

Exo1: Soit X_1, X_2, \dots, X_n un n-échantillon indépendant de la v.a.
de densité $f(x, \theta) = \begin{cases} e^{-x/\theta} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

- Trouver un estimateur $\hat{\theta}_1$ du paramètre θ par la méthode des moments.
- Est-il sans biais?
- Soit $\hat{\theta}_2 = \text{Miri}$ un autre estimateur de θ .
 - Trouver la densité de $\hat{\theta}_2$.
 - Trouver l'espérance de $\hat{\theta}_2$.
 - En déduire un estimateur sans biais du paramètre θ .

Exo2: On admet que la durée de vie d'un matériel est une v.a.T suivant une loi continue de densité
 $f(t) = k e^{-t/a}$, $t \geq 0$ et $a > 0$, a étant un paramètre inconnu que l'on veut estimer. à l'aide de n observations t_1, t_2, \dots, t_n .

- Déterminer k par que f soit une densité de probabilité.
- Calculer $E(T)$ et $\text{Var}(T)$.
- Quelle est la borne inférieure de toute estimation ponctuelle de a ?
- Montrer que l'estimation efficace de a est $\hat{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i = \bar{T}$.
- Retrouver le résultat par la méthode du maximum de vraisemblance.

Exo3: Un chef d'entreprise reçoit un lot de 50000 transistors d'une usine. Il veut estimer le nbe N de mauvais transistors qui se trouvent dans le lot.

Il fait 250 tirages avec remise et obtient 13 mauvais transistors (On suppose qu'à chaque tirage, chq transistor a la même proba. d'être tiré).

① Formaliser le pb à l'aide d'une va, son modèle statistique et un échantillon.

② Le paramètre N admet-il un estimateur efficace T ?

③ Quelle est la valeur estimée de N par T ?

④ Sachant que chaque transistor lui a coûté 10 DA à l'achat, quel est le prix minimum qu'il devra établir à la vente de chq transistor, s'il ne veut pas perdre de l'argent, sachant que les mauvais transistors ne sont pas vendus?

Exo4: Un constructeur livre un appareil de mesures. La mesure avec cet appareil, d'une grandeur G est une va $X \in \mathcal{N}(m, \sigma)$ la moyenne m qui est la vraie mesure de G et la variance σ^2 sont inconnues.

En répétant 10 fois la mesure, on obtient les résultats suivants

170,2	170,2	170,3	170,2	170,6
170,2	170,5	170,4	170,3	170,1

Le constructeur garantit une précision $\sigma_0 = 0,085$ la dispersion de la mesure X de G autor de m sont $\sigma_0 = 0,085$.

En donnant la règle du test $H_0: \sigma = \sigma_0$ contre $H_1: \sigma > \sigma_0$ dites si cette garantie est valable au sein de confiance $\alpha = 5$