(a) $E = \{0,1,2\}$

par récurrence. البرهان بالتراجع

$\forall n \geq 0 \quad X_n \in \{0,1,2\}$

i.e $0 \leq X_n \leq 2$

(b) $P = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}$

$$X_{n+1} = \begin{cases} X_n + Y_{n+1} & \text{si } X_n + Y_{n+1} \leq 2 \\ X_n + Y_{n+1} - 3 & \text{si } X_n + Y_{n+1} \geq 3 \end{cases}$$

ou bien : يمكن كتابتها أيضا

الحالة الأولى

الحالة 2

$$X_{n+1} - X_n = \begin{cases} \underbrace{Y_{n+1}}_{\in\{0,1,2\}} & \text{si } X_n + Y_{n+1} \leq 2 \\ \underbrace{Y_{n+1} - 3}_{\in\{-3,-2,-1\}} & \text{si } X_n + Y_{n+1} \geq 3 \end{cases}$$

$P_{00} = \mathbb{P}(X_{n+1} = 0 / X_n = 0) \leftarrow X_{n+1} - X_n = 0$

هذا يناسب الحالة الأولى أي

$$0 = X_{n+1} - X_n = Y_{n+1}$$

لأنّ : $Y_{n+1} - 3 \neq 0$

و بالتالي ،

$$P_{00} = \mathbb{P}(X_{n+1} = 0 / X_n = 0) = \mathbb{P}(Y_{n+1} = 0) = P_0$$

من المعطيات .

$$P_{01} = \mathbb{P}(X_{n+1} = 1 / X_n = 0) =$$

$$X_{n+1} - X_n = 1$$

يوافق الحالة الأولى أي ، $1 = X_{n+1} - X_n = Y_{n+1}$

$$P_{01} = \mathbb{P}(Y_{n+1} = 1) = P_1$$

$$P_{20} = \mathbb{P}(X_{n+1} = 0 / X_n = 2)$$

$$X_{n+1} - X_n = -2$$

هذا يوافق الى الحالة الثانية

أي:

$$\boxed{-2} = X_{n+1} - X_n = Y_{n+1} - 3$$

$$\Rightarrow \boxed{Y_{n+1} = 1}$$

وبالتالي

$$P_{20} = \mathbb{P}(X_{n+1} = 0 / X_n = 2) = \mathbb{P}(Y_{n+1} = 1) = p_1$$

وهكذا بنفس الطريقة نحسب
الاحتمالات الأخرى.