

## CEC'2013大型全球优化特别会议和竞赛的基准函数

李晓东<sup>1</sup>, 唐珂<sup>2</sup>, Mohammad N. Omidvar<sup>1</sup>, 杨振宇<sup>3</sup>, 和秦凯<sup>1</sup>

1 Evolutionary Computing and Machine Learning (ECML), School of Computer Science and Information Technology, RMIT University, Melbourne, Australia

{xiaodong.li, mohammad.omidvar, kai.qin}@rmit.edu.au,  
<http://goanna.cs.rmit.edu.au/~xiaodong>

2 中国科学技术大学计算机科学与技术学院自然启发计算与应用实验室 (NICAL)。

中国安徽省合肥市, 中国

ketang@ustc.edu.cn, <http://staff.ustc.edu.cn/~ketang>

3 国防科技大学信息系统与管理学院, 长沙, 410073、

zhyuyang@ieee.org

2013年12月24日

### 摘要

本报告提出了15个大规模基准问题，作为现有CEC'2010大规模全球优化基准套件的扩展。其目的是为了能够更好地代表更广泛的现实世界大规模优化问题，并为比较各种专门为大规模全球优化设计的进化算法提供便利和灵活性。本报告提出的主要新功能包括：引入不同子组件的贡献之间的不平衡，大小不一的子组件，以及形成和冲突的重叠函数。

## 1 简介

众多的元启发式算法已经成功地应用于许多优化问题[1, 2, 5, 9, 10, 15, 16, 17, 21, 35, 39]。然而，随着问题的广度增加，它们的性能会迅速恶化[3, 19]。有许多现实世界的问题都表现出这种大尺度的特性[8, 20]，而且随着科学技术的发展，这种大尺度全局优化 (LSGO) 问题的数量将继续增长。

有几个因素使大规模问题变得异常困难[45]。首先，问题的搜索空间会随着决策变量数量的增加而呈指数级增长。其次，搜索空间的属性可能随着维数的增加而改变。例如，Rosenbrock函数在两个维度上是一个单模态函数，但当维度数增加时，它变成了一个多模态函数[37]。第三，大规

模问题的评估通常很昂贵。在许多现实世界的问题中往往是这样，如燃气涡轮定子叶片[4]，多学科设计优化[38]，以及目标形状设计优化[5]。

导致大额销售问题困难的另一个因素是变量之间的互动。如果两个变量不能独立地进行优化，那么它们就会相互影响，从而找到一个全局的最佳状态。

目标函数。在连续运算文献中，变量互动通常被称为 *非分离性*。在遗传算法文献中，这种现象通常被称为 *epistasis* 或 *基因互动* [7, 33]。

在一个极端的情况下，即任何决策变量之间没有相互作用，一个大规模的问题可以通过独立优化每个决策变量来解决。另一个极端是当所有的决策变量都相互影响时，所有的决策变量都应该被一起优化。然而，现实世界中的大多数问题都介于这两种极端情况之间 [4, 3]。在这样的问題中，通常是决策变量的一个子集与其他变量相互作用，形成几个相互作用的变量群组。

许多现实世界问题的模块化性质使得“分而治之”的方法在解决大规模优化问题时具有吸引力。在优化的背景下，这种分而治之的方法通常被称为分解方法 [6, 11, 12]。一些算法，如分布估计算法（EDAs） [24, 29, 30, 31, 32] 通过逼近一组联合概率分布来代表每个交互组进行隐式分解。其他一些方法，如合作共进化（CC） [34] 明确地将一个大规模问题细分为一组较小的子问题 [44]。近年来，合作共进化算法在大规模全局优化的背景下得到了普及 [4, 18, 19, 26, 27, 47, 46]。记忆算法 [23] 在进化框架中使用局部搜索算子，在大规模优化中也越来越受欢迎 [22]。

IEEE CEC'2010 基准套件 [42] 的设计目的是为测试和比较大规模全局优化算法提供一个合适的评估平台。为此，CEC'2010 基准套件成功地代表了许多现实世界问题的模块化特征，并建立了一套可扩展的基准函数，以促进大规模全局优化领域的研究。然而，近年来LSGO领域的进展表明，有必要修改和扩展现有的基准套件。本报告的目的是着手于《全球优化》中提出的想法。为了更好地体现更广泛的现实世界问题的特点，并对基于分解的算法提出一些挑战，CEC 2010年的基准套件和扩展基准函数。这里描述的基准问题是在MATLAB/Octave、Java和C++中改进的，它伴随着本报告<sup>1</sup>。

## 2 对CEC 2010年基准套件的修改

本报告在CEC 2010年的基准套件中引入了以下特征。

- 不统一的子组件尺寸；
- 子组件的贡献不平衡 [2, 8]；
- 具有重叠的子组件的功能；
- 对基础函数的新转换 [1, 3]:
  - 调理不当；
  - 对称性的打破；
  - 不规范的行为。

以下各节将讨论和说明对上述每个特点的需求。

### 2.1 不统一的子组件尺寸

在CEC'2010的基准套件中，所有不可分离的子组件的大小都是相等的。这只允许具有统一子组件大小的函数，而这正是许多现实世界问题的典型代表。可以说，现实世界中的优化问题的子组件很可能是不等大小的。为了更好地体现这一特点，本测试套件中的函数包含一系列不同大小的子组件。

---

<sup>1</sup>[http://goanna.cs.rmit.edu.au/~xiaodong/cec13-lsgo/competition/lsgo\\_2013\\_benchmarks.zip](http://goanna.cs.rmit.edu.au/~xiaodong/cec13-lsgo/competition/lsgo_2013_benchmarks.zip)

## 2.2 次级成分的贡献不平衡

在许多现实世界的问题中，一个目标函数的子组件很可能是不同性质的，因此它们对全局目标值的贡献可能不同。在最近的一项研究中[28]，已经表明计算预算可以根据子组件对全局适配度的贡献来更有效地使用。在CEC'2010的基准套件中，几乎所有的函数都是用同一个基函数来代表不同的子组件。使用相同的基函数和相同大小的子组件会导致所有子组件的贡献相等。这种配置并不代表许多现实世界问题中各种子组件之间的不平衡贡献。

