ОПТИМАЛЬНЫЕ ТРАЕКТОРИИ ПЕРЕХОДА КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ МЕЖДУ ЗАДАННЫМИ ОРБИТАМИ РАЗЛИЧНОГО ТИПА

Королев Владимир Степанович
канд. физ.-мат. наук, доцент, Санкт-Петербургский Государственный Университет, РФ, г. Санкт-Петербург
E-mail: vokorol@bk.ru

OPTIMUM TRAJECTORIES OF TRANSITION SPACECRAFTS BETWEEN THE SET ORBITS OF VARIOUS TYPE

Korolev Vladimir Stepanovich
candidate of Physical and Mathematical Sciences, assistant professor, Saint-Petersburg State University, Russia, Saint-Petersburg

АННОТАЦИЯ

Рассматриваются оптимальные траектории переходов космических аппаратов между различными орбитами космических объектов. Они совершают движение по своим орбитам при заданных начальных данных. Требуется определить множество допустимых решений с учетом возможных ограничений на время и затрат энергии. Это позволит выбрать самый удобный маршрут для последовательного обслуживания заданной группы, то есть порядок выполнения всей последовательности переходов между орбитами различного типа.

ABSTRACT

Optimum trajectories of transitions of spacecrafts between various orbits of space objects are considered. They make movement on the orbits at the set initial data. It is required to define a set of admissible decisions taking into account possible restrictions on time and energy expenses. It will allow to choose the most convenient route for consecutive service of the set group, that is an order of performance of all sequence of transitions between orbits of various type.

Ключевые слова: небесная механика; математические модели; оптимальные решения.

Keywords: celestial mechanics; mathematical models; optimal solutions.

Рассматривается задача построения траекторий движения космических аппаратов, достигающих заранее поставленных целей при минимальных затратах топлива на каждом этапе [1—9]. Соответствующие траектории называются энергетически оптимальными. Другим определяющим фактором является промежуток времени, в течение которого требуется выполнить маневрирование, если он фиксирован или должен быть наименьшим. Было опубликовано большое количество научных работ, в которых изучены различные аспекты и рассмотрены частные случаи маневрирования: межорбитальные перелеты в окрестности Земли и полеты к Луне, межпланетные перелеты и полеты к другим объектам. Появились работы обобщающего характера для оптимального управления движением космических аппаратов для нахождения энергетически оптимальных маневров в гравитационном поле и задач быстродействия [1, 7, 8], в том числе с учетом влияния многих физических факторов и ограничений, которые приводят к усложнению в постановках задач и полученных уравнениях. Во многих реальных задачах в качестве начальных приближений применяются решения задач в упрощенных постановках, когда действие возмущений считают пренебрежимо малым, а активные участки полета при работе двигателя аппроксимируют мгновенным изменением вектора скорости, а затем используют методы последовательного уточнения. На первый план выходят вопросы исследование свойств уравнений и решений, количество импульсов для реализации маневра, возможные ветвления, получение удобных начальных приближений и алгоритмов последующего уточнения [2—6].

Для нахождения оптимальных траекторий требуется определить множество допустимых решений для перехода между орбитами различного типа с учетом возможных ограничений, а затем выбрать самый удобный маршрут для последовательного обслуживания заданной группы.

Оптимальное маневрирование управляемого космического аппарата (УКА) может быть реализовано при условии реализации одного из вариантов:

- ограниченной по мощности, но достаточно большой тяги, когда в начальном приближении можно пренебречь изменением положения за время работы двигателя (импульсная постановка);
- малой тяги, но имеющей почти неограниченный ресурс по времени работы (солнечный парус, двигатели на ядерном топливе, электродвигательные установки, ионные двигатели);
- сочетание двигателей разного типа;

Рассматривают задачи оптимального маневрирования, когда требуется:

- изменить размеры начальной орбиты или ее форму (коррекция или переход между заданными граничными орбитами);
- изменить расположение линии апсид или плоскости орбиты (разворот);
- попасть в нужную точку пространства в тот момент, когда там же или сколь угодно близко будет находиться нужный объект (жесткая встреча);
- попасть в нужную точку пространства в тот момент, когда там же или сколь угодно близко будет находиться нужный объект и дополнительным включением двигателей можно выровнять скорости (мягкая встреча);
- в процессе движения по переходной траектории оказаться в некоторой окрестности нужного объекта с малой относительной скоростью для его обследования (инспекция) или обслуживания (заправка, ремонт).

