

Autómata Celular 2D y 3D

Autores

Duffau, Teófilo Manuel (54151) tduffau@itba.edu.ar

Lynch, Ezequiel (54172) elynch@itba.edu.ar

Simulación de Sistemas

Comisión S - Prof. Daniel Parisi

26 de marzo de 2019

Indice

Autores	1
Simulación de Sistemas	1
Comisión S - Prof. Daniel Parisi	1
26 de marzo de 2019	1
Indice	2
Introduccion	3
Modelo	4
Implementación	5
Resultados	6
Resultados: Sistemas 2D	7
Regla 2333 (Conway's Game of Life)	7
Regla 2336 (HighLife)	11
Regla 3422	14
Regla 3434	17
Resultados: Sistemas 3D	20
Regla 4555	20
Regla 5746	23
Regla 5766	26
Conclusiones	29
Bibliografia	30

Introduccion

Un autómatas celular es un modelo matemático de un sistema dinámico en pasos discretos¹. Los sistemas que son modelados son aquellos en los que se tienen partículas muy simples que interactúan con sus vecinos para cambiar de estado.

En este informe se describen sistemas en los que cada partícula tiene dos estados, viva o muerta. Cada partícula interactúa con sus 8 o 26 vecinos inmediatos, dependiendo si el sistema es de 2 dimensiones o 3, en una grilla cuadrada en la que cada celda equivale únicamente a una partícula. En cada paso temporal, las partículas vivas continúan vivas si la cantidad de vecinos que tiene vivos pertenece a un intervalo dado por la regla que se utilizó, o muere si no, y las partículas no vivas nacen si la cantidad de vecinos vivos con los que interactúa pertenece a un intervalo dado por la regla.

Esta regla es del tipo "2333", en la que los primeros 2 números equivalen al intervalo de supervivencia y los últimos 2 números al intervalo de nacimiento. Por ejemplo, con 2333, se tienen los intervalos $[2,3]$ y $[3,3]$ lo que significa que las partículas que tengan entre 2 y 3 vecinos vivos y estén vivas, sobrevivirán, y las partículas muertas que tengan entre 3 y 3 vecinos vivos nacerán.

¹ https://es.wikipedia.org/wiki/Aut%C3%B3mata_celular, 25/03/2019

Modelo

En nuestro modelo existen 3 clases principales: las LifeParticles, las Grids y la clase Simulator.

Las LifeParticles están divididas en 2D y 3D, y son las que mantienen la información de cada partícula, como su estado, su posición, su cantidad de vecinos vivos y su distancia al centro del espacio.

Las Grids también están divididas en 2D y 3D, y son las que mantienen el estado de la grilla y las partículas que hay en ella. La grilla interior es una matriz de LifeParticles. Se encarga de calcular la cantidad de vecinos vivos de cada partícula como también de sus distancias al centro. También tiene la función de popular la grilla con una entrada de una lista de partículas.

El simulator es la clase que lleva a cabo los cambios temporales según las reglas. Se inicializa con una grilla y una cantidad de pasos a simular y devuelve una lista de partículas vivas por cada paso temporal.

Implementación

Para el cálculo de vecinos cada partícula chequea con 4 de sus vecinas si están vivas o no, éstas siendo las 3 a su derecha y la que se encuentra superior a ella. Si la partícula es de un sistema en 3D, entonces también chequea con las 9 que se encuentran exactamente a 1 nivel profundidad mayor. De esta forma cada partícula chequea con la mitad de sus vecinos y los vecinos con los que no chequeó luego lo hacen y se ahorra la mitad de los cálculos.

Para popular la grilla primero se crea una lista de partículas vivas posicionadas en un espacio acotado del espacio total con una densidad del 50% del espacio acotado. Estas partículas se agregan a la grilla luego y se crean las partículas vecinas a cada una que no estuvieran vivas, entonces la grilla inicial final es una grilla con partículas vivas rodeadas de partículas muertas y el resto de la grilla en null. De esta forma en los sistemas con reglas como el de la vida ("2333") que no son expansivos, no tienen que calcular si nacen partículas que no tienen ningún vecino vivo.

La simulación consta de un bucle que popula la grilla, luego calcula los vecinos y por último crea una nueva lista de partículas según las que tienen que sobrevivir y las que renacen. Esta lista de partículas es la entrada de la función de popular del paso siguiente. Una vez terminada la simulación, se retornan las listas de partículas vivas guardadas en una lista y con ellas se generan archivos de Ovito para su visualización y archivos de estadísticas con información como la cantidad de partículas por paso, la media y el desvío estándar de la distancia máxima al centro y la distancia de la partícula más alejada del centro.

Resultados

De cada sistema se analizó la variación de la cantidad de partículas vivas en cada paso, el promedio de la distancia de las partículas al centro del espacio y la distancia de la partícula más lejana al centro. Los sistemas analizados fueron para 2 dimensiones el 2333 (el juego de la vida de Conway), el 3422, el 3434 y el 2336 (también conocido como HighLife²), y para 3 dimensiones fueron utilizados el 5766[1], el 4555[1] y el 5746.

² <http://www.conwaylife.com/wiki/HighLife>, 25/03/2019

Resultados: Sistemas 2D

Regla 2333 (Conway's Game of Life)

Para el sistema con regla 2333, se realizaron 25 simulaciones en una grilla de 250x250 y con celdas inicializadas entre [62,187]x[62,187] (lo que equivale al cuadrado central con largo altura / 2) con una probabilidad de estar viva del 50%.

En la figura 1 y 2, se muestra la distancia de la celda viva más lejana al centro, o radio. En este sistema, que no es expansivo (como la figura 3 y 4 presentan), el radio aumenta linealmente a lo largo del tiempo. Esto se debe a que el sistema tiene la particularidad de que existen unos conjuntos de celdas llamados gliders³ que son muy comunes en inicializaciones al azar y que se desplazan por el espacio en diagonal. Por esto se observó la distancia promedio de las celdas al centro (figura 5 y 6) que nos prueba que el radio se agranda por los gliders dado que el radio entre las 25 simulaciones tiene una forma muy levemente creciente por lo que comparado con el radio que es visiblemente creciente se puede asumir que el aumento del radio se debe a pocas partículas y no a que el sistema se expandió.

Dado que el sistema requiere unas generaciones para estabilizarse de la configuración inicial, para calcular una pendiente acorde al crecimiento del radio se tomó a partir de la iteración 100, y como en nuestra simulación el espacio es acotado y los gliders mueren cuando llegan al borde, se tomó hasta la iteración 250. Con estos dos puntos los cuales son el (100, 102) y el (250, 132) se puede calcular una pendiente de 0.2.

