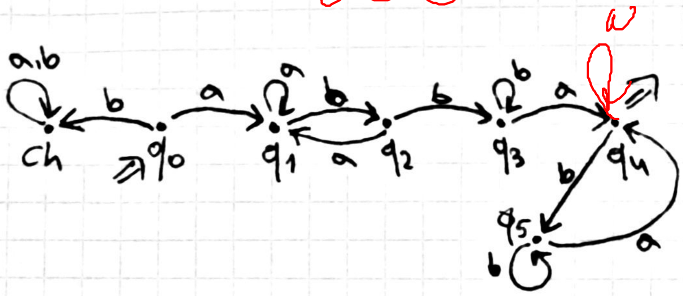
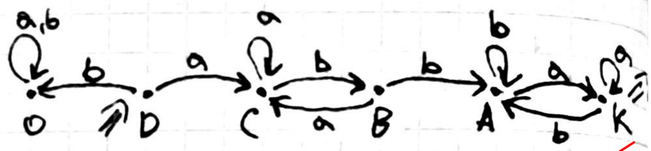
13.10.2023 Samostatná práce 2

nerozumím co jsou u, v_1, v_2

Př 2.1 $L = \{ w \mid w = aua,\ w = v_1 abb v_2 \}$ $\Sigma = \{a, b\}$





Zredukovaný automat (viz. tabulka dole)

$\delta^*(q_0, u) = ch$ – slovo se začíná b

$\delta^*(q_0, u) = q_0$ – ε

$\delta^*(q_0, u) = q_1$ – u začíná a, končí a, ale neobsahuje bba

$\delta^*(q_0, u) = q_2$ – začíná a, končí b, neobsahuje bba

$\delta^*(q_0, u) = q_3$ – začíná a, končí bb, neobsahuje bba

$\delta^*(q_0, u) = q_4$ – začíná a, končí a, obsahuje bba

$\delta^*(q_0, u) = q_5$ – začíná a, končí b, obsahuje bba

	a	b	v_0	a	b	v_1	a	b	v_2	a	b	v_3	a	b	v_4	a	b
ch	ch	ch	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
→ q_0	q_1	ch	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	C	0	D	C	0
q_1	q_1	q_2	0	0	0	0	0	0	0	0	B	C	C	B	C	C	B
q_2	q_1	q_3	0	0	0	0	0	A	B	0	A	B	C	A	B	C	A
q_3	q_4	q_3	0	K	0	A	K	A	A	K	A	A	K	A	A	K	A
← q_4	q_4	q_5	K	K	0	K	K	A	K	K	A	K	K	A	K	K	A
q_5	q_4	q_5	0	K	0	A	K	A	A	K	A	A	K	A	A	K	A

$v_4 = v_5 \ldots$

správně

Př 2.2 $L = \{ u \in \{a, b\}^* \mid |u|_a = |u|_b \}$

Dk Nerudova věta

L je regulární iff existuje jedna ekvivalence T na $\{a,b\}^*$ spln.

1) L je sjednocení některých tříd T

2) Pokud uTv, tak $uwTvw$ $\forall w \in \{a,b\}^*$

3) T má konečný počet tříd ekvivalence

Zvolíme nekonečnou posloupnost slov

$a^1, a^2, a^3, \ldots, a^k, \ldots$ Položme (podle 2)

z 3) ex. $a^r \, T \, a^s$, $r < s$, $w = b^s$. Pak $a^r b^s \, T \, a^s b^s$, ale

ale $a^r b^s \notin L$ $\left(\begin{array}{l} |a^r b^s|_a = r \\ |a^r b^s|_b = s \end{array}\right)$, $a^s b^s \in L$. To je spor s podmínkou 1!

L není sjednocení některých tříd.

__Dk__ Pumping lemma

L je regulární $\Rightarrow$ $\exists n \geq 1$; $\forall u \in L$, $|u| \geq n$, $\exists x, w, y : u = xwy$

pro které platí
1) $|xw| \leq n$
2) $w \neq \varepsilon$
3) $\forall i = 0, 1, \ldots \; xw^i y \in L$ ✓

takové n existuje

Nechť $n \geq 1$ je dáno

Zvolíme $u = a^n b^n$, $|u| = 2n$, $u \in L$ ✓

Když $u = xwy$, pak z 1) vyplývá: $xw = a^l$, $l \leq n$ ✓

z 2) vyplývá: $w = a^k$, $1 \leq k \leq l$

Pak pro $i = 1$: $xw^1y = xwy = \cancel{a^n a^k b^n} = \cancel{a^{n+k} b^n \notin L}$ $a^n b^n$

$\left.\begin{array}{l} \cancel{|a^{n+k} b^n|_a = n+k}, k \geq 1 \\ \cancel{|a^{n+k} b^n|_b = n} \end{array}\right\} \neq$

$xwy = u$ a to je $\in L$.

Ale pro $i = 2$, $xw^2y = a^{n+k} b^n \notin L$ protože $n+k > n$.

(nebo pro $i = 0$ je $xw^0y = a^{n-k} b^n \notin L$, protože $n-k < n$.)