Критерии оптимальности могут быть разными:

- обеспечить минимальный расход топлива;
- реализовать переход за наименьшее или заданное время;
- обеспечить переход с минимальной или заданной угловой дальностью;
- получить нужные значения абсолютных или относительных параметров движения в конечной точке маневра для встречи;
- обеспечить наибольшее количество проинспектированных объектов.

При этом могут существовать дополнительные ограничения:

- на время движения по переходной траектории (продолжительность полета на отдельных этапах);

- на время ожидания идеальных условий (время старта) для перехода с учетом согласования фаз движения по граничным орбитам;
- на количество включений двигателей (число импульсов);
- на время работы двигателя при отдельных включениях;
- на общий расход топлива при маневрировании;
- на параметры переходных орбит.

Особенности постановки задачи оптимального маневрирования в работе:

- необходимо выбрать маршрут, то есть порядок выполнения всей последовательности переходов для инспекции или обслуживания многих космических объектов, которые совершают движение по своим орбитам при заданных начальных данных;
- при выборе основного критерия оптимальности по расходу топлива необходимо дополнительно учитывать ограничения;
- рассматривается в начальном приближении импульсная постановка реализации отдельных переходов.

Неожиданные, хотя и очевидные результаты:

- самый оптимальный режим маневрирования для обслуживания или инспекции — это отсутствие маневров (включений двигателей), если все поставленные задачи можно решить, продолжая движение по начальной (удачно выбранной) орбите, что само по себе является сложной задачей;
- возможно существование оптимальных маршрутов, когда отдельные этапы и переходы между двумя орбитами не являются оптимальными;
- возможно существование оптимального маршрута частичного обслуживания выборки из общего множества объектов, если остальные этапы могут оказаться невыполнимыми;
- возможно существование дополнительных критериев (кроме задач быстродействия или по расходу), когда требуется обслуживание некоторых объектов в первоочередном порядке.

Энергетически оптимальные решения задач со свободным временем дают глобально оптимальные решения, однако они, как правило, требуют очень больших промежутков времени ожидания наступления моментов, благоприятных для старта и выхода на эти оптимальные орбиты перехода для встречи с другим объектом. Энергетически оптимальные переходы с учетом ограничений времени движения по орбитам дают лишь локально оптимальные (относительно времени старта) решения. Как правило, чем больше возможная отсрочка старта, тем более оптимальное решение мы получаем, и в пределе при свободном выборе времени ожидания реализуется абсолютно оптимальное решение соответствующей задачи. Отметим, что задачи с учетом времени движения по орбитам являются существенно более сложными для исследования. Ограничения в задачах оптимизации часто играют решающую роль, а значения параметров находятся на границе допустимой области.

При необходимости обслуживания большого числа объектов можно использовать принцип декомпозиции, который применяли для решения задач перелета к планетам солнечной системы. Переходная траектория состыковывалась из кусочков орбит движения в разных зонах притяжения, каждую из которых считали центральным гравитационным полем. В этом случае движение тела под действием силы тяготения, обратно пропорциональной квадрату расстояния до центра притяжения, происходит согласно законам Кеплера и Ньютона по одному из конических сечений — окружности, эллипсу, параболе или гиперболе. В точках сопряжения конечные данные переходят в начальные для нового участка орбиты. В нашем случае конечные и начальные значения на соседних участках отличаются импульсным изменением вектора скорости, величину и направление которого мы считаем управлением.

Когда начальная скорость $\mathbf{V_0}$ превышает круговую для соответствующей точки и ортогональна радиус-вектору $\mathbf{r_0}$, перигей эллиптической орбиты расположен в начальной точке, апогей — на противоположном конце A линии апсид, проходящей через центр (рис. 1). При этом $V_0 r_0 = V_A r_A$.

