



Medios Granulares

Grupo 7

Duffau, Teófilo Manuel

Lynch, Ezequiel



Fundamentos



Fundamentos

Simulación del flujo granular gravitatorio en silos:

- El sistema contiene partículas macroscópicas con comportamiento distinto al de sólidos, líquidos o gases.
- El sistema se basa en colisiones de tiempo mucho mayor al tiempo de viaje de las partículas.
- Tiene interacciones altamente disipativas, el sistema llega al reposo si no recibe energía del exterior o propias.



Modelo Matemático

Cálculo de la fuerza

Se decidió utilizar la ecuación de la teórica (N.1) siendo ξ la superposición entre la partículas y k_n y γ parámetros del tipo de partículas.

La fuerza resultante entre dos partículas i y j cuando se superponen es: $F_{ij} = \left[-k_n \xi_{ij} - \gamma \dot{\xi}_{ij} \right] \hat{n}$

La fuerza total sobre una partícula p siendo j cada vecino suyo es:

$$F_x = \sum_j F_{x_{pj}} * e^n_{x_{pj}}$$
$$F_y = m_p g + \sum_j F_{y_{pj}} * e^n_{y_{pj}}$$

Siendo
$$\begin{aligned} F_{x_{ij}} &= F_{ij} * e^n_{x_{ij}} & e^n_{x_{ij}} &= (x_j - x_i) / |r_j - r_i| \\ F_{y_{ij}} &= F_{ij} * e^n_{y_{ij}} & e^n_{y_{ij}} &= (y_j - y_i) / |r_j - r_i| \end{aligned}$$

Cálculo de presión y energía cinética



Para calcular la presión ejercida sobre cada partícula p en cada instante, se utilizó la fórmula:

$$P = \frac{\sum_j F_{pj}}{2 * \pi * r_p}$$

Siendo i cada partícula, la energía total del sistema se midió según:

$$K_{total} = \sum_i \frac{m_i * v_i^2}{2}$$



Cálculo del caudal

Para el cálculo del caudal se guardó cada tiempo de salida de las partículas que atravesaban la ranura. Con estos datos se calculó la media móvil sobre estos tiempos con una ventana de $N=1000$ partículas. La ecuación utilizada para calcular el caudal fue

$$Q[i] = \frac{N}{t_{i+N} - t_i}$$



Implementación



Modelo

- **GranularParticle:** representa la partícula y tiene toda la información que la concierne.
- **GranularGrid:** es la encargada de mantener el cell index method y calcular los vecinos.
- **SimulatorGranular:** es la simulación en sí. Con métodos para generar las partículas, calcular el siguiente paso de la simulación e imprimir a archivo cuando ella terminase.



Algoritmo

1. Se generan las partículas con distribución uniforme y se agregan al GranularGrid.
2. En cada paso:
 - a. Se calculan las fuerzas aplicadas en cada partícula.
 - b. Se actualizan las velocidades y posiciones utilizando Verlet Leap-Frog.
 - c. Si una partícula pasa cierta posición Y debajo de la ranura, se la reposiciona con velocidad 0 en el 40% superior del contenedor.
 - d. Se recalculan los vecinos usando el cell index method.
3. Se corta el ciclo al guardarse N estados.
4. Luego se guarda el archivo.

Pseudocódigo

Main():

 Simulator.simulate(deltaTime)

Simulator.simulate(deltaTime):

 deltaTime2 = 1 / (deltaTime / 60) //para que en tiempo real sean 60fps

 generateParticles() //genera hasta que no puede generar sin overlap en 100000 intentos

 counter = 0

 while(true):

 calculateParticleForces() // calcula con cada vecino y con las paredes

 updateParticlesPositions() // utilizando verlet leap frog y si cayó lo suficiente se reposiciona

 recalculateNeighbours() // utilizando cell index method

 if(counter % deltaTime2):

 saveState()

 if(savedStates == n); // n es 60 * segundos de simulación

 printToFile()

