

Fiche TD N =° 02-

**Exercice 01:**

**Exercice 01:**

On considère la matrice de données  $X$  de type (2,3) suivante :

$$X = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Calculer le produit matriciel  $X^t.X$  et s'assurer que c'est une matrice carrée et symétrique.?
2. Chercher les valeurs propres  $\lambda_i$  de  $X^t.X$  et ses vecteurs propres associés  $v_i$ ?
3. Donner la matrice diagonale  $\Lambda$  semblable à  $X^t.X$  et la matrice de passage  $A$ .?
4. Vérifier que  $tr(X^t.X) = tr(\Lambda) = \sum \lambda_i$ .

**Exercice 02:**

Soit la matrice des données suivantes :  $X = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$

1. Soient  $C_1$  et  $C_2$  les vecteurs colonnes de  $X$ . Centrer et normer les variables  $C_1$  et  $C_2$  ?
2. Déterminer la matrice  $V$  des variances-covariances et la matrice  $R$  des corrélations.
3. Diagonaliser la matrice  $V$ . On note  $\lambda_i$  ses valeurs propres.
4. Déterminer les vecteurs propres  $v_i$  associés aux valeurs propres  $\lambda_i$ .

**Exercice 03:**

On observe  $p = 2$  variables sur  $n = 5$  individus uniformément pondérés.

$$A' = \left( \begin{array}{c|ccccc} x^1 & 3 & 3 & 0 & 4 & 0 \\ x^2 & -2 & 2 & -1 & -3 & -1 \end{array} \right)$$

1. Calculer la matrice des données centrés ( $\mathcal{Y}$ ) et celle des données centrés réduite ( $\mathcal{Z}$ ) ?.
2. Calculer la matrice  $S$  de variance-covariance et de corrélation ( $\mathcal{R}$ ).
3. Calculer les valeurs propres et vecteurs propres de ( $\mathcal{R}$ ) ? conclure?

**Exercice 04:**

Soit les matrices suivantes ;  $A = \begin{pmatrix} -5 & 2 & -2 \\ -2 & 0 & -1 \\ 6 & -3 & 2 \end{pmatrix}$  ,  $T = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

- a- Calculer  $(A + I)^2$  où  $I$  la matrice identité de  $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ .
- b- En déduire que  $A$  est inversible et déterminer  $A^{-1}$ .
- c- Calculer  $N^2$  et en déduire  $N^k$  pour tout  $k \in \mathbb{N}$  telle que  $T$  s'écrit  $T = -I + N$ .
- d- Calculer les valeurs et les vecteurs propres de ?

une classe de 11 etudiants dont on souhaite analyser les notes en informatique :

```
x=[14 12 16 15 13 15 18 13 15 17 14]
y=[12.5 13.5 14.5 15.5 16.5 17.5]
```

Calculer la moyenne , la mediane , la variance et l'écart type? Tracer histogrammes ?

```
>> figure(1);
>> hist(x); title('histogramme : hist(x)');
>> xlabel('notes') ; ylabel('frequences') ; axis([11 19 0 4])
>> subplot(2,2,2) ; hist(x,5) ;title('histogramme avec ..... hist(x,5)')
>> xlabel ( 'notes' ) ;ylabel('frequences' ) ; axis([11 19 0 4])
>> subplot (2,2,3) ; hist (x, y) ;
>> title('histogramme avec milieu de classes precise: hist(x,y)') ; xlabel('notes' )
>> ylabel('frequences' ) ; axis([11 19 0 4]) ;
```

Most useful Matlab command list:

Visualization:

plot, scatter, scatter3, quiver, quiver3, image, hist

Data Manipulation:

ones, eye, rand, sort, find, svd, diag, eigs

There is an example of PCA analysis in the following; it will show you the change of the 3D data distribution after you making the PCA analysis on them. The whole algorithm is given below:

```
x=rand([3 2])*rand([2 100]);
scatter3(x(1,:), x(2,:), x(3,:)) # nuage de points
x0=sum(x, 2)/size(x,2);
hold on;
scatter3(x0(1,:), x0(2,:), x0(3,:), 'r')#d\ '{e}terminer le centre de gravit\ '{e}
xv=x-x0*ones([1 100]);# standarise\ '{e} la matrice
figure;scatter3(xv(1,:), xv(2,:),xv(3,:))
[u,s,v]=svd(xv); # d\ '{e}composition en valeur singulier (SVD)
evalue=diag(s(1:3,1:3));
figure;plot(evalue) #tracer l'eboulis des valeurs propres
x02=x0*ones([1 2]);
figure; scatter3(x(1,:), x(2,:),x(3,:))
hold on;
scatter3(x0(1,:), x0(2,:), x0(3,:), 'r')
hold on
quiver3(x02(1,:), x02(2,:), x02(3,:), u(1,1:2), u(2,1:2), u(3, 1:2))
pc=u(:, 1:2);
xp=pc'*xv;
figure;scatter(xp(1,:),xp(2,:))
col=sum(x,1);
figure;scatter(xp(1,:),xp(2,:), col)
figure;scatter(xp(1,:),xp(2,:), 20,col)
figure;scatter3(x(1,:),x(2,:),x(3,:), 20, col)
```