通过引入非统一的子组件大小，只要不同的子组件的贡献是不同的，它们的贡献就会自动不同。然而，一个子组件的贡献可以通过与每个子组件函数的值相乘的系数来放大或减弱。

## 2.3 具有重叠的子组件的功能

在CEC'2010的基准套件中，子组件是决策变量的disjoint子集。换句话说，子组件的函数不共享任何模式变量。当子组件之间没有重叠时，理论上有可能将一个大规模的问题分解成决策变量的理想分组。然而，当各子部分之间有一定程度的重叠时，就不会有独特的最优决策变量分组。在本报告中，引入了一类新的具有重叠子组件的函数。这对分解算法来说是一个挑战，即如何检测重叠并设计一个合适的链式来优化这种部分相互依赖的子组件。

## 2.4 基准函数的新转换

CEC 2010年基准套件中使用的一些基础函数是非常规则和对称的。例子包括Sphere, Elliptic, Rastrigin, 和Ackley函数。为了与许多现实世界的问题更好地相似，一些非线性变换被应用在这些基础函数上，以打破对称性，并在健身景观上引入一些不规则性[13]。应该注意的是，这些变换并不改变函数的可分离性和模态属性。所应用的三种变换是：条件不良、打破对称性和不规则性。

### 2.4.1 条件不佳

条件不良指的是轮廓线的最大方向和最小方向之间比率的平方[13]。在椭圆体的情况下，如果它在一个轴的方向上被拉伸的程度大于其他轴，那么我们就说这个函数是条件不良的。

### 2.4.2 违规行为

大多数基准函数都有规则的模式。通过应用某种转换，引入一定程度的不规则性是可取的

### 2.4.3 对称性破坏

一些产生遗传变异的算子，特别是基于高斯分布的算子是对称的，如果函数也是对称的，就会出现有利于对称算子的偏见。为了消除这种偏见，最好是进行对称性破坏转换。

### 3 定义

**定义1.** 一个函数 $f(x)$ 具有 $m$ 个独立的子成分，是部分可分离的，如果：

$$\arg \min_x f(x) = \arg \min_{x_1} f(x_1, \dots), \dots, \arg \min_{x_m} f(\dots, x_m),$$

其中 $x = [x_1, \dots, x_m]^T$  是一个 $D$ 维的决策向量， $x_1, \dots, x_m$  是 $x$ 的不相交的子向量，并且  $2 \leq m \leq D$ 。

作为定义1的一个特例，如果子向量 $x_1, \dots, x_m$  是一维的（即 $m = D$ ），那么一个函数就是完全可分离的， $x_m$  是一维的（即 $m = D$ ）。

**定义2.** 如果一个函数 $f(x)$ 的每一对决策变量都相互影响，那么它就是完全不可分离的。

**定义3.** 如果一个函数具有以下一般形式，它就是部分可加性分离的：

$$f(x) = \sum_{i=1}^m f_i(x_i),$$

其中， $x_i$  是 $f_i$  的互斥决策向量， $x = [x_1, \dots, x_m]^T$  是 $f$ 的一个全局决策向量。  
 $D$ 维度， $m$ 是独立子组件的数量。

定义3是定义1的一个特例。部分可加性可分离函数方便地代表了许多现实世界问题的模块化性质[43]。本报告中定义的所有部分可分离函数都遵循定义1中的格式。

### 4 基准问题

在本报告中，我们定义了四大类大尺度问题：

1. 完全可分的函数；
2. 两种类型的部分可分离函数：
  - (a) 部分可分离的函数有一组非分离的子组件和一个完全可分离的子组件；
  - (b) 部分可分离的函数，只有一组不可分离的子组件，没有完全可分离的子组件。
3. 具有重叠子组件的函数：这些函数的子组件与它相邻的子组件有一定程度的重叠。有两种类型的重叠函数：
  - (a) 具有符合要求的子组件的重叠函数：对于这种类型的函数，两个子组件之间的共享决策变量对于两个子组件的函数具有相同的最佳值。换句话说，由于共享决策变量的优化，一个子组件的优化可以提高另一个子组件的价值。
  - (b) 有冲突的子组件的重叠函数：对于这种类型的函数，共享决策变量对每个子组件的函数都有不同的最佳值。这意味着，由于共享决策变量的冲突性，一个子组件的优化可能对另一个重叠的子组件产生不利的影响。

4. 完全不可分离的函数。

用于形成可分离和n-不可分离的子组件的基础函数是：Sphere, Elliptic, Rastrigin's, Ackley's, Schwefel's, and Rosenbrock's 函数。这些函数是许多连续优化测试套件中基准函数的分类例子[13, 40, 41]，在第4.1节中有数学定义。基于以上描述的四大类和上述六种基础函数，本报告提出了以下15种大型函数：

#### 1. 完全可分的函数

- (a)  $f_1$ ：椭圆函数
- (b)  $f_2$ ：Rastrigin功能
- (c)  $f_3$ ：Ackley函数

#### 2. 部分可加性分离函数

- 具有可分离子组件的函数：
  - (a)  $f_4$ ：椭圆函数
  - (b)  $f_5$ ：Rastrigin功能
  - (c)  $f_6$ ：Ackley函数
  - (d)  $f_7$ ：Schwefels问题1.2
- 没有可分离的子组件的函数：
  - (a)  $f_8$ ：椭圆函数
  - (b)  $f_9$ ：Rastrigin功能
  - (c)  $f_{10}$ ：Ackley函数
  - (d)  $f_{11}$ ：Schwefels问题1.2

#### 3. 重叠的功能

- (a)  $f_{12}$ ：罗森布罗克的函数
- (b)  $f_{13}$ ：具有符合条件的重叠子组件的Schwefels函数
- (c)  $f_{14}$ ：有冲突的重叠子成分的Schwefels函数

#### 4. 不可分离的函数

- (a)  $f_{15}$ ：Schwefels问题1.2

这四大类的高层设计在第4.2节中进行了解释。



## 4.1 基础功能

### 4.1.1 球形函数

$$f_{\text{sphere}}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^D x_i^2$$