 return



Resultados

Parámetros y valores iniciales

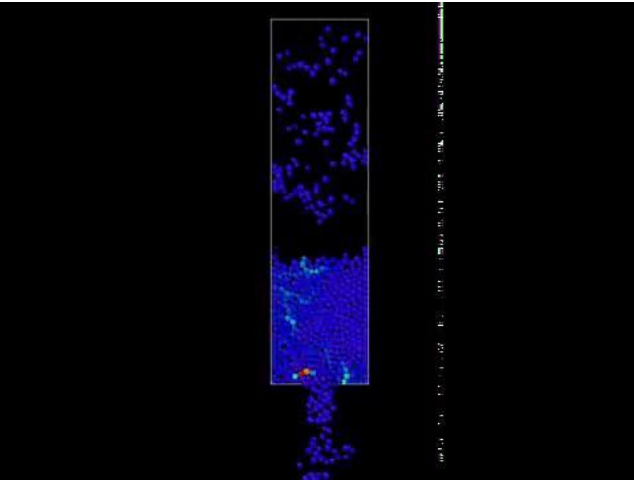


- Para llevar a cabo las simulaciones se utilizó un tiempo delta de $1e-5$ y para cada prueba se hicieron 3 simulaciones con los mismos parámetros.
- Las simulaciones en su totalidad fueron corridas con un silo de 1.5m de alto X 0,4m de ancho y con un tamaño de ranura y cantidad de partículas variable (entre 560 y 630 dependiendo del generador de números aleatorios).
- Para el cálculo de la media móvil del caudal se utilizó una ventana deslizante de 1000 elementos.

