de riego inteligente para cultivos de hortalizas basado en Fuzzy Logic en la granja la pradera de la Universidad Técnica del Norte." para la implementación del controlador basado en la lógica difusa utilizo, entre otros equipos, un Rasberry PI para la ejecución de Python, específicamente, hizo uso de la biblioteca Scikit-Fuzzy, la cual le permitió definir las funciones de membresía, establecer las reglas difusas, realizar los procesos de fuzzificación y defuzzificación, todo esto para una arquitectura de controlador difuso tipo Mamdani, esta tesis servirá como referencia para establecer el diseño de controladores difusos utilizando la biblioteca Scikit-Fuzzy.

Por otro lado, Congo (2018) realizo en la Universidad Tecnológica Israel, Ecuador, una tesis titulada "Aplicaciones del software libre Python para prácticas de laboratorio aplicado a la asignatura de tratamiento digital de señales de la Universidad Tecnológica Israel" cuyo objetivo fue desarrollar por medio del software Python y sus diferentes librerías científicas, la realización de 3 Prácticas de Laboratorio para la asignatura Procesamiento Digital de Señales de la Universidad Tecnológica Israel, al igual que la intención de este trabajo, se realizó una interfaz gráfica con el objetivo de facilitar su uso, en este caso como herramienta para el procesamiento digital de señales. Este trabajo sustenta la viabilidad de realizar una interfaz gráfica con enfoque similar en el campo de la electrónica y se utilizara como guía parcial para establecer su uso en sistemas de control.

Finalmente, Gómez (2009) redacto para la revista Educación en Ingeniería de Colombia, un artículo titulado "Toolbox didáctico para el diseño y análisis de sistemas de control lineal", cuyo objetivo es describir un toolbox realizado en MATLAB para el análisis de sistemas de control lineales, este toolbox consiste de una interfaz gráfica que permite realizar pruebas a sistemas de control como respuesta escalón, respuesta en frecuencia, análisis de estabilidad, diseño de controladores, entre otras funciones. Este artículo será de utilidad para establecer la interfaz gráfica que se pretende realizar, además, sirvió como punto de partida para determinar las funciones que debería tener un laboratorio virtual de sistemas de control, como punto adicional se puede resaltar que reafirma la utilidad de esta investigación.

#### Bases teóricas

Para poder realizar el laboratorio virtual de sistemas de control clásicos y difusos será necesario abarcar conocimientos de análisis de sistemas de control, diseño de controladores PID y controladores difusos, a continuación, se presentan los conceptos necesarios para el desarrollo de esta investigación.

#### **Procesos**

Es importante partir de la base, es por ellos que empezaremos con los procesos, Sánchez (2003) define los procesos como "[...] un bloque que se identifica porque tiene una o más variables de salida de las cuales es importante conocer y mantener sus valores"(p. 153). Así, un proceso se caracteriza por tener una entrada y una salida (para procesos SISO), dicha salida deberá mantenerse alrededor de un punto de referencia dado, es decir, se debe controlar su salida.

#### Modelado de procesos en tiempo continuo

Un proceso puede ser representado por ecuaciones diferenciales que determinen su comportamiento dinámico en el dominio del tiempo, no obstante, trabajar con ecuaciones diferenciales es tedioso a nivel matemático, por tanto, se prefiere modelar los procesos utilizando la transformada de Laplace para llevar de una representación dinámica a una algebraica, esta ecuación algebraica se operara para llevar a una función de transferencia que represente al proceso en el dominio de la frecuencia compleja (Smith y Corripio, 1985).

#### Transformada de Laplace

La transformada de Laplace de una función dependiente del tiempo f(t) viene dada por la ecuación:

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt$$
 (1)

si suponemos que f(t) es un proceso cuya representación dinámica viene dada por una ecuación diferencial de la forma:

$$a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t)$$
 (2)

Aplicando (1) a (2) y despejando la relación Y(s)/X(s) para el proceso con condiciones iniciales igual a cero (debido a que el proceso debe ser lineal) se obtiene la correspondiente función de transferencia del proceso H(S):

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$
(3)

La demostración completa (Smith y Corripio, 1985, pp. 21-22) no es de interés para este trabajo, pero si su resultado, la función de transferencia puede ser analizada para determinar las características del proceso, como su ganancia, constante de tiempo, tiempo muerto, entre otras.

#### Ecuaciones de espacio de estado

Las ecuaciones de espacio de estado son un método más moderno para modelar todo tipo de sistemas, no solo físicos, sino también biológicos, económicos, sociales y otros. Así como una ecuación diferencial puede ser representada como una función de transferencia también se puede representar como una ecuación de espacio de estados, por tanto, una función de transferencia también puede ser representada en el espacio de estados y viceversa. Las ecuaciones linealizadas alrededor de un estado de operación (Ogata, 2003, p. 31) son:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{4}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \tag{5}$$

con:

A: como matriz de estado.

B: como matriz de entrada.

C: como matriz de salida.

D: como matriz de transmisión directa.

Normalmente la notación presentada en las ecuaciones (4) y (24) es preferida dado que son compactas y fáciles de entender, no obstante, es al expandir las ecuaciones

en su forma matricial que podemos ver claramente que la ecuación (4) es un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1} \\ \dot{x}_{2} \\ \vdots \\ \dot{x}_{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1} \\ x_{2} \\ \vdots \\ x_{n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{1} \\ u_{2} \\ \vdots \\ u_{m} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_{1} \\ y_{2} \\ \vdots \\ y_{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{r1} & c_{r2} & \cdots & c_{rn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1} \\ x_{2} \\ \vdots \\ x_{n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1m} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{r1} & d_{r2} & \cdots & d_{rm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{1} \\ u_{2} \\ \vdots \\ u_{m} \end{bmatrix}$$

$$(6)$$

con:

n: como el numero de variables de estado

m: como el numero de entradas

r: como el numero de salidas

Para resolver estos sistemas de ecuaciones diferenciales podemos utilizar metodos iterativos como los metodos de Runge-Kuuta.

#### Modelado de procesos en tiempo discreto

Así como para tiempo continuo se utilizan ecuaciones diferenciales, en el tiempo discreto se hace uso de ecuaciones en diferencias, las ecuaciones en diferencias se pueden utilizar para aproximar a las ecuaciones diferenciales, estas primeras se suelen utilizar porque son más fáciles de programar (Kuo, 1996), debido a esto los procesos pueden ser representados de la siguiente forma:

$$y(k+n) + a_{n-1}y(k+n-1) + \dots + a_1y(k+1) + a_0y(k) = f(k)$$
(8)

Asi mismo debido a que la ecuacion (4) esta compuesta de ecuaciones diferenciales, esta puede ser llevada a una ecuacion en diferencias y la representacion del proceso en el espacio de estados queda como sigue:

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \tag{9}$$

$$y(k) = C_d x(k) + D_d u(k)$$
(10)

#### Transformada z

En tiempo discreto se puede modelar un proceso utilizando la transformada z sobre la ecuación en diferencias del proceso para obtener su representacion en el dominio Z, la transformada Z es a las ecuaciones en diferencia lo que la transformada de laplace es las ecuaciones en tiempo continuo, la ecuación general para la transformada z es:

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^{-k}$$
 (11)

#### Discretizacion de una funcion de transferencia continua

Existen varios metodos para realizar la discretizacion de una funcion de transferencia continua, el metodo mas simple suele implicar el uso de un muestreador con un retensor de orden zero (ZOH), retensor de orden zero significa que la señal de entrada es retenida constantemente durante el intervalo de muestreo (Haugen, 2005), la formula para realizar la discretizacion con retensor de orden zero es la siguiente:

$$H(z) = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z} \left[ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} \Big|_{t=kh} \right]$$
 (12)

Existen otros modos de llevar una función de transferencia continua al dominio Z como las aproximaciones de Tustin y Euler, estas consisten en sustituir la variable s por una aproximación en el dominio Z y se sustentan en ser aproximaciones numéricas a integrales en el tiempo, Haugen (2005) afirma que la aproximacion de Tustin es la mas

precisa de las tres, no obstante, sugiere que no existe una diferencia notable entre este y Euler hacia atrás, ademas, la mayoría de los controladores comerciales vienen con Euler hacia atrás, por lo que puede considerarse una mejor opción a la hora de escoger un método. Las sustituciones correspondientes son:

Euler hacia adelante: 
$$s \leftarrow \frac{z-1}{h}$$
 (13)

Euler hacia atrás: 
$$s \leftarrow \frac{z-1}{hz}$$
 (14)

Tustin: 
$$s \leftarrow \frac{2}{h} \frac{z-1}{z+1}$$
 (15)

#### Respuesta en el tiempo del modelo en el espacio de estados

Para poder obtener la respuesta del sistema en el tiempo podemos utilizar varios metodos de resolucion de ODE's o ecuaciones diferenciales ordinarias, solucion exacta, separacion de variables o integracion numerica aproximada, este ultimo es el mejor para realizar por medio de computadoras. Para realizar la integracion numerica y obtener la respuesta del sistema se utilizaran los metodos de Runge-Kutta.