其中 $\mathbf{x}$ 是一个D维的决策向量。球形函数是一个非常简单的单模态和完全可分离的函数，它被用作本报告中定义的一些部分可分离函数的完全可分离的分量。

### 4.1.2 椭圆函数

$$f_{\text{ellipsoid}}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^D 10^{i-1} x_i^2$$

### 4.1.3 拉斯特里金的功能

$$f_{\text{astrigin}}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^D x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10$$

### 4.1.4 阿克雷家族的功能

$$f_{\text{ackley}}(\mathbf{x}) = -20 \exp \left( -0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2} \right) - \exp \left( \frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i) \right) + 20 +$$

### 4.1.5 施韦费尔的问题1.2

$$f_{\text{schwefel}}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^D x_i^2$$

### 4.1.6 罗森布鲁克的功能

$$f_{\text{rosenbrock}}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{D-1} 100(x_i^2 - x_{i+1})^2 + (x_i - 1)^2$$

## 4.2 设计

### 4.2.1 符号

符号和辅助函数将在本节中描述。向量用小写粗体排版，代表列向量（例如： $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_D]^T$ ）。矩阵用大写黑体字排版（如 $\mathbf{R}$ ）。

$S$ : 一个多集，包含一个函数的子组件大小。例如， $S = \{50, 25, 50, 100\}$ 。意味着有4个子组件，每个组件分别有50、25、50和100个变量。

$|S|$ :  $S$ 中的元素数量。一个函数中的子组件的数量。

$C_i = \sum_{j=1}^i S_j$  : 为了方便起见,  $C_0$  被定义为零。  $C_i$  被用来作为  $S$  的前  $i$  项之和。  
构建具有适当大小的不同子函数的决策向量。

$D$  : 目标函数的维度。

$P$  : 维度指数  $\{1, \dots, D\}$  的随机排列。 ,  $D\}$

$w_i$ ：一个随机产生的权重，作为第1个不可分离的子组件函数的系数，用于产生不平衡效应。权重的定义如下：

$$w_i = 10^{3N(0,1)}$$

其中 $N(0, 1)$ 是一个高斯分布，均值为零，方差为单位。

$x^{opt}$ ：目标函数值最小的最佳决策向量。这也被用来作为改变全局最优位置的移位向量。

$T_{osz}$ ：一个转换函数，用于创建平滑的局部不规则性[13]。

$$T_{osz} : R^D \rightarrow R^D, x_i \mapsto \text{sign}(x_i) \exp(\hat{x}_i + 0.049(\sin(c_1 \hat{x}_i) + \sin(c_2 \hat{x}_i))), \text{ for } i = 1, \dots, D$$

$$\text{其中 } \hat{x}_i = \begin{cases} \log(|x_i|) & \text{如果 } x_i \neq 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases}, \text{sgin}(x) = \begin{cases} -1 & \text{如果 } x < 0 \\ 0 & \text{如果 } x = 0 \\ 1 & \text{如果 } x > 0 \end{cases}$$

$$c_1 = \begin{cases} 10 & \text{如果 } x_i > 0 \\ 5.5 & \text{否则} \end{cases}, \text{和 } c_2 = \begin{cases} 7.9 & \text{如果 } x_i > 0 \\ 3.1 & \text{否则的话} \end{cases}$$

$T_{阿西}^\beta$ ：一个变换函数，用于打破对称函数的对称性[13]。

$$T_{阿西}^\beta : R^D \rightarrow R^D, x_i \mapsto \begin{cases} \frac{1 + \beta^{\frac{i-1}{D-1}} x_i}{x_i} & \text{如果 } x_i > 0 \\ x_i & \text{否则} \end{cases}, \text{ 对于 } i = 1, \dots, D.$$

$\Lambda^\alpha$ ：一个D维的对角线矩阵，其对角线元素 $\Lambda_{ii} = \alpha^{2^{D-1}}$ 。这个矩阵被用来创建非条件[13]。参数 $\alpha$ 是条件数。

$R$ ：正交旋转矩阵，用于围绕各种轴随机旋转无景观，如[36]所建议。

$m$ ：子组件之间的重叠尺寸。

$\mathbf{1} = [1, \dots, 1]^T$ ，是所有1的列向量。

除了应用一些新的变换外，完全可分离和完全不可分离函数的设计与CEC 2010年的基准没有区别。其他类别函数的一般设计，如部分可分离函数和超平函数，将在下一节描述。

#### 4.2.2 部分可分离函数的设计

这类函数的一般形式如下：

$$f(x) = \sum_{i=1}^{|\mathcal{S}|-1} w_i \text{wifnonsep}(z_i) + f_{\text{sep}}(z_{|\mathcal{S}|})$$

其中， $w_i$ 是一个随机生成的权重，用来产生不平衡效应， $\text{cand}$ 和 $f_{\text{sep}}$ 是Sphere函数或Rastrigin函数或Ackley函数的非旋转版本。为了生成这些函数的非分离版本，可以使用旋转矩阵。向量 $z$ 是通过变换、移位和最后重新排列向量 $x$ 的尺寸形成的。一个典型的变换如下所示：

$$y = \Lambda T_{阿西}^{100.2} (T_{osz} (x - x^{opt})), z_i = y(P_{[C_{i-1}+1]} : P_{[C_i]})$$

如前所述，向量 $x^{\text{opt}}$  是被移位的最佳位置，被用作移位的向量。扰动集 $P$ 用于重新排列决策变量的顺序， $cd_i$  用于构建每个子分量向量 $z(i)$ ，其相应的大小 $(\ell_i)$ 在多集中指定。

