

السلسلة الثالثة

التمرين الأول:

1- ليكن X و Y متغيرين عشوائيين متقطعين مستقلين معرفين على نفس الفضاء الاحتمالي قانونا احتمالهما هما

x	1	2	4
P(X=x)	0.7	0.1	0.2

y	1	4	6	7
P(Y=y)	0.2	0.4	0.1	0.3

ا- احسب $\mathbb{E}(2X + 4Y)$, $\text{var}(2X + 4Y)$, $\sigma(2X + 4Y)$, $\mathbb{E}(XY)$, $\mathbb{E}(X^2)$

ب- اوجد قانون احتمال كل من $X+Y$ و $X.Y$.

2- ليكن X و Y متغيرين عشوائيين مستمرين مستقلين معرفين على نفس الفضاء الاحتمالي كثافتا احتمالهما هما

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ si } x < 0 \\ 1 & , \text{ si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & , \text{ si } x > 1. \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} 0 & , \text{ si } y \leq -1 \\ y+1 & , \text{ si } -1 < y \leq 0 \\ -y+1 & , \text{ si } 0 < y \leq 1. \\ 0 & , \text{ si } y > 1 \end{cases}$$

ا- احسب $\mathbb{E}(2X + 4Y)$, $\text{var}(2X + 4Y)$, $\sigma(2X + 4Y)$, $\mathbb{E}(XY)$, $\mathbb{E}(X^2)$

التمرين الثاني:

ليكن X و Y متغيرين عشوائيين متقطعين مستقلين معرفين على نفس الفضاء الاحتمالي قانونا احتمالهما هما

x	2	3	5
P(X=x)	0.2	0.5	0.3

y	1	4	5
P(Y=y)	0.6	0.2	0.2

- اوجد التوقع الرياضي ومصفوفة التباين- التغاير للشعاع العشوائي (X, Y) .

التمرين الثالث:

لتكن $F_{(X,Y)}$ لدالة التوزيع المشترك للزوج (X, Y) المعرفة ب

$$F_{(X,Y)}(x, y) = \begin{cases} (1 - \exp(-x))(1 - \exp(-y)), & \text{ si } x \geq 0 \text{ et } y \geq 0 \\ 0, & \text{ ailleurs} \end{cases}$$

1- احسب f_X , $f_{(X,Y)}$ و f_Y . ماذا تستنتج؟

2- احسب F_X , F_Y , $f_{X|Y}$ و $f_{Y|X}$.

3- استنتج قيمتي $\text{COV}(X, Y)$ و $\rho_{(X,Y)}$.

التمرين الرابع:

ليكن X و Y متغيرين عشوائيين معرفين على نفس الفضاء الاحتمالي بحيث: $X(\Omega) = \{-2, 0, 1\}$ و $Y(\Omega) = \{-1, 1, 2\}$. قانون الاحتمال المشترك لهما معطى في الجدول التالي:

$P(X=x, Y=y)$	$y=-1$	$y=1$	$y=2$
$x=-2$	0.2	0.2	β
$x=0$	0.1	0.1	0.05
$x=1$	0.2	0	0.1

1- عين قيمة β .

2- اوجد القانونين الهامشيين لكل من X و Y .

3- بين ان X و Y غير مستقلين.

4- احسب القانون الشرطي ل X علما ان $Y=1$ ، ثم استنتج $E(X/Y=1)$.

5- احسب $E(XY)$ ثم $cov(X, Y)$.

التمرين الخامس:

ليكن X و Y متغيرين عشوائيين معرفين على نفس الفضاء الاحتمالي، كثافة الاحتمال المشتركة معطاة بالعلاقة:

$$f(x, y) = \begin{cases} k \left(\frac{1}{x^2} + y^2 \right) & \text{si } 1 \leq x \leq 5, -1 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$

1- من اجل اي قيمة ل k تكون f كثافة احتمال.

2- اوجد كثافتي الاحتمال الهامشيتين ل X و Y .

3- هل X و Y مستقلان.

4- احسب $cov(X, Y)$.