Los metodos de Runge-Kutta son unos metodos iterativos de resolucion de ODE's, estos se basan en utilizar "indirectamente el algoritmo de Taylor. En general, estos metodos evaluan f(x, y) en mas de un punto en la proximida  $(x_n, y_n)$  en lugar de evaluar derivdas de f(x, y)" (Martinez, 1997, p.31). La formulación general de los metodos de Runge-Kutta explicitos es:

$$k_{1} = f(x_{0}, y_{0})$$

$$k_{2} = f(x_{0} + c_{2}h, y_{0} + ha_{21}k_{1})$$

$$k_{3} = f(x_{0} + c_{3}h, y_{0} + h(a_{31}k_{1} + a_{32}k_{2}))$$

$$\vdots$$

$$k_{s} = f(x_{0} + c_{s}h, y_{0} + h(a_{s1}k_{1} + \dots + a_{s,s-1}k_{s-1}))$$

$$y_{1} = y_{0} + h(b_{1}k_{1} + \dots + b_{s}k_{s})$$

$$(16)$$

Donde *s* denota el numero de escenarios a utilizar, es comun expresar (16) utilizando una tabla de butcher, en honor a John C. Butcher y su articulo de 1964b, por tanto, (16) puede representarse de la siguiente forma:

Adicionalmente existen los metodos de Runge-Kutta embebidos, los cuales consisten en calcular dos metodos de orden p y orden  $\hat{p}$  respectivamente, donde  $\hat{p}$  es normalmente p-1 o p+1 (Hairer, Nørsett y Wanner, 1991). La tabla de butcher para representar los metodos embebidos es la siguiente:

$$y_1 = y_0 + h(b_1k_1 + \dots + b_sk_s)$$
 Orden  $p$  (19)

$$\hat{y}_1 = y_0 + h(\hat{b}_1 k_1 + \dots + \hat{b}_s k_s)$$
 Orden  $\hat{p} = p - 1 \text{ o } p + 1$  (20)

De modo que la integración para el siguiente paso se continua con  $y_1$ , el fin de calcular dos metodos en conjunto es para poder estimar el error y poder realizar un cambio en el tamaño de paso, de este modo, se puede incrementar el tamaño de paso si el error es muy bajo o disminuirlo si el error es inaceptable.

#### Runge-Kutta's para ecuaciones de espacio de estados

Partiendo de la ecuación (6) en donde podemos observar que  $\dot{x}(t)$  viene dado por un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias, por tanto, es posible aplicar los metodos de Runge-Kutta de forma casi directa, Martinez (1997) desarrolla las expresiones para un Runge-Kutta de orden 4 aplicado en el espacio de estados, estas expresiones pueden ser extendidas para generalizar su aplicación a un numero de escenarios arbitrarios, el vector de estados de forma general se puede expresar como:

$$x_1(t) = f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) = f_1(t, x)$$
  

$$\vdots$$

$$x_n(t) = f_n(t, x)$$
(21)

cuyas condiciones iniciales se pueden expresar como:

$$x_1^{(0)} = \alpha_1$$

$$\vdots$$

$$x_n^{(0)} = \alpha_n$$
(22)

de modo que al sustituir (21) y (22) en (16) y señalando:

n: como el numero de variables de estado

m: como el numero de entradas

*j*: como la iteración actual

s: como el numero de escenarios

se obtenga el nuevo vector de estado:

$$k_{1} = Ax_{n}^{(j)} + Bu_{m}^{(j)}$$

$$k_{2} = A(x_{n}^{(j)} + ha_{21}k_{1}) + Bu_{m}^{(j)}$$

$$k_{3} = A(x_{n}^{(j)} + h(a_{31}k_{1} + a_{32}k_{2})) + Bu_{m}^{(j)}$$

$$\vdots$$

$$k_{s} = A(x_{n}^{(j)} + h(a_{s1}k_{1} + \dots + a_{s,s-1}k_{s-1})) + Bu_{m}^{(j)}$$

$$x_{n}^{(j+1)} = x_{n}^{(j)} + h(b_{1}k_{1} + \dots + b_{s}k_{s})$$

$$(23)$$

finalmente, el vector de estado obtenido con (23) sera sustituido en la siguiente iteraciones, para obtener la salida actual se debe sustituir  $x_n^{(j)}$  en (24).

$$y^{(j)} = Cx_n^{(j)} + Du_m^{(j)} (24)$$

Estos pasos se repiten una y otra vez de forma iterativa utilizando un tamaño de paso adecuado, el tamaño de paso determinara el numero de iteraciones a realizar, un tamaño de paso pequeño genera resultados mas precisos pero incrementa el tiempo de computo considerablemente, por otro lado, un tamaño de paso grande puede generar errores inaceptables con la ventaja de acelerar los cálculos, el tamaño de paso es un factor muy importante en los metodos de Runge-Kutta.

#### Tamaño de paso variable

Como ya se menciono antes, se puede realizar una adaptación del tamaño de paso en función del error, esto es posible no solo para los metodos embebidos, sino también para los explícitos, Rogan y Muñoz (s.f.) afirma que:

Los programas adaptativos continuamente monitorean la solución y modifican el paso de tiempo para asegurar que se mantenga la precisión especificada por el usuario. Esos programas pueden hacer algunos cálculos extras para optimizar la elección de  $\tau$ , en muchos casos este trabajo extra vale la pena. (p.251)

Calculo del error con dos medios pasos. Este es un método simple pero eficaz de calcular el error, consiste en realizar un paso simple de tamaño h y comparar su respuesta con la respuesta dada por el mismo método al realizar dos pasos de tamaño  $\frac{h}{2}$ , de este modo el error  $\Delta e$  se puede calcular como la diferencia en valor absoluto de ambas respuestas,  $\left|y_{1,h}-y_{2,\frac{h}{2}}\right|$  donde  $y_{2,\frac{h}{2}}$  es la salida luego de dos medios pasos.

Calculo del error para metodos embebidos. Los metodos embebidos están hechos para poder realizar este calculo del error, por tanto, no hay que realizar ningún calculo extra y el error puede ser calculado de forma directa como  $\Delta e = |y_1 - \hat{y}_1|$ 

*Nuevo tamaño de paso*. Combinando las formulas y algoritmos descritos por Rogan y Muñoz (s.f.), Hairer et al. (1991) y Ritschel (2013) se pueden obtener las formulas para el manejo del error con fines de calcular un nuevo tamaño de paso, lo primero es calcular una escala, este es el único paso que se diferencia entre el método de dos medios pasos y el los metodos embebidos, esto es debido a al modo en que se calculan los errores, para dos medios pasos la escala es:

$$escala = atol + rtol \cdot \frac{\left| y_{1,h} \right| + \left| y_{2,\frac{h}{2}} \right|}{2}$$
 (25)

para los metodos embebidos:

$$escala = atol + rtol \cdot max(|y_1|, |y_0|)$$
 (26)

A partir de aca las formulas son comunes para ambos metodos. Para continuar, se debe realizar el calculo de un error normalizado, para esto se calcula la norma RMS del error dividido por la escala calculada:

$$||\Delta e|| = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\Delta e_i}{escala_i}\right)^2}$$
 (27)

donde i denota el numero de elementos que componen la respuesta, finalmente, el nuevo tamaño de paso viene dado por:

$$\begin{cases} h_{t+1} = h_t \cdot maxStepIncrease & Si \quad ||\Delta e|| = 0 \\ h_{t+1} = h_t \cdot sf_1 \cdot ||\Delta e||^{\frac{-1}{q+1}} & Si \quad ||\Delta e|| \le 1 \\ h_t = h_t \cdot sf_1 \cdot ||\Delta e||^{\frac{-1}{q+1}} & Si \quad ||\Delta e|| > 1, \text{ Se descarta la salida} \end{cases}$$
(28)

con  $sf_1$  como un factor de seguridad que evita que el nuevo tamaño de paso para un  $||\Delta e||$  dado se repita indefinidamente, y q como el orden del metodo utilizado, en el caso de los Runge-Kutta embebidos, q viene dado por el metodo de menor orden entre  $y_1$  y  $\hat{y}_1$ , notese que si el error se encuentra por arriba de uno, la salida es descartada y se repite el calculo con un nuevo tamaño de paso, el proceso se repite hasta que el error sea igual o menor que uno.