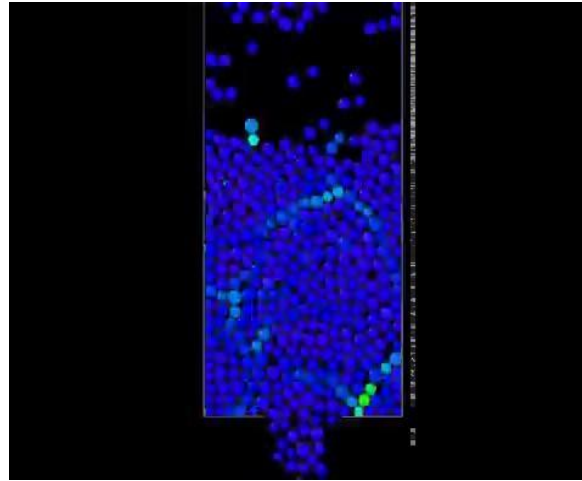


Silo con ranura

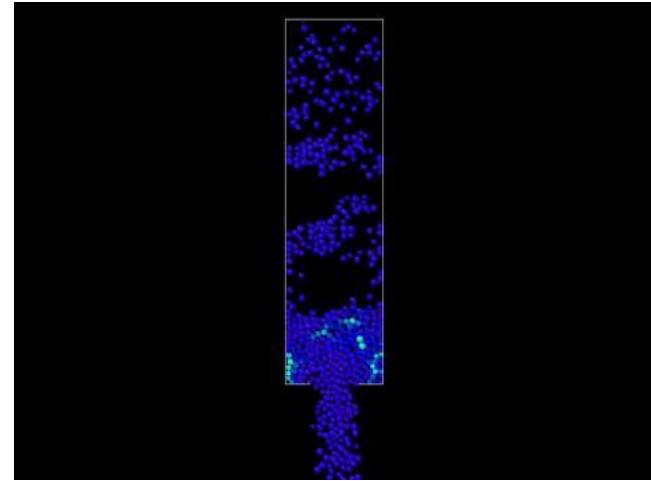
Animaciones



0.15m



0.15m con zoom



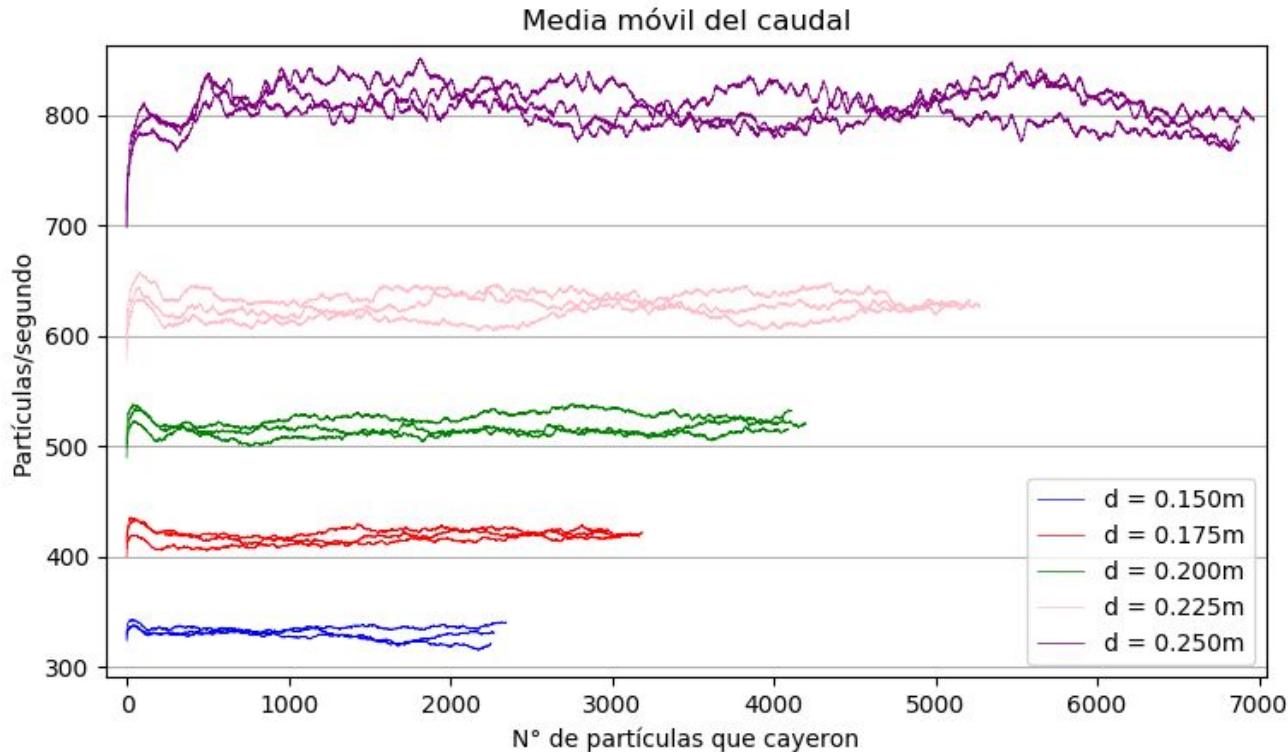
0.20m

Menor presión

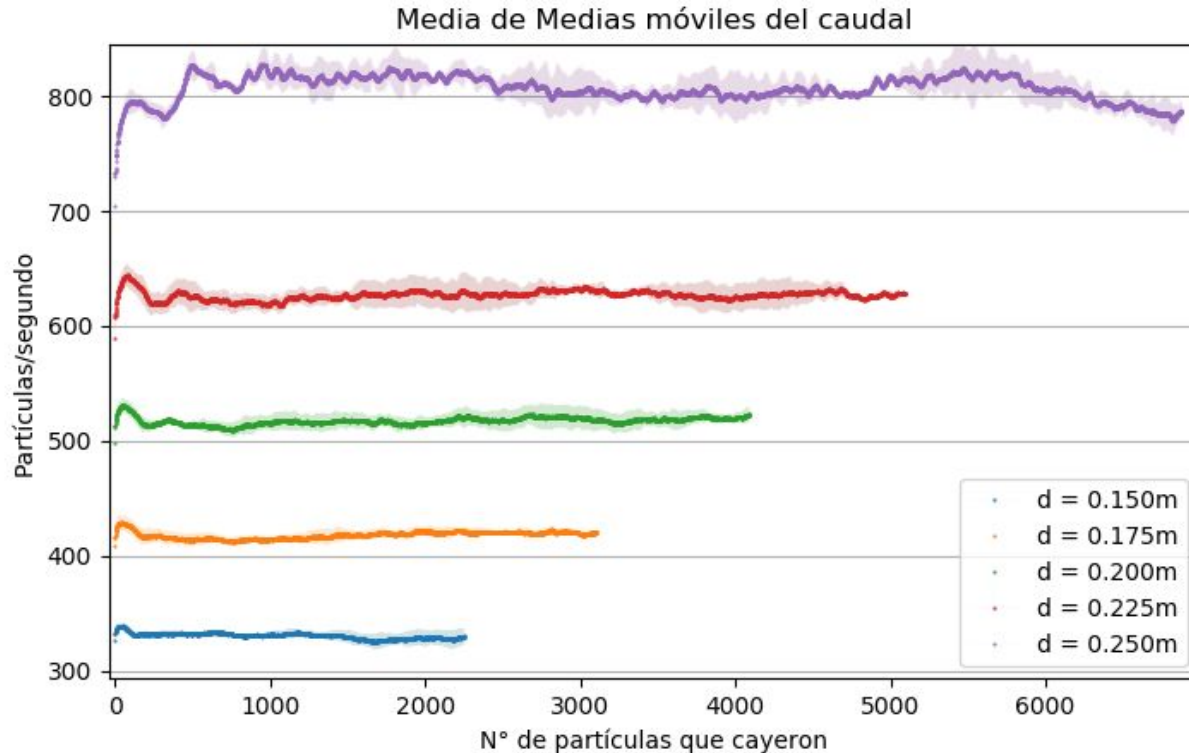


Mayor presión

Flujo granular con distintos valores de d



Flujo granular con distintos valores de d



En este gráfico se presenta la media y su error de las corridas del gráfico anterior.



