

## Solution de la serie N° 5

### Exercice.

1. La population (ensemble des employés) est ici divisée en trois catégories (selon le revenu) dans lesquelles on réalise un plan simple, il s'agit donc d'un **plan de sondage stratifié**.

2. Trouver  $\bar{P}_{st}$  l'estimateur de  $P$ :

$$\begin{aligned}\bar{P}_{st} &= \sum_{h=1}^3 \frac{N_h}{N} \bar{P}_h \\ &= \frac{1}{N} \bar{P}_{st} N_h \bar{P}_h \\ &= \frac{1}{7500} (3500 * 0.13 + 2000 * 0.45 + 2000 * 0.50) \\ &= 0.314\end{aligned}$$

3. Donner un intervalle de confiance à 95% pour  $P$ .

$$P \in IC [\bar{P}_{st} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{Var(\bar{P}_{st})}; \bar{P}_{st} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{Var(\bar{P}_{st})}]$$

Il faut d'abord calculer la variance de  $\bar{P}_{st}$ , en utilisant la formule:

$$\begin{aligned}Var(\bar{P}_{st}) &= \sum_{h=1}^k \left(\frac{N_h}{N}\right)^2 (1 - f_h) \frac{\bar{P}_h(1 - \bar{P}_h)}{n_h} \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^3 (N_h)^2 (1 - f_h) \frac{\bar{P}_h(1 - \bar{P}_h)}{n_h} \\ &= \frac{1}{7500^2} \left[ ((3500)^2 (1 - \frac{500}{3500}) \frac{0.13(1-0.13)}{500}) + ((2000)^2 (1 - \frac{300}{2000}) \frac{0.45(1-0.45)}{300}) \right. \\ &\quad \left. + ((2000)^2 (1 - \frac{200}{2000}) \frac{0.50(1-0.50)}{200}) \right] \\ &= 1.7209 \times 10^{-4}\end{aligned}$$

$$\text{Ou } f_h = \frac{n_h}{N_h}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow P &\in IC [0.314 - (1.96 * \sqrt{1.7209 \times 10^{-4}}); 0.314 + (1.96 * \sqrt{1.7209 \times 10^{-4}})] \\ P &\in IC [0.28829; 0.33971]\end{aligned}$$