

Matematickou analýzou proti koronaviru I

V první části prvního úkolu začneme zlehka: povětšinou se jen ujistíme, že to, co jsme dělali na prvním cviku, opravdu umíme..

1. Najděte řešení následujících (ne)rovníc pro $x \in \mathbb{R}$, případně \mathbb{C} :

(a) $x^2 + 6x = -16$

(b) $x^2 - 5x \leq -6$

(c) $\frac{x^3 - 2x^2 - 3x}{x+1} \geq 0$

2. Doplňte na čtverec, tj. do tvaru $(x + a)^2 + b$ pro vhodná $a, b \in \mathbb{R}$, výraz $x^2 + 6x + 14$.

3. Najděte maxima, minima, infima a suprema následujících množin:

(a) $2\mathbb{Z} = \{2 \cdot k \mid k \in \mathbb{Z}\}$

(b) $M = \{r \in \mathbb{R} \mid r^2 \leq 2 \text{ \& } |r| = r\} \cap \mathbb{Q}$

(c) $N = \left\{ \frac{n+1}{n+2} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$

Ve druhé části už budete muset místy zapřemýšlet, co se dělo na přednášce:

4. Ukažte, že $\sqrt{7}$ je iracionální číslo.

5. Mějme f rostoucí funkci. Co můžeme říci z hlediska růstu/klesání o funkci:

(a) $-3f$

(b) $5f$

(c) $|f|$ (kreslete si plno obrázků)

(d) f^2

(e) $1/(2f)?$

6. Určete definiční obory následujících funkcí:

(a) $f(x) = \frac{2-x}{x^2-11}$

(b) $g(x) = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{3x^2 + 7} + \frac{1}{7}\sqrt{2-x}$

(c) $h(x) = \log(1 - \log(x^2 - 5x + 16))$

(d) $j(x) = \arccos \sqrt{x + \frac{1}{2}}$

(e) $k(x) = \ln |\cos x|$

(f) $\ell(x) = (\arctan(x+1))^{-1/x}$ (Před řešením se podívejte na stránku č. 2 pod tabulku hodnot funkce $\sin v$ "Přehledu přednášky" – najdete v Moodle)