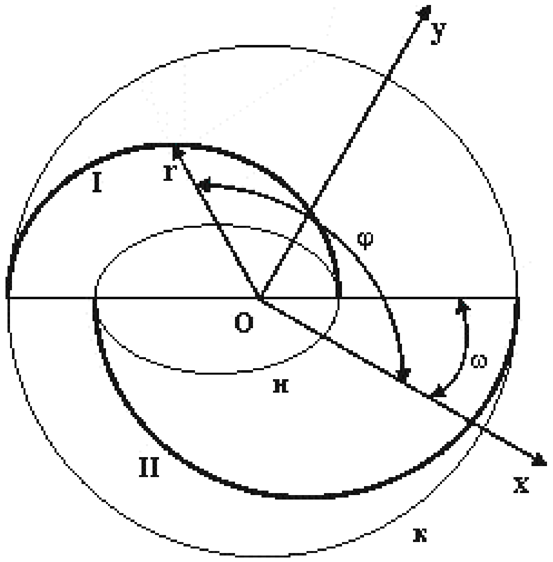

Рисунок 1. Варианты траекторий перехода после импульса

Одноимпульсный переход возможен в том случае, если начальная и конечная орбиты имеют общую точку или нужен вариант жесткой встречи. Он осуществляется путем однократного включения двигателя. Если начальная скорость близка к параболической, которая обеспечивает уход на бесконечность из зоны притяжения, то в качестве начального приближения можно выбрать соответствующую параболу [3, 6]. Такой маневр может потребоваться, если учитываются существенные ограничения на время перехода на следующую орбиту. Переходы между непересекающимися орбитами могут быть осуществлены путем приложения двух или более импульсов. Схемы таких переходов весьма многочисленны и разнообразны, так как они определяются назначением маневра и параметрами начальной и конечной орбит.

При отсутствии возмущений движение имеет известное решение, которое определяется начальными значениями радиус-вектора, вектора скорости и гравитационным параметром центрального тела. Они определяют постоянные для выделенного участка параметры орбиты, которые называют кеплеровыми элементами $k(t)=(a,e,i,\Omega,\omega,M_0)$.

Кеплеровы элементы орбиты ***k****(t)* позволяют вычислять абсолютные декартовы координаты ***x****(t)* и скорости ***v****(t)* для невозмущенного движения спутников в заданный произвольный момент времени.

Время движения между двумя точками орбиты можно определить из уравнения Кеплера, когда вместо истинной аномалии вводят вспомогательную переменную — эксцентрическую аномалию E :

$$tg\,\frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\,tg\frac{\vartheta}{2},$$

$$E - e\sin E = M = n(t - t_0).$$

Параметр n называется средним движением и играет роль угловой скорости.

Аппроксимация возмущений кусочно-постоянными функциями приводит задачу к последовательному сопряжению участков траекторий, полученных при выбранной параметризации промежутков движения и действующих импульсов [4, 7]. Для нахождения изменений элементов ***k****(t)* в случае возмущенного движения можно использовать дифференциальные уравнения Эйлера, где правые части уравнений определяются текущими значениями элементов и проекциями возмущающих ускорений на оси орбитальной системы координат. Изменения декартовых координат для каждого выделенного объекта в пространственном случае описывает система уравнений [4]:

$$\frac{d^2 x_i}{dt^2} + \frac{\mu}{r^3} x_i = \frac{\partial}{\partial x_i}(U) + P_i = f_i, \quad i = 1, 2, 3.$$

Здесь x — декартовы координаты, r — модуль радиус-вектора, U — силовая функция учитываемых возмущений, μ — гравитационный параметр, P — непотенциальные силы, включая реактивную тягу двигателей на активных участках полета.

Если заданы начальное положение, конечное положение и желаемое время перелета между двумя точками граничных орбит, то решение проблемы Ламберта позволяет определить нужную переходную орбиту с учетом изменения скорости в начальной и конечной точках. Большая полуось является единственным неизвестным параметром, а время перелета можно записать как функцию большой полуоси. Теорема Ламберта утверждает, что время, требуемое для перелета, зависит только от большой полуось, суммы двух радиусов и расстояния между начальной и конечной точками (длина хорды) [4]. Если три величины известны, то четвертая может быть определена из уравнения

$$t - t_0 = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}[2k\pi + (E - e\sin E) - (E_0 - e\sin E_0)].$$

