

Solutions TD n° 3

Exo 1: On effectue 25 tirages aléatoires, identiques et indépendants.

À chaque tirage il n'y a que deux issues:

L'événement E « L'entreprise lui répond »

et \bar{E} « L'entreprise ne lui répond pas »

De plus $p(E) = 0,2$

La variable aléatoire X comptant le nombre de réponse suit la loi binomiale de paramètres $n=25$

et $p=0,2$. Ainsi: $p(X=k) = C_{25}^k 0,2^k (0,8)^{25-k}$

$$p(X \geq 5) = \sum_{k=5}^{25} C_{25}^k (0,2)^k (0,8)^{25-k} = 1 - p(X \leq 4) = 1 - \sum_{k=0}^4 C_{25}^k (0,2)^k (0,8)^{25-k} \approx 0,958$$

Exo 2: Il y a 10 tirages indépendants, aléatoires, identiques

1/ À chaque tirage il n'y a que deux issues: T et \bar{T}

T « Ali obtienne un personnage de type Terre » et

\bar{T} « Ali obtienne un personnage de type Air ou Feu »

De plus $p(T) = 0,3$ et $p(\bar{T}) = 1 - p(T) = 0,7$

La variable aléatoire Y suit donc la loi binomiale de paramètres $n=10$ et $p=0,3$.

$$2/ p(Y=3) = C_{10}^3 (0,3)^3 (0,7)^7 \approx 0,27$$

$$3/ p(Y \geq 1) = 1 - p(Y=0) = 1 - C_{10}^0 (0,3)^0 (0,7)^{10} \approx 0,97$$

Exo 3: ① $Y \leadsto B(50; 0,02)$

$$p(Y=3) = C_{50}^3 (0,02)^3 (0,98)^{47} \approx 0,06$$

② $Y \leadsto B(100, 0,02) \leadsto p(100 \times 0,02) = p(2)$

$$p(Y \leq 4) \approx 0,947 \approx 0,95$$

$$p(Y \leq 4) = 1 - p(Y \leq 3) = 1 - \left(e^{-2} \cdot \frac{2^0}{0!} + e^{-2} \cdot \frac{2^1}{1!} + e^{-2} \cdot \frac{2^2}{2!} + e^{-2} \cdot \frac{2^3}{3!} \right)$$

ex 04: a) $X \sim N(20, 5^2)$ $\mu = 20$, $\sigma = 5$
 $p(X \leq 28) =$ donc $X' = \frac{X - 20}{5} \sim N(0, 1)$

$$p(X \leq 28) = p\left(\frac{X - 20}{5} \leq \frac{28 - 20}{5}\right)$$

$$= p(X' \leq 1,6) \approx 0,9452$$

b)

$$p(X \leq \alpha) = 0,99 \Rightarrow p\left(\frac{X - 20}{5} \leq \frac{\alpha - 20}{5}\right) = 0,99$$

$$p\left(X' \leq \frac{\alpha - 20}{5}\right) = 0,99 \quad \text{donc } \frac{\alpha - 20}{5} = 2,32$$

alors $\alpha = 31,6$

EX 05: La source A : X : le taux de calcium dans une bouteille.

$$X \sim N(8, (1,6)^2) ; \mu = 8 \text{ et } \sigma = 1,6$$

La source B : Y : le taux de calcium dans une bouteille

$$Y \sim N(9, \sigma^2) ; \mu = 9 \text{ et } \sigma = ?$$

1/ $p(6,4 \leq X \leq 9,6) = p\left(\frac{6,4 - 8}{1,6} \leq \frac{X - 8}{1,6} \leq \frac{9,6 - 8}{1,6}\right)$

$$= p\left(-1 \leq \frac{X - 8}{1,6} \leq 1\right)$$

$$= p(X \leq 1) - p(X \leq -1) \approx 0,683$$

2/ $p(X \leq 6,5) = p\left(\frac{X - 8}{1,6} \leq \frac{6,5 - 8}{1,6}\right) \approx 0,1736$

$$(p(X \leq 6,5) = 1 - p(X' \leq 0,94)) = p\left(\frac{X - 8}{1,6} \leq -0,94\right) \approx 0,1736$$

3/ on a : $p(Y \leq 6,5) = 0,1 \Leftrightarrow p\left(\frac{Y - 9}{\sigma} \leq -\frac{2,5}{\sigma}\right) = 0,1$

$$Y' = \frac{Y - 9}{\sigma} \sim N(0, 1)$$

$$p\left(Y' \leq -\frac{2,5}{\sigma}\right) = 0,1 \quad \text{d'après la table } N(0, 1)$$

$$-\frac{2,5}{\sigma} = -1,282 \Leftrightarrow \sigma \approx 1,95$$