Aproximación por Beverloo

La ley de Beverloo aproxima el caudal de un silo según la apertura inferior del mismo:

$$Q \approx n_p * \sqrt{g} * (d - c * r)^{1.5} = B * (d - c * r)^{1.5}$$

n_p : partículas por unidad de volumen

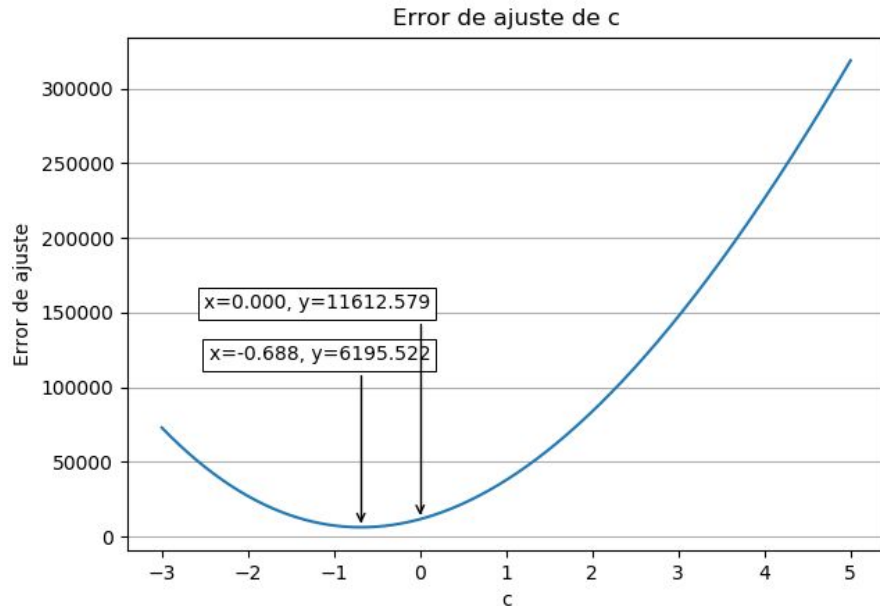
d : diámetro de apertura

r : radio medio de partículas

Para hallar el c que aproximara mejor esta ley, se calculó el error para $c \in [-3;5]$ con la siguiente fórmula:

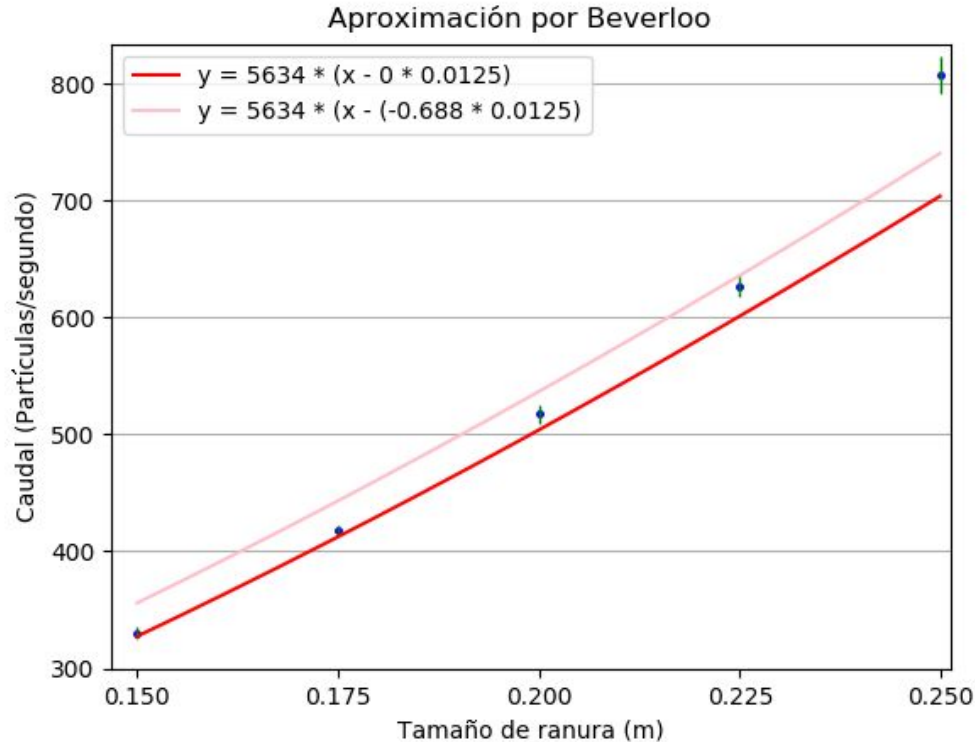
$$E(c) = \sum_i \left[Q_{exp_i} - B * (d_i - c * r)^{1.5} \right]^2$$