Если мы рассматриваем задачу обслуживания выделенной системы космических объектов, то можно по начальным данным определить их траектории движения в нулевом приближении или с учетом возмущений:

$$r = r^0(t), \quad t \in [t_0, T].$$

и движение активного космического аппарата:

$$r^a(t) = \begin{cases} r_1{}^a(t), t \in [t_0, t_1], \\ r_k{}^a(t), t \in [t_{k-1}, t_k], \\ r_N{}^a(t), t \in [t_{N-1}, t_N], \end{cases} \quad t_k \in [t_0, T].$$

в виде функций времени, состыкованных в граничных точках, если выбран порядок следования и моменты переключения. Для оценки относительного положения и скорости объектов можно определить

$$\rho_k = r^a(t_k) - r^0(t_k), \quad \nu_k = v^a(t_k) - v^0(t_k), \quad t_k \in [t_0, T].$$

Для мягкой встречи или сопровождения требуется:

$$\rho_k \to 0, \quad \nu_k \to 0.$$

Для задачи инспектирования или обслуживания имеем условия:

$$|\rho_k| \le \delta_1, \quad |\nu_k| \le \delta_2.$$

Особенность задачи в том, что нужно последовательно выполнить эти условия для всех объектов из выделенной совокупности. Но пока мы заняты реализацией встречи для одного объекта, остальные меняют свое относительное положение и скорость в зависимости от выбора маршрута движения на очередном этапе [3, 5, 6].

Может показаться, что проблема маршрута сводится к простому перебору всех возможных вариантов перехода между заданными граничными орбитами после оценки затрат и времени для каждой пары орбит. Или сводится к простой задаче управления с линейным функционалом и линейными ограничениями. Но задача является нелинейной даже в нулевом приближении и существуют особенности решений даже в простейших случаях.

Другой способ определения движения в центральном гравитационном поле с учетом действующих возмущений связан с регуляризирующим преобразованием уравнений движения и переходом к почти линейным уравнениям в конфигурационном пространстве увеличенной размерности или каноническим уравнениям для регулярных элементов. Замена переменных для фазовых координат и независимой переменной в пространственном случае устраняет особенности в исходных уравнениях и приводит уравнения движения к почти линейному виду [4, 9]. Полученные уравнения можно привести к каноническому виду для специальных регулярных элементов.

Список литературы:

1. Ильин В.А., Кузмак Г.Е. Оптимальные перелеты космических аппаратов. М.: изд. «Наука», 1976. — 744 с.
2. Коваленко А.Н., Королев В.С. Задача оптимизации траекторий для перехвата и отклонения опасных для Земли астероидов с учетом ограничений на время или импульс // Вопросы механики и процессов управления. Вып. 19. СПб.: изд. СПбГУ, 2003. — С. 242—247.
3. Королев В.С. Оптимизация и вычисление траекторий методом возмущенных конических сечений // Вопросы механики и процессов управления. Л.: изд. ЛГУ, 1988. — С. 67—72.
4. Королев В.С. Преобразование уравнений движения управляемых систем. // Тезисы докладов. Четвертые Поляховские чтения. СПб.: изд. ВВМ, 2006. — С. 103—104.
5. Королев В.С. Задачи оптимального инспектирования астероидов космическим аппаратом // Шестые Поляховские чтения. Избранные труды Международной научной конференции по механике. М.: изд. Балабанов, 2012. — С. 123—126.
6. Королев В.С., Олехова Е.Ф. О построении оптимальной траектории встречи на компланарной круговой орбите при наличии сильных ограничений на время движения // Математические методы решения инженерных задач. М., изд. МинОбороны, 2005. — С. 98—104.
7. Лоуден Д.Ф. Оптимальные траектории для космической навигации. М.: изд. «Мир», 1966. — 152 с.
8. Новоселов В.С. Аналитическая теория оптимизации в гравитационных полях. Л.: изд. ЛГУ, 1972. — 317 с.
9. Новоселов В.С., Королев В.С. Аналитическая механика управляемой системы. СПб.: изд. СПбГУ, 2005. — 298 с.

10. Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. М.: изд.«Наука», 1968. — 800 с.