

1^{ère} année Master MAS Méthode de Monte-Carlo et Simulation Année : 2018/2019

Rattrapage

EXERCICE N° 1:

En utilisant la méthode d'inversion, simuler n variables aléatoires indépendantes de

1. la loi de Burr de densité

$$f(x) := \frac{\theta \gamma x^{\gamma - 1}}{(1 + x^{\gamma})^{\theta + 1}} \mathbb{1}_{x \ge 0} (\theta, \gamma) \in]0, +\infty[^2$$

2. la loi de Weibull de densité

$$f(x) := \frac{\alpha}{\sigma} \left(\frac{x}{\sigma} \right)^{\alpha - 1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{x}{\sigma} \right)^{\alpha}} \mathbbm{1}_{x \geq 0}, \; (\alpha, \sigma) \in]0, + \infty[^2.$$

3. la loi de Pareto généralisé de densité f définie par

$$f(x) = (1 + \beta x)^{-\frac{\beta+1}{\beta}} \mathbb{1}_{[0,+\infty[}(x), \quad \beta > 0.$$

EXERCICE N° 2:

Une variable aléatoire est de loi uniforme sur [0,2], si sa densité est définie comme $g(x)=\frac{1}{2}\mathbb{1}_{[0,2]}(x)$.

1. Écrire une fonction qui permet de simuler n variables aléatoires uniforme $\mathcal{U}[0,2]$ (en utilisant **runif**).

On considère la variable aléatoire *X* de densité

$$f(x) = \begin{cases} C(2x - x^2) & \text{si } x \in]0, 2[\\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- 2. Calculer C pour que f soit bien une densité de probabilité.
- 3. Trouver la plus petite constante M telle que $f(x) \leq Mg(x)$ sur]0,2[.
- 4. Donner une représentation graphique des courbes de f et Mg.
- 5. Utiliser la méthode de rejet pour simuler à partir de f avec l'enveloppe g.