³ <http://www.conwaylife.com/wiki/Glider>, 25/03/2019

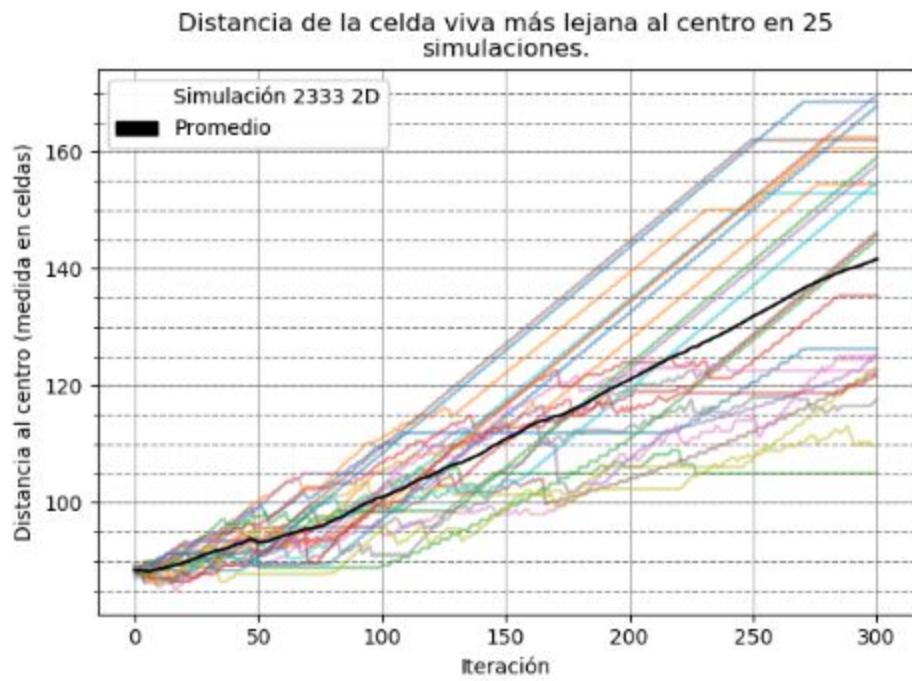


Figura 1

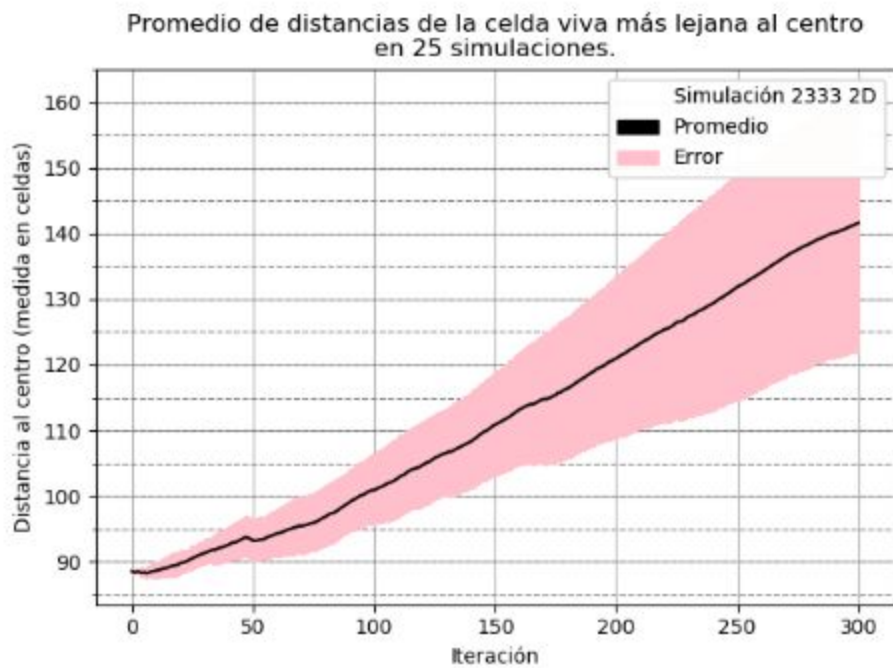


Figura 2

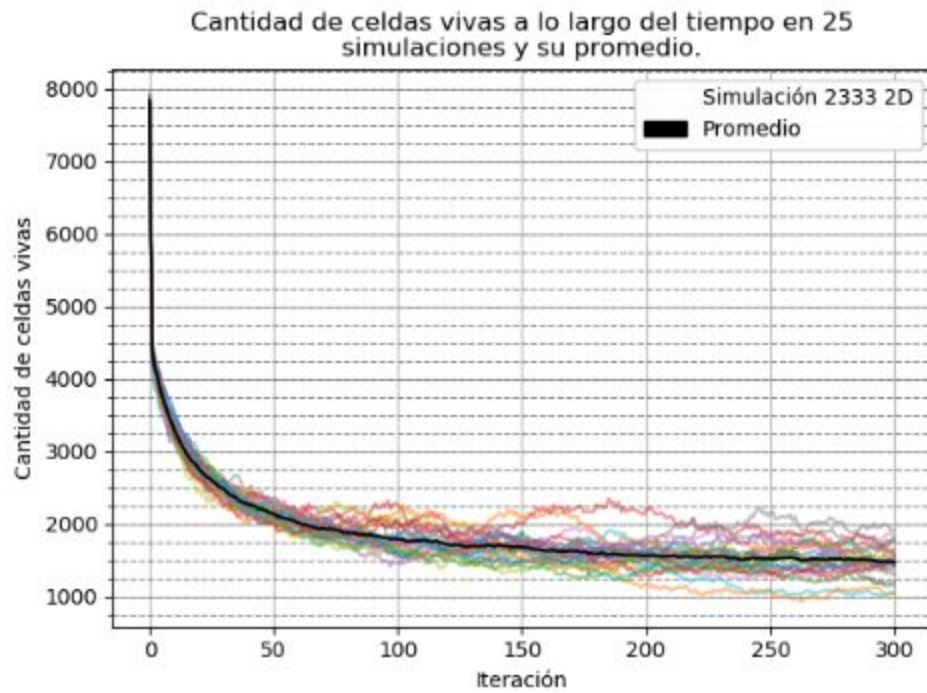


Figura 3

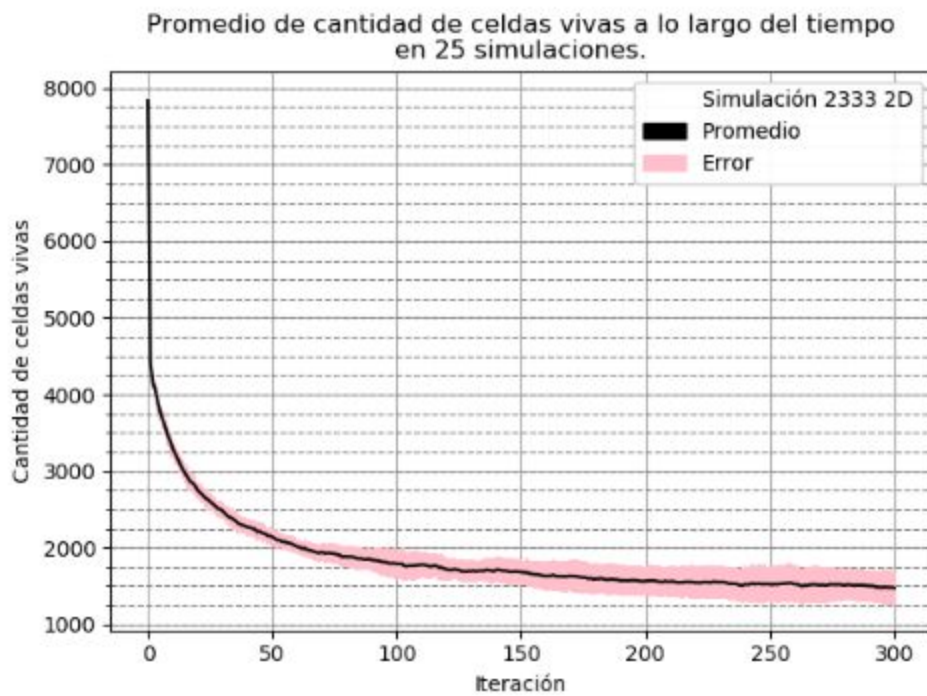


Figura 4

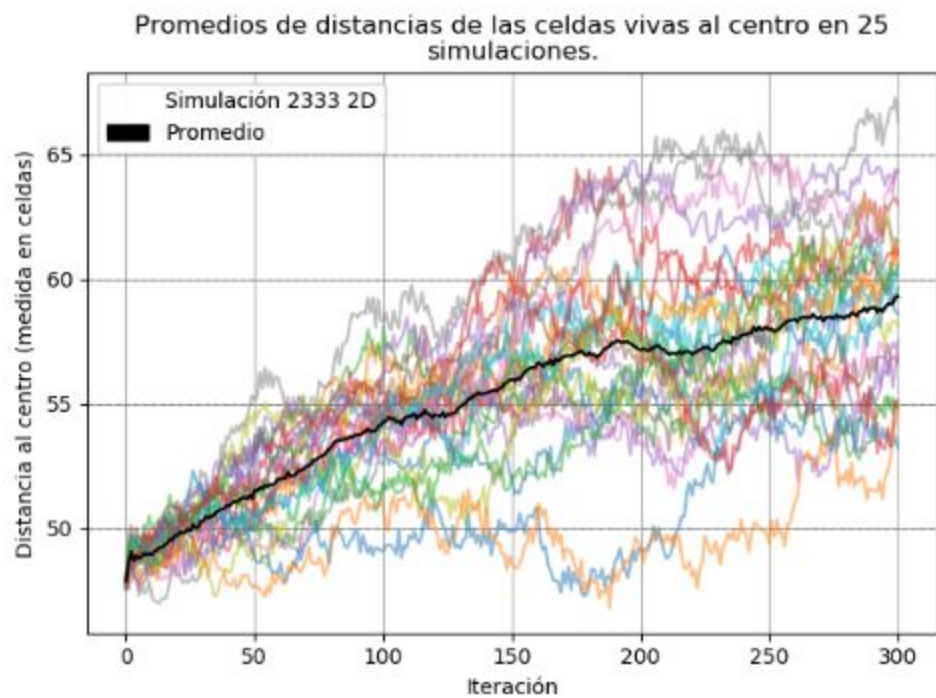


Figura 5

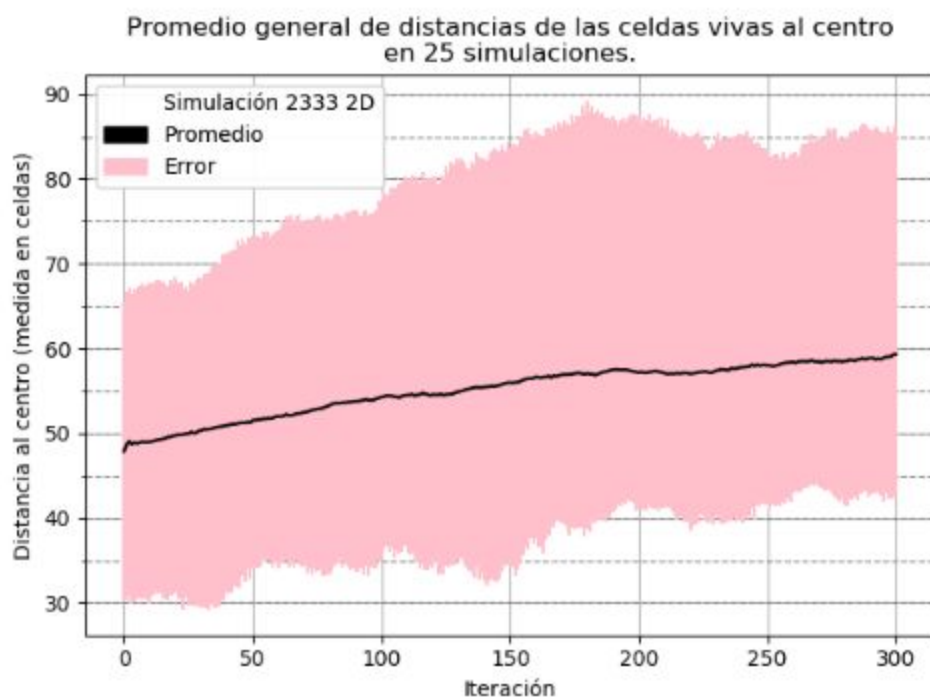


Figura 6

Regla 2336 (HighLife)

El sistema 2336 o HighLife es un sistema expansivo exponencialmente como se ve en la figuras 9 y 10. Para este sistema se utilizaron las mismas configuraciones que para el 2333 con la variación del cuadrado central inicial que es de un largo de altura / 4. En este sistema no se observan gliders ya que este se expande con todas las celdas más lejanas. El radio aumenta para todos los ángulos del centro, no solamente para donde se haya creado un glider como en el 2333.