Error de ajuste de c



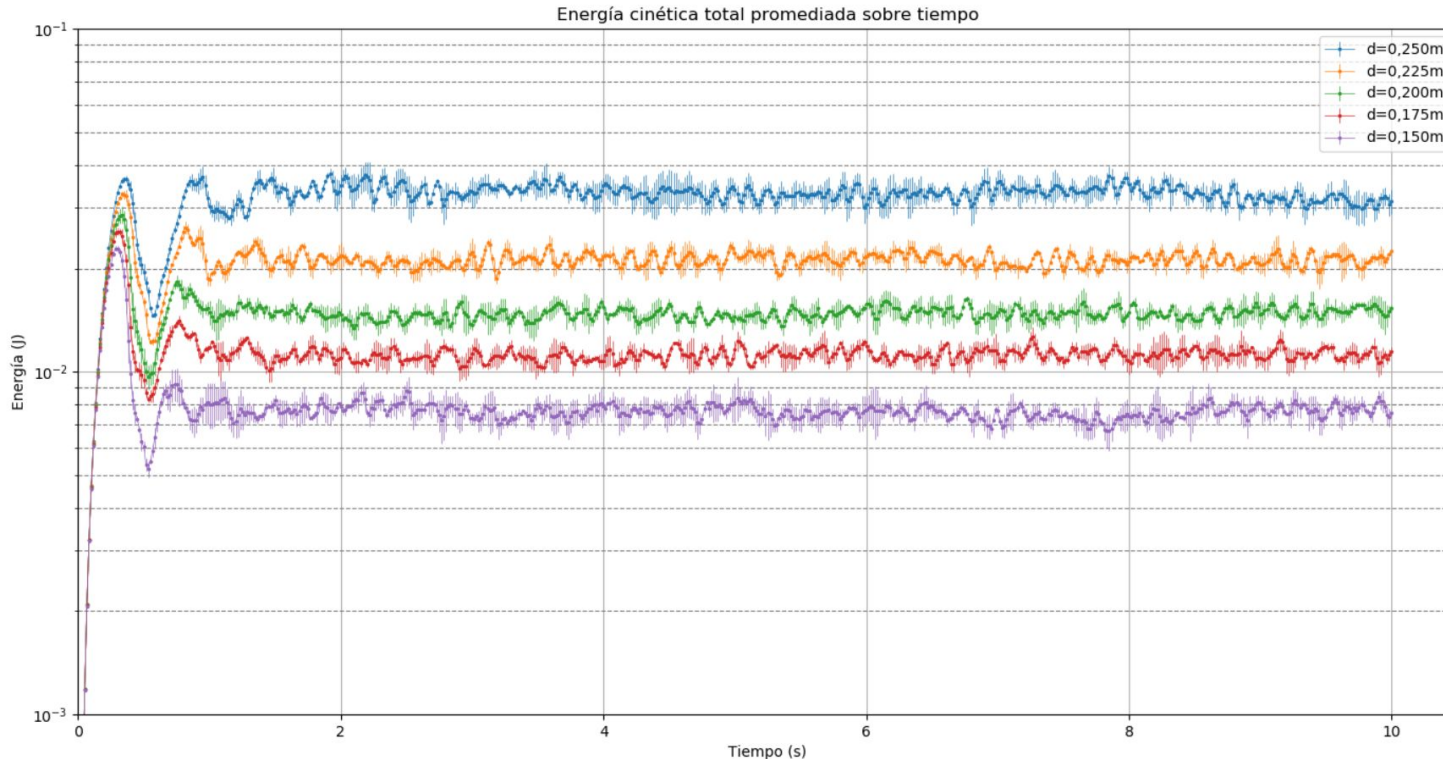
Si bien el mínimo error ocurre con $c = -0.688$, esto no tiene sentido físico así que por lo que a continuación se graficará también la regresión con $c = 0$

Flujo granular con distintos valores de d



Ranura (m)	Media caudal (part/segundo)	Desvío caudal (part/segundo)
0.150	330.387	5.127
0.175	418.020	4.964
0.200	517.687	7.941
0.225	627.206	9.916
0.250	807.745	16.225