#### 4.2.3 具有符合要求的子函数的重叠设计

#### 组成部分

这类函数的设计与部分可分离函数非常相似，除了向量 $z$ 的形成 $i$ ，具体操作如下：

$$y(P_{[C_{i-1}-(i-1)m+1] : P_{[C_i-(i-1)m]}})$$

该参数使两个相邻的子组件有 $m$ 个共同的决策变量。这个参数可由用户调整，其变化范围为： $1 \leq m \leq \min\{L\}$ 。这类函数的决策变量总数计算如下：

$$D = \sum_{i=1}^{|S|} (L_i - (m(|I|-1)))$$

#### 4.2.4 具有冲突的子组件的重叠功能的设计

除了向量 $z_i$ 的构建方式外，这类函数的整体结构与部分可分离函数类似：

$$y_i = x(P_{[C_{i-1}-(i-1)m+1] : P_{[C_i-(i-1)m]}}) - x_{opt_i}$$

$$z_i = \bigwedge_{T \in T_{100,2}} (T_{osz}(y_i))$$

可以看出，每个子构件向量 $z_i$ 有不同的移位向量。这就在两个重叠的子构件之间产生了共享决策变量 $ebt$ 的最佳值的冲突。

## 4.3 函数的定义

### 4.3.1 完全可分的函数

$f_1$ ：移位的椭圆函数

$$f_1(z) = \sum_{i=1}^D \frac{1}{10} z_i^{6-2} \quad (1)$$

- $z = T_{\text{osz}}(x - x^{\text{opt}})$
- $x \in [-100, 100]^p$
- 全局最优： $f_1(x^{\text{opt}}) = 0$

属性：

- 一体化；
- 可分离；
- 转移了；
- 抚平局部的不规则现象；
- 无条件的（条件数 $\approx 10^6$ ）。

$f_2$ ：移位的拉斯特里金函数

$$f_2(z) = \sum_{i=1}^D z_i^2 - 10 \cos(2\pi z_i) + 10 \quad (2)$$

- $z = \wedge T_{\text{osz}}^{100.2}(x - x^{\text{opt}})$
- $x \in [-5, 5]^p$
- 全局最优： $f_2(x^{\text{opt}}) = 0$

属性：

- 多式联运；
- 可分离；
- 转移了；
- 抚平局部的不规则现象；
- 无条件的（条件数 $\approx 10$ ）。

$f_3$ ：移位的阿克雷函数

$$f_3(z) = -20 \exp \left[ -0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D |z_i|} \right] \quad !$$

- $z = \bigwedge_{i=1}^{100.2} (T_{\text{osiz}}(x - x^{\text{opt}}))$   $\sum_{i=1}^D z^2 - \exp \sum_{i=1}^D \cos(2\pi z)_i + 20 + e$  (3)
- $x \in [-32, 32]^D$
- 全局最优:  $f_3(x^{\text{opt}}) = 0$

**属性：**

- 多式联运；
- 可分离；
- 转移了；
- 抚平局部的不规则现象；
- 无条件的（条件数 $\approx 10$ ）。



#### 4.3.2 部分相加的可分离函数 I

$f_4$  : 7-不可分割, 1-可分割的移位和旋转椭圆函数

$$f_4(z) = \sum_{i=1}^{|S|-1} wifelliptic(z_i) + felliptic(z|S|) \quad (4)$$

- $\mathbf{f} = \{50, 25, 25, 100, 50, 25, 25, 700\}$
- $D = \sum_{i=1}^{|S|} \mathbf{f}_i = 1000$
- $\mathbf{y} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^{\text{opt}}$
- $\mathbf{y}_i = y(P_{[C_{i-1}+1]} : P_{[C_i]}), i \in \{1, \dots, |\mathbf{f}|\}$
- $\mathbf{z}_i = T_{\text{osz}}(R \mathbf{y}_{ii}), i \in \{1, \dots, |\mathbf{f}| - 1\}$
- $\mathbf{z}|S| = T_{\text{osz}}(\mathbf{y}|S|)$
- $R_i : a |\mathbf{f}_i| \times |\mathbf{f}_i|$  旋转矩阵
- $\mathbf{x} \in [-100, 100]^p$
- 全局最优:  $f_4(\mathbf{x}^{\text{opt}}) = 0$

属性:

- 一体化;
- 部分可分离;
- 转移了;
- 抚平局部的不规则现象;
- 无条件的 (条件数  $\approx 10^6$ ) 。

$f_5$  : 7-不可分割的, 1-可分割的移位和旋转的拉斯特里格函数

$$f_5(z) = \sum_{i=1}^{|S|-1} wifrastrigin(z_i) + frastrigin(z|S|) \quad (5)$$

- $\mathbf{f} = \{50, 25, 25, 100, 50, 25, 25, 700\}$
- $D = \sum_{i=1}^{|S|} \mathbf{f}_i = 1000$
- $\mathbf{y} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^{\text{opt}}$
- $\mathbf{y}_i = y(P_{[C_{i-1}+1]} : P_{[C_i]}), i \in \{1, \dots, |\mathbf{f}|\}$
- $\mathbf{z}_i = \wedge T_{\frac{100.2}{|\mathbf{f}|}}(T_{\text{osz}}(R \mathbf{y}_{ii})), i \in \{1, \dots, |\mathbf{f}| - 1\}$
- $\mathbf{z}|S| = \wedge 10 T_{\frac{0.2}{|\mathbf{f}|}}(T_{\text{osz}}(\mathbf{y}|S|))$
- $R_i : a |\mathbf{f}_i| \times |\mathbf{f}_i|$  旋转矩阵
- $\mathbf{x} \in [-5, 5]^p$

- 全局最优:  $f_5(x^{\text{opt}}) = 0$

属性：

- 多式联运；
- 部分可分离；
- 转移了；
- 抚平局部的不规则现象；
- 无条件的（条件数 $\approx 10$ ）。

$f_6$ ：7-不可分割的，1-可分割的移位和旋转阿克雷函数

$$f_6(z) = \sum_{i=1}^{|S|-1} wifackley(z_i) + fackley(z|S|) \quad (6)$$

- $f = \{50, 25, 25, 100, 50, 25, 25, 700\}$
- $D = \sum_{i \in I} f_i = 1000$
- $y = x - x^{opt}$
- $y_i = y(P_{[C_{i-1}+1]} : P_{[C_i]}), i \in \{1, \dots, |f|\}$
- $z_i = \wedge T_{\frac{100.2}{|f|}}^{100.2}(T_{osz}(R y_i)), i \in \{1, \dots, |f| - 1\}$
- $z|S| = \wedge T_{\frac{100.2}{|f|}}^{0.2}(T_{osz}(y|S|))$
- $R_i : a |f_i| \times |f_i|$  旋转矩阵
- $x \in [-32, 32]^p$
- 全局最优： $f_6(x^{opt}) = 0$

