

Matematickou analýzou za zdravý rozum v geopolitice V: Taylorův polynom, L'Hospitalovo pravidlo, průběh funkce

Další využití derivací - Taylorův polynom

1. Najděte Taylorův polynom řádu 3 pro funkci $f(x) = e^{2x} \cos x$ v bodě 0. (Zkuste si průběžně třeba na www.wolframalpha.com nechat vykreslovat společně grafy $f(x)$ a postupně získávaných Taylorových polynomů řádů 0,1,2,3 v okolí nuly.)
2. Kdyby někoho zajímala hezká intuice za Taylorovým polynomem, pak doporučuji video Taylor series od 3Blue1Brown.

Další využití derivací - l'Hospitalovo pravidlo

3. Spočtěte následující limity:

(a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x^2-8)}{x^2-3x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\ln \sin ax}{\ln \sin bx}$

(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + \sin x}{x+1}$

(e) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cotg x$

(f) $\lim_{x \rightarrow 0+} x^x$

(g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{x}$

(h) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$

Z přednášky (přehledu, str. 5 vpravo) víte, jak znaménko derivace funkce f na intervalu I souvisí s tím, zdali je f na I rostoucí/klesající.

4. Bud' $f(x) = \frac{x+1}{2x-3}$.

- (a) Načrtněte graf funkce $f(x)$ tak, jak to umíte už ze střední: dělení se zbytkem, asymptoty...
- (b) Určete $f'(x)$ a kde je kladná/záporná. Porovnejte, zda to, co jste nakreslili v předchozím bodě, odpovídá výpočtům, a na kterých intervalech je $f(x)$ rostoucí/klesající.

5. Položme $g(x) = (x+1) \cdot |x-3| + 1$.

- (a) Určete intervaly monotonie funkce $g(x)$ (tj. na kterých intervalech je rostoucí/klesající). (Nápověda: bude třeba odstranit absolutní hodnotu.)
- (b) Jaká je derivace (jaké jsou jednostranné derivace) v bodě $x = 3$?

When you derive e^x