Dado que este sistema se estabiliza muy rápido se puede tomar como punto de partida el primer paso para calcular una pendiente de la recta de crecimiento del radio (figuras 7 y 8). Tomando (0, 45) y (300, 120) se obtiene una pendiente de 0.25. Esto nos da un resultado mayor al del sistema anterior porque crece para todos lados y porque no depende de la creación de gliders para ello. En el 2333, hubo simulaciones que no tuvieron gliders por lo que redujeron el crecimiento promediado.

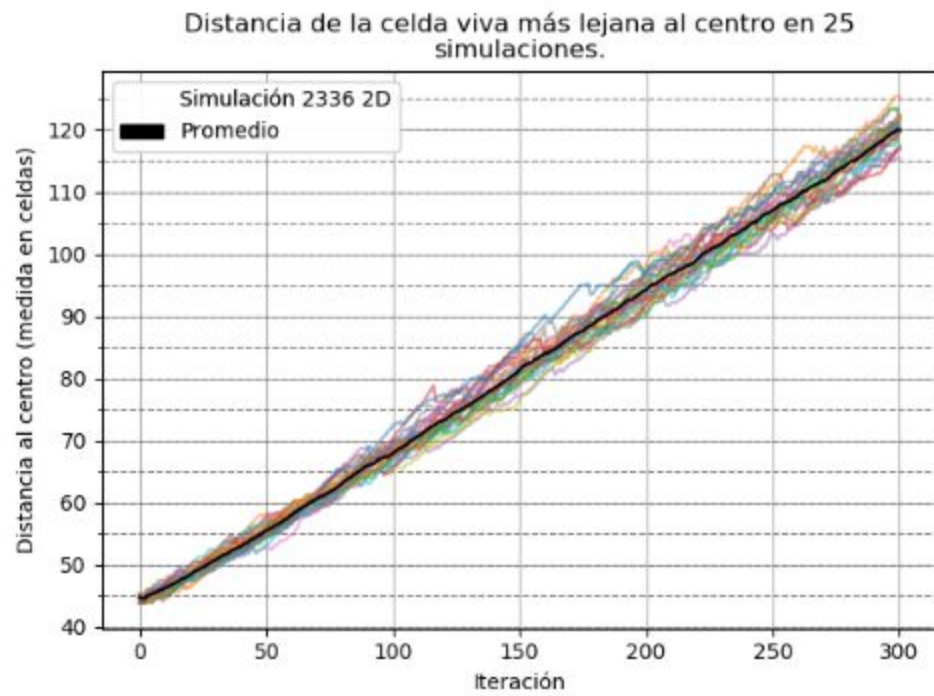


Figura 7

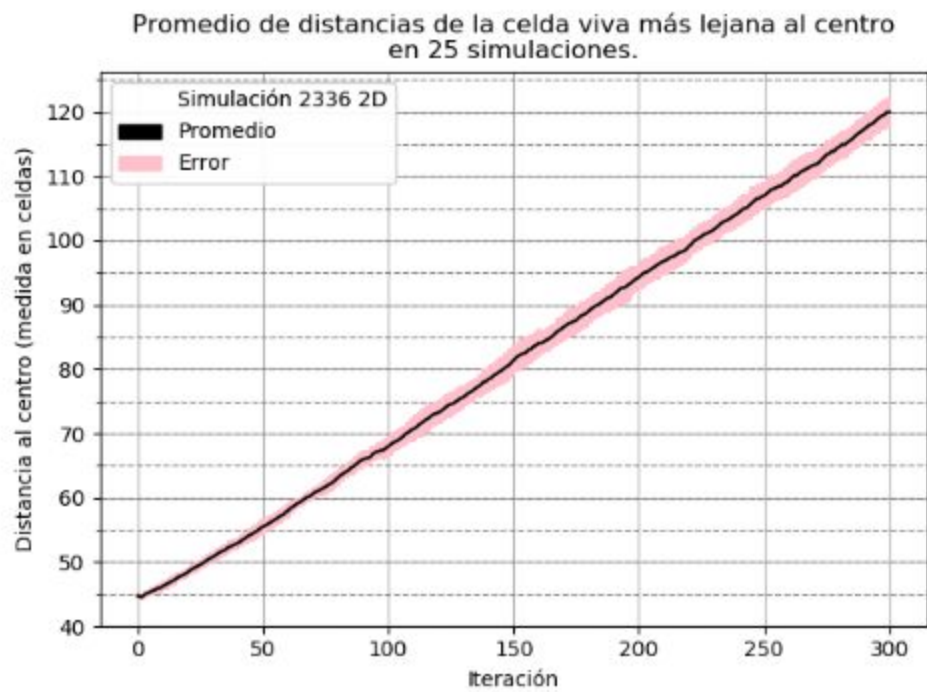


Figura 8

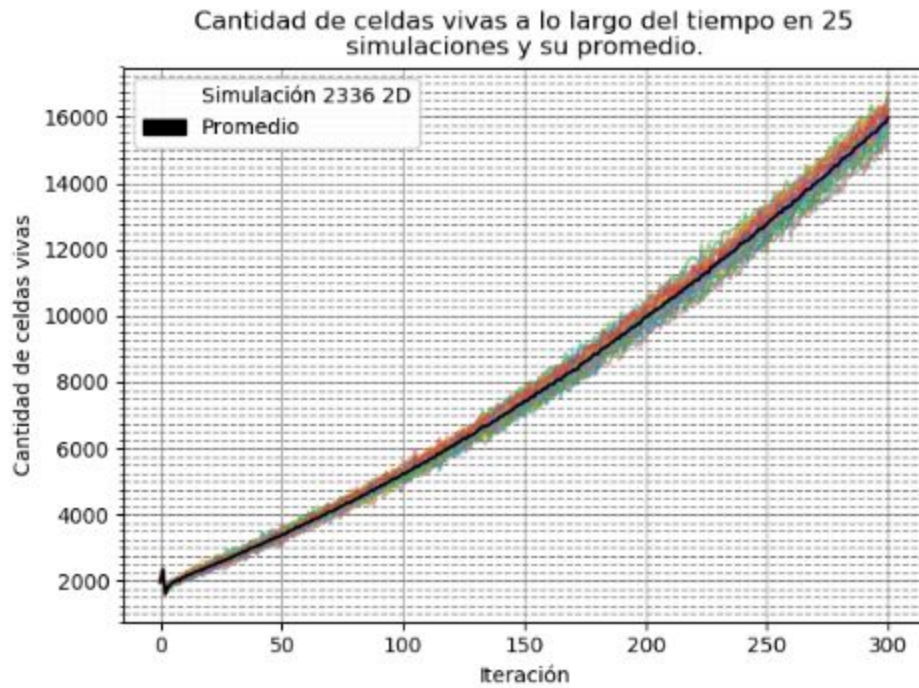


Figura 9

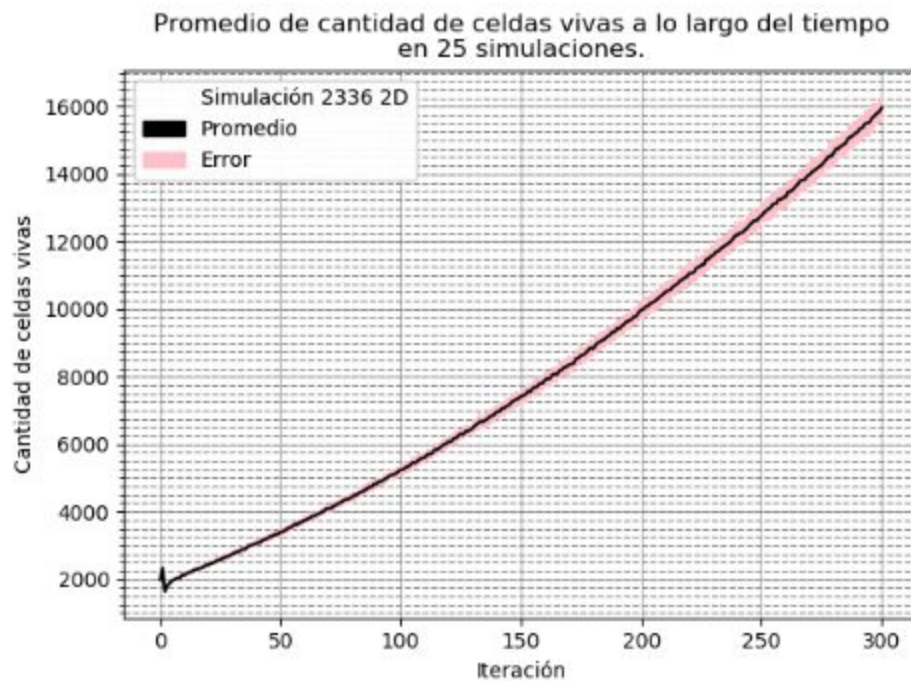


Figura 10

Regla 3422

Para el sistema 3422, que es un sistema “inventado” por nosotros, fue simulado con la misma configuración inicial que el sistema 2333.

Este sistema es similar al 2336 en cuanto a su expansividad (figuras 15 y 16) y en cuanto a la crecida del radio (figuras 13 y 14). La estancación en la iteración 150 se debe a que el cuadrado central inicial fue muy grande y el sistema se expandió rápidamente hasta los bordes del espacio.

Tomando los puntos (0,88) y (120,170) de la figura 13, se obtiene una pendiente de crecimiento de $41/60 \approx 2/3$, lo que hace del sistema el más rápido en expandirse (de los investigados).

