

Fonction gamma

Exercice 1

On appelle fonction Gamma, la fonction définie par

$$x \longrightarrow \Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$

1) Montrer que pour tout $x > 0$; on a:

$$\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$$

2) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$; on a:

$$\Gamma(n+1) = n!$$

3) Montrer que $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$.