Série 2 : Probabilités conditionnelles

Exo 1: (cours)

Une enquête a été réalisée auprès des élèves afin de connaître leur sensibilité au développement durable et leur pratique du tri-sélectif. L'enquête révèle que 70 % des élèves sont sensibles au développement durable.

Parmi ceux qui sont sensibles au développement durable, 80 % pratiquent le tri-sélectif.

Parmi ceux qui ne sont pas sensibles au développement durable, on en trouve 10 % qui pratiquent le tri sélectif. On interroge un élève au hasard, on considère les évènements suivants :

S : " l'élève interrogé est sensible au développement durable " ;

T : "l'élève interrogé pratique le tri sélectif ".

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que l'élève interrogé soit sensible au développement durable et pratique le tri sélectif.
3. Calculer la probabilité que l'élève interrogé pratique le tri sélectif.
4. On interroge un élève qui ne pratique pas le tri-sélectif. Peut-on affirmer que les chances qu'il se dise sensible au développement durable sont inférieures à 10 % ?

Exo 2: Un joueur garde dans sa poche deux pièces de monnaie, l'une normale et l'autre ayant ses deux faces identiques, disons deux fois "pile". Il en choisit une au hasard et la lance.

On note les événements :

N : « la pièce est normale », P « Obtenir pile ».

1. Représentez cette situation par un arbre.
2. Calculer la probabilité :
   a. D'obtenir "pile" et que la pièce tirée est normale.
   b. D'obtenir "pile".
3. Le résultat est "pile", quelle est la probabilité qu'il s'agisse de la pièce normale ?
4. Le joueur lance la même pièce encore une fois. Le résultat est de nouveau "pile". Quelle est maintenant la probabilité que la pièce lancée soit celle qui est normale ?

Exo 3 : Une entreprise fabrique et commercialise des composants électroniques assemblés dans deux ateliers numérotés 1 et 2. L'atelier 1 fournit 60 % de la production et l'atelier 2 fournit les 40% restants. On a remarqué que 2 % des composants issus de l'atelier 1 sont défectueux, et que 4.5 % des composants issus de l'atelier 2 sont défectueux.

On prend au hasard un composant électronique dans la production d'une journée et on considère les événements suivants :

A : « le composant électronique provient de l'atelier 1 » ; B : « le composant électronique provient de l'atelier 2 » ; D : « le composant électronique est défectueux ».

1. Représentez cette situation par un arbre.
2. Calculer la probabilité des événements suivants :
   a. Le composant électronique est défectueux et provient de l'atelier 1.
   b. Le composants électronique est défectueux et provient de l'atelier 2.
   c. En déduire la probabilité que le composant électronique soit défectueux.
3. On constate qu'un composant électronique est défectueux. Quelle est la probabilité pour qu'il provienne de l'atelier 1 ?
   a. On choisit quatre composants électroniques de façon indépendante. Quelle est la probabilité pour qu'au moins un composant électronique soit défectueux.
   b. On choisit n ($n > 1$) composants électroniques de façon indépendante. Déterminer la valeur minimale de n pour que la probabilité qu'au moins un composant électronique est défectueux, soit supérieure ou égale à 0,9.

Université Saad Dahlab Blida1 **Mars 2020**

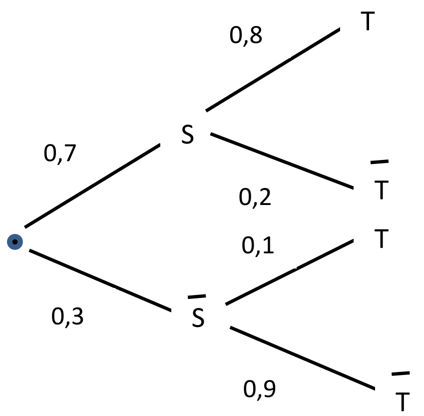
Mathématiques /Module : Proba-L2

Série 2 : Corrigé

Probabilités conditionnelles

Exo 1 :

1. On construit un arbre pondéré décrivant la situation :



2. L'évènement « l'élève interrogé est sensible au développement durable et pratique le tri sélectif » est l'évènement $S \cap T$.

$P(S \cap T) = P(S) \times P(T \backslash S) = 0{,}7 \times 0{,}8 = 0{,}56$

3. D'après la formule des probabilités totales :

$P(T) = P(T \cap S) + P(T \cap \bar{S}) = P(S) \times P(T \backslash S) + P(\bar{S}) \times P(T \backslash \bar{S}) = 0{,}56 + 0{,}3 \times 0{,}1 = 0{,}59$

4. On interroge un élève qui ne pratique pas le tri sélectif.

On évalue si cet élève est sensible au développement durable, donc on cherche

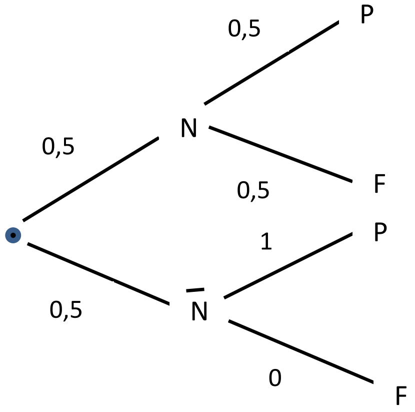
$P(S \backslash \bar{T}) = \frac{P(S \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{P(S)P(\bar{T} \backslash S)}{1 - P(T)} = \frac{0{,}7 \times 0{,}2}{1 - 0{,}59} = 0{,}34$

Les chances qu'il se dise sensible au développement durable sont de 34 % donc ne sont pas inférieures à 10 %.

Exo 2:

Les données : $P(P \backslash N) = 0{,}5$; $P(F \backslash N) = 0{,}5$; $P(P \backslash \bar{N}) = 1$; $P(F \backslash \bar{N}) = 0$; $P(N) = 0{,}5$.

1. On construit un arbre pondéré décrivant la situation :



2. a. $P(P \cap N) = P(N) \times P(P \backslash N) = 0,5 \times 0,5 = 0,25$
   b. $P(P) = P(P \cap N) + P(P \cap \overline{N}) = P(N) \times P(P \backslash N) + P(\overline{N}) \times P(P \backslash \overline{N}) = 0,25 + 0,5 \times 1 = 0,75$

3. $P(N \backslash P) = \frac{P(P \cap N)}{P(P)} = \frac{P(N) \times P(P \backslash N)}{P(P)} = \frac{0,5 \times 0,5}{0,75} = 0,33 = \frac{1}{3}$

Donc il y a une chance sur trois que le « pile » obtenu vienne de la pièce normale.

4. Le fait de répéter l'expérience une autre fois ne change en rien la probabilité $P(N \backslash P)$.
   Donc la probabilité qui nous intéresse est $P(N \backslash P) \times P(N \backslash P) = \frac{1}{9}$

Exo 3 : exo à faire et envoyer pour correction.

Bonne lecture