Flujo granular con distintos valores de d

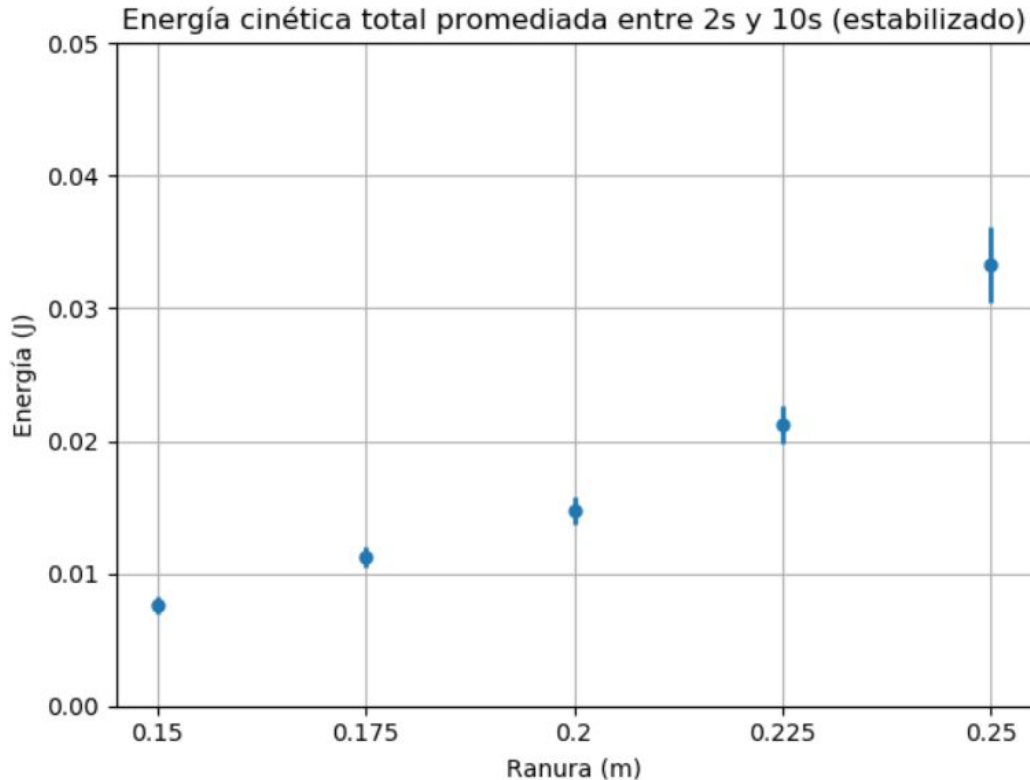


La energía total del sistema se midió según:

$$K_{total} = \sum_i \frac{m_i * v_i^2}{2}$$

Siendo i cada partícula

Flujo granular con distintos valores de d

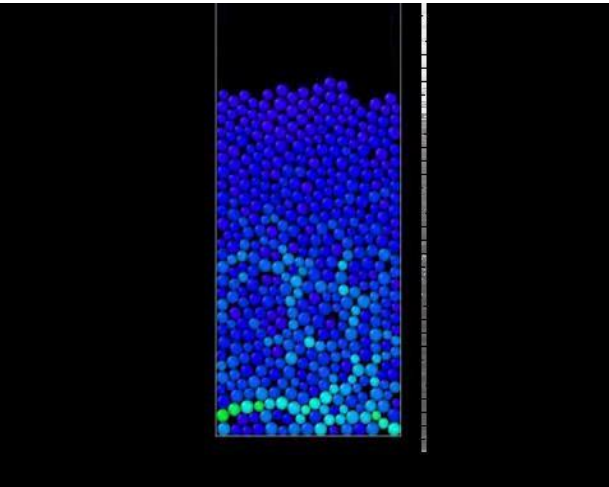


Por cada apertura de ranura se hicieron 3 corridas. Luego se sumaron todas las mediciones a partir de los 2 segundos de las 3 corridas y se lo dividió por la cantidad de elementos en las 3 corridas.