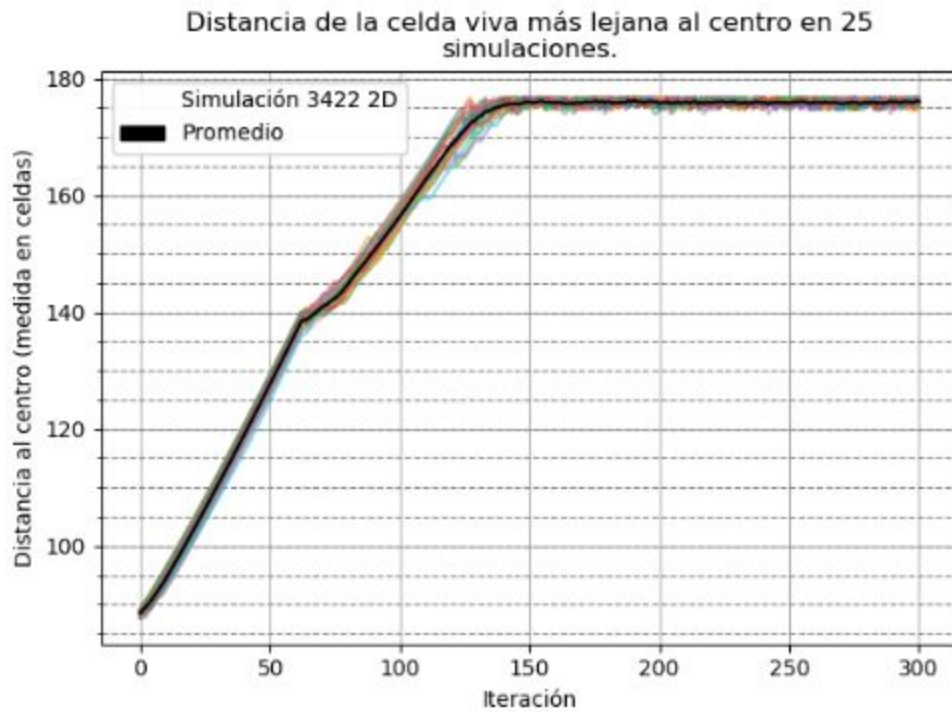


Figura 13

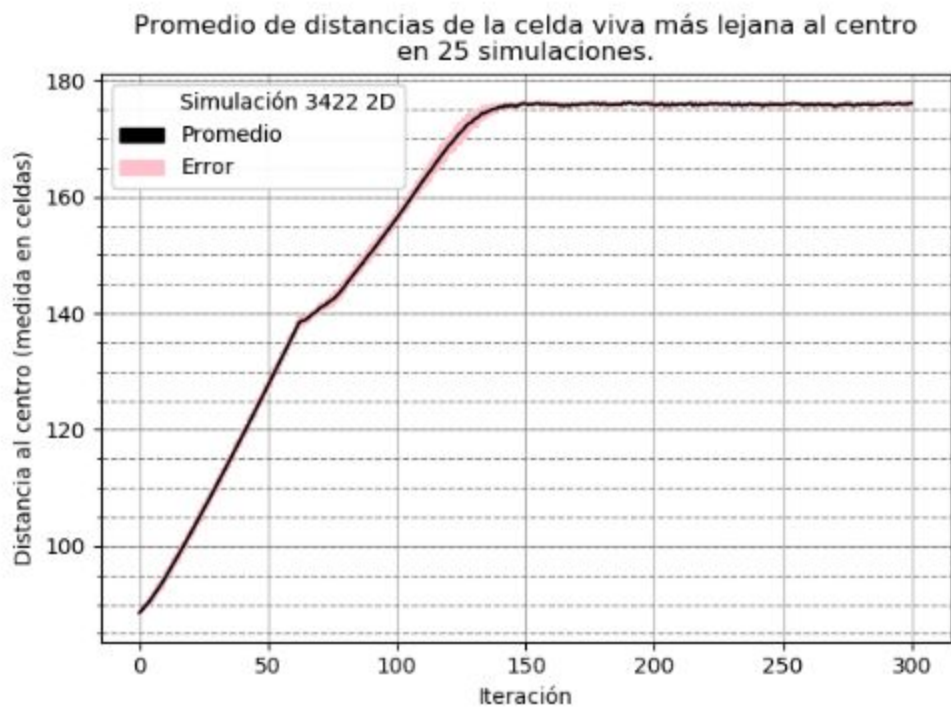


Figura 14

Cantidad de células vivas a lo largo del tiempo en 25 simulaciones y su promedio.

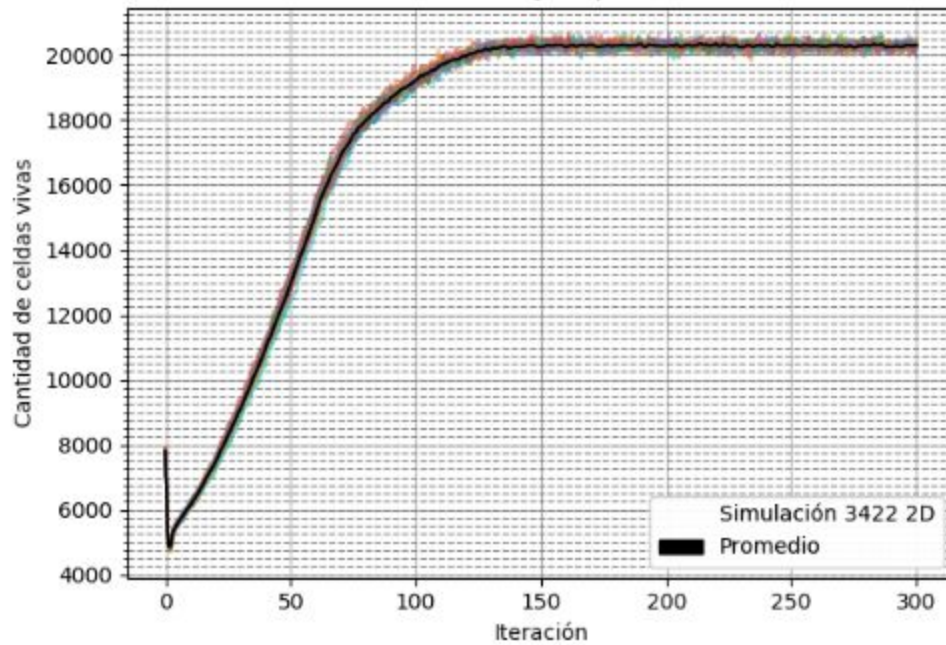


Figura 15

Promedio de cantidad de células vivas a lo largo del tiempo en 25 simulaciones.

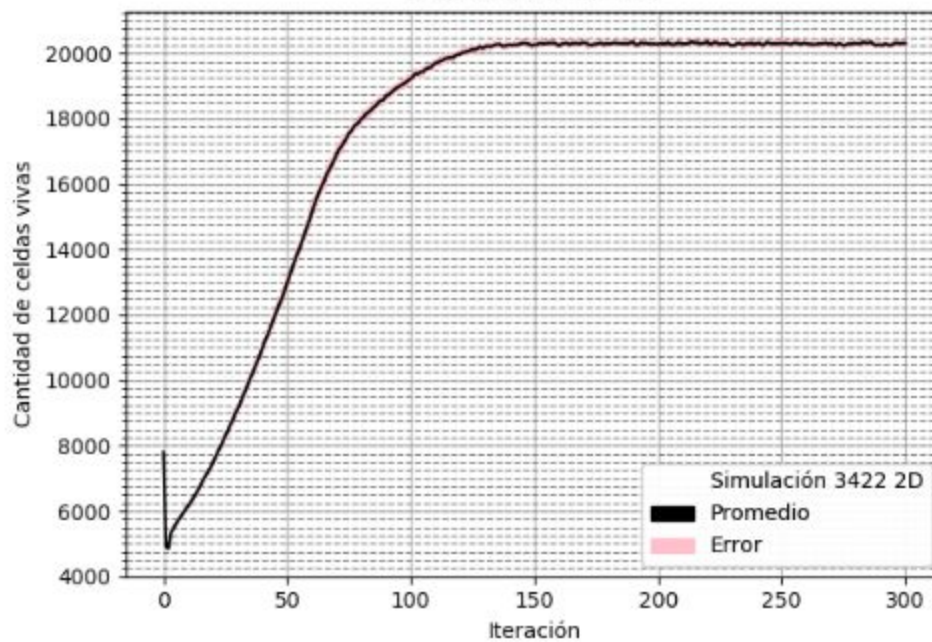


Figura 16

Regla 3434

El sistema 3434 es otro sistema elegido al azar y demuestra un crecimiento expansivo como los dos anteriores (figuras 21 y 22). Las configuraciones iniciales fueron iguales a las del 2336.

Si bien el sistema es expansivo, no es tan rápido como el 2336. Utilizando los puntos (0,40) y (300, 99) de las figuras 19 y 20, calculamos una pendiente de crecimiento de radio de $59/300 \approx 1/5$, lo que se compara con el crecimiento del 2333.

