Université Saad Dahlab
Faculté des Sciences, département de Mathématiques
Master M1 : MSS

18 *janvier* 2016

Examen de Files d'Attente 1

Exercice1 : (3pts)
Donner la fonction génératrice de la v.a. X si

1. X↝ Poisson (λ) $\lambda > 0$
2. X↝ Bernouilli B(1,P), en déduire celle d'une binomiale B(n,p).

Exercice2 : (7pts)

Soit le système suivant à m serveurs, m≥1. Les clients arrivent selon un processus de poisson de taux λ. La durée de service de chaque serveur est exponentielle de paramètreμ. Le client qui trouve k clients dans le système rejoint la file avec une probabilité b_k ou quitte le système avec une probabilité $1-b_k$ où k= 0,1,2,... et $0<b_k<1$.

1) Montrer qu'en régime stationnaire, le système de Kolmogorov est de la forme :

$$\begin{cases} -\rho b_0 p_0 + p_1 = 0 & \\ \rho b_{k-1} p_{k-1} - (\rho b_k + k) p_k + (k+1) p_{k+1} = 0 & si \quad 1 \leq k < m \\ \rho b_{k-1} p_{k-1} - (\rho b_k + m) p_k + m p_{k+1} = 0 & si \quad k \geq m \end{cases}$$

2) Résoudre ce système.

Exercice3 : (6pts)
Un cabinet médical travaille en permanence avec 2 médecins dont les patients arrivent suivant un processus de Poisson de taux λ_i et dont les durées de consultation sont exponentielles, de taux μ_i (i = 1, 2). Le cabinet dispose d'une seule place d'attente, commune aux 2 médecins.

1. En considérant l'état (i, j) où i (resp. j) est le nombre de patients du docteur 1 (resp. 2) dans le cabinet, établir le graphe de transition et les équations de Kolmogorov de ce phénomène d'attente.
2. En fonction des P_{ij} , déterminer le nombre moyen de patients dans le cabinet, la proportion de temps libre pour chaque médecin et la proportion de patients rejetés.

Exercice4 : (4pts)
Une entreprise de construction possède deux engins identiques, chacun pouvant tomber en panne indépendamment de l'autre suivant un processus de Poisson de taux 3 fois par mois. On suppose que la durée de réparation est une v.a. qui suit une loi exponentielle de paramètre μ . Pour quelle valeur de μ, les deux engins seront-ils simultanément en panne au plus la moitié du temps ?

Bon courage.