属性：

- 多式联运；
- 部分可分离；
- 转移了；
- 抚平局部的不规则现象；
- 无条件的（条件数 $\approx 10$ ）。

$f_7$ ：7-不可分离的，1-可分离的移位施韦费尔函数

$$f_7(z) = \sum_{i=1}^{|S|-1} wifschwefel(z_i) + fsphere(z|S|) \quad (7)$$

- $f = \{50, 25, 25, 100, 50, 25, 25, 700\}$

$\Sigma$

- $D = \sum_{i \in \mathcal{I}} \mathbb{E}_i = 1000$
- $y = x - x^{\text{opt}}$
- $y_i = y(P_{[C_{i-1}+1]} : P_{[C_i]}), i \in \{1, \dots, |\mathcal{I}|\}$

- $z_i = T_{\text{阿}}^{0.2}(T_{\text{osz}}(R y_{\text{fi}}))$ ,  $i \in \{1, \dots, |\mathbb{E}| - 1\}$
- $z|\mathbb{S}| = T_{\text{阿}}^{0.2}(T_{\text{osz}}(y|\mathbb{S}|))$
- $R_i: a |\mathbb{E}_i| \times |\mathbb{E}_i|$  旋转矩阵
- $x \in [-100, 100]^p$
- 全局最优:  $f_3(x^{\text{opt}}) = 0$

#### 属性:

- 多式联运;
- 部分可分离;
- 转移了;
- 抚平局部的不规则现象;

#### 4.3.3 部分加性可分离函数II

$f_8$  : 20-不可分割的移位和旋转椭圆函数

$$f_8(z) = \sum_{i=1}^{|S|} w_i \text{falliptic}(z)_i \quad (8)$$

- $\mathcal{E} = \{50, 50, 25, 25, 100, 100, 25, 25, 50, 25, 100, 25, 100, 50, 25, 25, 25, 100, 50, 25\}$
- $D = \sum_{\mathcal{E}=\mathcal{Z}} \mathcal{E}_i = 1000$
- $y = x - x^{\text{opt}}$
- $y_i = y(P_{[C_{i-1}+1]} : P_{[C_i]}), i \in \{1, \dots, |\mathcal{E}|\}$
- $z_i = T_{\text{osz}}(R y_{ii}), i \in \{1, \dots, |\mathcal{E}|\}$
- $R_i : a |\mathcal{E}_i| \times |\mathcal{E}_i|$  旋转矩阵
- $x \in [-100, 100]^p$
- 全局最优:  $f_8(x^{\text{opt}}) = 0$

属性:

- 一体化;
- 部分可分离;
- 转移了;
- 抚平局部的不规则现象;
- 无条件的 (条件数  $\approx 10^6$ ) 。

$f_9$  : 20个不可分离的移位和旋转的拉斯特里金的函数

$$f_9(z) = \sum_{i=1}^{|S|} w_i \text{frastrigin}(z)_i \quad (9)$$

- $\mathcal{E} = \{50, 50, 25, 25, 100, 100, 25, 25, 50, 25, 100, 25, 100, 50, 25, 25, 25, 100, 50, 25\}$
- $D = \sum_{\mathcal{E}=\mathcal{Z}} \mathcal{E}_i = 1000$
- $y = x - x^{\text{opt}}$
- $y_i = y(P_{[C_{i-1}+1]} : P_{[C_i]}), i \in \{1, \dots, |\mathcal{E}|\}$
- $z_i = \wedge T_{\frac{100}{100.2}}(T_{\text{osz}}(R y_{ii})), i \in \{1, \dots, |\mathcal{E}|\}$
- $R_i : a |\mathcal{E}_i| \times |\mathcal{E}_i|$  旋转矩阵
- $x \in [-5, 5]^p$
- 全局最优:  $f_9(x^{\text{opt}}) = 0$

属性：

- 多式联运；
- 部分可分离；
- 转移了；
- 抚平局部的不规则现象；
- 无条件的（条件数 $\approx 10$ ）。

$f_{10}$  : 20-不可分割的移位和旋转阿克雷函数

$$f_{10}(z) = \sum_{i=1}^{|S|} w_i \text{fackley}(z)_i \quad (10)$$

- $f = \{50, 50, 25, 25, 100, 100, 25, 25, 50, 25, 100, 25, 100, 50, 25, 25, 25, 100, 50, 25\}$
- $D = \sum_{i \in I} f_i = 1000$
- $y = x - x^{\text{opt}}$
- $y_i = y(P_{[C_{i-1}+1]} : P_{[C_i]}), i \in \{1, \dots, |f|\}$
- $z_i = \wedge T_{\text{rot}}^{100,2}(T_{\text{osz}}(R y_{ii})), i \in \{1, \dots, |f|\}$
- $R_i : a |f_i| \times |f_i|$  旋转矩阵
- $x \in [-32, 32]^p$
- 全局最优：  $f_{10}(x^{\text{opt}}) = 0$

属性：

- 多式联运；
- 部分可分离；
- 转移了；
- 抚平局部的不规则现象；
- 无条件的（条件数 $\approx 10$ ）。

$f_{11}$  : 20-不可分割的移位施韦弗尔函数

$$f_{11}(z) = \sum_{i=1}^{|S|} w_i \text{fschwefel}(z)_i \quad (11)$$

- $f = \{50, 50, 25, 25, 100, 100, 25, 25, 50, 25, 100, 25, 100, 50, 25, 25, 25, 100, 50, 25\}$
- $D = \sum_{i \in I} f_i = 1000$
- $y = x - x^{\text{opt}}$
- $y_i = y(P_{[C_{i-1}+1]} : P_{[C_i]}), i \in \{1, \dots, |f|\}$
- $z_i = T_{\text{rot}}^{0,2}(T_{\text{osz}}(R y_{ii})), i \in \{1, \dots, |f|\}$

