Université Hassiba Benbouali - Chlef
Faculté des Sciences- Déparetement de mathématique

Examen de la matière Programmation mathématique

1^{ere} **Master mathématique appliquée et statistique**
Date : $16-12-2015$ **-** **Durée :** $2h$

Exercice 1 ***(07)*** *Soit le programme linéaire suivant :*

$$(P)\begin{cases} z(\max) = 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 90 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 40 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 80 \\ x_i \geq 0,\ i = 1,2,3 \end{cases}$$

1. *Résoudre (P) par l'algorithme du simplexe.*
2. *A partir du dernier tableau du simplexe, déduire l'inverse de la matrice A.*

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

3. *Ecrire le dual (D) de (P).*
4. *Vérifier que $\lambda^* = \left(\frac{2}{5}, \frac{9}{5}, \frac{1}{5}\right)$ est une solution admissible de (D).*
5. *Que peut-on dire de λ^*? Justifier.*
6. *Supposons que la deuxième membre b_1 passe de 90 à $90 + \alpha$. Pour quelles valeurs de α, la base $\{1, 2, 3\}$ reste-t-elle optimale ?*

Exercice 2 ***(04)*** *Résoudre par l'algorithme dual simplexe le programme linéaire (PL)*

$$(PL)\begin{cases} z\,(\min) = x_1 + 3x_2 + 2x_3 \\ x_1 - 5x_2 + 7x_3 \geq 8 \\ -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 \geq -2 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 \geq 2 \\ x_i \geq 0,\ i = 1,2,3 \end{cases}$$

Exercice 3 ***(05)*** *En utilisant le théorème des écatrs complémentaires, vérifier si $x^* = (3, 0, 1, 3)^\top$ est une solution optimale de $(P1)$*

$$(P1)\begin{cases} z\,(\max) = -2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 = -2 \\ x_i \geq 0,\ i = 1,2,3,4 \end{cases}$$

Exercice 4 *(04) Soit le programme linéaire sous forme standard :*

$$(P2)\begin{cases} z\,(\max) = 4x_1 + x_2 \\ x_1 - 8x_2 \leq 2 \\ x_1 - 4x_2 \leq 4 \\ x_1 - 2x_2 \leq 8 \\ x_1 - x_2 \leq 11 \\ 7x_1 - 2x_2 \leq 107 \\ 2x_2 \leq 19 \\ -3x_1 + 4x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

1. *Déterminez graphiquement la solution optimale.*
2. *Ecrivez le système d'équations permettant d'obtenir cet optimum.*
3. *Quelle est la valeur de la fonction objectif a cet optimum ?*