#### Respuesta en el tiempo del modelo en el espacio de estados discreto

El calculo de la respuesta en el tiempo para el modelo en el espacio de estados discreto es mucho mas simple, no se requiere ningun metodo de integracion aproximado, esto es debido a que el calculo puede ser realiado se forma directa, esto es debido a que la formula es el algoritmo a seguir (Haugen, 2005). Tomando en consideracion la ecuacion (9), basta con sustituir el vector de estado para obtener a x(k + 1) y la salida y(k)

#### Sistemas de control

#### Sistema en lazo abierto

Un sistema en lazo abierto es aquel cuya salida no es medida en ningún momento en orden de ajustar la entrada, esto provoca que "las perturbaciones que se presentan en el proceso ocasionen que sus efectos se sientan en la salida del proceso, es decir, en el valor de la variable controlada" (Maloney, 2006, p. 350). La mayoría de los sistemas en lazo abierto son estables, pero carecen de utilidad practica al no poder mantenerlos en un punto de referencia debido a las perturbaciones.

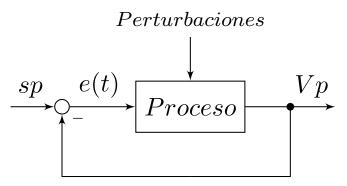
Por otro lado, es importante analisar el comportamiento del sistema en lazo abierto para determinar su comportamiento en lazo cerrado, ademas, nos permite determinar sus caracteristicas con el fin de realizar un modelo matematico aproximado del sistema, este es util para realizar la entonación de los controladores sin tener que trabajar de forma directa con el proceso, el cual puede ser peligroso o inaccesible. La representación en diagrama de bloques de un sistema en lazo abierto se puede observar en la Figura 1.

$$x(t)$$
  $Proceso$   $y(t)$ 

Figura 1. Sistema en lazo abierto. Fuente: Elaboración propia.

#### Sistema en lazo cerrado

Los sistemas de lazo cerrado son aquellos cuya salida es realimentada a la entrada del sistema, esta realimentación suele ser negativa para que sea estable, no obstante, existen sistemas que se vuelven inestables con el simple hecho de cerrar el lazo, un ejemplo de sistema realimentado se puede observar en la Figura 2.



**Figura 2. Sistema en lazo cerrado**. Se observan las principales señales de un sistema en lazo cerrado. Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 2 se denotan algunas de las señales que componen a un sistema de control, sp, que corresponde al set point o valor de referencia, Vp, que corresponde a la variable del proceso y es la variable a controlar, las perturbaciones, las cuales son

magnitudes físicas que pueden afectar al proceso como la temperatura ambiente, presión, vibraciones, entre otras, y finalmente, e(t), que corresponde a la señal de error la cual viene dada por la diferencia entre el valor de referencia y la variable medida (Maloney, 2006).

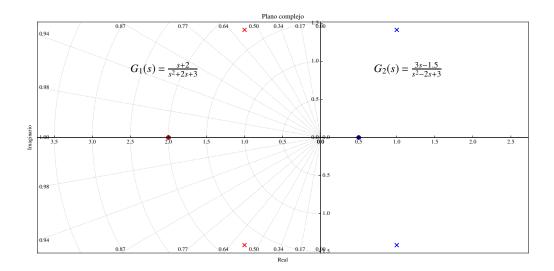
$$e(t) = sp - Vp \tag{29}$$

#### Estabilidad de los sistemas

La estabilidad se ve afectada por la estructura del sistema, por tanto, se debe tomar en cuanta cuando se cierra el lazo del sistema. Ogata (2003) afirma que, desde el punto de vista de estabilidad, el sistema de control en lazo abierto no es un problema importante. Por otra parte, la estabilidad es un gran problema en el sistema de control en lazo cerrado debido a la posibilidad de que se generen oscilaciones. Esto quiere decir que los análisis de estabilidad se realizan para sistemas en lazo cerrado, esto es principalmente porque los sistemas en lazo abierto tienden a ser estables, además, para realizar el control de un proceso se suele utilizar los sistemas en lazo cerrado

Análisis de estabilidad en el plano complejo. La estabilidad de un sistema lineal viene dada por la ubicación de sus polos a lo largo del plano complejo s, tomando esto en cuenta se puede determinar si un sistema es estable si no posee ninguno polo en el semiplano derecho del plano complejo s incluyendo el eje coordenado  $j\omega$  en tiempo continuo (Ogata, 2003), en el caso de sistemas discretos, los polos deben encontrarse dentro del circulo unitario, la estabilidad marginal es posible si existen uno o mas polos justo en el circulo unitario, pero no multiples. Esto permite que el análisis de estabilidad se pueda realizar de forma analítica y gráfica. En la Figura 3 se puede observar dos sistemas continuos en lazo abierto,  $G_1(s)$  que es estable y  $G_2(s)$  que es inestable.

*Criterio de estabilidad de Nyquist*. El criterio de estabilidad de Nyquist determina el estado de estabilidad utilizando los polos en lazo abierto y la respuesta en



**Figura 3.** Analisis de estabilidad en el plano complejo. Se puede observar como el sistema  $G_1(s)$  tiene ubicado sus polos en el semiplano izquierdo del plano complejo, i.e., es estable, por otro lado, el sistema  $G_2(s)$  es inestable al poseer polos ubicados en el semiplano derecho del plano complejo. Fuente: Elaboración propia.

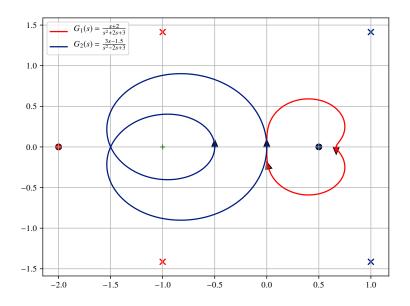
frecuencia del sistema en lazo abierto, este criterio "es útil en la ingeniería de control, debido a que permite determinar gráficamente la estabilidad absoluta del sistema en lazo cerrado a partir de las curvas de respuesta en frecuencia en lazo abierto, sin que sea necesario determinar los polos en lazo cerrado" (Ogata, 2003, p. 446). Este criterio tiene la ventaja de poder realizarse tanto con cálculos analíticos como con datos experimentales, Ogata (2003) define tres criterios:

- 1. El punto -1 + j0 no esta rodeado. Esto implica que el sistema es estable en lazo cerrado si no hay polos de G(s)H(s) en el semiplano derecho del plano s<sup>(1)</sup>; de lo contrario, el sistema es inestable.
- 2. El punto -1 + j0 queda rodeado una o varias veces en sentido contrario al de las agujas del reloj. En este caso, el sistema es estable en lazo cerrado si el número de rodeos en sentido contrario al de las agujas del reloj es igual al número de polos G(s)H(s) en el semiplano derecho del plano  $s^{(1)}$ ; de lo contrario, el sistema es inestable.

<sup>&</sup>lt;sup>(1)</sup>En el caso de sistemas discretos se toma en cuenta son los polos fuera del circulo unitario para la evaluación de los criterios.

3. El punto -1 + j0 queda rodeado una o varias veces en el sentido de las agujas del reloj. En este caso el sistema es inestable en lazo cerrado.

En la Figura 4 se puede observar los diagramas de Nyquist para los sistemas presentados en la Figura 3, el sistema  $G_1(s)$  debe ser evaluado por el criterio numero 1, al no poseer ninguno polo en el semiplano derecho el sistema sera estable en lazo cerrado asumiendo un H(s) = 1, por otro lado,  $G_2(s)$  debe ser evaluado por el criterio numero 2, debido a que el numero de rodeos al punto -1 + j0 es igual al numero de polos en el semiplano derecho, el sistema sera estable en lazo cerrado asumiendo un H(s) = 1, esto a pesar de que en lazo abierto sea inestable.



