

Matematickou analýzou proti koronaviru II: vlastnosti funkcí, limity

Pár příkladů na zamýšlení ohledně dnešního cvika:

1. Doplňte tabulku chování rostoucích/klesajících funkcí vůči skládání, resp. sčítání (ne vždy lze obecně rozhodnout):

o	rostoucí	klesající
rostoucí	rostoucí	
klesající		

+	rostoucí	klesající
rostoucí		obecně nevíme
klesající		

2. V *Přehledu přednášky* na Moodle jsou na konci oddílu „Elementární funkce“ definovány hyperbolické funkce. Ukažte, že platí tamtéž zmíněná rovnost $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.
3. Rozmyslete si, zda a proč jsou následující funkce (shora, zdola) omezené:

(a) $g(x) = -x^2 + 5x - 6$

(b) $h(x) = \frac{5}{3-2x}$

(c) $f(x) = \frac{1}{x^2+x+1}$

4. Určete, zda jde o funkce sudé, či liché:

(a) $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$

(b) $g(x) = \ln \frac{2+x}{2-x}$

(c) $h(x) = \sin x + \cos x$

(d) $j(x) = \sqrt[3]{(1-x)^2} + \sqrt[3]{(1+x)^2}$

5. U těch funkcí, které jsou periodické, určete periodu:

(a) $3 \cos \frac{\pi x}{2}$

(b) $-2 \sin(2x + 4)$

(c) $\tan \sqrt{x}$

(d) $2 \cos 2x + 3 \cos 3x$

Ve druhé části jen zlehka nakousneme limity (stačí okopírovat postup z přednášky; jde o to vytknout to, co „roste nejrychleji“):

6. Určete limity následujících funkcí:

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} 3x^4 - 2x^2 - 1$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3-4}{2x^3-7x+2}$

(c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5+1}{3x^3+x+2}$

(d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2-2}{x^5+4x-3}$