# $\mathcal{A}$ nnée $\mathcal{U}$ niversitaire 2023/2024



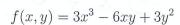
# Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès Faculté des Sciences Exactes 3ème Année Maths



# Examen du S6 Programmation mathématique

#### Exercice 1

Soit la fonction réelle à deux variables :





Trouver analytiquement les optimums de cette fonction. Quelle sont leurs natures ?

# Exercice 2

Soit f la fonction donnée par

$$f(x,y) = -x - 2y - 2xy + 1/2x^2 + 1/2y^2$$



f est-elle convexe ? concave ?

#### Exercice 3

Soit

$$f(x,y) = 4x^2 + 6y^2 + 6xy + 3x + 4y + 6$$



Développer deux itérations par l'algorithme du gradient à pas optimal pour  $x_0 = {}^t(0 \ 0)$ .

### Exercice 4

Résoudre le problème d'optimisation sous contrainte

$$\begin{cases} \max f(x,y) = xy \\ \text{s.c. } 4x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$$



Bon Courage

Corrigé de l'examen Programmation mother style f(x,y) = 32-624+34 EXOL:  $\frac{\partial f(u,y)}{\partial x} = 9x^2 - 6y = 0$   $\frac{\partial f(u,y)}{\partial x} = -6x + 6y = 0$ x=y=9  $9x^2-6x=9$ =) 3 n (3x -2) =  $= \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}$ Les points optimums sont (0,0) et (3,2).  $H_{3} = \begin{pmatrix} 18\pi & -6 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}$ 4+f(0,0) = (-6,6)(0,0) est un point selle.  $+ + (\frac{2}{3}, \frac{2}{3}) = \begin{pmatrix} 12 & -6 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}$ 

f(1,5) = -n-2y-2xy+主x+主ず Exo2: 2f(x3y)=-1-2y+2 Of(11/18) = -2 - 2x+y. 2 f = 1 / 3 f = 1  $48 = \begin{pmatrix} 1 - 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$  $\Delta_1 = 1$ ,  $\Delta_2 = det = -3$ n'est has de fine (positive et négative) Alors of n'est ni contexe ni costate. Exo3: l'algorithme du gradient à pas optimal YK+1= Xk & Sk Vf. Alors (X) = (X) - P 7 f(N, y) 

$$Exo4$$
 | men  $f(xy) = ny$   
 $Sc (4x^2+y^2)$   
 $S(n,y,\lambda) = xy - \lambda(4x^2+y^2-4)$   
 $3d = -8\lambda x + y = 0$   
 $3d = -2\lambda y + \lambda = 0$   
 $3d = -2\lambda y + \lambda = 0$   
 $3d = 4x^2+y^2-4 = 0.8$   
 $3d = -2\lambda y + \lambda = 0$   
 $-8\lambda(2\lambda y) + y = 0$ 

y=0. on -16/2+1 =0 y=0. Det Divérifiées mais (8) -4=0 Contraduction  $-161^2+1=0=)1=\frac{1}{16}=\frac{1}{6^2}$ Don 1A = ± 4 x=2/y. X=2y=) x=2y. 4(24) + 42-4=0 Les points  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}\right) \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\sqrt{2}\right)$ four d=- 4 ルニーション = -もり、  $\frac{4(-\frac{1}{2}y)^{2}+y^{2}-4=0=}{y=\pm\sqrt{2}}$   $\frac{4(-\frac{1}{2}y)^{2}+y^{2}-4=0}{y=\pm\sqrt{2}}$   $\frac{y=\pm\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}), (\sqrt{2}, -\sqrt{2}), (-\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}), (-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\sqrt{2}).$ The points  $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}), (-\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}), (-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\sqrt{2}).$