CVI 11

13.1 a) Ano, protože platí $a \leq (1-\lambda)c + \lambda c \leq b$, kde $c \in [a,b]$, $\lambda \in [0,1]$

b) Ne, p-p $x = (2,4)$ $y = (3,9)$ $\lambda = 0{,}5$

$0{,}5 \cdot (2,4) + 0{,}5\,(3,9) = (2{,}5 \quad 6{,}5) \notin X$

c) ANO ~~$x \in X$~~ $(x_1, y_1) \in X$ $(x_2, y_2) \in X$, $\lambda \in [0,1]$

$y_1 \geq x_1^2$ $y_2 \geq x_2^2$

$(1-\lambda)(x_1, y_1) + \lambda(x_2, y_2) = \left((1-\lambda)x_1 + \lambda x_2, (1-\lambda)y_1 + \lambda y_2\right)$

$\left((1-\lambda)x_1 + \lambda x_2\right)^2 = x_1^2 + x_1^2\lambda^2 + x_2\lambda^2 - 2x_1^2\lambda + 2x_1x_2\lambda - 2x_1x_2\lambda^2$

e) • $Cx = d$ má jedno řešení → mn. je konvexní [je prázdná nebo má 1 prvek

$(1-\lambda)x + \lambda x = x$

• $Cx = d$ nemá řešení → mn. je konvexní

• $Cx = d$ má nekonečně mnoho řeš → mn. je konvexní, $Ax \leq b$ jen omezuje tuto množinu.

T.j. množina je konvexní pro vš případy

g) ~~ANO~~ NE $x \in \mathbb{Z}$ $y \in \mathbb{Z}$ $\lambda \in [0,1]$

$(1-\lambda)x + \lambda y \notin \mathbb{Z}$ (číslo nemá být celé)

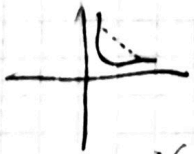
13.2

a) Je standardní simplex → Ano

b) n-rozměrná jednotková sféra → Ne

Konvexní obal $= \{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x\|_2 \leq 1\}$

c) Ne, mn je hyperbola

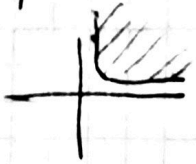


Konvexní obal je

$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0$

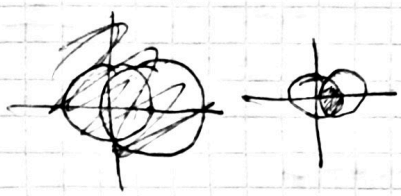
$y \geq 0$

$xy \geq 1$



f) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 2\} \cap \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-1)^2+y^2 \leq 2$

Množina je průnikem dvou ~~kružnic~~ koulí → konvexní



g) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2=1, x \geq 0, y \geq 0\}$

Není konvexní, část kružnice v I

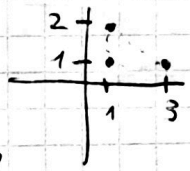
h) $\{-1, 0, 1\}$ ..... .

Nekonvexní, protože nejsou připojené. Konv obal $[-1, 1]$

i) $\{(1,1), (2,2)\}$

Nekonvexní, protože nejde ty body propojit. Konv obal $\{(x,y) \mid x=y\}$ $1 \leq x \leq 2$