**Figura 4.** Analisis de estabilidad con diagrama de Nyquist. El sistema  $G_1(s)$  al ser evaluado con el criterio numero 1 se encuentra que es estable en lazo cerrado, a su vez, el sistema  $G_2(s)$  al ser evaluado con el criterio numero 2 se encuentra que tambien sera estable en lazo cerrado, en ambos casos se asume un H(s) = 1. Fuente: Elaboración propia.

*Margen de ganancia y Margen de fase*. Los margenes de ganancia y de fase son una medida de la estabilidad relativa, se toman en cuenta a la hora de realizar el diseño de un controlador, esto es debido a que los margenes se pueden interpretar de modo que orienten en la cantidad de ganancia que se le puede aplicar al sistema en lazo cerrado, adicionalmente, la estabilidad relativa se puede interpretar como que tan

estable es un sistema. Dorf y Bishop (2011) definen el margen de ganancia como: "[...] el incremento en la ganancia del sistema cuando  $fase = -180^{\circ}$  que resultaria en un sistema marginalmente estable con la intersección del punto -1 + j0 en el diagrama de Nyquist" (p.655). Asi mismo, Dorf y Bishop (2011) definen el margen de fase como:

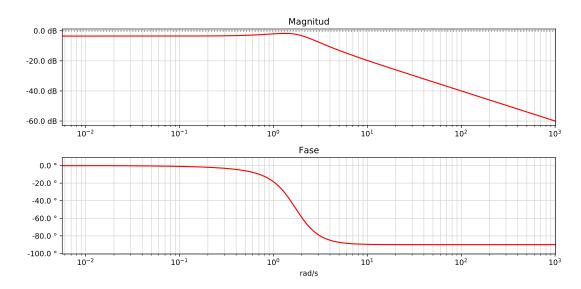
[...] la cantidad de desplazamiento de fase de  $L(j\omega)$  a una unidad de magnitud que resultaria en un sistema marginalmente estable con la intersección del punto -1+j0 en el diagrama de Nyquist. El margen de ganancia y de fase pueden ser facilmente encontrados utilizando un diagrama de Bode. (p.656)

Análisis de estabilidad con las trazas de Bode. Los diagramas de bode son una forma de representar la respuesta en frecuencia de un sistema tomando en cuenta los cambios de amplitud de  $L(j\omega)$  y del ángulo de fase de  $L(j\omega)$  respecto a la frecuencia (Nilsson y Riedel, 2005). Para analizar la estabilidad se utilizan el margen de ganancia y el margen de fase del sistema en un diagrama de Bode a modo de trazas, el punto de estabilidad critica en el diagrama de bode pasa a ser su equivalente en dB, el cual es 0dB.

Un margen de ganancia positivo y de fase positivos indican que el sistema es estable, si el sistema es de fase no minima, la interpretacion anterior deja de ser valida. Aplicando las deficiones dadas por Dorf y Bishop (2011) podemos obtener el margen de ganancia y de fase para los sistemas  $G_1(s)$  y  $G_2(s)$  y se presentan como ejemplo en la Figura 5 y Figura 6.

- $G_1(s): GM \to \infty \vee PM \to \infty$
- $G_2(s)$ : GM = -3.509dB a 1.409 rad/sec y  $PM = -23.719^\circ$  a 0.807 rad/sec

*Diagrama de Nichols*. El diagrama de Nichols es una grafica del sistema en lazo abierto de tipo magnitud vs fase, en el diagrama se pueden ubicar los margenes de ganancia y fase, para ayudar en el diseño de controladores se suele superponer una rejilla guia de valores de magnitud y angulo constantes, esta rejilla lleva el nombre de carta de Nichols o abaco de Nichols. En el diagrama de nichols el punto critico -1 + j0 se convierte en  $(0dB, -180^{\circ})$ 



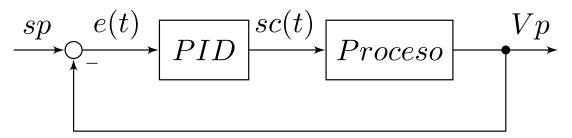
**Figura 5.** Margenes de ganancia y fase de  $G_1(s)$ . En el diagrama se puede observar que no existe cruce por 0dB en magnitud o cruce por  $-180^\circ$  en fase, por tanto, el sistema es estable y acepta incrementos teoricos de ganancia infinitos . Fuente: Elaboración propia.



**Figura 6.** Margenes de ganancia y fase de  $G_2(s)$ . El sistema  $G_2(s)$  es de fase no minima, debido a esto, la interpretacion del margen de ganancia y de fase no es tan simple, aca se puede observar que el margen de ganancia es negativo y aun asi, sabemos por su analisis con diagrama de Nyquist que es estable en lazo cerrado. Fuente: Elaboración propia.

#### Controlador PID

El controlador será el elemento dentro del sistema de control que se encargara de llevar al proceso a un valor de referencia deseado, existen varios esquemas de control para el control de procesos, cada uno con sus ventajas y desventajas, el más común es un sistema en lazo cerrado con controlador, este se puede observar en la Figura 7.



**Figura 7. Sistema en lazo cerrado con controlador**. El controlador recibe la señal de error y genera una señal de control sc(t). Fuente: Elaboración propia.

En este esquema se observa que el controlador recibe la señal de error producto de tomar la diferencia entre el setpoint y la variable del proceso, este error es utilizado por el controlador para generar una señal de control sc(t). El controlador más usado en la industria es el controlador PID, así lo afirma Kuo (1996): "[...] uno de los controladores más ampliamente empleados es el controlador PID [...] donde las letras son las iniciales de proporcional, integral y derivativo"(p. 671). La ecuación que define a un PID en el dominio del tiempo es la siguiente:

$$sc(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau)d\tau + K_d \frac{d}{dt}e(t)$$
(30)

y su forma en función de transferencia:

$$G_c(s) = \frac{sc(s)}{e(s)} = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s}$$
 (31)

El controlador PID tambien puede ser representado de forma discreta, la componente proporcional sigue siendo una constante, la componente integral se puede

representar como la sumatoria de todas las muestras multiplicadas por el periodo de muestreo y finalmente la derivada se puede aproximar como una diferencia finita regresiva:

$$sc(k) = K_p e(k) + K_i T \left[ \sum_{i=0}^{k-1} e(i) + e(k) \right] + K_d \frac{e(k) - e(k-1)}{T}$$
 (32)

En el dominio Z, la componente proporcional se mantiene como constante, la componente integral puede ser aproximada con varios metodos numericos para el calculo de area como la integración trapezoidal (Kuo, 1996), o lo que es lo mismo, el metodo de Tustin, para el caso de la derivda se parte de su aproximación como diferencia finita regresiva y se le aplica la transformada Z.

$$G_c(z) = K_p + \frac{K_i T}{2} \left( \frac{z+1}{z-1} \right) + K_d \frac{z-1}{Tz}$$
 (33)

Componente proporcional. La componente proporcional se obtiene de multiplicar la señal de error por la ganancia proporcional, esto provoca que la señal de control sea proporcional a la señal de error con una relación igual a la ganancia proporcional, si el controlador solo constase de componente proporcional el error en estado estable nunca se eliminaría, dicho de otro modo, el error podría ser muy bajo, pero jamás cero. "Este error se denomina la desviación permanente u 'offset'. El mismo disminuye si se aumenta el valor de K"(Mata, 1999, p. 54).

Componente integral. La componente integral viene dada por la sumatoria de la señal del error en el tiempo multiplicada por la ganancia integral, por tanto, se obtiene una acumulación en un periodo determinado, esto implica que mientras exista error, la componente integral seguirá aumentando o disminuyendo dependiendo del signo de la señal de error hasta que el error sea cero, la componente integral se suma con la componente proporcional formando una única señal de control.

Debido a que la componente integral depende del tiempo, es posible corregir desviaciones de la variable controlada generadas por perturbaciones externas, por otro lado, debido a que eventualmente se conseguirá que el error sea igual a cero la componente proporcional no hará ningún aporte al sistema, y la señal de control pasara a ser totalmente generada por la componente integral hasta que exista un cambio en el setpoint o una alteración en la variable medida.

