

Trigonometria és Koordinátageometria

A trigonometria téma kör megközelítési lehetőségei

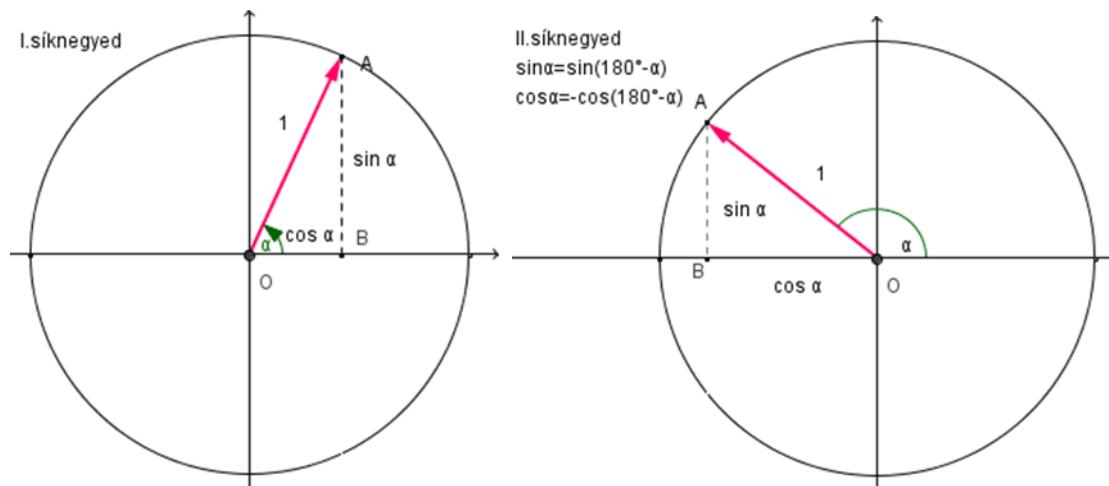
- Sík- és térgeometriai
- *Függvénytani - emelt szint*
- *Algebrai – emelt szint*

Síkgeometriai megközelítés (11. osztály)

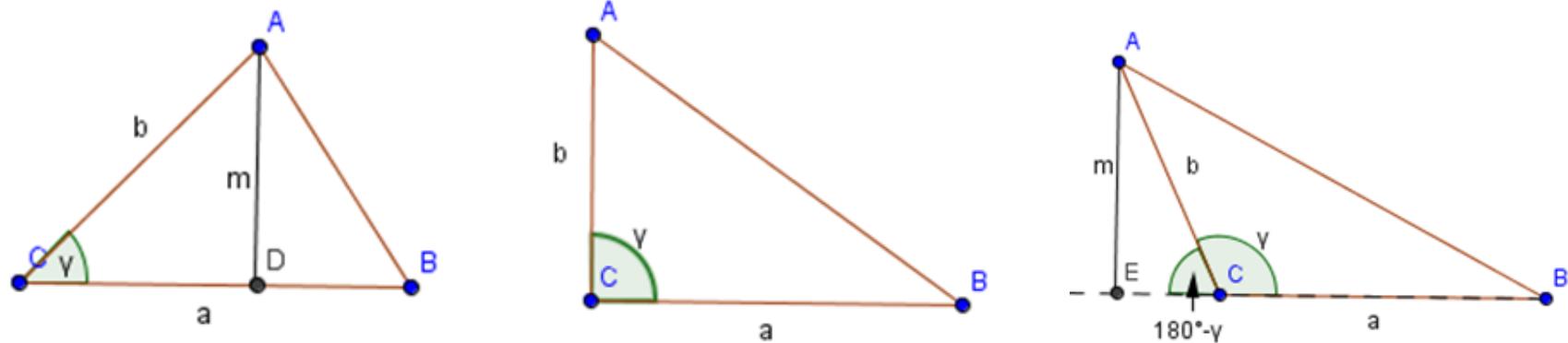
- Hégyesszögek szögfüggvényeinek értelmezése derékszögű háromszögekben az oldalak arányával
- Összefüggések az egyes szögfüggvények között
 - Szög és pótszögének szögfüggvényei
 - Kapcsolat a \sin , \cos és a \tg , \ctg között
 - Trigonometrikus Pitagorasz-tétel
- Nevezetes szögek szögfüggvényeinek meghatározása
- Szögfüggvényértékek ki- és visszakeresése számológéppel
- Szögek és oldalak kapcsolata általános háromszögekben:
 - Szinusz téTEL, Koszinusz téTEL
- A háromszög trigonometrikus területképlete

Tompaszögek szögfüggvényei

- Kiterjesztés a permanenciaelv alapján a trigonometrikus területképletre vagy a koszinusztételere hivatkozva
- Kiterjesztés az egységvektor koordinátáival.



