

EXAMEN FINAL
ANÁLISIS NUMÉRICO I / ANÁLISIS NUMÉRICO
25/02/2025

Apellido y Nombre:

Carrera:

Condición:

Cantidad de hojas (sin contar hoja de enunciados):

Nota: Todos los desarrollos deben estar debidamente justificados.

Práctico						Teórico			Lab.		
1	2	3	4	Libre	Total	1	2	Total	Total	Total	NOTA

Parte Práctica

1. Se quieren aproximar los siguientes datos por un modelo de la forma $y = be^{ax}$.

x	0	1	2	3
y	2	5	11	25

- Explique qué transformación debe aplicarse sobre los datos para llevar este modelo a un modelo lineal.
- Escriba la fórmula del error cuadrático para el nuevo modelo.
- Calcule los coeficientes del modelo lineal que mejor aproxima en el sentido de cuadrados mínimos.
- Indique los coeficientes para el modelo original.

2. Resuelva el siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && -x - 2y \\ &\text{sujeto a} && x + y \leq 4, \\ &&& -2x + y \leq 2, \\ &&& 2x + y \leq 6, \\ &&& -\frac{1}{2}x + y \geq 1. \end{aligned}$$

3. Considere:

$$\begin{cases} 10x_1 - x_2 & = 9 \\ -x_1 + 10x_2 - 2x_3 & = 7 \\ -2x_2 + 10x_3 & = 6 \end{cases}$$

- Deduzca la iteración de Jacobi para resolver el sistema lineal.
- ¿Es la sucesión generada convergente para cualquier punto inicial? Justifique su respuesta.

4. Determine el paso h para aproximar la integral

$$\int_4^8 x^2 e^{-x} dx$$

con un error menor o igual a 10^{-4} utilizando la regla de Simpson compuesta.

5. **(Sólo alumnos libres)** Sea $f(x) = (x^2 - 4)(x - 3)(x + 1)$. Para cada intervalo dado, determine a qué raíz de $f(x)$ converge el método de bisección, justificando adecuadamente su respuesta.

(a) $[-2.5, -0.5]$

(b) $[1.5, 2.5]$

(c) $[-3, 2.5]$

Parte Teórica

1. a) Defina una función spline en general.
b) Defina un spline cúbico natural argumentando por qué se eligen 2 condiciones extra en los bordes del intervalo.
2. a) Explique qué es un método de punto fijo y cuáles son las condiciones para que converja.
b) Muestre que el método de Newton es de orden 2 pensándolo como método de punto fijo.