DU 2

1.

∘	rostoucí	klesající
rostoucí	rostoucí	klesající
klesající	klesající	rostoucí

+	rostoucí	klesající
rostoucí	rostoucí	—
klesající	—	klesající

2. $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

<u>Dk</u>. ~~Rozd~~

$\cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$; $\cosh^2 x = \frac{1}{4}(e^{2x} + 2e^x e^{-x} + e^{-2x})$

$\sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$; $\sinh^2 x = \frac{1}{4}(e^{2x} - 2e^x e^{-x} + e^{-2x})$

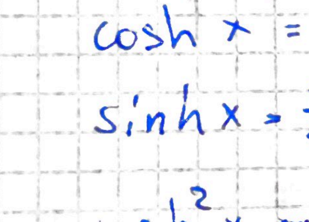
$\cosh^2 x - \sinh^2 x = \frac{1}{4}(e^{2x} - e^{2x} + 2 + 2 + e^{-2x} - e^{-2x}) =$

$= \frac{1}{4}(4) = 1$

Pak $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ ▢

3. (a) $g(x) = -x^2 + 5x - 6$

Je shora omezená



Mn. $g(D(g))$ je shora om.

(b) $h(x) = \frac{5}{3-2x}$

F-ce není zdola ani shora omezená, protože $H(h)$ není zdola ani shora omezená

c) $f(x) = \frac{1}{x^2+x+1}$

Je zdola a shora omezená, protože je $H(f)$ shora a zdola omezena

4.

a) $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$

$f(-x) = 2(-x)^2 - 4(-x) + 2 = 2x^2 + 4x + 2$

$f(x) \neq f(-x) \rightarrow f$ není sudá

$-f(x) = -2x^2 + 4x - 2$

$f(-x) \neq -f(x) \rightarrow f$ není lichá

Není sudá, ani lichá

b) $g(x) = \ln\frac{2+x}{2-x}$

$g(-x) = \ln\frac{2-x}{2+x} = \ln\left(\frac{2+x}{2-x}\right)^{-1} = -\ln\frac{2+x}{2-x}$

$g(x) \neq g(-x) \rightarrow g$ není sudá

$-g(x) = -\ln\frac{2+x}{2-x}$

$g(-x) = -g(x) \rightarrow$ g je lichá

c) $h(x) = \sin x + \cos x$

$h(-x) = \sin(-x) + \cos(-x) = -\sin x + \cos x$

$h(x) \neq h(-x) \rightarrow h$ není sudá

$-h(x) = -\sin x - \cos x$

$h(-x) \neq -h(x) \rightarrow h$ není lichá

Není sudá ani lichá

d) $j(x) = \sqrt[3]{(1-x)^2} + \sqrt[3]{(1+x)^2}$

$j(-x) = \sqrt[3]{(1-(-x))^2} + \sqrt[3]{(1+(-x))^2} = \sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{(1-x)^2} =$

$= \sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{(1+x)^2}$

$j(x) = j(-x) \rightarrow$ j je sudá

5.

a) $3\cos\frac{\pi x}{2}$

$$p = \frac{2\pi n}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2\pi \cdot 2}{\pi} = 4n \quad , n \in \mathbb{Z}$$

b) $-2\sin(2x+4)$

$$p = \frac{2\pi n}{2} = \pi n , \quad n \in \mathbb{Z}$$

c) $\operatorname{tg}\sqrt{x}$

Funkce není periodická

d) $2\cos(2x) + 3\cos(3x)$

$$p = \frac{2\pi}{2} = \pi \qquad p = \frac{2\pi}{3}$$

$$p = 2\pi$$

6.

a) $$\lim_{x\to\infty} 3x^4 - 2x^2 - 1 = \left|\overset{ND}{\infty - \infty} - 1\right| = x^4(3 - 2x^{-2} - 1x^{-4})$$

$$= \infty(3 - 0 - 0) = \infty$$

b) $$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3 - 4}{2x^3 - 7x + 2} = \frac{\cancel{x^3}(1 - 4x^{-3})}{\cancel{x^3}(2 - 7x^{-2} + 2x^{-3})} = \frac{1}{2}$$

c) $$\lim_{x\to -\infty} \frac{x^5 + 1}{3x^3 + x + 2} = \frac{\cancel{x^3}(x^2 + x^{-3})}{\cancel{x^3}(3 + x^{-2} + 2x^{-3})} = \frac{+\infty}{3} = +\infty$$

d) $$\lim_{x\to -\infty} \frac{3x^2 - 2}{x^5 + 4x - 3} = \frac{\cancel{x^2}(3 - 2x^{-2})}{\cancel{x^2}(x^3 + 4x^{-1} - 3x^{-2})} = \frac{3}{-\infty} = 0$$