U.H.B.C. Chlef
Faculté des Sciences Exactes
Département des maths

A.U. 2016/2017
Niveau: $1^{ère}$ Master/ Option: M.A.S.
Module: Processus Stochastiques 1

Examen de Moyenne Duree

I) Chaînes de Markov (T.D.) :

Considérons une chaîne de Markov $\{X_n; n = 0, 1, 2, ...\}$ d'espace d'état $E = \{0, 1, 2, 3\}$, donnée par la matrice de transition:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.8 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0.7 & 0 \\ 0.4 & 0.6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

1. Tracer le diagramme des transitions de cette chaîne.

2. La chaîne est-elle réductible? Commenter sur l'étude de la chaîne à long terme.

3. Trouver les états récurrents, transitoires, absorbants et réfléchissants de cette chaîne.

4. Calculer la proportion du temps de séjour dans l'état "0" à long terme.

5. En moyenne, combien de temps faut-il pour atteindre l'état "0" en démarrant de l'état "2".

II) Processus de Poisson :

Un radar est placé sur une route où il passe en moyenne 5 véhicules *en excès de vitesse* par heure. On admet que ces véhicules forment un processus de Poisson.

1. Déterminer la probabilité qu'une voiture ait été prise dans le 1^{er} $\dfrac{1}{4}$ d'heure sachant que 2 ont été prises en 1 heure.

2. Quelle est l'heure espérée (à quelle heure) du $5^{ième}$ véhicule *en excès de vitesse* après 8 : 00?

3. Quelle est le nombre moyen des véhicule *en excès de vitesse* arrivant entre 8 : 00 et 10 : 00?

4. On suppose ici que le radar ne peut pas tomber en panne mais qu'il ne détecte que 80% des véhicules *en excès de vitesse.*

- Déterminer la loi du nombre des véhicule détectés par le radar après 100 heures de fonctionnement et le nombre moyen de ces véhicules.

III) Questions de cours :

a) Chaînes de Markov

1) Une Chaîne signifie que le temps est discret. ☐ Vrai ☐ Faux

2) Un état périodique est forcément récurrent. ☐ Vrai ☐ Faux

3) Chaque C.M. finie contient au moins un état récurrent. ☐ Vrai ☐ Faux

4) Tous les états récurrents d'une C.M. se communiquent entre eux. ☐ Vrai ☐ Faux

5) Toute C.M a une unique loi stationnaire. ☐ Vrai ☐ Faux

6) Si les nombres des étapes (des transitions) d'un état "i" à "i" sont multiples de k, alors $\mathbf{d(i) = k}$ ☐ Vrai ☐ Faux

---

b) Processus de Poisson $(N_t)_{t\in\mathbb{R}_+}$ est un processus de Poisson d'intensité $\lambda > 0$.

1) Le processus à temps discret analogue au processus de Poisson est ....;..............................

2) La loi du nombre des arrivées entre s et t est ....

3) Un processus de Poisson est dit **homogène** si ....;..............................

4) La loi du temps d'attente jusqu'à l'arrivée suivante est ....;..............................

5) $\mathbf{1 - e^{-\lambda t}}$ est la probabilité de ....

6) Les arrivées sont *Poissonniènnes* si et seulement si les temps inter-arrivées sont ....;..............................

Nom: ....

Prénoms: ....;..............................