MATEMÁTICAS Y CULTURA

B O L E T Í N

23.09.2016 **No. 316**

COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

MATEMÁTICAS ***MATEMÁTICAS***

INVERSA DE UNA MATRIZ

Matemáticamente una *matriz* es un arreglo de elementos (números, funciones u otros) en renglones y columnas. En general una matriz se representa con una letra mayúscula y sus elementos con la minúscula correspondiente con dos subíndices que expresan el renglón y la columna donde está colocado dicho elemento. El *orden* de una matriz es un par de números separados por el símbolo X (por) que corresponden al número de renglones y al de columnas que forman la matriz. Si el número de renglones es igual al de columnas, el orden se expresa con un solo número, se dice que la matriz es cuadrada y que su *diagonal principal* está formada por los elementos cuya posición corresponde a donde el número del renglón es igual al de la columna.

Se llama *determinante* de una matriz B cuadrada a un número que resulta de efectuar ciertas operaciones con sus elementos, se representa con $|B|$, o también con $\det B$. El cofactor de cada uno de los elementos es el determinante que resulta de suprimir el renglón y la columna donde está el elemento, multiplicado por el número menos uno elevado a la suma del número del renglón más el de la columna donde está el elemento. En el determinante de $A=\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$, el cofactor del elemento a_{11} es el determinante de $[2]$ (que vale dos) multiplicado por $(-1)^{1+1}$. El cofactor de a_{12} es el determinante de $[4]$ multiplicado por $(-1)^{1+2}$, así que este cofactor vale -4; el cofactor de a_{21} es -3 y el de a_{22} vale 5. En el determinante de $B=\begin{bmatrix}1 & -2 & 3\\ 0 & -1 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{bmatrix}$ el cofactor de b_{11} es el determinante de $\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 1 & -2\end{bmatrix}$ que se calcula aplicando la regla de Sarrus a un determinante de orden dos, es decir: producto de elementos de la diagonal principal (aquí 2) menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria (aquí 1), o sea 2-1, multiplicado por -1 elevado a 1+1; así que el cofactor de b_{11} es uno. El cofactor de b_{12} es el determinante de $\begin{bmatrix}0 & 1\\ 2 & -2\end{bmatrix}$, que vale 0-2, por $(-1)^{1+2}$, por lo que el cofactor de b_{12} es 2.

Se llama *adjunta de* A, se representa con $Adj\ A$, a la transpuesta (renglones como columnas y columnas como renglones) de la formada por los cofactores de los elementos de A; por ejemplo si $A=\begin{bmatrix}5 & 3\\ 4 & 2\end{bmatrix}$, la de cofactores es $\begin{bmatrix}2 & -4\\ -3 & 5\end{bmatrix}$ y la $Adj\ A=\begin{bmatrix}2 & -3\\ -4 & 5\end{bmatrix}$.

Si $B=\begin{bmatrix}1 & -2 & 3\\ 0 & -1 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{bmatrix}$ la de cofactores es $\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ -1 & -8 & -5\\ 1 & -1 & -1\end{bmatrix}$ y $Adj\ B=\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\\ 2 & -8 & -1\\ 2 & -5 & -1\end{bmatrix}$.

La matriz *identidad* I de orden n es la que tiene en su diagonal principal n *unos* y fuera de dicha diagonal, sus elementos son *ceros*.

Puede demostrarse* que $\forall$ matriz A de orden n, $A(Adj\ A)=(\det A)I$

La *inversa* de una matriz A de orden n, que representamos con A^{-1}, es tal que: $A^{-1}A=AA^{-1}=I$

Para que exista dicha inversa es indispensable que el determinante de A sea diferente de cero.

* Apuntes de Álgebra Lineal. Solar-Speziale págs. 473 a 475

Es posible obtener la inversa de A por medio de su adjunta, ya que $A^{-1} = \dfrac{1}{\det A} Adj\ A$. Si

$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$, $\det A = 10 - 12 = -2$, $Adj\ A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ y $A^{-1} = -\dfrac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{3}{2} \\ 2 & -\frac{5}{2} \end{bmatrix}$

Si $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, $\det B = 3$; $Adj\ B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -8 & -1 \\ 2 & -5 & -1 \end{bmatrix}$ y $B^{-1} = \dfrac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -8 & -1 \\ 2 & -5 & -1 \end{bmatrix}$

Este método es muy conveniente si la matriz es de orden dos, pues el cálculo de la adjunta es inmediato, pero no es recomendable para matrices de orden mayor o igual a tres, ya que resulta muy laborioso el obtener la adjunta.