Componente derivativa. La componente derivativa viene dada por el ritmo de cambio de la señal de error multiplicado por la ganancia derivativa, por tanto, cuando el error permanece constante la componente derivativa es igual a cero, la componente derivativa será tan grande como la velocidad con la que cambie el error, esto ayuda a evitar que se generen sobre pasos en la variable medida respecto a la variable de referencia.

La componente derivativa es muy sensible al ruido, es por esto que se debe utilizar solo cuando se requiera un cierto grado de anticipación y no exista ruido (Smith y Corripio, 1985). Es recomendable utilizar filtros en orden de disminuir el posible ruido, a su vez, cuando el proceso a controlar es de respuesta rápida se recomienda no agregar componente derivativa o que su ganancia sea muy pequeña. Tomando en cuenta lo anterior, se debe mencionar que la componente derivativa tal como se observa en las ecuaciones (30) y (31) no es implementable al ser no causal, por tanto, la derivada puede ser implementada utilizando una aproximacion.

La aproximacion actua como una derivada para las componentes de la señal de baja frecuencia. La ganancia, sin embargo, esta limitada a KN. Esto significa que las medidas de ruido de alta frecuencia son amplificados cuando mucho por un factor KN. (Åström, 2002, p.220)

La funcion de transferencia de la componente derivativa aproximada es la siguiente:

$$D = K_d \frac{Ns}{s+N} \tag{34}$$

#### Entonación por método de Ziegler-Nichols en lazo abierto

El método de Ziegler-Nichols en lazo abierto requiere primero aproximar el modelo del proceso como una función de transferencia de primer orden con tiempo muerto.

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-\alpha s} \tag{35}$$

Los parámetros correspondientes pueden ser obtenidos realizando una prueba al escalón y extrayendo los datos correspondientes de la gráfica de la respuesta, un ejemplo se puede observar en la Figura 8. Acá se observa: (a)  $t_0$  que corresponde al inicio del escalón, (b)  $t_1$  inicio de la respuesta por parte del proceso al escalón, (c)  $t_2$  cuando el proceso alcanza el 63 % del cambio total, (d)  $\Delta y$  cambio total del proceso ante el escalón y (e)  $\Delta u$  magnitud de cambio de la entrada. Los parámetros para aproximar el proceso a un modelo de primer orden con tiempo muerto se calculan como sigue:

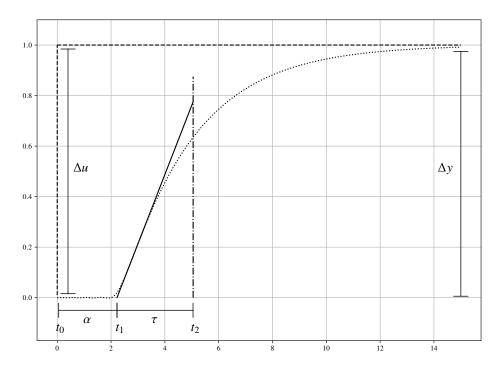
$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} \tag{36}$$

$$\tau = t_2 - t_1 \tag{37}$$

$$\alpha = t_1 - t_0 \tag{38}$$

Con estos valores se puede obtener la entonación de un controlador P, PI o PID, los valores de  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  se pueden obtener sustituyendo los valores en la Tabla 1 correspondiente a la regla de entonación de Ziegler-Nichols. Ogata (2003) comenta que: "Las reglas de sintonía de Ziegler-Nichols [...] se han usado ampliamente para sintonizar controladores PID en sistemas de control de procesos en los que no se conoce con precisión la dinámica de la planta"(p. 572).

Adicionalmente existen otras reglas para la entonacion automatica de los controladore PID, como el metodo de Cohen-Coon, al igual que Ziegler-Nichols, requiere de los parametros del proceso en su aproximacion como proceso de primer orden para ser sustituidos en la Tabla 2 y obtener las ganancias respectivas.



**Figura 8.** Modelado por curva de reacción. Para realizar este modelado se estudia la respuesta del sistema ante la entrada de la función de heaviside u(t), también llamada función escalón unitario, el modelo obtenido a través de este método es una aproximación del sistema. Fuente: Elaboración propia.

Tabla 1. Regla de entonación de Zigler-Nichols

Tipo de controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{ au}{lpha}$	∞	0
PI	$0.9\frac{\tau}{\alpha}$	$\frac{\alpha}{0.3}$	0
PID	$1.2\frac{\tau}{\alpha}$	$2\alpha$	$0.5\alpha$

**Nota.** Los valores de  $K_i$  y  $K_d$  se pueden obtener de la siguiente forma:  $K_i = K_p/T_i$ ;  $K_d = K_pT_d$ . Fuente: Ogata (2003).

Tabla 2. Regla de entonación de Cohen-Coon

Tipo de controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{1}{K} \left( \frac{\tau}{\alpha} \right) \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{\alpha}{\tau} \right) \right]$	∞	0
PI	$\frac{1}{K} \left( \frac{\tau}{\alpha} \right) \left[ 0.9 + \frac{1}{12} \left( \frac{\alpha}{\tau} \right) \right]$	$\alpha \left[ \frac{30 + 3\left(\frac{\alpha}{\tau}\right)}{9 + 20\left(\frac{\alpha}{\tau}\right)} \right]$	0
PD	$\frac{1}{K} \left( \frac{\tau}{\alpha} \right) \left[ \frac{5}{4} + \frac{1}{6} \left( \frac{\alpha}{\tau} \right) \right]$	∞	$\alpha \left[ \frac{6 - 2\left(\frac{\alpha}{\tau}\right)}{22 + 3\left(\frac{\alpha}{\tau}\right)} \right]$
PID	$\frac{1}{K} \left( \frac{\tau}{\alpha} \right) \left[ \frac{4}{3} + \frac{1}{4} \left( \frac{\alpha}{\tau} \right) \right]$	$\alpha \left[ \frac{33 + 6\left(\frac{\alpha}{\tau}\right)}{13 + 8\left(\frac{\alpha}{\tau}\right)} \right]$	$\alpha \left[ \frac{4}{11 + 2\left(\frac{\alpha}{\tau}\right)} \right]$

**Nota.** Los valores de  $K_i$  y  $K_d$  se pueden obtener de la siguiente forma:  $K_i = K_p/T_i$ ;  $K_d = K_pT_d$ . Fuente: APCO-Inc (s.f.).

# Lógica difusa

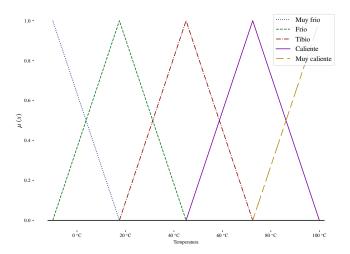
La lógica difusa es una extensión matemática de la lógica convencional en donde se asigna un grado de pertenencia a un hecho entre un valor verdadero y uno falso, "consiste en que los valores verdaderos (en lógica difusa) o valores de pertenencia (en conjuntos difusos) se indican en un número entre [0.0, 1.0], donde 0.0 representa falsedad total y 1.0 significa verdad absoluta" (Ponce, 2010, p. 4).

La lógica difusa se puede estructurar en tres etapas, la primera etapa consiste en establecer cada una de las variables con etiquetas lingüística que determinen en conjunto el universo de discurso de cada una de ellas, es decir, se crean los conjuntos difusos, en la segunda etapa se definen las reglas de inferencia difusa que determinaran el comportamiento del sistema difuso, y tercera, se obtienen los valores de salida utilizando las reglas de inferencia y realizando el proceso de defuzzificación que consiste en llevar

los grados de pertenencia a un valor nítido o real (Ponce, 2010). Continuando con la idea, tambien es posible ver la logica como cuatro procedimientos a realizar en secuencia, las cuales son: fuzzificación, inferencia, agregacion y defuzzificación.

#### Conjuntos difusos

Un conjunto difuso está compuesto de funciones de membresía, dichas funciones de membresía representan valores para asignar el grado de pertenencia de una variable a un estado en particular, estos estados son identificados con etiquetas lingüísticas descriptivas, como alto, caliente, bajo, negativo, entre otras, en la Figura 9 se puede observar un ejemplo de conjunto difuso.