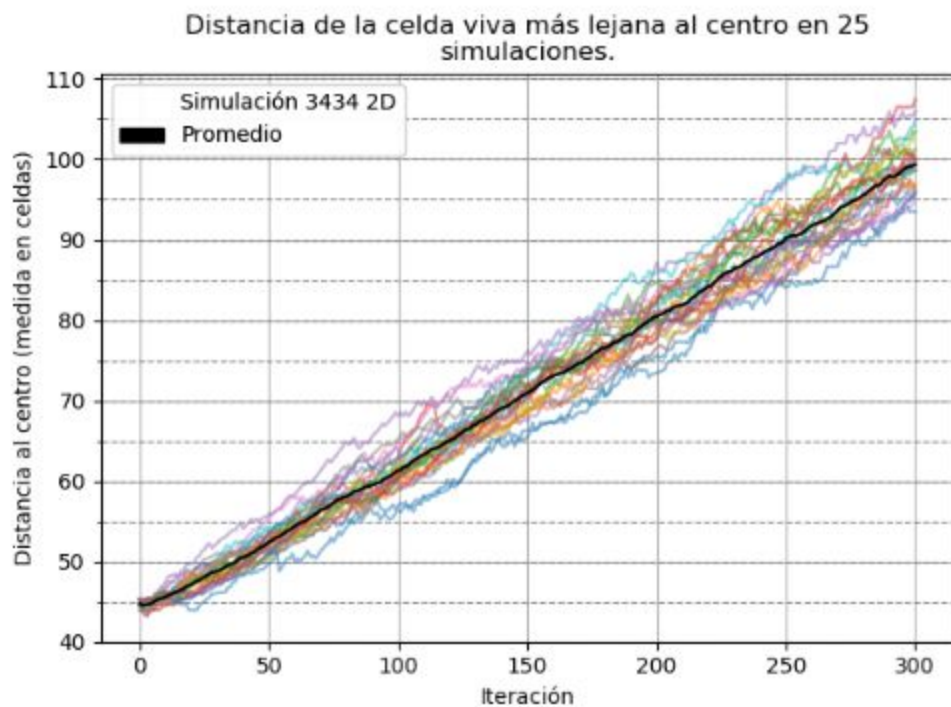


Figura 19

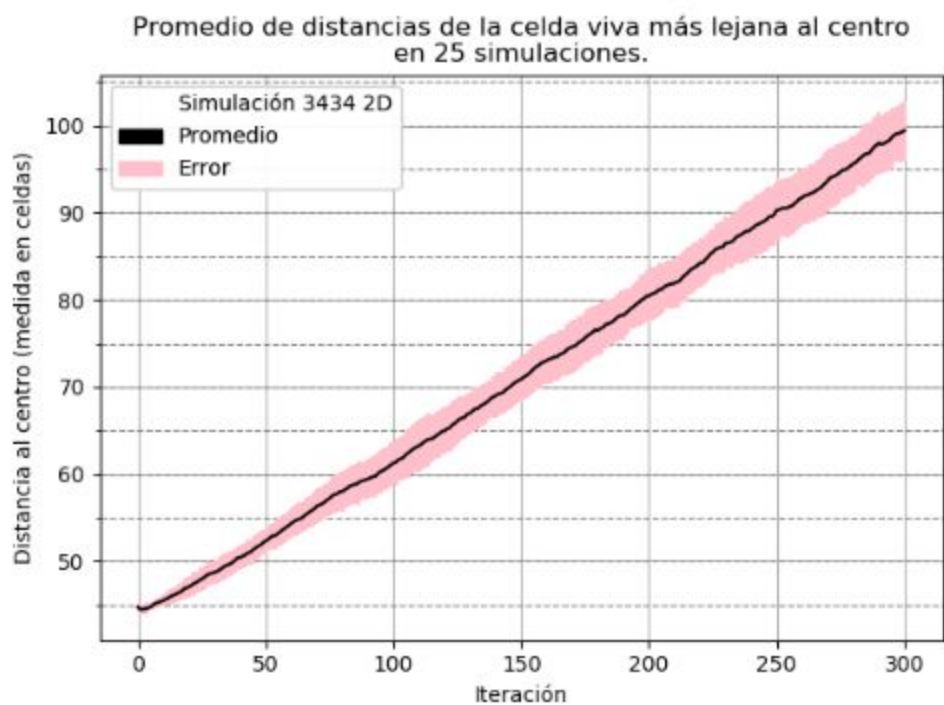


Figura 20

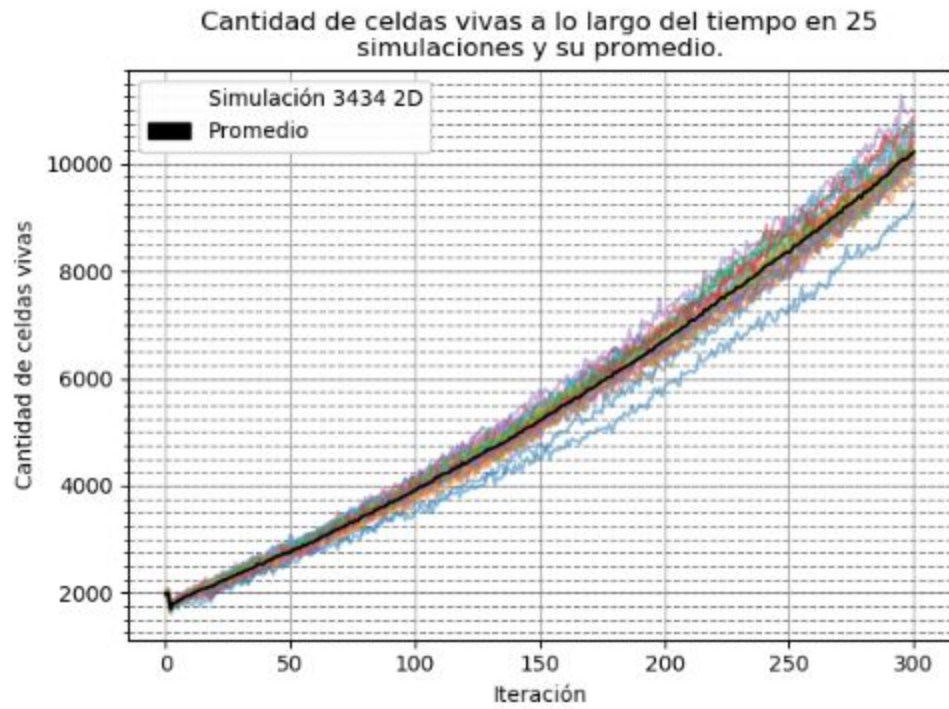


Figura 21

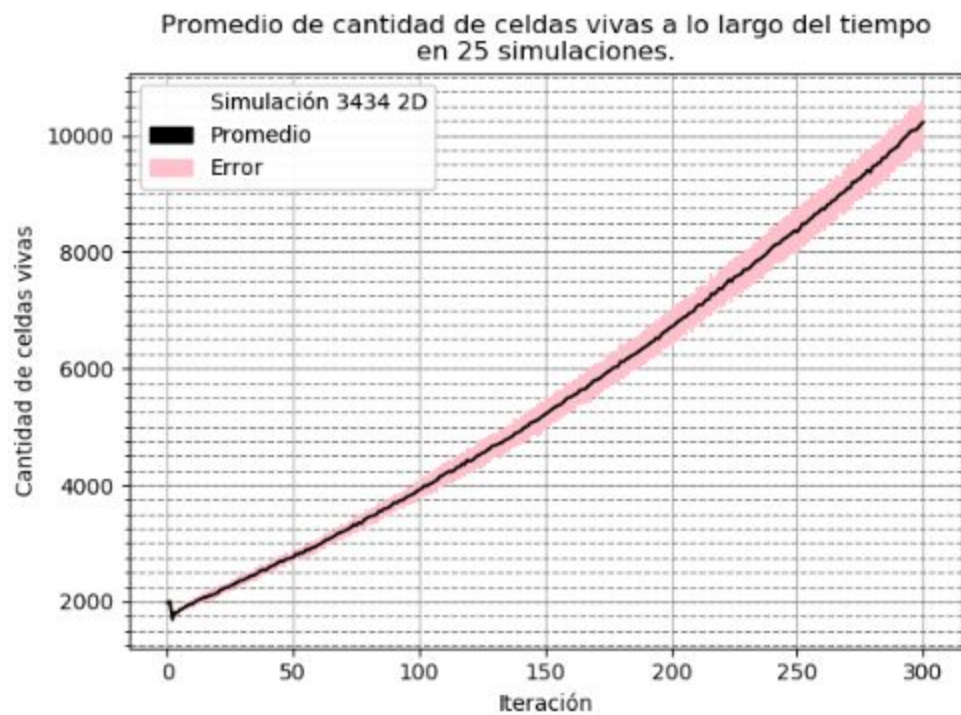


Figura 22

Resultados: Sistemas 3D

Regla 4555

Este sistema es uno de los candidatos para el juego de la vida en 3D encontrados por la investigación de Carter Bays[1], por eso decidimos estudiarlo. Para las configuraciones de los sistemas 3D se utilizó un cubo de 100 de lado como espacio y un cubo central de 25 de lado donde se inicializaron las partículas y se simularon 100 iteraciones por sistema.

Los sistemas 3D encontramos que eran o expansivos o que morían muy rápido dejando algunas partículas estables. El 4555 es un sistema que si bien como menciona la investigación anterior tiene sus particularidades similares al juego de la vida en 2D, como por ejemplo que existe un glider, en simulaciones al azar, la probabilidad es baja de ocurrir y también es baja la probabilidad de que se formen conjuntos de partículas que sean estables o perduren por mayor cantidad de iteraciones. Las figuras 27 y 28 muestran la abrupta baja de partículas vivas a lo largo del tiempo. Las figuras 25 y 26 muestran cómo el crecimiento del radio no tiene una función que la aproxime, demuestra que en este caso el radio depende de donde se creen las partículas y eso se genera aleatoriamente y que se estanca cuando solo quedan las partículas estables.

Distancia de la celda viva más lejana al centro en 25 simulaciones.

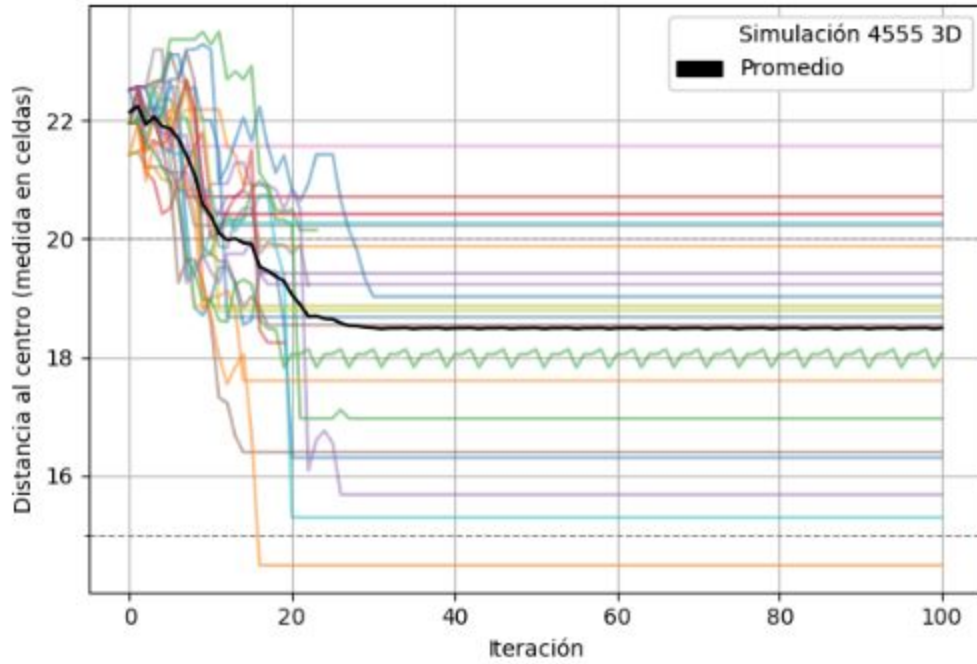


Figura 25

Promedio de distancias de la celda viva más lejana al centro en 25 simulaciones.

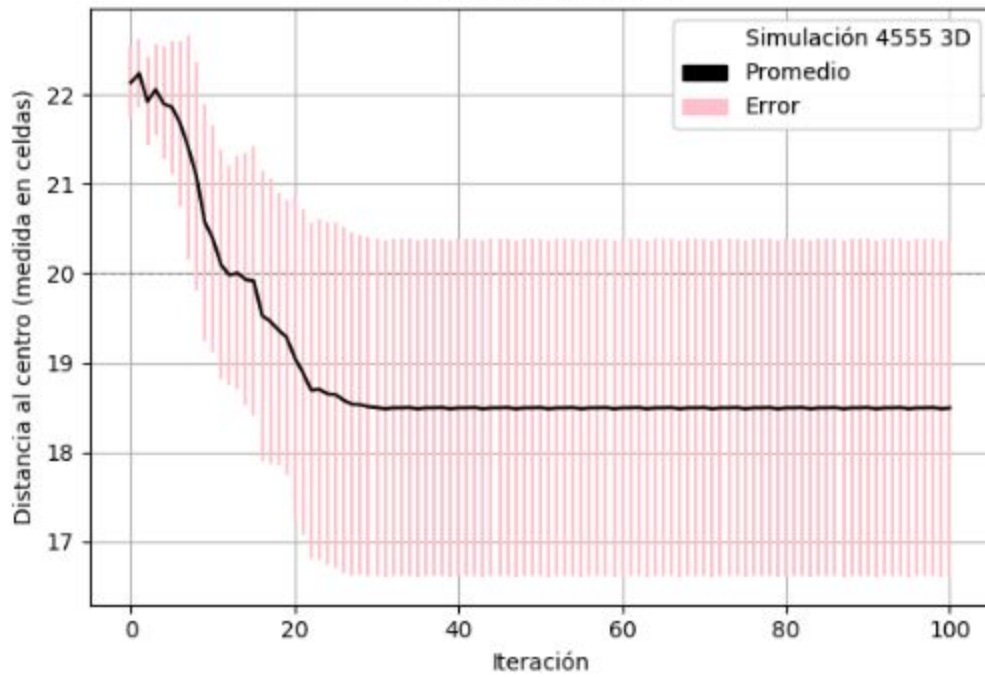


Figura 26

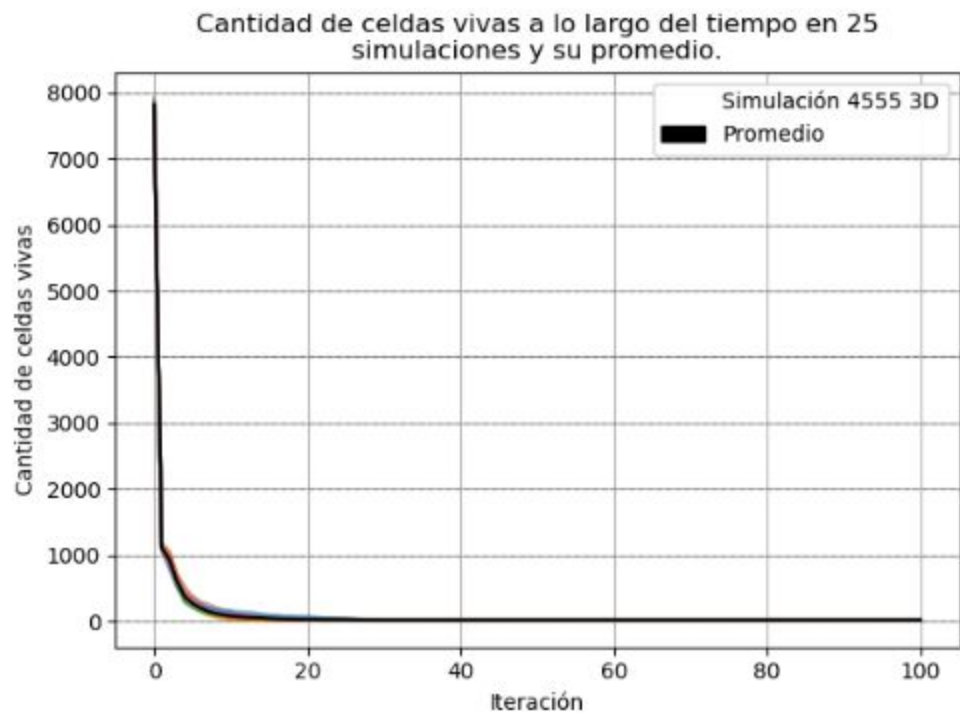


Figura 27

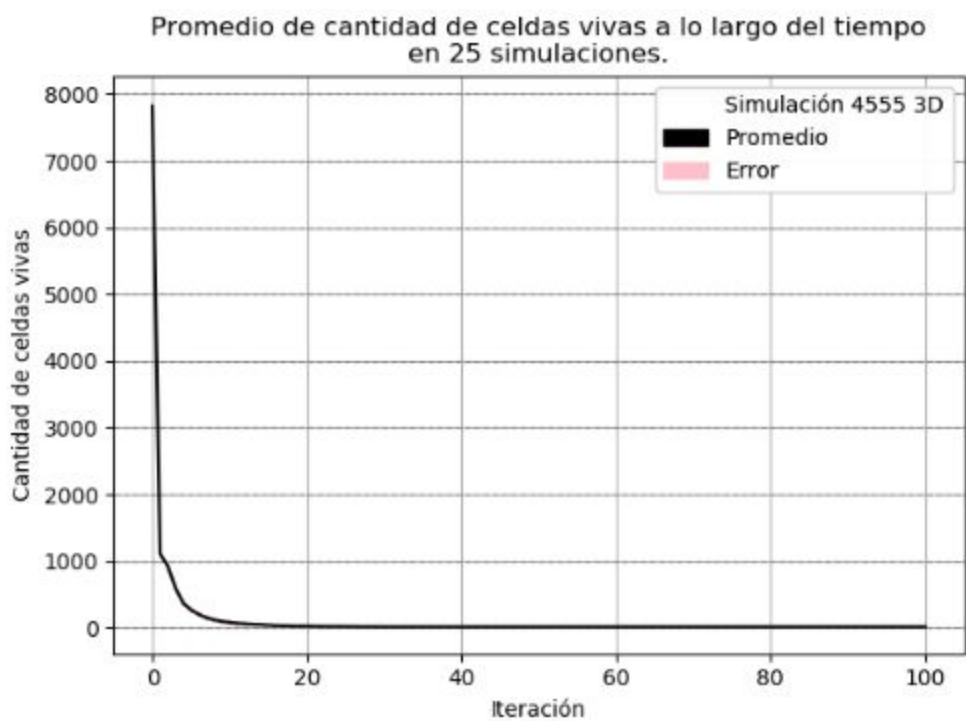


Figura 28

Regla 5746

Este sistema es un sistema expansivo encontrado por nosotros. Como es un sistema que se expande indefinidamente y rápidamente, la simulación se llevó a cabo en un espacio cúbico de 50 celdas de largo. Se puede ver en las figuras 31 y 32 como rápidamente se expande hasta que llega al borde del espacio en 40 iteraciones. Tomando de las figuras 29 y 30 los puntos (0,12) y (40, 45) el resultado de calcular la pendiente de crecimiento del radio es de $33/40$ o 0.825. Es más rápida la expansión que en el mayor sistema 2D.

