Université Saad Dahleb Blida1
Faculté des Sciences /Module : Proba-L_2 / Durée : 1h30

Mai 2017

Examen

Exercice 1: (4 pts)

1. Montrer que si $P(A \setminus B)=1$ alors $P(\overline{B} \setminus \overline{A})=1$.
2. Si $A \subset B$ exprimer les probabilités suivantes le plus simplement possible :
   a. $P(A \setminus B)$;
   b. $P(A \setminus \overline{B})$;
   c. $P(B \setminus A)$.

Exercice 2: (5 pts)

Un groupe de 5 garçons et 3 filles doit être choisi parmi 10 garçons et 8 filles.

1. Combien de groupes différents peut-on choisir ?
2. Ce groupe décide de monter une pièce de théâtre comprenant 5 rôles masculins et 3 rôles féminins. Combien y a-t-il de distributions possibles de rôles, une fois le groupe choisi ?
3. Quel est le nombre total de distributions ?
4. A est le nom d'un garçon et B celui d'une fille.
   a. Quel est le nombre de distributions où A joue dans la pièce ?
   b. Quel est le nombre de distributions où A et B jouent ensemble ?

Exercice 3: (4 pts)

On jette un dé 4 fois de suite. Quelle est la probabilité :

1. Que le chiffre 6 apparaisse au moins une fois?
2. Que la suite ne comprenne que des nombres pairs?
3. Que les 4 points obtenus forment une suite strictement croissante?

Exercice 4: (7 pts).

Une pochette contient huit pièces : cinq en argent et trois en or. Les pièces en argent sont parfaitement équilibrées, alors que celle en or tombent sur pile avec une probabilité de $\frac{1}{3}$.

On tire au hasard une pièce de cette pochette, on la lance et on note le résultat.

Considérons les évènements suivants:

A: « la pièce tirée est en argent »
O: « la pièce tirée est en or »
P: « le résultat donne pile »

1. Représentez cette situation par un arbre.
2. Calculer les probabilités des événements suivants :
   a. Le résultat est "pile".
   b. La pièce est en or sachant que le résultat est "face".
3. On répète 3 fois l'expérience précédente en remettant chaque fois la pièce dans la pochette. Calculer les probabilités des événements suivants :
   c. Il n'y a que des "pile".
   d. Il y a exactement deux "pile".
4. On tire simultanément deux pièces de la pochette, on les lance. Calculer les probabilités des événements suivants :
   e. Les deux pièces sont en argent.
   f. Les deux pièces sont en argent et il y a deux "pile".
   g. Il y a une pièce en or et une en argent, montrant toutes les deux "face".

Bonne chance

Corrigé Examen Proba L2 data

Exo1 (4 pts)

1. $P(\bar{B}|\bar{A}) = \dfrac{P(\bar{A}\cap\bar{B})}{P(\bar{A})} = \dfrac{P(\overline{A\cup B})}{P(\bar{A})} = \dfrac{1-P(A\cup B)}{P(\bar{A})}$

0,75 $= \dfrac{1 - P(A) - P(B) + P(A\cap B)}{P(\bar{A})}$

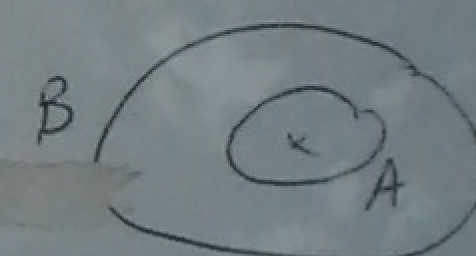
puisque $P(A|B) = 1$ alors $\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)} = 1$

0,25 donc $P(A\cap B) = P(B)$

donc

0,5 $P(\bar{B}|\bar{A}) = \dfrac{1 - P(A)}{P(\bar{A})} = \dfrac{P(\bar{A})}{P(\bar{A})} = 1$

2. $A \subset B$



0,75 a. $P(A|B) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(A)}{P(B)}$

01 b. $P(A|\bar{B}) = \dfrac{P(A\cap\bar{B})}{P(\bar{B})} = \dfrac{P(\emptyset)}{P(\bar{B})} = 0$

0,75 c. $P(B|A) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(A)} = \dfrac{P(A)}{P(A)} = 1$

Exo2 (5 pts)

1. $C_{10}^{5} \times C_{8}^{3} =$ 01

2. $5! \times 3!$ 01

3. $5!\, C_{10}^{5} \times 3!\, C_{8}^{3}$ ou $A_{10}^{5} \times A_{8}^{3}$ 01

4. a. $A_{5}^{1} \times A_{9}^{4} \times A_{8}^{3}$ 01

1. $A^{1} \times A_{4}^{4} \times A_{3}^{1} + A^{2}$ 01

Exo 3 (4 pts)