- $R_i: \mathbb{R}^{|\mathcal{F}_i|} \times \mathbb{R}^{|\mathcal{F}_i|}$  旋转矩阵
- $x \in [-100, 100]^p$
- 全局最优:  $f_{11}(x^{\text{opt}}) = 0$



**属性：**

- 一体化；
- 部分可分离；
- 转移了；
- 抚平局部的不规则现象；

#### 4.3.4 重叠的功能

$f_{12}$ ：移位的罗森布拉克函数

$$f_{12}(z) = \sum_{i=1}^{D-1} 100(z_i^2 - z_{i+1})^2 + (z_i - 1)^2 \quad (12)$$

- $D = 1000$
- $x \in [-100, 100]^D$
- 全局最优： $f_{12}(x^{\text{opt}} + 1) = 0$

属性：

- 多式联运；
- 可分离；
- 转移了；
- 抚平局部的不规则现象；

$f_{13}$ ：具有顺应性重叠的移位Schwefel's函数

子组件

$$f_{13}(z) = \sum_{i=1}^{|S|} w_i f_{\text{schwefel}}(z)_i \quad (13)$$

- $f = \{50, 50, 25, 25, 100, 100, 25, 25, 50, 25, 100, 25, 100, 50, 25, 25, 25, 100, 50, 25\}$
- $C_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^{|f|} f_i}$ ,  $C_0 = 0$
- $D = \sum_{i=1}^{|f|} \frac{f_i}{C_i} - m(|f|-1) = 905$
- $y = x - x^{\text{opt}}$
- $y_i = y(P_{[C_i - x - (i-1)m+1]} : P_{[C_i - (i-1)m]}), i \in \{1, \dots, |f|\}$
- $z_i = T_{\text{os}}^{0,2}(T_{\text{os}}(R y_{ii})), i \in \{1, \dots, |f|\}$
- $m = 5$ ：重叠尺寸
- $R_i : a |f_i| \times |f_i|$  旋转矩阵
- $x \in [-100, 100]^D$
- 全局最优： $f_{13}(x^{\text{opt}}) = 0$

属性：

- 一体化；
- 不可分离的；

- 重叠；
- 转移了；
- 抚平局部的不规则现象；

$f_{14}$ ：有冲突重叠的移位Schwefel's函数

子组件

$$f_{14}(z) = \sum_{i=1}^{|S|} w_i f_{\text{schwefel}}(z)_i \quad (14)$$

- $\mathbf{f} = \{50, 50, 25, 25, 100, 100, 25, 25, 50, 25, 100, 25, 100, 50, 25, 25, 25, 100, 50, 25\}$
- $D = \sum_{i \in S} |f_i - (m(|S|-1))| = 905$
- $y_i = x(P_{[C-(i-1)m+1]} : P_{[C-(i-1)m]}) - x^{\text{opt}}_i$
- $x^{\text{opt}}_i$ ：大小为 $|f_i|$ 的移位矢量，用于第1个子组件。
- $z_i = T_{\text{osz}}^{0.2}(T_{\text{osz}}(R y))_{ii}$
- $m = 5$ ：重叠尺寸
- $R_i : a |f_i| \times |f_i|$  旋转矩阵
- $x \in [-100, 100]^p$
- 全局最优： $f_{14}(x^{\text{opt}}) = 0$

属性：

- 单模态；
- 不可分离的；
- 矛盾的次要成分；
- 转移了；
- 抚平局部的不规则现象；

#### 4.3.5 完全不可分割的函数

$f_{15}$ ：移位的Schwefel's函数

- $D = 1000$
- $z = T_{\text{osz}}^{0.2}(T_{\text{osz}}(x - x^{\text{opt}}))$
- $x \in [-100, 100]^p$
- 全局最优： $f_{15}(x^{\text{opt}}) = 0$

属性：

- 一体化；

- 完全不可分割；
- 抚平局部的不规则现象；
- 转移了；

$$\sum_{j=1}^i$$

$x_i$  □

$2$

□

(15)

## 5 评价

### 5.1 一般设置

1. **问题**：15个最小化问题；
2. **尺寸**： $D = 1000$ ；
3. **运行的数量**：每个功能有25次运行；
4. **最大适配度评价数**：最大FE =  $3 \times 10^6$ ； -
5. **终止标准**：达到最大FE时。 -
6. **边界处理**：所有问题的全局最优都在给定的边界内，所以没有必要在给定的边界外对问题进行搜索。如果一个目标函数的评估超出了指定的边界，所提供的代码会返回NaN。

表1列出了使用测试套件的Matlab/Octave版本进行10000次函数评估（s）所需的时间。该测试套件在Intel(R)Core(TM)2 Duo CPU E8500 @3.16GHz上使用GNU Octave 3.2.3在Ubuntu Linux 10.04.4 LTS。

表1：10,000个FEs在基准函数上的运行时间（以秒为单位）。

职能 运行时间	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_7$	$f_8$
	4.69	6.35	1.14	4.81	6.56	1.37	3.55	5.34
职能 运行时间	$f_9$	$f_{10}$	$f_{11}$	$f_{12}$	$f_{13}$	$f_{14}$	$f_{15}$	-
	7.90	1.84	9.98	0.95	9.94	10.35	24.40	-

因此，在具有类似配置的计算机上使用Matlab/Octave版本，整个实验有 $3 \times 10^6$  FEs，预计需要约207小时。建议参与者进行平行运行，以减少整个实验的运行时间。

### 5.2 要记录的数据和评价标准

当FEs计数器达到时，每个函数的解决质量：

- FEs1 =  $1.2e+5$
- FEs2 =  $6.0e+5$
- FEs3 =  $3.0e+6$

最好的、中位数、最差的、平均数和标准差都应该被记录下来，并以表2所示的形式呈现。请参赛者按照表2中的例子，以虚拟的形式展示他们的结果。参赛作品将主要根据FEs= $1.2e+5$ 、 $6.0e+5$ 和 $3.0e+6$ 时取得的中间结果进行排名。此外，还请提供以下收敛曲线

