

## Matematickou analýzou proti koronaviru X: Speciální substituce, určitý integrál

**Speciální substituce v integrálech** Kromě rad na str. 13 skript ohledně výhodných substitucí v integrálech jsme si tedy ještě dnes k substitucím goniometrických funkcí zmiňovali: je-li funkce  $R(\sin x, \cos x)$  uvnitř integrálu

- „lichá v  $\sin$ “, tj.  $R(\sin x, \cos x) = -R(-\sin x, \cos x)$ , vyplatí se substituce  $\cos x = t$
- „lichá v  $\cos$ “, tj.  $R(\sin x, \cos x) = -R(\sin x, -\cos x)$ , vyplatí se substituce  $\sin x = t$ .

1. Najděte následující primitivní funkce:

- (a)  $\int \frac{2}{e^{4x} + e^{2x} - 2} dx$
- (b)  $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$
- (c)  $\int \frac{1}{x \ln 3x} dx$
- (d)  $\int \frac{\cos x}{2 + \sin x} dx$
- (e)  $\int \frac{1}{(2 + \cos x) \sin x} dx$
- (f)  $\int \frac{\sin x}{\cos x + \sin^2 x + 1} dx$
- (g)  $\int \frac{\sin^2 x + 2}{\cos x + \cos x \sin x} dx$

**Určitý integrál** Vzpomeňte si na zásadní Newtonovu-Leibnizovu formuli (kde  $F(x)$  je primitivní funkce k  $f(x)$ ):

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b-) - F(a+), \text{ pro } a < b,$$

pokud má pravá strana smysl.

2. Určete následující hodnoty (před samotným výpočtem si pro lepší představu nakreslete/nechte si nakreslit graf):

- (a)  $\int_1^3 x dx$
- (b)  $\int_0^1 x^2 dx$
- (c)  $\int_0^1 \sqrt{x} dx$  (jak tento a předchozí příklad souvisejí?)
- (d)  $\int_0^1 \arcsin x dx$
- (e)  $\int_0^\pi x \cos x dx$
- (f)  $\int_0^{\frac{1}{2} \ln 3} \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx$

Věřím, že teď už integrály honíte po papíře jak mistři. Smutnou realitou ale je, že naprostou většinu (důležitých) integrálů lidstvo vyřešit neumí..což je pak živná půda pro odvětví jako diferenciální rovnice a numerická matematika, viz např. ([https://en.wikipedia.org/wiki/Monte\\_Carlo\\_integration](https://en.wikipedia.org/wiki/Monte_Carlo_integration)).