Existen otros métodos para la obtención de la inversa de una matriz B , uno de ellos* consiste en formar una matriz de orden $n\ x\ 2n$ (rectangular) donde las primeras n columnas contienen a la identidad y las últimas n columnas a la matriz B (de la que se desea obtener su inversa); si

$B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ se forma la matriz $\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & -2 \end{array}\right]$ se aplican transformaciones elementales a los renglones con objeto de transformar B en I , si en el proceso se llega en la segunda parte a un renglón de ceros, no es posible llegar a I , lo que indica que no existe la inversa porque la matriz tiene determinante nulo. En el ejemplo $\det B = 3$, así que sí existe B^{-1}

* Boletín Matemáticas y Cultura # 256 del 23/09/2009

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&0&0&1&-2&3\\0&1&0&0&-1&1\\0&0&1&2&1&-2\end{array}\right]\sim\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&0&0&1&-2&3\\0&-1&0&0&1&-1\\-2&0&1&0&5&-8\end{array}\right]\sim\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&-2&0&1&0&1\\0&-1&0&0&1&-1\\-2&5&1&0&0&-3\end{array}\right]\sim$$

$$\sim\left[\begin{array}{ccc|ccc}\frac{1}{3}&-\frac{1}{3}&\frac{1}{3}&1&0&0\\\frac{2}{3}&-\frac{8}{3}&-\frac{1}{3}&0&1&0\\\frac{2}{3}&-\frac{5}{3}&-\frac{1}{3}&0&0&1\end{array}\right]\quad \text{y} \quad B^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{3}&-\frac{1}{3}&\frac{1}{3}\\\frac{2}{3}&-\frac{8}{3}&-\frac{1}{3}\\\frac{2}{3}&-\frac{5}{3}&-\frac{1}{3}\end{bmatrix}$$

Como último ejemplo obtendremos la inversa de

$$D=\begin{bmatrix}2&0&1\\1&1&0\\-2&-3&1\end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&0&0&2&0&1\\0&1&0&1&1&0\\0&0&1&-2&-3&1\end{array}\right]\sim\left[\begin{array}{ccc|ccc}0&1&0&1&1&0\\1&-2&1&0&-2&1\\0&2&1&0&-1&1\end{array}\right]\sim\left[\begin{array}{ccc|ccc}0&3&1&1&0&1\\0&-2&-1&0&1&-1\\1&-6&-2&0&0&-1\end{array}\right]\sim$$

$$\sim\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&-3&-1&1&0&0\\-1&4&1&0&1&0\\-1&6&2&0&0&1\end{array}\right]\ \therefore\ D^{-1}=\begin{bmatrix}1&-3&-1\\-1&4&1\\-1&6&2\end{bmatrix}$$

LEDA SPEZIALE SAN VICENTE
PROFESORA DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM

OTRA VEZ LA BURRA AL TRIGO

En el ejemplar anterior de este Boletín, intenté dar un mensaje de bienvenida a los miembros de la comunidad de nuestra Facultad empleando una frase muy nuestra y aproveché para mencionar su posible origen; así como el de otras expresiones propias de nuestro lenguaje popular. Agradezco los comentarios que me han externado y la solicitud de algunas personas de que continúe un poco más con esta práctica. Algunas de ellas me comentaron que la explicación del posible origen de la frase "Hecho la Mocha" parece reforzarse con el hecho de que en el sureste del País, a una persona a la que le falta una extremidad le dicen "mocha". De allí que si la locomotora viajaba sin los vagones iba **"hecha la mocha**", Quise empezar estas líneas con otra expresión de uso común. Decir que otra vez la burra va al trigo significa que se vuelve de nuevo a algo, tal vez con necedad. Al parecer originalmente se decía esto comparando el comportamiento con el de una mula pues estos animales tienen la bien ganada fama de tercos; sin embargo, con el tiempo se modificó aludiendo al burro al que se le concede muy poca inteligencia. Pues bien, veamos algunos otros de estos modismos: De manera que esperando no aburrir a los amables lectores, culminaré estas ideas con algunas otras de nuestras expresiones y su posible origen.

Lo agarraron de puerquito. Cuando a alguna persona la hacen objeto de burlas, bromas de mal gusto y, en general, se aprovechan de ella, se dice "ya la agarraron de su puerquito". El origen probable se tiene en un "entretenimiento" que desgraciadamente perdura aún en algunas ferias y que consiste en untar de sebo a un cerdo e intentar atraparlo, con la consecuente angustia y miedo del pobre animal. Actualmente la innoble acción de agarrar de puerquito a alguien en una escuela la nombran con el anglicismo "bullying" pensando que esto es producto de nuestros tiempos cuando esta deplorable práctica es tan antigua como la humanidad. Oficialmente le dicen "acoso escolar", aunque el vulgo ya adoptó la palabra inglesa mencionada. El bullying puede consistir simplemente en asignarle a alguien un apodo ofensivo pero puede llegar a extremos fatales como desgraciadamente nos hemos enterado.