**Figura 9. Ejemplo de un conjunto difuso**. Este conjunto difuso corresponde a una variable de temperatura que va desde -10°C hasta 100°C. Fuente: Elaboración propia.

Las funciones de membresía pueden tomar varias formas y rangos en orden de poder representar de mejor forma los grados de pertenencia de la variable a una etiqueta en particular, sin embargo, las formas triangulares suelen ser las menos pesadas en memoria y en poder de computo (Riid, 2002). La cantidad de etiquetas que se pueden asignar a un conjunto difuso es ilimitada, pero se debe tener en cuenta el nivel de complejidad que se genera a medida que se incrementa su número. A continuacion se muestran algunas formas que pueden tomar las funciones de membresia:

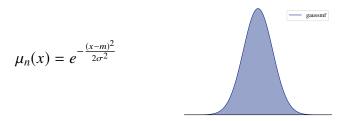
Funcion de membresia: triangular o trimf.

$$\mu_n(x) = \begin{cases} 0 & Si & x \le a \\ \frac{x-a}{b-a} & Si & a \le x \le b \\ \frac{c-x}{c-b} & Si & b \le x \le c \\ 0 & Si & x \ge c \end{cases}$$

Funcion de membresia: trapezoidal o trapmf.

$$\mu_n(x) = \begin{cases} 0 & Si & x \le a \\ \frac{x-a}{b-a} & Si & a \le x \le b \\ 1 & Si & b \le x \le c \\ \frac{d-x}{d-c} & Si & c \le x \le d \\ 0 & Si & x \ge d \end{cases}$$

Funcion de membresia: gaussiana o gaussmf.



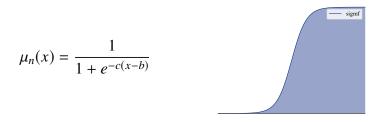
Funcion de membresia: S o smf.

$$\mu_n(x) = \begin{cases} 0 & Si & x \le a \\ 2\left(\frac{x-a}{b-a}\right)^2 & Si & a \le x \le \frac{a+b}{2} \\ 1-2\left(\frac{x-b}{b-a}\right)^2 & Si & \frac{a+b}{2} \le x \le b \\ 1 & Si & x \ge b \end{cases}$$

Funcion de membresia: Z o zmf.

$$\mu_n(x) = \begin{cases} 1 & Si & x \le a \\ 1 - 2\left(\frac{x-a}{b-a}\right)^2 & Si & a \le x \le \frac{a+b}{2} \\ 2\left(\frac{x-b}{b-a}\right)^2 & Si & \frac{a+b}{2} \le x \le b \\ 0 & Si & x \ge b \end{cases}$$

Funcion de membresia: sigmoidal o sigmf.



Funcion de membresia: campana generalizada o gbellmf.



Existen otras funciones de membresian que utilizan como base las anteriores mostradas, estas son:

- gauss2mf: Combinacion de dos funciones gaussianas.
- dsigmf: Valor absoluto de la diferencia de dos funciones sigmoidales.
- psigmf: Producto de dos funciones sigmoidales.
- pimf: Producto de una smf y una zmf.

#### Reglas de inferencia

Las reglas de inferencia, al igual que en la lógica convencional, se encargan de realizar una conexión entre los antecedentes y los consecuentes con el fin de obtener una salida, en este caso, entre los conjuntos difusos de entrada y salida, la salida puede ser un conjunto difuso o una función matemática. Como sugiere Ponce (2010), las reglas pueden formularse de dos formas denominadas modus ponens y modus tollens, modus ponens utiliza los antecedentes para obtener el consecuente, por otro lado, el modus tollens utiliza los consecuentes recíprocos para obtener el antecedente. La tautología para modus ponens y modus tollens se puede observar a modo de tablas de la verdad en la Tabla 3 y Tabla 4 respectivamente.

Para realizar el proceso de inferencia se debe haber pasado primero por la fuzzificacion, la cual implica tomar los valores de entrada y obtener sus valores de pertenencia para cada funcion de membresia, luego, se aplican las normas triangulares (T-Normas) para el caso de logica AND o las conormas triangulares (T-Conormas) para logica OR, sus formas de aplicacion mas comunes suelen ser el minimo de los valores de pertenencia para las T-Normas y el maximo de los valores de pertenencia para las T-Conormas, de este modo, se obtienen las operaciones de interseccion y union respectivamente, a este proceso tambien se le conoce como conjuncion de premisas para las T-Normas y disyuncion de premisas para las T-Conormas.

Luego de este proceso se debe seguir con la operacion de implicacion, usualmente se realiza y se prefiere con la conjuncion (T-Normas), esta viene definida por:

$$F_r(y) = \tau_r \cap \gamma_r \tag{39}$$

Donde  $\tau_r$  es la salida del proceso de conjuncion/disyuncion de premisas y  $\gamma_r$  es la salida de la funcion de membresia asociada con la r-esima regla (Riid, 2002). Una vez realizado este proceso, se puede procedar a realizar la agregacion.

Tabla 3. Tautología para modus ponens

A	В	A→B	$(A{\wedge}(A{\rightarrow}B))$	$(A \land (A \rightarrow B)) \rightarrow B$
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	1	1	1	1

Tabla 4. Tautología para modus tollens

A	В	$A{ ightarrow}B$	$(A {\wedge} (A {\rightarrow} B))$	$(A \land (A \rightarrow B)) \rightarrow B$
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	1

**Nota.** La tautología para modus ponens y modus tollens es presentada utilizando tablas de la verdad. Fuente: Ponce (2010), p. 70

# Agregacion

El proceso de agregacion se realiza luego de haber pasado por la fuzzificacion, conjuncion/disyuncion de premisas y la implicacion, a todos los resultados obtenidos se les aplica un operador OR por medio de una T-Conorma, de este modo, se obtiene un conjunto difuso que representa a la salida . Todo el proceso hasta este punto puede ser descritos por la siguiente formula:

$$F(y) = \bigcup_{r=1}^{R} \left( \left( \bigcap_{i=1}^{N} \tau_{ir} \right) \cap \gamma_r \right)$$
 (40)

sin embargo, esta salida aun no es apta para ser interpretada, por tanto, debe pasar primero por un proceso de defuzzificación en orden de llevar el conjunto difuso de salida a un valor nitido.

## Defuzzificación

En esta última etapa también llamada desdifusificación, se obtienen los valores reales de salida, Ponce (2010) lo describe como el "[...] mapeo a escala que convierte el rango de valores de las variables de salida a sus universos de discurso correspondientes. La desdifusificación es la herramienta para obtener la acción de control nítida a partir de una acción de control difusa" (p. 73). Este proceso es matemáticamente costoso y existen distintos métodos para realizarlo, el más común es el método de centro de área.

*Método de centro de área*. Este método se utiliza para realizar la defuzzificación y obtener las salidas nítidas, consiste en cortar las funciones de membresía  $\mu_n(x)$  con los valores de entrada x para determinar un área, el área inferior será la que se tome en cuenta para realizar el cálculo, el método de centro de área se puede representar de modo general en su forma discreta de la siguiente forma:

$$Salida = \frac{\sum_{x=a}^{b} \mu_n(x) \cdot x}{\sum_{x=a}^{b} \mu_n(x)}$$
(41)

*Metodo de bisector de area*. Este metodo ubica un punto en el conjunto difuso de salida y sus valores de pertenencia tal que el area resultante quede dividida en dos partes iguales.

*Metodo de la media del maximo*. Este metodo obtiene una salida a partir de promediar los valores de pertenencia maximos del conjunto difuso de salida.

*Metodo del primero a la izquierda*. Este metodo obtiene una salida a partir de los valores de pertenencia maximos del conjunto difuso de salida, de todos ellos, toma el ubicado mas a la izquierda, o lo que es lo mismo, el menor de ellos.

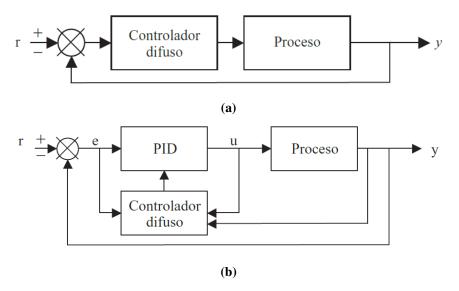
*Metodo del primero a la derecha*. Este metodo obtiene una salida a partir de los valores de pertenencia maximos del conjunto difuso de salida, de todos ellos, toma el ubicado mas a la derecha, o lo que es lo mismo, el mayor de ellos.