$\Omega = \{(a,b,c,d) \mid a,b,c,d \in \{1,\dots,6\}\}$

0,5 $|\Omega| = L_6^4 = 6^4 = 1296$

1. A : " Le chiffre 6 apparaisse au moins une fois "

01 $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ avec $|\bar{A}| = L_5^4 = 5^4 = 625$

$\Rightarrow P(A) = 1 - \frac{|\bar{A}|}{|\Omega|} = 1 - \frac{5^4}{6^4} = 0,517$

2. B : " La suite comprenne que des nombres pairs "

$|B| = L_3^4 = 3^4 = 81$

01 $P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{3^4}{6^4} = 0,062$

3. C : " Les 4 pts forment une suite $\nearrow$ "

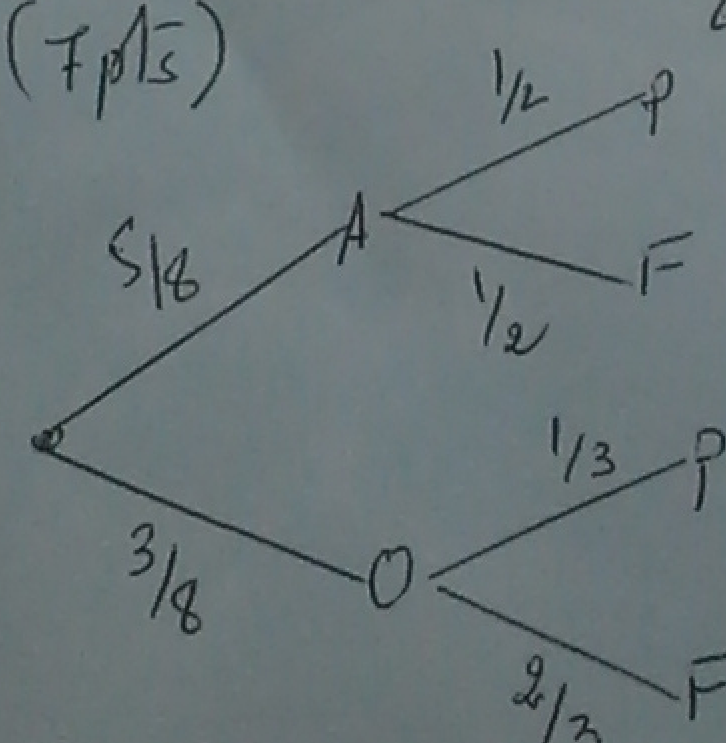
On a C_6^4 choix possibles de chiffres

0,5 et 1 seule manière de l'ordre $\nearrow$

01 donc $P(C) = \frac{|C|}{|\Omega|} = \frac{C_6^4}{L_6^4} =$

Exo4. (7 pts)

1.



0,75

2 a $P(P) = P[(P\cap A)\cup(P\cap O)] = P(P\cap A) + P(P\cap O)$

0,5 $= P(A)\,P(P|A) + P(O)\,P(P|O)$

0,1 $= 5/8 \times 1/2 + 3/8 \times 1/3 = 7/16 = 0,437$

625

0,75 b $P(O|F) = \dfrac{P(F\cap O)}{P(F)} = \dfrac{P(O)\,P(F|O)}{1-P(P)} = \dfrac{3/8 \times 2/3}{9/16} = 0,44$

3. c. Soit P_i : " obtenir pile au $i^{\text{ème}}$ lancer " $i = 1, 2, 3$.

01 les év^{ts} sont indp^{ts} avec $P(P_i) = 7/16$ $\forall i = 1,2,3$

on cherche :

$$P(P_1 \cap P_2 \cap P_3) = (P(P_i))^3 = (7/16)^3 = 0,083$$

d. Soit D : " obtenir exact 2 pile

01 $P(D) = C_3^2 (P(P_i))^2 P(F) = C_3^2 \left(\frac{7}{16}\right)^3 (9/16)$

4. e. Ê : " tirer 2 pièces en argent "

0,5 $P(E) = \dfrac{|E|}{|\Omega|} = \dfrac{C_5^2}{C_8^2} = \dfrac{10}{28} = 0,357$

01 f. F : " Deux pièces en argent et deux pile "

$$P(F) = \frac{C_5^2}{C_8^2} \times 1/2 \times 1/2 = 0,089$$

01 g. G : " une pièce en or et une en argent et deux face

$$P(G) = \frac{C_5^1 \times C_3^1}{C_8^2} (1/2)(2/3) = 0,176$$