Batear a alguien. Hoy día esta expresión es de uso frecuente, sobre todo entre los jóvenes. Su significado es rechazar a alguien, específicamente en cuestiones amorosas. Su origen es para mí desconocido pero me imagino que algo tendrá que ver con el béisbol. En ese deporte se emplea un bat, que es un pedazo de madera que los jugadores utilizan para golpear una pelota y alejarla lo más posible. Quizás por ello, figurativamente cuando un requerimiento no es aceptado, se trata de alejar a esa persona lo más distante que sea posible. Su antecesora es la frase "dar calabazas a alguien", la cual proviene de una creencia que se tenía en la antigüedad. Entre los griegos se pensaba que la calabaza era un antiafrodisiaco, aún en la edad media, la iglesia recomendaba colocar pepitas de calabaza en los rosarios para ahuyentar los pensamientos "inconvenientes". La expresión se convirtió en el lenguaje cotidiano para mencionar que se había rechazado a alguien, hasta que la nueva frase entró en el orden al bat.

Ir a un antro. Hasta hace relativamente poco tiempo, antro significaba un centro nocturno de "mala muerte", de pésima reputación. La palabra proviene del griego *ántron,* y que pasó al latín como *antrum.* En sus acepciones en el castellano se refería a una cueva o caverna. De allí que se le atribuyó a un lugar oscuro, que podía dar temor acercarse a él. ¿Por qué los jóvenes actuales adoptaron el vocablo para mencionar un lugar de entretenimiento, de reunión? Lo ignoro. Antes de los años sesenta, la juventud no tenía lugares propios de reunión. En esa década surgieron los cafés cantantes, en donde se presentaban los grupos pioneros del rocanrol mexicano. A saber: Los Rebeldes del Rock, Los Locos del Ritmo, Los Teen Tops, entre otros. En estos lugares no se permitía la venta de bebidas alcohólicas; sin embargo, a los adultos de esa época no les agradaba ese tipo de lugares. Con el pretexto de algunos disturbios que se presentaron en el famoso festival de Avándaro, las autoridades cerraron esos establecimientos. Clandestinamente los jóvenes se reunían en los "hoyos funkies", siempre temerosos de caer en manos de la justicia por haber cometido el pecado de reunirse a escuchar rock. Posteriormente, en los finales de los setenta, con la película "Saturday Night Fever" se crearon las discos, forma popular para referirse a una discoteca. Hoy día, los jóvenes se reúnen en los antros.

Hacer changuitos. Dícese de la acción de cruzar los dedos para que la diosa fortuna sea benevolente con nosotros, similar la petición a la que se refiere el título de una canción del ídolo norteamericano Frank Sinatra, "Luck Be a Lady". Es ancestral la búsqueda de la buena suerte o intentar el alejamiento de la desdicha por medio de ritos o con el auxilio de amuletos. Al parecer los dedos cruzados parecen simular un simio sosteniéndose en una rama de un árbol y en Japón estos animales son considerados portadores de buena suerte. Pues bien, se dice que la palabra japonesa ***saru*** tiene las acepciones "mono" o ahuyentar la mala suerte. Debe aclararse que todas estas frases tienen origen y significado imprecisos. Algunos dicen **hacer chonguitos,** y para ello también hay un posible origen. Un chongo es una forma de acomodar el cabello, ésta consiste en enredarlo sobre la cabeza, de manera que si "enredamos" los dedos estamos haciendo un chonguito. Por otra parte explican que una protección contra el demonio era "hacer el signo de la cruz" con los dedos pero que ante la rapidez con la que se debía proceder y el nerviosismo ante tal amenaza, se hacía un moñito. Esto fue propagándose con el original objetivo de protección y derivó en un conjuro para atraer la buena suerte.

En fin, existen tantas expresiones de este tipo que podrían extenderse indefinidamente estas líneas pero ya mejor "**hay muere, la burra no volverá al trigo".**

ÉRIK CASTAÑEDA DE ISLA PUGA
PROFESOR DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM

http://dcb.fi-c.unam.mx erik2306@unam.mx

Por razones de austeridad, el tiraje del Boletín se mantiene a la mitad de lo que se acostumbraba.