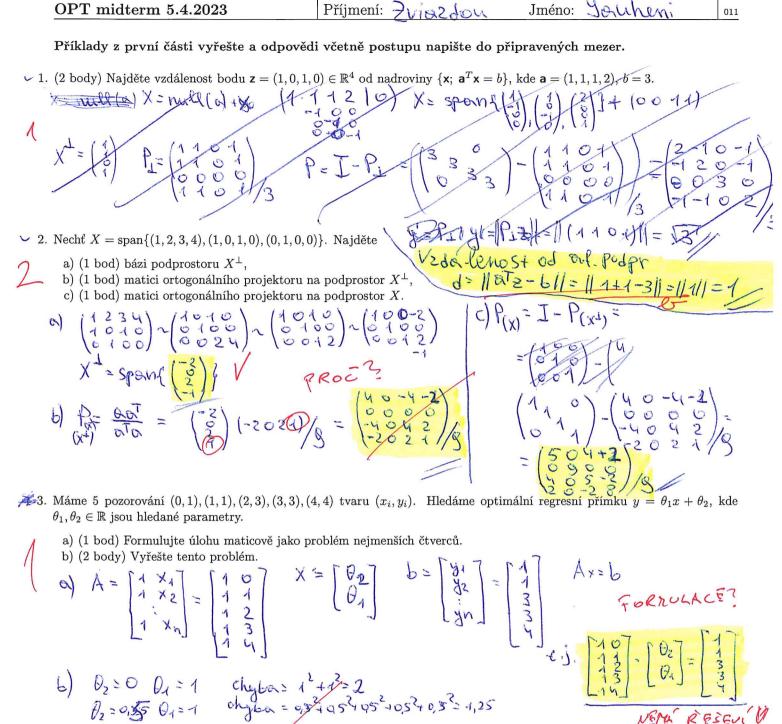
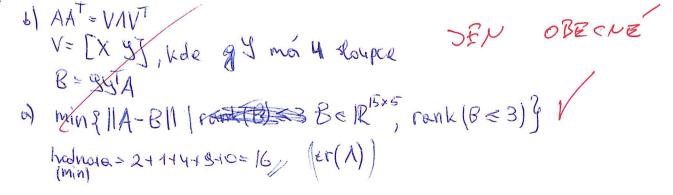
D=Alb



4. Pro matici  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{15 \times 5}$  hledáme nejbližší matici hodnosti < 3. Víme, že matice  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  má vlastní čísla 2, 1, 4, 9, 0.

0,=1/0,=0,5 chyba=125

- a) (1 bod) Formulujte úlohu maticově jako optimalizační problém a napište hodnotu účelové funkce v optimu.
  - b) (1 bod) Jaké bude optimální řešení tohoto problému, budeme-li hledat matici hodnosti  $\leq 4$ ?



Vase odpovedi na kvizove otazky: b, d, a, b, e

spatne: 6, 8, 9

dobre: 5, 7

chybi:

Celkem bodu za kviz: 2

Zadani vaseho kvizu naleznete na nasledujici strane.

V každém z následujících kvízových příkladů je právě jedna odpověď správně. Odpovědi vyznačte do tabulky křížky. Nechcete-li na nějaký příklad odpovědět, sloupec v tabulce ponechte prázdný. Pokud již vyznačený křížek chcete odstranit, políčko s křížkem zcela vyplňte barvou.

ODPOVĚDI NEVYZNAČENÉ V TABULCE NEBUDOU ZAPOČÍTÁNY.

(Za každou správnou odpověď je 1 bod.)



	5	6	7	8	9
a			$\times$		
b	X			×	
С					
d		$\times$			
е					X

5. Máme matice  $A_1, A_2, \dots, A_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$  takové, že každá matice  $A_i$  má ortonormální sloupce. Označme  $B = A_1 A_2 \cdots A_k$  součin těchto matic.

PL = I - A (ATA) 1AT

- (a) Matice **B** má ortonormální sloupce, ale nemusí být ortogonální.
- (b) Matice B je ortogonální.
- $\checkmark$ (c) Matice **B** je ortogonální jen tehdy, když  $k \le 2$ .
- X(d) Matice B je identická.
  - (e) Neplatí žádné výše uvedené tvrzení.
- 6. Nechť  $\mathbf{A}$  je matice s lineárně nezávislými řádky. Matice ortogonálního projektoru na podprostor null  $\mathbf{A}^T$  je

P=A(ATAITAT

- (a)  $\mathbf{A}(\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T$
- (b)  $A^{T}(AA^{T})^{-1}A$
- (c)  $I A^T (AA^T)^{-1}A$
- $\mathbf{V}(\mathbf{d}) \mathbf{I} \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T$
- - (e) neplatí žádné výše uvedené tvrzení
- 7. Rozhodněte, co platí pro matici  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ .  $\lambda_1 = 5$ 
  - (a) Neplatí žádná z uvedených možností.
- Y (b) A má vlastní číslo 0.
- X (c) Optimální hodnota úlohy min  $\{\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} | \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2, ||\mathbf{x}|| = 1\}$  je kladná.
- $\times$  (d) Kvadratická forma  $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}$  má minimum v bodě 0.
- X (e) A je pozitivně definitní.
- 8. Nechť n > 2 a  $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$  je nenulový vektor. Ortogonální projektor promítající na podprostor span $\{\mathbf{a}\}$  je
- X (a) je singulární matice
- √ (b) je symetrická regulární matice
- $\pmb{\chi}$ (c) je široká matice, která není čtvercová
  - (d) je matice plné hodnosti
  - (e) žádná z uvedených možností
- 9. Pro úlohu nejmenších čtverců  $\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} \|\mathbf{y} \mathbf{A}\mathbf{x}\|^2$  platí:
- 🔀 (a) Optimálních řešení může být nekonečně mnoho.
- $\mathsf{X}$  (b) Optimální řešení je vždy tvaru  $(\mathsf{A}^T\mathsf{A})^{-1}\mathsf{A}^T\mathsf{y}$ .
- $\mathbf{x} \leq \mathbf{x}(c)$  Každé řešení úlohy nejmenších čtverců je i řešením soustavy  $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y}$ .
  - x(d) Hodnota v optimu je vždy 0.
  - v (e) Úloha nemusí mít optimální řešení.