#### Sistemas de control difusos

Un controlador difuso es cualquier tipo de controlador que utilice en su interior alguna forma de lógica difusa, al igual que con los controladores clásicos el esquema de control más común es en lazo cerrado. El controlador difuso a su vez puede contener todo tipo de metodologías de control, de hecho, el uso más común es realizar un controlador P, PI, PD o PID, todos difusos. Para realizar estos controladores se puede utilizar la estructura Mamdani, la cual asigna conjuntos difusos para las entradas y para las salidas, por tanto, es necesario el proceso de defuzzificación, comúnmente con el método de centro de área.

No existen métodos analíticos claros para el diseño de controladores difusos, por tanto, se debe realizar bajo la experiencia del diseñador, tomando en cuenta las necesidades de control y las dinámicas del proceso, esto es debido a que el controlador difuso depende enteramente de la estructura de los conjuntos difusos y de la asignación de las reglas de inferencia (Ponce, 2010). Los siguientes esquemas de control fueron tomados de Ponce (2010), Riid (2002), y Matute y Bernal (2017).

Adicionalmente existe el esquema de control difuso con PID autosintonizable, el cual consiste en dos controladores, uno difuso y un PID clásico, el controlador difuso se encargara de generar las ganancias del PID de forma dinámica en función de las entradas que reciba, a su vez, el PID será quien gobierne al proceso, esto permite adaptar el controlador PID a los cambios de carga y a los cambios del setpoint, el esquema de control se puede observar en la Figura 10b.



**Figura 10. Esquemas de control difuso**. (a) Esquema de control difuso clásico, (b) Esquema de control difuso autosintonizable. Fuente: Ponce (2010), p. 86 y p. 104 respectivamente.

# Python

Python es un lenguaje de programación interpretado y multiparadigma ya que soporta programación orientada a objetos, imperativa y en menor medida funcional. Van Rossum (2017) afirma que Python es un lenguaje de programación potente que puede aprenderse fácilmente. Cuenta con estructuras de datos eficientes y de alto nivel y un enfoque simple pero efectivo a la programación orientada a objetos. La elegante sintaxis de Python y su escritura dinámica, junto con su naturaleza interpretada, hacen de éste un lenguaje ideal para scripting y desarrollo rápido de aplicaciones en diversas áreas y sobre la mayoría de las plataformas.

Adicionalmente, Python posee bibliotecas externas para realizar cálculos numéricos complejos, también existen bibliotecas para el análisis de sistemas de control y para el diseño de controladores difusos, por otro lado, existen bibliotecas para salidas gráficas con calidad de publicación, gráficas en tiempo real y en 3D.

## Biblioteca NumPy

NumPy es una biblioteca para realizar cálculos computacionales científicos y matemáticos, algunas de sus funciones son: cálculo de vectores n-dimensionales, transformada de Fourier, álgebra lineal, entre otras (Oliphant, 2006)

## Biblioteca SciPy

El paquete SciPy es un conjunto de bibliotecas matemáticas, científicas y de ingeniería compuestas por: NumPy, SciPy (biblioteca), SymPy, Matplotlib, IPython y Pandas, la biblioteca SciPy es uno de los núcleos del paquete SciPy. Provee varias rutinas eficientes de uso amigable para el usuario de tipo numérica para realizar integración, interpolación, optimización, álgebra lineal, estadísticas, entre otras (Jones, Oliphant, Peterson et al., 2001), toda la documentación puede ser conseguida en la página oficial de SciPy.

# Biblioteca Matplotlib

Matplotlib es una biblioteca para la graficación 2D que produce figuras con calidad de publicación en varios formatos y a través de múltiples ambientes interactivos. Matplotlib puede ser usado en scripting, consolas de comando, IPython, jupyter notebooks y en aplicaciones web (Hunter, 2007). La sintaxis para usar Matplotlib es muy similar al sistema de plots de MATLAB, del mismo modo, configurar parámetros de estilos, fuentes, anchos de línea, entre otros, se realiza de manera similar.

#### Biblioteca de control

La biblioteca control de python es un conjunto de clases y funciones que implementan las operaciones más comunes en sistemas de control, además, posee un módulo de compatibilidad para usuarios de MATLAB que emula las funciones y sintaxis de este lenguaje ("Control Systems Library for Python", 2017). Para crear el modelo de un sistema podemos usar ecuaciones de espacio de estado o funciones de transferencia.

# Biblioteca Scikit-Fuzzy

Scikit-Fuzzy es una colección de algoritmos de lógica difusa con la intención de pertenecer al paquete de herramientas científicas SciPy, esta biblioteca permite diseñar y simular controladores difusos con estructura tipo Mamdani (Warner et al., 2016), no posee un modo para realizar lazos de control o compatibilidad con la biblioteca de control de forma directa, de modo que se tendrían que codificar aparte las rutinas que conformen el lazo cerrado de control.

# CAPÍTULO III MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo se abarcará la metodología a emplear en el desarrollo de esta investigación, se definirá el tipo, diseño y modalidad de la investigación, así como las fases de la misma.

# Tipo de investigación

Tomando en cuenta los objetivos de la investigación y las bases teóricas que la componen se considera que esta investigación es de tipo proyectiva, esto es debido a que se pretende realizar una propuesta concreta para solventar una problemática, Hurtado de Barrera (2010) afirma que:

La investigación proyectiva tiene como objetivo diseñar o crear propuestas dirigidas a resolver determinadas situaciones. Los proyectos de arquitectura e ingeniería, el diseño de maquinarias, la creación de programas de intervención social, el diseño de programas de estudio, los inventos, la elaboración de programas informáticos, entre otros, siempre que estén sustentados en un proceso de investigación, son ejemplos de investigación proyectiva. (p. 133)

# Diseño de la investigación

El diseño de la investigación es no experimental y de tipo transeccional descriptivo, esto es debido a que se describirán los métodos de análisis y diseño de sistemas de control clásicos y difusos, Hernández, Fernández y Lucio (2010) definen la investigación no experimental como:

la investigación que se realiza sin manipular deliberadamente variables. Es decir, se trata de estudios donde no hacemos variar en forma intencional las variables independientes para ver su efecto sobre otras variables. Lo que hacemos en la investigación no experimental es observar fenómenos tal como se dan en su contexto natural, para posteriormente analizarlos. (p.150)

#### Modalidad

Esta investigación se encuentra enmarcada en la modalidad de un proyecto factible, debido a que tiene objetivos para atender una necesidad por medio de unas acciones claramente definidas, Dubs de Moya (2002) afirma que:

un proyecto factible consiste en un conjunto de actividades vinculadas entre sí, cuya ejecución permitirá el logro de objetivos previamente definidos en atención a las necesidades que pueda tener una institución o un grupo social en un momento determinado. Es decir, la finalidad del proyecto factible radica en el diseño de una propuesta de acción dirigida a resolver un problema o necesidad previamente detectada en el medio. (pp. 6-7)

# Fases de la investigación

Fase 1: Estudio de los sistemas de control clásicos y difusos. En esta fase se procederá a realizar los estudios necesarios en el área de los sistemas de control, esto con la idea de abarcarlos en profundidad y tener un entendimiento claro de su funcionamiento y de la matemática implicada, además, se realizará de forma similar un estudio de controladores difusos con estructura Mamdani y de los esquemas de control difuso.

Fase 2: Codificación de rutinas. Para esta fase con los conocimientos adquiridos de la fase 1, se determinarán que rutinas pueden ser ejecutadas solo con las bibliotecas de python y cuales se deberán codificar de cero, además, se codificaran todas las rutinas necesarias para el funcionamiento del laboratorio virtual, para esto, se hará

uso de las bibliotecas externas de cálculo numérico, control, diseño de controladores difusos y salidas gráficas junto con las que se consideren necesarias.

Fase 3: Interfaz gráfica y enlace con rutinas. En esta fase se realizará la interfaz gráfica para el usuario final, esta interfaz gráfica deberá conectarse y adaptarse a las rutinas previamente codificadas en la fase 2 para su funcionamiento adecuado, en orden de tener diseño acorde se tomarán en cuenta los antecedentes presentados en esta propuesta.

