



Année Universitaire : 2017/2018
Niveau : 1^{ère} Année M.A.S.
Module : Processus Stochastiques 1

Examen de T.D

I) Considérons une C.M.T.D. d'espace d'états $E = \{0, 1, 2, \dots, N\}$, $N > 0$, et de probabilités de transition:

$$p_{i,i+1} = p, p_{i,i-1} = q \text{ pour } 1 \leq i \leq N-1, \text{ avec } p+q=1 \text{ et } 0 < p < 1.$$

Supposons que: $p_{0,1} = 1, p_{N,N-1} = 1$.

1. Tracer le diagramme des transitions.
2. La chaîne de Markov est-elle Irréductible? Justifier.
3. Est-elle Apériodique? Justifier.
4. Quelle est la période de la chaîne?
5. Trouver la loi stationnaire.

II) Considérons une C.M.T.D. d'espace d'états $E = \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$, et de probabilités de transition:

$$\begin{aligned} p_{i,i-1} &= 1, \quad i \in \mathbb{N}^* \\ p_{0,i} &= p_i, \quad \text{avec } p_i > 0 \quad \forall i \in \mathbb{N} \text{ et } \sum_{i \geq 0} p_i = 1. \end{aligned}$$

1. Tracer le diagramme des transitions.
2. La C.M. est-elle Irréductible?
3. Quelle est la période de l'état 0?
4. Quelles sont les périodes des autres états?
5. Sous quelle condition la chaîne est récurrente positive? (Ind. Utiliser l'existence et l'unicité de la loi limite)
6. Si la C.M. est récurrente positive, quelle est le nombre moyen des étapes (transitions) nécessaires pour qu'elle retourne à l'état i en démarrant de i ?