

**Exercice 1:(12 points)**

Soit  $X$  une var de densité

$f(x) = K(a, k)x^k$  tels que  $x \in ]0, a]$ ,  $a \in IR_+$  et  $k > -1$

1) Déterminer  $K$  pour que  $f$  soit une densité de probabilité

2) Déterminer l'estimateur de  $a$  par la méthode des moments  
et  $G$  l'estimateur sans biais déduit.

Montrer qu'il est convergent dans  $L_2$

3) On pose  $\hat{a} = \text{Sup}X_i$  pour estimer  $a$ . Trouver la densité de  $\hat{a}$   
 $\hat{a}$  est-il sans biais? Asymptotiquement sans biais?

4) Soit  $H$  l'estimateur sans biais déduit de  $\hat{a}$ .

Comparer  $H$  et  $G$ .

**Exercice 2:(8 points)**

Sur un grand nombre de personnes, on a constaté que la  
répartition  $X$  du taux de cholestérol suit une loi normale avec les  
résultats suivants:

56% ont un taux inférieur à 165cg

34% ont un taux compris entre 165cg et 180cg

10% ont un taux supérieur à 180cg

1) Trouver la moyenne  $m$  et la variance  $\sigma^2$  de  $X$

2) Quel est le nombre de personnes qu'il faut prévoir de soigner  
dans une population de 10000 personnes, si le taux maximum tol  
sans traitement est de 182cg.