*Fase 4: Comparación de resultados*. En esta última fase y con el laboratorio de sistemas de control ya en funcionamiento se procederá a analizar los resultados obtenidos y a compararlos con otras herramientas, la evaluación se realizará en función del resultado esperado, facilidad de implementación, velocidad de ejecución, las ventajas y desventajas de cada una de las herramientas.

# CAPÍTULO IV RESULTADOS

#### Resultados

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut

porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit.

Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam

rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

# CAPÍTULO V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### **Conclusiones**

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut

porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

#### Recomendaciones

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec

ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh

lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

# REFERENCIAS

- APCO-Inc. (s.f.). *Open Loop Tuning Rules Based on approximate process models*. Recuperado el 24 de septiembre de 2019, desde http://educypedia.karadimov.info/library/pidtune2.pdf
- Åström, K. (2002). Control system design lecture notes for me 155a. *Department of Mechanical and Environmental Engineering, University of California Santa Barbara*. Recuperado el 24 de septiembre de 2019, desde http://orion-voyage.com.ua/userfiles/pdf/astrom\_-\_control\_system\_design\_1288292182.pdf
- Casallas, R., Chacón, R. y Rivera, F. P. (2005). Desarrollo básico de un Laboratorio Virtual de Control de Procesos basado en Internet. *Acción pedagógica*, *14*(1), 58-65. Recuperado el 16 de junio de 2019, desde <a href="https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2969002.pdf">https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2969002.pdf</a>
- Congo, J. W. (2018). Aplicaciones del software libre Python para prácticas de laboratorio aplicado a la asignatura de tratamiento digital de señales de la Universidad Tecnológica Israel (Tesis de pregrado, Universidad Tecnológica Israel, Ecuador). Recuperado el 9 de junio de 2019, desde http://157.100.241.244/bitstream/47000/1626/1/UISRAEL-EC-ELDT-378.242-2018-042.pdf
- Control Systems Library for Python. GitHub. Recuperado el 1 de junio de 2019, desde https://python-control.readthedocs.io/en/0.8.2/
- Creus, A. (2010). *Instrumentación Industrial* (8.ª ed.). Barcelona, España: Alfaomega.
- Dorf, R. y Bishop, R. (2011). *Modern control systems* (12.<sup>a</sup> ed.). New Jersey, United States: Prentice Hall.
- Dubs de Moya, R. (2002). El Proyecto Factible: una modalidad de investigación. *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación*, *3*(2). Recuperado el 15 de junio de 2019, desde http://www.redalyc.org/pdf/410/41030203.pdf
- Gómez, J. C. (2009). Toolbox didáctico para el diseño y análisis de sistemas de control lineal. *Revista Educación en Ingeniería*, 4(8), 155-169. Recuperado el 13 de junio

- de 2019, desde http://www.educacioneningenieria.org/index.php/edi/article/download/96/86
- Hairer, E., Nørsett, S. P. y Wanner, G. (1991). *Solving ordinary differential equations I, Nonstiff problems*. Alemania: Springer-Vlg.
- Haugen, F. (2005). Discrete-time signals and systems. Recuperado el 18 de septiembre de 2019, desde http://techteach.no/publications/discretetime\_signals\_systems/discrete.pdf
- Hernández, R., Fernández, C. y Lucio, M. d. P., Baptista. (2010). *Metodología de la investigación* (5.ª ed.). México: Mcgraw-hill.
- Hunter, J. D. (2007). Matplotlib: A 2D graphics environment. *Computing in Science & Engineering*, 9(3), 90-95. Recuperado el 1 de junio de 2019, desde https://ieeexplore.ieee.org/document/4160265
- Hurtado de Barrera, J. (Ed.). (2010). *Guía para la comprensión holística de la ciencia*. Caracas, Venezuela: Fundación Sypal.
- Jones, E., Oliphant, T., Peterson, P. et al. (2001). SciPy: Open source scientific tools for Python. Recuperado el 1 de junio de 2019, desde https://www.scipy.org/scipylib/index.html
- Kuo, B. C. (1996). *Sistemas de control automático* (7.ª ed.). México: Prentice Hall Hispanoamericana.
- Maloney, T. J. (2006). *Electrónica industrial moderna* (5.ª ed.). México: Pearson Educación.
- Martinez, H. (1997). *Métodos Numéricos*. México: Tecnológico de Monterrey. Recuperado el 18 de septiembre de 2019, desde http://www.mty.itesm.mx/dtie/deptos/cb/cb00854-1/Apuntes/HMA/MN06fED.pdf
- Mata, N. C. (1999). Fundamentos prácticos para el control de procesos. Caracas, Venezuela: MCL CONTROL.

- Matute, A. y Bernal, W. (2017). Técnicas de lógica difusa en ingeniería de control. *Ciencia, Innovación y Tecnología*, 3, 125-134. Recuperado el 29 de septiembre de 2019, desde https://jdc.edu.co/revistas/index.php/rciyt/article/view/81
- Nilsson, J. W. y Riedel, S. A. (2005). *Circuitos eléctricos* (7.ª ed.). Madrid, España: Pearson Educación.
- Ogata, K. (2003). *Ingeniería de control moderna* (5.ª ed.). Madrid, España: Pearson Educación.
- Oliphant, T. (2006). NumPy: A guide to NumPy. USA: Trelgol Publishing. Recuperado el 31 de mayo de 2019, desde http://www.numpy.org/
- Ponce, P. C. (2010). *Inteligencia artificial con aplicaciones a la ingeniería*. México: Alfaomega.
- Riid, A. (2002). *Transparent Fuzzy Systems: modelling and control* (Tesis doctoral, Tallinn Technical University, Tallinn, Estonia). Recuperado el 14 de junio de 2019, desde https://www.researchgate.net/publication/34752921\_Transparent\_Fuzzy\_Systems\_Modeling\_and\_Control
- Ritschel, T. (2013). *Numerical Methods For Solution of Differential Equations* (Tesis de bachillerato, Technical University of Denmark, Dinamarca). Recuperado el 5 de septiembre de 2019, desde http://www2.imm.dtu.dk/pubdb/views/edoc\_download. php/6607/pdf/imm6607.pdf
- Rogan, J. y Muñoz, V. (s.f.). PROGRAMACION Y METODOS NUMERICOS. *Departamento de Física*, *Universidad de Chile*. Recuperado el 18 de septiembre de 2019, desde https://macul.ciencias.uchile.cl/~vmunoz/homepage/cursos/programacion\_avanzada/2012/mfm0-09.pdf
- Salazar, L. J. (2019). Diseño de un sistema de riego inteligente para cultivos de hortalizas basado en Fuzzy Logic en la granja la pradera de la Universidad Técnica del Norte (Tesis de pregrado, Universidad Técnica del Norte, Ecuador). Recuperado el 8 de junio de 2019, desde http://repositorio.utn.edu.ec/jspui/bitstream/123456789/9137/1/04%5C%20RED%5C%20219%5C%20TRABAJO%5C%20DE%5C%20GRADO.pdf

- Sánchez, J. A. (2003). *Control avanzado de procesos:(teoría y práctica)*. Madrid, España: Ediciones Díaz de Santos.
- Smith, C. A. y Corripio, A. B. (1985). *Principles and practice of automatic process control* (2.ª ed.). New York, United States: Wiley New York.
- Suárez, M. Á. (2014). *Ciencias e Ingeniería para estudiantes de Python*. Recuperado el 7 de junio de 2019, desde https://www.researchgate.net/publication/313664762\_Ciencias\_e\_Ingenieria\_para\_estudiantes\_de\_Python
- Van Rossum, G. (2017). El tutorial de Python. Recuperado el 15 de junio de 2019, desde http://docs.python.org.ar/tutorial/pdfs/TutorialPython3.pdf
- Warner, J., Sexauer, J., twmeggs, S., A. M., Unnikrishnan, A., Castelão, G., . . . Mishra, H. (2016). Scikit-Fuzzy: fuzzy logic library for python. Github. Recuperado el 16 de junio de 2019, desde https://github.com/scikit-fuzzy/scikit-fuzzy

# [Anexo A]

## [Titulo del anexo]

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

## [Anexo B]

# [Titulo de otro anexo]

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.