在以下六个选定的函数上使用你的算法： $f_2$ ,  $f_7$ ,  $f_{11}$ ,  $f_{12}$ ,  $f_{13}$ , 和  $f_{14}$ 。对于每个函数，应使用所有25次运行的平均结果绘制出一条收敛曲线。

**注意：**在FEs1、FEs2、FEs3记录的所有25个runs的函数值应记录在一个纯文本文件中，并通过EMA<sup>2</sup>提交给会议主席。

---

<sup>2</sup> 文件应以ZIP档案的形式提交给李晓东博士 (xiaodong.li@rmit.edu.au) 。

表2：实验结果。

1000D		f1	f2	f3	f4	f5	f6	f7	f8
1.2e5	最佳	x.xxexxx	x.xxexxx	x.xxexxx	x.xxexxx	x.xxexxx	x.xxexxx	x.xxexxx	x.xxexxx
	中位数								
	最差的								
	平均数								
	基金会								
6.0e5	最佳								
	中位数								
	最差的								
	平均数								
	基金会								
3.0e6	最佳								
	中位数								
	最差值								
	平均数								
	StDev								
1000D		f9	f10	f11	f12	f13	f14	f15	-
1.2e5	最佳	x.xxexxx	x.xxexxx	x.xxexxx	x.xxexxx	x.xxexxx	x.xxexxx	x.xxexxx	x.xxexxx
	中位数								
	最差的								
	平均数								
	基金会								
6.0e5	最佳								
	中位数								
	最差的								
	平均数								
	基金会								
3.0e6	最佳								
	中位数								
	最差的								
	平均数								
	基金会								

## 6 总结

在本报告中，我们提出了一组15个大规模的基准问题，作为现有CEC'2010基准套件[42]的扩展，以更好地评估大规模全球优化算法，并对现有算法提出一些新的挑战，以促进LSGO领域的研究。本报告中提出的新特点是：(1)产生不平衡的贡献。

(2)创建没有统一子组件大小的子组件；(3)引入符合和冲突的重叠问题，以及(4)对基础函数应用几个非线性变换。设计这组新的基准问题的主要目的是为了能够更好地代表更广泛的现实世界大规模优化问题。

## 鸣谢

作者要感谢陈文祥先生实现了C++版本的基准，以及Giovanni Iacca博士实现了Java版本的基准。



## 参考文献

- [1] Thomas Bäck. *理论与实践中的进化算法：进化策略、进化编程、遗传算法*. Dover Books on Mathematics. 牛津大学出版社, 1996年。
- [2] Thomas Bäck, David B Fogel, and Zbigniew Michalewicz, editors. *Evolutionary Computation 的手册*. 物理研究所出版, 布里斯托尔, 和牛津大学出版社, 纽约, 1997。
- [3] Richard E Bellman. *Dynamic Programming ...Ser.* Dover Books on Mathematics. Princeton University Press, 1957.
- [4] 陈文祥, Thomas Weise, 杨振宇, 和唐珂. 使用具有可变交互学习的合作协同进化的拉格规模全球优化. In *Proc. of International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, Volume 6239 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 300-309. Springer Berlin / Heidelberg, 2011.
- [5] C.A. Coello Coello, D. A. Van Veldhuizen, and G. B. Lamont. *解决多目标问题的进化算法*. Kluwer Academic Publishers, New York, USA, 2002.
- [6] George B. Dantzig and Philip Wolfe. 线性程序的分解原则. *Operations Research*, 8(1):101-111, 1960.
- [7] Yuval Davidor. Epistasis Variance: 遗传算法的适用性报告. *复杂系统*, 4(4):369-383, 1990.
- [8] Elizabeth D. Dolan, Jorge J. More, and Todd S. Munson. Benchmarking optimization software with COPS 3.0. 技术报告, 数学和计算机科学部, 阿贡国家实验室, 9700 South Cass Avenue, Argonne, Illinois 60439, 2004.
- [9] Marco Dorigo, Vittorio Maniezzo, and Alberto Colnari. 蚂蚁系统: 通过合作代理的蚁群进行优化. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part B: Cybernetics*, 26(1): 29-41, 1996.
- [10] Fred W. Glover 和 Gary A. Kochenberger. *Metaheuristics 手册*. Springer, January 2003.
- [11] A. Griewank and Ph. L. Toint. 分区准牛顿更新的局部收敛性分析. *Numerische Mathematik*, 39:429-448, 1982. 10.1007/bf01407874.
- [12] A. Griewank and Ph. L. Toint. 大型结构化优化问题的分区变量度量更新. *Numerische Mathematik*, 39:119-137, 1982.
- [13] N. Hansen, S. Finck, R. Ros, and A. Auger. Real-parameter black-box optimization benchmarking 2009: 无噪音函数的定义. 技术报告 RR-6829, INRIA, 2010.
- [14] Martina Hasenjaeger, Bernhard Sendhoff, Toyotaka Sonoda, and Toshiyuki Arima. 用CMA-ES进行三维进化空气动力学设计优化. In *Proc. of Genetic and Evolutionary Computation Conference*, pages 2173-2180, 2005.
- [15] James Kennedy and Russell Eberhart. 粒子群优化. In *Proc. of IEEE International Conference on Neural Networks*, volume 4, pages 1942-1948, 1995.

- [16] S.Kirkpatrick, C.D. Gelatt, and M.P. Vecchi.通过模拟退火进行 优化。 *Science Magazine*, 220(4598):671, 1983.
- [17] P.Larraaga and J.A. Lozano. *Estimation of Distribution Algorithms: 进化计算的新工具*. Kluwer Academic Pub, 2002.
- [18] 李晓东和姚欣.用于大规模优化的合作共进化粒子群. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* , 16(2):210-224, April 2012.

