SERIE 1

Exercice 1
Soit $(\Omega, \mathcal{F})$ un espace probabilisable, montrer que
1) $\varnothing \in \mathcal{F}$
2) Si $(A_i)_{i \in I}$ est une famille (finie ou infinie) d'évènements de $\mathcal{F}$,
alors $\bigcap\limits_{i \in I} A_i \in \mathcal{F}$.
3) Si $A \in \mathcal{F}$ et $B \in \mathcal{F}$,alors $A \setminus B \in \mathcal{F}$ et $A \Delta B \in \mathcal{F}$.

Exercice 2
Montrer que l'intersection de deux tribus est une tribu, mais la réunion de deux tribus n'est pas en général une tribu.

Exercice 3
Soit $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ un espace probabilisé, soit X une v.a. définie sur $(\Omega, \mathcal{F})$.
1) Montrer que X^2 et $\dfrac{1}{X}$ (si $\{X = 0 = \varnothing\}$) sont aussi des v.a.
2) Soient a et b des constantes réelles. Montrer que $aX + b$ est une v.a. sur $(\Omega, \mathcal{F})$. Soit F_X la fonction de répartition de X, calculer les fonctions de répartition de $|X|$ et $aX + b$.
Exercice 4
Soit $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ un espace probabilisé, on définit la v.a. I_A, indicatrice d'un évènement A, $A \in \mathcal{F}$, par

$$I_A(\omega) = \begin{cases} 1 & si \;\; \omega \in A \\ 0 & si \;\; \omega \notin A \end{cases}$$

Donner la fonction de répartition de l'indicatrice d'un évènement A, dont la probabilité est égale à p.

Exercice 5
On donne la v.a. continue X, de densité f_X.On considère la v.a. $Y = kX$,avec $k > 0$. Trouver la densité f_Y de Y.
Exercice 6
On supose que X représente le résultat du lancer d'un dé parfait. Quelle est la loi de probabilité et la fonction de répartition de la v.a. $Y = 2 + X^2$