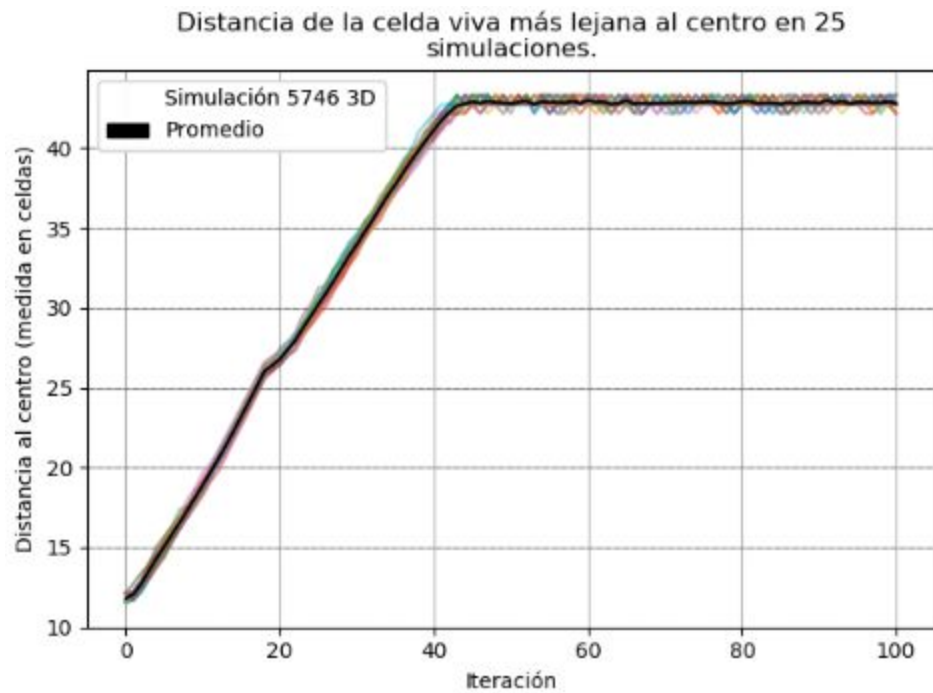


Figura 29

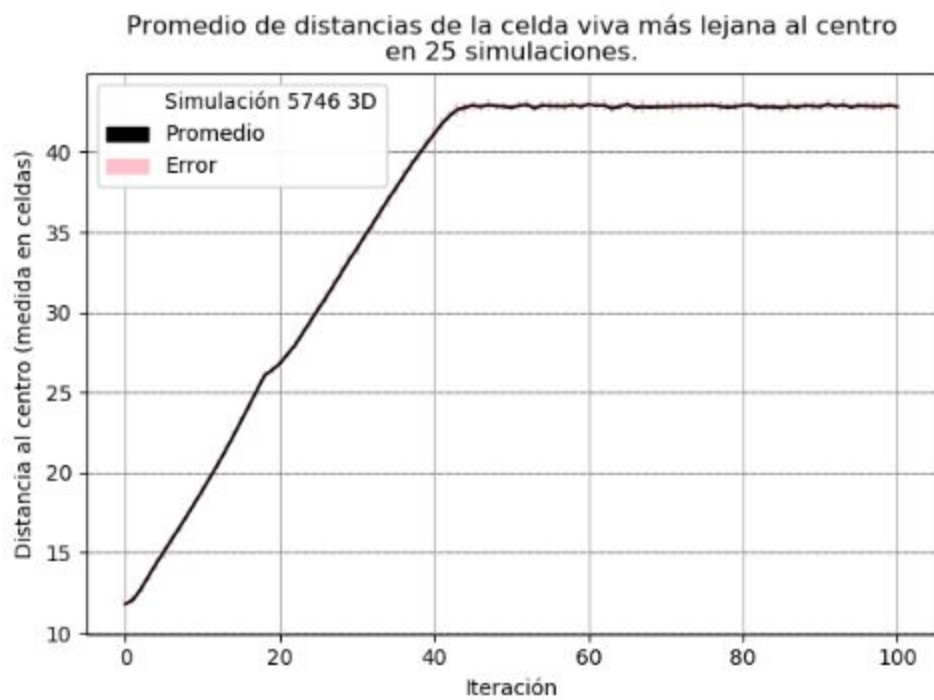


Figura 30

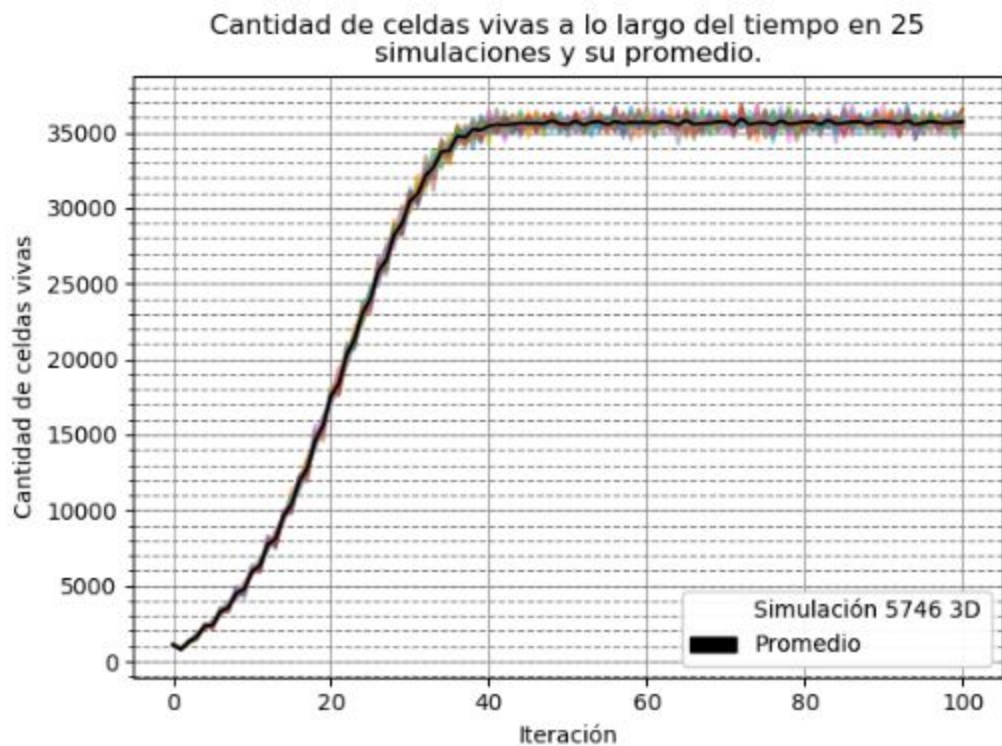


Figura 31

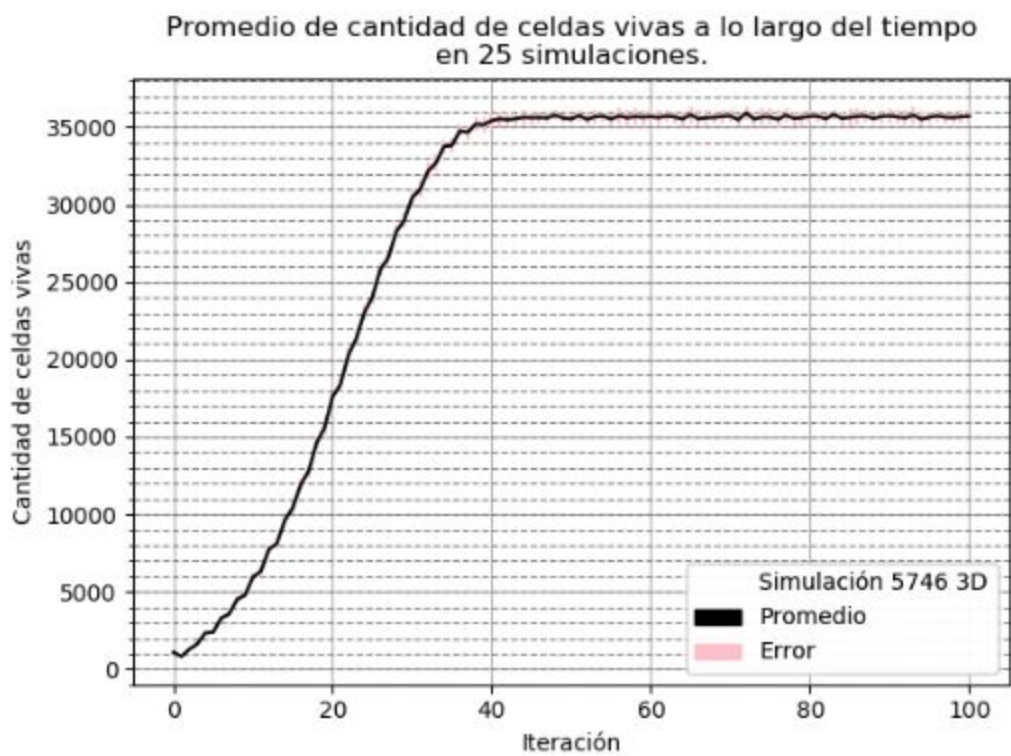


Figura 32

Regla 5766

Al igual que el sistema 4555, este es uno de los candidatos de [1] y como ambos son relativamente parecidos, en cuanto a lo investigado en ese extracto, los resultados no fueron muy distintos. A diferencia del 4555, en las 25 simulaciones de este sistema, se creó un glider como se puede observar en la figura 33 (la simulación verde que crece hacia el final). En cuanto a la cantidad de partículas ocurre lo mismo que ocurre con el 4555, en el que la cantidad disminuye drásticamente hasta que solo quedan pequeños objetos estables.

Distancia de la celda viva más lejana al centro en 25 simulaciones.