- [19] Y.Liu, X. Yao, Q. Zhao, and T. Higuchi.扩大快速进化      olutionary编程与合作协同进化的规模。  
。 In *Proc. of IEEE Congress on Evolutionary Computation* , pages 1101-1108, 2001.
- [20] C.B. Lucasius and G. Kateman.遗传算法在化学计量学中的规模优化：一个应用。 *TrAC Trends in Analytical Chemistry* , 10(8):254 - 261, 1991.
- [21] Z.Michalewicz和David B. Fogel。 *如何解决它： Modern Heuristics* .Springer, 2000.
- [22] D.Molina, M. Lozano, and F. Herrera.MA-SW-Chains： 基于局部搜索链的记忆算法，用于大规模连续全局优化。 In *Proc. of IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pages 3153-3160, july 2010.
- [23] P Moscato.On evolution, search, optimization, genetci algorithms and martial arts： Towards memetic algorithms.技术报告，加州理工学院并发计算项目，1989年。
- [24] Heinz Mühlenbein and Gerhard Paass.从基因重组到分布的估计  
i. 二进制参数。 In *Proc. of International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, pages 178-187, London, UK, 1996.Springer-Verlag.
- [25] M Olhofer, Y Jin, and B. Sendhoff.使用进化策略进行空气动力形状优化的自适应编码。 In *Proc. of IEEE Congress on Evolutionary Computation* ) , volume 2, pages 576-583.IEEE出版社，2001年5月。  
。
- [26] Mohammad Nabi Omidvar, Xiaodong Li, Zhenyu Yang, and Xin Yao.通过更频繁的随机摸索进行大规模优化的合作协同进化。 In *Proc. of IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pages 1754-1761, 2010.
- [27] Mohammad Nabi Omidvar, Xiaodong Li, and Xin Yao.大规模非分离函数优化的德尔塔分组合作进化。 In *Proc. of IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pages 1762-1769, 2010.
- [28] Mohammad Nabi Omidvar, Xiaodong Li, and Xin Yao.基于合作协同进化算法贡献的计算资源的智能利用。 In *Proc. of Genetic and Evolutionary Computation Conference*, pages 1115-1122.ACM, 2011.
- [29] 马丁-佩利肯和大卫-E-戈德堡。BOA： Bayesian Optimization Algorithm. In *Proc. of Genetic and Evolutionary Computation Conference* , pages 525-532.Morgan Kaufmann, 1999.
- [30] Martin Pelikan, David E. Goldberg, and Fernando G. Lobo 。通过建立和使用概率模型进行优化的调查。 *Comp.Opt. and Appl.*, 21(1):5-20, 2002.
- [31] Martin Pelikan, David E. Goldberg, and Shigeyoshi Tsutsui. Combining the strengths of bayesian optimization algorithm and adaptive evolution strategie.s In *Proc. of Genetic and Evolutionary Computation Conference*, pages 512-519, San Francisco, CA, USA, 2002.Morgan Kaufmann Publishers Inc.
- [32] Martin Pelikan, Martin Pelikan, David E. Goldberg, and David E. Goldberg.用有能力的遗传算法逃出层次陷阱。 In *Proc. of Genetic and Evolutionary Computation Conference*, pages 511-518.Morgan Kaufmann, 2001.

- [33] Ying ping Chen, Tian li Yu, Kumara Sastry, and David E. Goldberg.遗传和进化算法中的联系学习技术调查。技术报告, 伊利诺伊州遗传算法图书馆, 2007年4月。
- [34] Mitchell A. Potter and Kenneth A. De Jong.一个合作的协同进化方法来实现函数操作化。In *Proc. of International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, volume 2, pages 249-257, 1994.
- [35] K.V. Price, R.N. Storn, and J.A. Lampinen.*Differential Evolution : A Practical Approach to Global Optimization*.自然计算系列。Springer, 2005.

- [36] Ralf Salomon.基准函数的坐标旋转下的遗传算法性能的重新评估--遗传算法的一些理论和实践方面的调查。 *生物系统*, 39:263-278, 1995.
- [37] Yun-Wei Shang and Yu-Huang Qiu.关于扩展的R森布罗克函数的说明.*Evolutionary Computation*, 14(1):119-126, March 2006.
- [38] Jaroslaw Sobieszczanski-Sobieski and Raphael T. Haft ka.多学科航空航天设计操作化: Survey of recent developments.*Structural Optimization*, 14:1-23, August 1997.
- [39] Rainer Storn 和 Kenneth Price.Differential evolution ... a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces.*Journal of Global Optimization* 11 (4) , pages 341-359, 1995.
- [40] P.N. Suganthan, N. Hansen, J.J. Liang, K. Deb, Y.P. Chen , A. Auger, and S. Tiwari.CEC 2005年实参数优化特别会议的问题定义和评估标准。技术报告, 南洋理工大学, 新加坡, 2005。  
<http://www.ntu.edu.sg/home/EPNSugan>.
- [41] K.Tang, X. Yao, P. N. Suganthan, C. MacNish, Y. P. Chen, .M. Chen, , and Z. Yang.CEC'2008特别会议和大规模全球优化竞赛的基准函数。技术报告, 中国科学技术大学自然启发计算与应用实验室, 2007年。 <http://nical.ustc.edu.cn/cec08ss.php>.
- [42] Ke Tang, Xiaodong Li, P. N. Suganthan, Zhenyu Yang, and Thomas Weise.CEC'2010大型全球优化特别会议和竞赛的基准函数.技术报告, 自然启发计算和应用实验室, 中国科学技术大学, 2009年。 <http://nical.ustc.edu.cn/cec10ss.php>.
- [43] Philippe L. Toint.部分可分离优化的测试问题和常规PSP-MIN的结果.技术报告, 那慕尔大学, 数学系, 比利时, 1983.
- [44] F. van den Bergh和Andries P Engelbrecht.粒子群优化的合作方法。  
*IEEE Transactions on Evolutionary Computation* , 8(3):225-239, 2004.
- [45] Thomas Weise, Raymond Chiong, and Ke Tang.Evolutionary Optimization: 陷阱和诱饵。 *计算机科学与技术杂志 (JCST)* , 27 (5) : 907-936, 2012。演化计算特刊.
- [46] 杨振宇, 唐珂, 和姚欣.使用合作性协同进化的大规模进化优化. *信息科学*, 178:2986-2999, August 2008.
- [47] 杨振宇, 唐珂, 和姚欣.大规模优化的多级合作协同进化.In *Proc. of IEEE Congress on Evolutionary Computation* , pages 1663-1670, June 2008.