A háromszög trigonometrikus területképlete



Egy háromszög két oldala 8 és 15, területe 48. Mekkora a harmadik oldal?

Feladatok a háromszög meghatározására

- Számítsuk ki a háromszög hiányzó oldalait és szögeit, ha a szokásos jelölések mellett:
 1. $c = 14$; $\alpha = 63^\circ$; $\beta = 80^\circ$
 2. $b = 8$; $c = 10$; $\alpha = 50^\circ$
 3. $a = 5$; $b = 6$; $c = 9$
 4. $a = 10$; $b = 12$; $\beta = 73^\circ$
 5. $a = 10$; $b = 12$; $\alpha = 30^\circ$
 6. $b = 9$; $\alpha = 18$; $\beta = 52^\circ$

A Vektor fogalma, vektorműveletek értelmezése

- A vektorfogalom bevezetésének lehetőségei
 - Irányított szakaszként az eltolás tanítása előtt (8. osztály)
 - Vektorok egyenlősége (a vektort nagysága, állása, iranya jellemzi)
 - Jelölések: \vec{v} , \underline{v} , v , ill. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \vec{a}$
- Vektorműveletek (9. osztály)
 - Összeadás, kivonás, skalárral való szorzás
 - Definiálásuk szerkesztési eljárásokkal

Helyvektor koordinátáinak értelmezése (11. osztály)

- Ha \vec{a} és \vec{b} nullvektortól különböző vektorok, akkor bármely velük egysíkú \vec{v} vektor egyértelműen felbontható \vec{a} -val és \vec{b} -vel párhuzamos komponensekre: $\vec{v} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$.
- A Descartes-féle derékszögű koordinátarendszerben bármely origóból induló vektorhoz (helyvektorhoz) rendezett számpárt rendelhetünk: $\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$
- Vektor elforgatása $\pm 90^\circ$ -kal
- A helyvektor végpontjának koordinátái megegyeznek a helyvektor koordinátáival.

Pont koordinátageometriája (11. osztály)

- A pontok koordinátái megegyeznek a pontba mutató helyvektorok koordinátáival.
 - Példa: Adott a koordinátasíkon két pont: $P(-1; 5)$ és $Q(7; 3)$. Írjuk fel a \overrightarrow{PQ} vektor koordinátáit!
- Kapcsolódó ismeretek
 - Szakasz hossza
 - Szakasz felezőpontja

Számítsuk ki az $A(-2; 3)$, $B(4; -1)$, $C(2; 4)$ csúcsokkal megadott ABC háromszög területét!

Egyenes koordinátageometriája

- Irányvektor, irányszög, iránytangens vagy meredekség
- Az egyenes egyértelmű megadásához szükséges a sík egy pontja, és az egyenes meredeksége.
- Az egyenes egyenlete: $y - y_0 = m(x - x_0)$
- Az egyenesek osztályozása a meredekség szerint
- Az egyenes egyenlete és a lineáris függvény közötti kapcsolat
- Két egyenes kölcsönös helyzete
 - Párhuzamosság feltétele: $m_1 = m_2$
 - Merőlegesség feltétele: $m_1 = -\frac{1}{m_2}$

Egy paralelogramma három csúcspontjának koordinátái az egyik körüljárási irányban $(2; 6)$, $(-1; 2)$, $(1; -1)$. Határozzuk meg a negyedik csúcspont koordinátáit!

Kör koordinátageometriája

- A kör egyenletének levezetése a kör definíciójából:

$$(x - u)^2 + (y - v)^2 = r^2$$

- Kapcsolat a másodfokú kétismeretlenes egyenlet és a kör egyenlete között.

- Példa: Az alábbi egyenletek közül melyik lehet kör egyenlete?

a) $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 24 = 0$

b) $x^2 + y^2 + 10x = 0$

c) $x^2 + y^2 + 2xy - 30 = 0$

d) $2x^2 + 2y^2 + 12x + 4y - 12 = 0$

e) $4x^2 + 9y^2 + 6x - 6y + 16 = 0$

- Két kör, kör és egyenes kölcsönös helyzete

Lehet-e egy húrnégyszög négy csúcsa a következő négy pont: $A(0; -1)$, $B(4; 0)$, $C(4; 4)$ és $D(-2; 3)$?