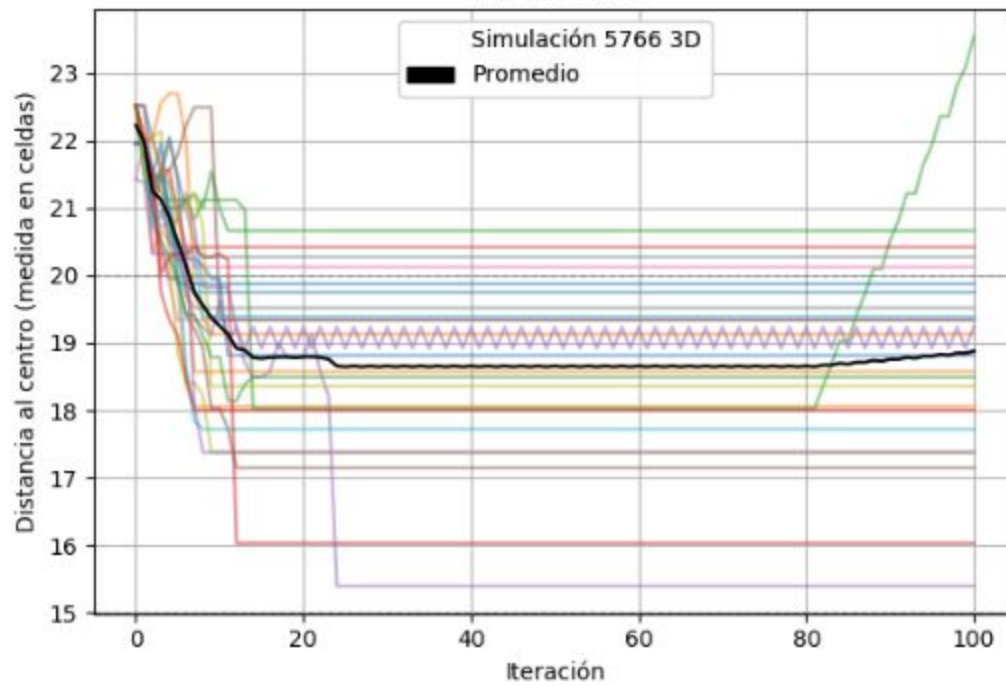


Figura 33

Promedio de distancias de la celda viva más lejana al centro en 25 simulaciones.

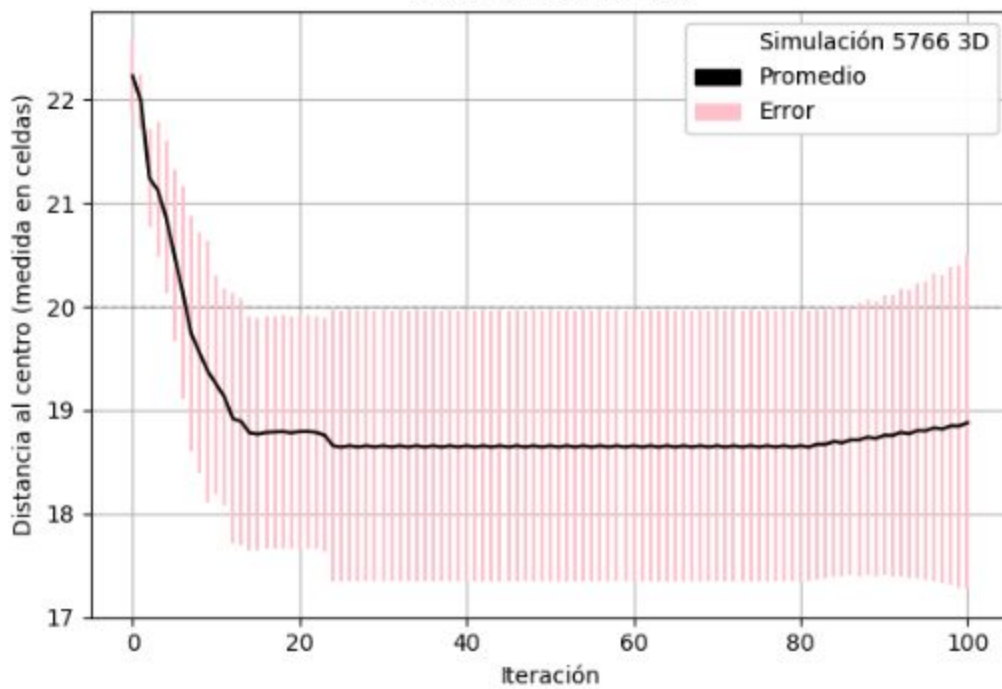


Figura 34

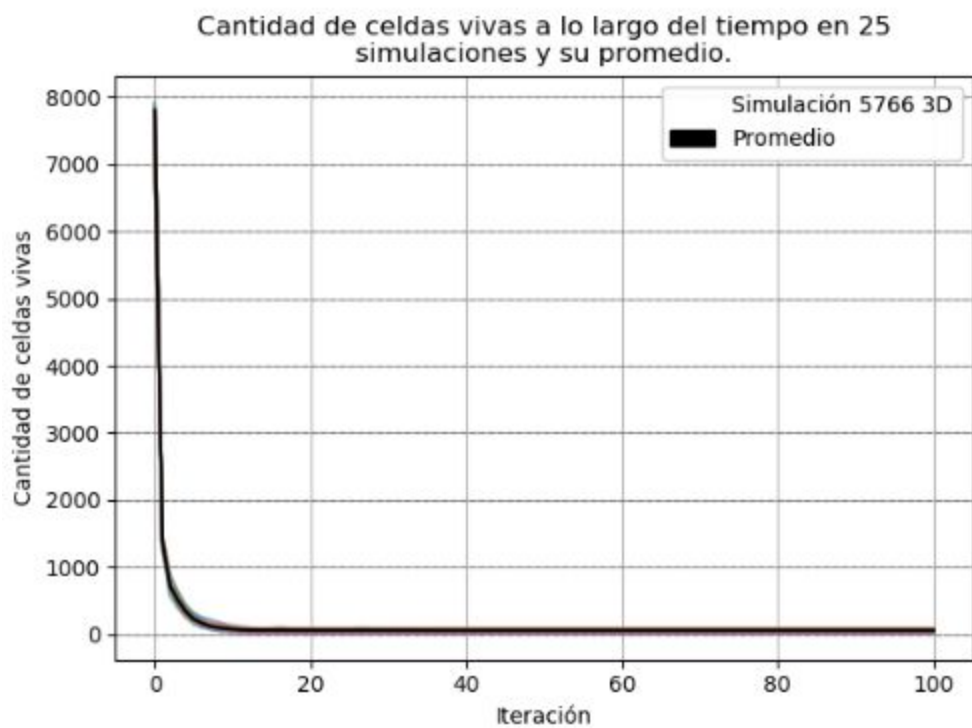


Figura 35

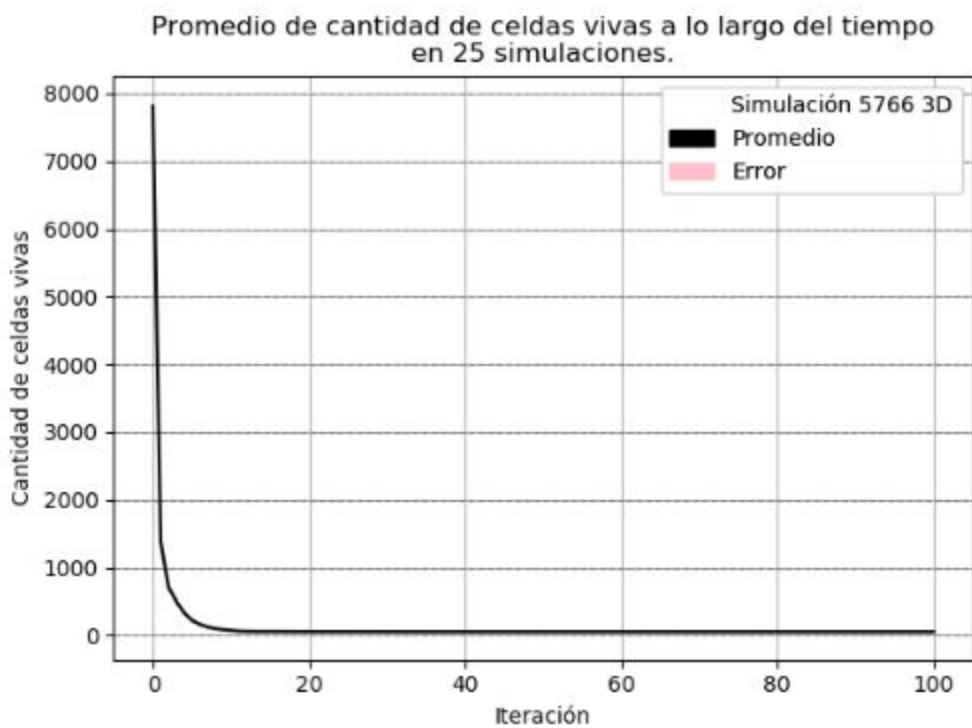


Figura 36

Conclusiones

Como se pudo observar, en sistemas 2D existen aquellos que se expanden hacia afuera hasta cubrir todo el espacio y también existen sistemas (o 1 sistema) en el que la cantidad de partículas se mantiene estable con el tiempo. Si se hicieran reglas absurdas como 8888, se podría crear un sistema que desaparezca completamente.

En los sistemas 3D, existen también sistemas que se expanden infinitamente como sistemas que se reducen hasta quedar estables en muy pocas partículas.

En cuanto al crecimiento de los radios, se pudo concluir que en los sistemas 2D investigados son de más lenta expansión que el sistema 3D investigado, sin tener en cuenta los que se reducen.

Por último, los sistemas 2D tienen 2 tipos de crecimiento del radio, uno de ellos es con gliders que se transportan autónomamente por el espacio, y el otro es expandiendo por todos los ángulos.

Bibliografía

[1] Carter Bays, "Candidates for the Game of Life in Three Dimensions", Complex Systems 1 (1987), 373-400

http://www.conwaylife.com/wiki/Main_Page