j) $\{(1,1), (1,2), (3,1)\}$

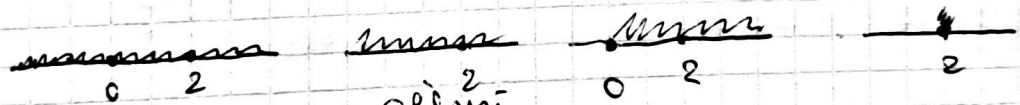


Nekonvexní

Konvexní obal: $\{(x,y) \mid x \geq 1, y \geq 1, y \leq \frac{5-x}{2}\}$

B.5 $k=1$ $n=1$

- $X=2$



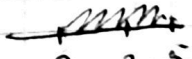
lin ~~nezap~~ afinní nezap konvexní

$k=2$

- $X_1=2$, $X_2=3$ — lin | afinní | nezap | konvexní

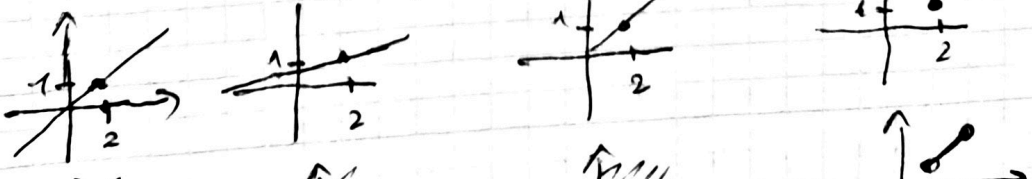
$k=3$

- $X_1=2$, $X_2=3$, $X_3=5$ — lin | afinní | nezap | konvexní

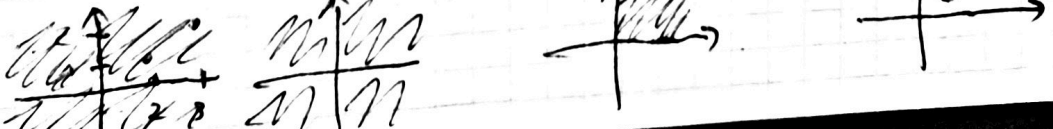


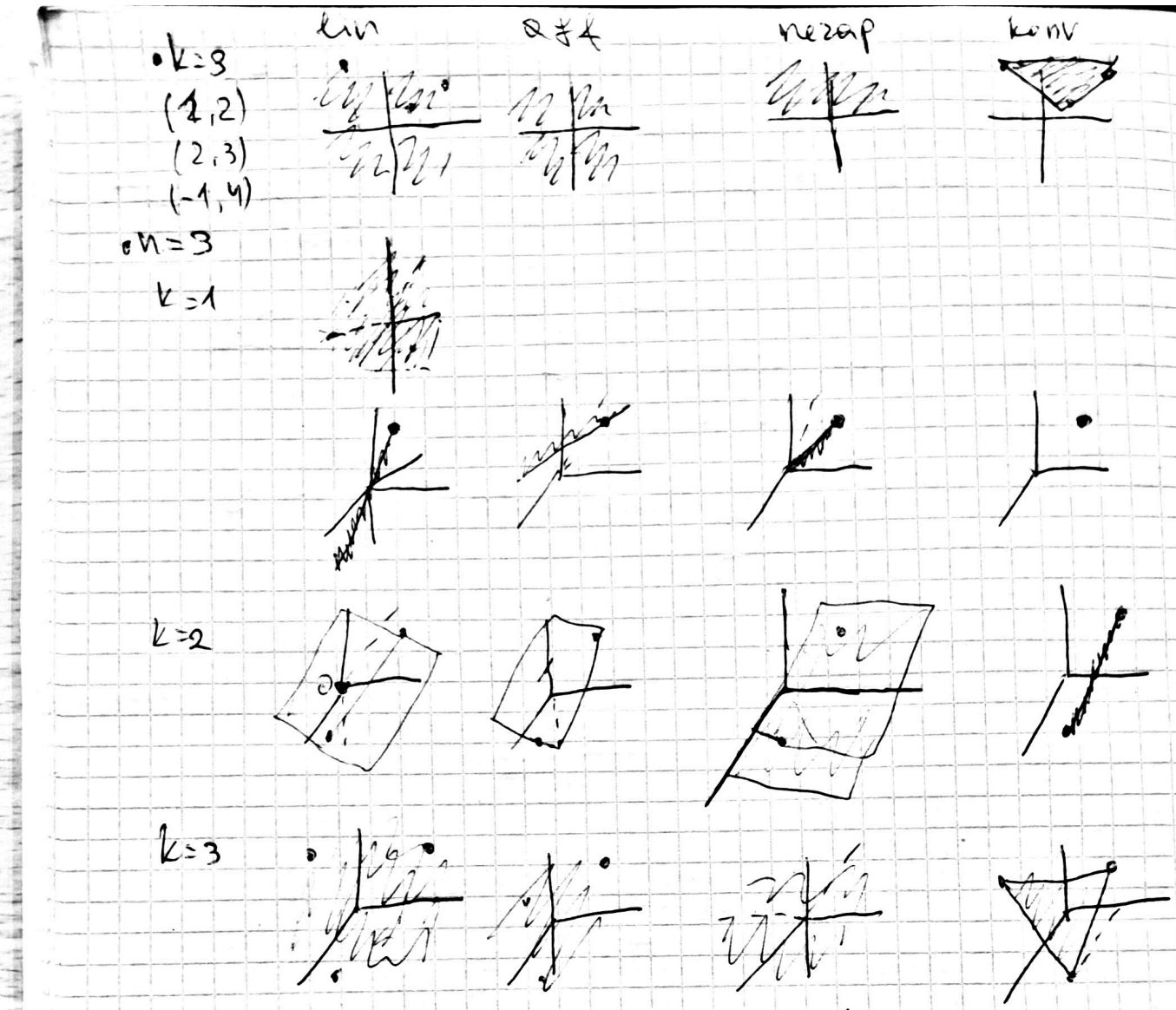
$n=2$

- $k=1$, $X=(1,2)$



- $k=2$, $X_1=(1,2)$, $X_2=(2,3)$





Dufám, že aspoň něco bylo správně

13.7 a) $\{x \in \mathbb{R}^n \mid x^T C x \leq 1\}$, C je pos def ?

b) $\{\alpha v \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$ $v \in \mathbb{R}^n$

Ano, je to přímka (span{v})

d) $\{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x-a\|_2 \leq \|x-b\|_2\}$?