

Université Mohamed Khider, Biskra  
 Faculté des Sc. Exactes et Sc. de la Nature et la Vie  
 Département de Mathématiques  
 Master 1: 2020/2021

### Corrigé de l'Interrogation 1 (modèle linéaire)

1. Le but d'analyse en composantes principales (ACP) est l'étude:
  - a) Proximité des individus ✓
  - c) Corrélations entre les individus ✓
  - b) Liaisons entre les variables
2. En ACP, la matrice des variances-covariances ( $V$ ) est:
  - a) celle des variables ✓
  - b) celle des individus
  - c) des individus et les variables
3. La somme des valeurs propres ( $\lambda_i$ ) de la matrice  $V$ 
  - a) la somme des variances des variables ✓
  - b) L'inertie totale ✓
4. Les vecteurs propres (orthonormés) de la matrice  $V$ 
  - a) forme une base de l'espace des individus (notés  $u_i, i = 1, \dots, p$ ) ✓
  - b) forme une base de l'espace des variables
5. L'espace des variables
  - a)  $\mathbb{R}^p$ ; b)  $\mathbb{R}^n$  ✓
6. Le premier plan principal est:
  - a)  $E_1 \times E_2$ ; b)  $E_1 + E_2$ ; c)  $E_1 \oplus E_2$  ✓
7. L'inertie par rapport au deuxième axe principal, vaut:
  - a)  $\lambda_2$ ; b)  $\lambda_1$  ✓
8. L'inertie par rapport au premier plan principal, vaut:
  - a)  $\max(\lambda_1, \lambda_2)$ ; b)  $\lambda_1 + \lambda_2$ ; ✓ c)  $(\lambda_1 + \lambda_2) / \sum \lambda_i$  (aucune) "je n'ai pas dit expliquée pour dire  $\lambda_1 + \lambda_2$ "
9. L'inertie expliquée par rapport au premier axe principal, vaut:
  - a)  $\lambda_1$ ; ✓ b)  $\lambda_2$ ;  $\lambda_1 + \lambda_2$
10. La coordonnée de l'individu  $e_i$  sur le premier axe principal, vaut:
  - a)  $\langle e_i, u_1 \rangle$ ; ✓ b)  $d(e_i, \text{Proj}_{u_1} e_i)$ ; c)  $d(e_i, \text{Proj}_{u_2} e_i)$
11. La qualité de représentation des individus  $e_i$  sur le premier plan principal, s'exprime en termes de:
  - a) d'inerties; b)  $\cos^2$ ; ✓ c)  $\text{Proj}_{u_1} e_i$
12. Les composantes principales ( $c_k$ ) :
  - a) normées; b) indépendantes; c) non-corrélées ✓

**13. La qualité de représentation des variables  $X_i$ , s'exprime en termes de:**

a) des corrélations entre les  $X_i$ ;  $\checkmark$  b) des corrélations entre les  $\mathbf{c}_k$

**14. Soit  $\theta_{ik}$  l'angle entre  $X_j$  et  $\mathbf{c}_k$ . Alors:**

a)  $\sum_{i=1}^p \cos^2 \theta_{ik} = 1$ ;  $\checkmark$  b)  $\sum_{j=1}^n \cos^2 \theta_{ik} = 1$ ; c)  $\sum_{k=1}^p \cos^2 \theta_{ik} = 1$

**15.  $\cos^2 \theta_{j1} + \cos^2 \theta_{j2} = 1$ , implique que:**

a) l'individu  $e_i$  est bien représenté sur le premier plan principal

b) La variable  $X_j$  est bien représentée sur le premier plan principal  $\checkmark$

c) La variable  $X_j$  est fortement corrélée avec  $\{\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2\}$   $\checkmark$

**16.  $\cos \theta_{jk}$  est égale:**

a)  $\langle X_j, e_k \rangle$ ; b)  $\langle X_j, u_k \rangle$ ; c)  $\langle X_j, \mathbf{c}_k \rangle$   $\checkmark$

**17. Supposons que les valeurs propres de  $V$  sont  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 0$ .**

Que conclut-on? l'inertie expliquée par le troisième axe principal est nulle. Donc les individus sont parfaitement représentés sur le premier plan principal.

\*\*\*\*\*