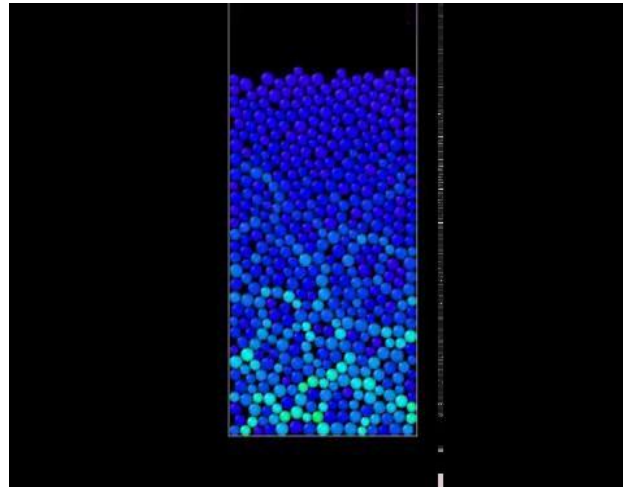


Silo sin ranura

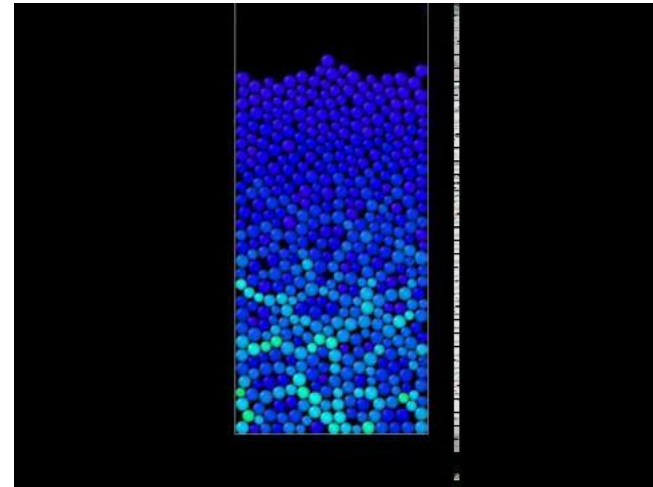
Animaciones



Gamma = 10 kg/s



Gamma = 70 kg/s



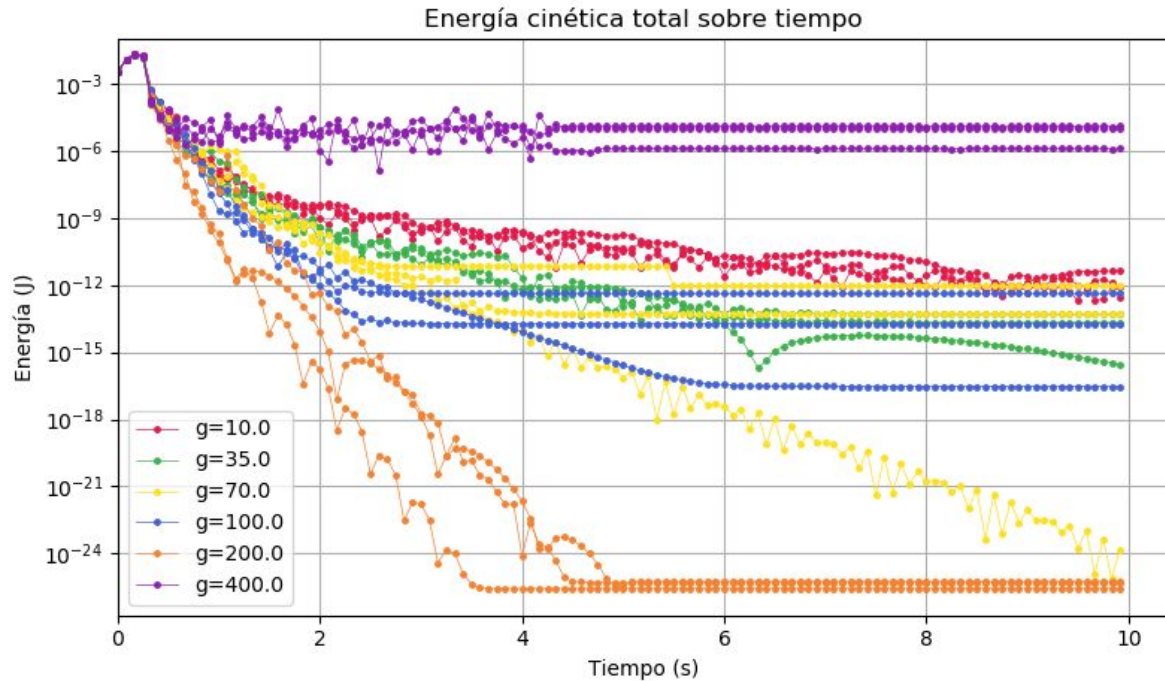
Gamma = 100 kg/s

Menor presión



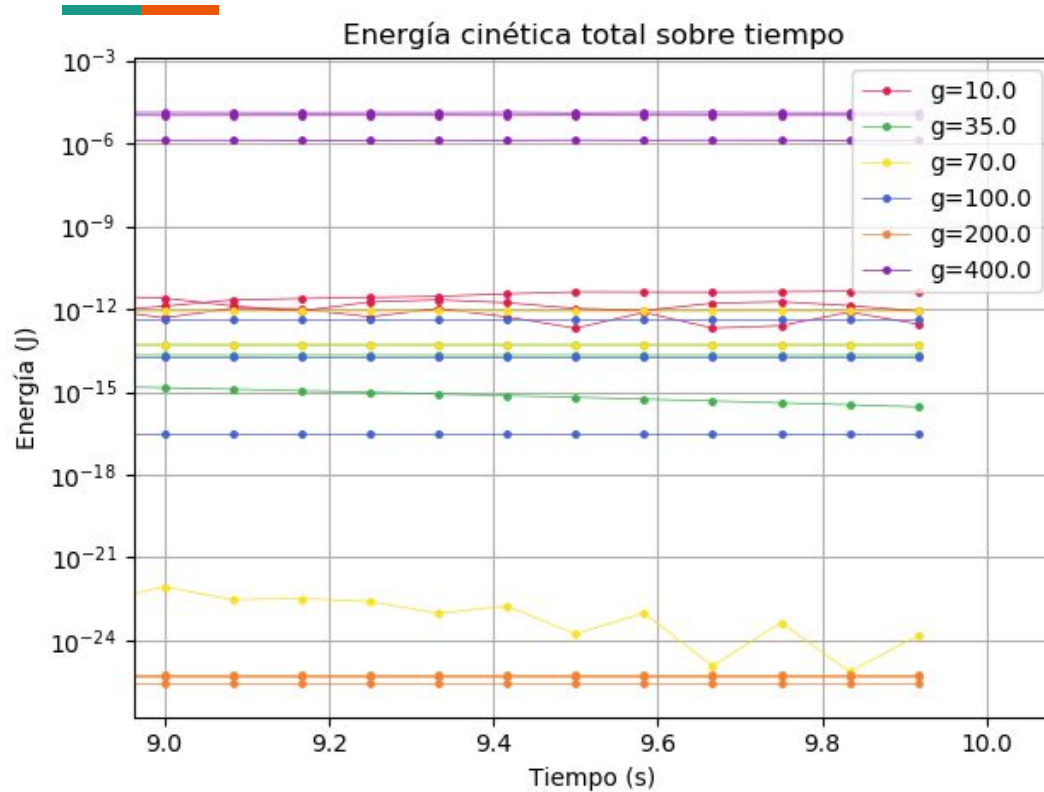
Mayor presión

Energía cinética total para distintos valores de g

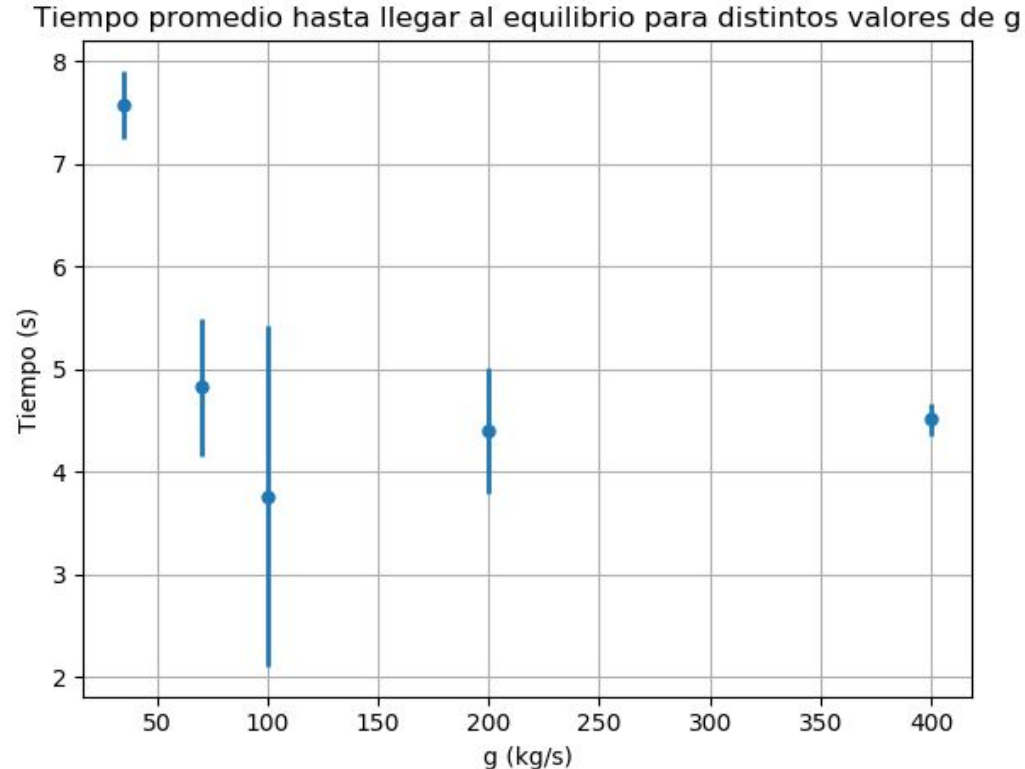


Se puede ver que hay algunas que no llegan a estabilizarse en los 10 segundos de simulación

En el último segundo simulado



Flujo granular con distintos valores de g



Sin tener en cuenta las simulaciones que no llegan al equilibrio en 10 segundos



Conclusiones



Conclusiones

- Si la ranura es de mayor ancho, la energía cinética del sistema es mayor.
- A medida que se aumenta el g , la energía a la que llega al reposo en el caso de una caja cerrada es menor, hasta que comienza a explotar por el Δt (en nuestro caso entre 200 y 400). En cuanto al tiempo este disminuye a medida que aumenta g hasta establecerse alrededor de los 4.5 segundos.
- El parámetro libre de Beverloo que mejor se aproximó a nuestros resultados resultó ser $c = -0.688$, que al ser negativo se toma $c = 0$ como parámetro correcto.