

Hom work 02

Exercice 01:

Exercice 02:

On désire effectuer l'AFC du tableau K suivant :

$I \backslash J$	A	B	C	D	E	F	G
α	1	0	0	0	1	1	1
β	0	1	0	1	0	1	1
γ	0	0	1	1	1	0	1

1. Calculer les poids associés aux profils des lignes α, β et γ , ainsi que le carré de la distance (du Khi-deux) entre α et β , β et γ , α et γ .
2. En déduire que les deux valeurs propres non triviales λ_1 et λ_2 issues de l'AFC de K , ont la même valeur que l'on notera par la suite λ .
3. En déduire que le centre de gravité g_J , que l'on précisera, est à égale distance des profils de α , β et γ .
4. Calculer la valeur de l'inertie totale I_T et en déduire la valeur de λ .
5. Calculer les poids des sept éléments de J , ainsi que le carré de la distance (du Khi-deux) entre A et B , B et C , C et A .
6. Montrer que le centre de gravité du nuage $N(J)$ est égal au profil de la colonne G .
7. Représentation du nuage $N(J)$:
 1. En considérant le plan engendré par les trois points A, B, C , placer les trois points A, B, C , puis situer les quatre autres points D, E, F et G par rapport à A, B, C .
 2. Placer sur le graphique le point a centre de gravité des quatre points A, E, F, G affectés tous les quatre de la masse 1.
 3. Donner la valeur numérique du rapport $\frac{d(G, a)}{d(G, A)}$, où $d(G, a)$ (resp. $d(G, A)$) désigne la distance du Khi-deux entre G et a (resp. G et A).

Exercice 02: On considère le tableau K suivant où a est un entier non nul :

I/J	j_1	j_2	j_3	j_4	j_5
i_1	a	a	a	0	0
i_2	a	a	0	a	0
i_3	0	a	0	a	a

On pose $I = \{i_1, i_2, i_3\}$ et $J = \{j_1, j_2, j_3, j_4, j_5\}$:

On effectue l'analyse factorielle des correspondances (AFC) de K .

1. Determiner les centres de gravité des nuages $N(I)$ et $N(J)$.
2. Determiner la matrice des profils colonnes F_1 ainsi que la matrice des profils lignes F_2 de K .
3. calculer le produit $F_1 F_2$
4. Quel est l'influence du réel \mathbf{a} sur l'AFC de ce tableau ?
5. Quel est l'axe factoriel trivial, a quelle valeur propre est-il associé ?
6. Quelle est l'inertie du nuage $N(J)$?

7. On pose

$w_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, w_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ Montrer que w_1 et w_2 sont des vecteurs propres de $F_1 F_2$, en deduire les axes factoriels non triviaux u_1 et u_2 ainsi que les valeurs propres associees. On choisira u_1 de maniere ' que la premiere coordonnée soit positive, de meme pour u_2 .

8. On note $\varphi_\alpha(i)$ l'abscisse de la projection du profil de la ligne i sur le α eme axe factoriel.

' Remplir le tableau suivant avec la contrainte $\varphi_\alpha(i) \geq 0$

I/J	φ_1	φ_2	φ_3
i_1			
i_2			
i_3			

9. On note ψ_α^j l'abscisse de la projection du profil de la colonne j sur le α eme axe factoriel.

' En utilisant les formules de transition, completer le tableau suivant

I/J	j_1	j_2	j_3	j_4	j_5
ψ_1	$\frac{\sqrt{6}}{4}$				
ψ_2	$\frac{-\sqrt{2}}{4}$				

10. Représenter les deux nuages $N(I)$ et $N(J)$ simultanément dans le plan factoriel 1-2.
11. Calculer la contribution de i_1 a chacun des axes factoriels non triviaux ainsi que la qualité de representation de i_1 dans le plan factoriel 1-2 c'est-a-dire $COR_1(i_1) + COR_2(i_1)$.

Exercice 03: