

# Marchés financiers

Présenté par : M. HAMMAD

## 0.1 Marché financier

### Définition 0.1.1.

*Le marché financier est un lieu (parfois virtuel) où l'on achète et vend des titres financiers (ou bien actifs financiers).*

### 0.1.1 Actifs financiers

#### Définition 0.1.2.

*Les actifs financiers sont des contrats où les parties s'échangent des flux d'argent.*

- Une **quantité donnée d'un actif financier** (action, obligation, indice boursier, devise, matière première, ou un autre produit dérivé), est appelée **actif sous-jacent (underlying asset)**.
- **Prix d'un titre financier (price)** : c'est le montant convenu entre les deux parties en échange du titre.
- **Maturité ou échéance (Maturity)** : c'est la date à laquelle l'échange doit avoir lieu.
- **Prix de livraison ou prix à terme (dettlement price or forward price)** : c'est le prix auquel l'actif sous-jacent est échangé.

### Obligation (bond)

#### Définition 0.1.3.

*L'obligation est un titre financier correspondant à un emprunt pendant un temps fixé, elle est déterminée par :*

- Une durée,
- Un taux d'intérêt.

---

**Remarque 0.1.1.**

*Le taux d'intérêt d'une obligation est choisi en fonction du risque de faillite de l'institution. Ce risque est évalué grâce à des notations faites par des institutions indépendantes. Le prix d'une obligation dépend du montant nominal  $M$ , de la date d'échéance  $N$ , et des coupons.*

**Coupons****Définition 0.1.4.**

*Ce sont des montants  $I_{n_1}, I_{n_2}, \dots, I_N$  versés par l'emprunteur aux dates  $n_1, n_2, \dots, N$  fixées à l'avance et qui correspondent à des intérêts sur le nominal  $M$ .*

**Exemple 0.1.1.**

*Les flux financiers  $F_n$  d'une obligation de montant nominal  $M = 150$  € et de maturité  $N = 4$  ans versant un coupon annuel de 8% sont :*

$n_i$	1	2	3	4
$F_n$	12 €	12 €	12 €	162 €

**Obligation zéro-coupon (zero-coupon bond)****Définition 0.1.5.**

*C'est une obligation qui ne verse pas des coupons donc à l'échéance, seul le nominal est remboursé.*

**Action (share)****Définition 0.1.6.**

*Une action est un titre de propriété d'une entreprise qui n'est pas remboursable.*

- *Le prix d'une action est défini par sa cotation en bourse. Une action peut être vendue ou achetée à n'importe quel moment (pendant les heures d'ouverture de la bourse).*
- *Le détenteur d'une action devient un associé, proportionnellement au nombre de titres qu'il détient.*
- *Les émetteurs des actions sont des entreprises. L'émission d'actions permet de recouvrir son investissement initial et ses bénéfices.*
- *Une action est un produit très volatile, lié à la fois aux performances de l'entreprise et à la situation du marché. sa cotation est constamment réévaluée en fonction de l'offre et de la demande sur les marchés financiers.*

---

## 0.1.2 Produit dérivé

### Définition 0.1.7.

Un produit dérivé (*derivation*) ou **actif contingent** est un titre dont la valeur dépend d'un autre titre appelé l'actif sous-jacent.

Il existe une multitude de produits dérivés. Les principaux exemples sont : **Les futures, les forwards et les options.**

### Contrat à terme (forward)

### Définition 0.1.8.

C'est un contrat qui donne à l'investisseur l'obligation d'acheter ou de vendre un titre à un prix défini à l'avance pendant une période fixée.

### Future (futur)

### Définition 0.1.9.

Ce sont des contrats à terme négociables.

### Remarque 0.1.2.

Il y a une petite différence entre les contrats à terme et les futures :

- Le forward est payé à maturité, alors que le future est marqué au marché.
- Le contrat future est échangé sur un marché organisé, le contrat à terme est de gré à gré (**Over The Counter**).
- Les prix du future et celui du forward sont différents lorsque les taux sont stochastiques.

### Option

Un tel titre est appelé **option d'achat (call)** ou **option de vente (put)**.

Notre sujet porte sur le prix d'une option. Nous donnons une importance particulière à étudier ce produit. Ses principales caractéristiques sont :

- **Le strike**, noté  $K$  : prix d'exercice de l'option, qui est choisi et fixé à l'instant initial.
- **Le prix de l'option** : prime de risque plus marge de l'intermédiaire.
- **La date d'expiration ou échéance**, notée  $N$  : fin de la période, elle aussi fixée à l'instant initial.
- **La fonction payoff** : fonction qui détermine la transaction finale.
- **Des contraintes annexes**. Par exemple, si le sous-jacent passe un certain niveau, le contrat s'annule (**option barrière**).

### Remarque 0.1.3.

Les options les plus simples, et généralement les plus liquides (les plus vendues), sont les **calls** et les **puts** de type européens ou américains. Ces options sont souvent appelées **option vanilles**.

---

On distingue deux grands types d'options.

## Option européenne

### Définition 0.1.10.

Contrat qui donne à son détenteur (celui qui achète le contrat) le droit, et non l'obligation, d'acheter (option d'achat=call) ou de vendre (option de vente=put) une certaine quantité d'un actif financier (sous-jacent) à un prix fixé ou prix d'exercice  $K$  (strike price) à une date fixée à l'avance (maturité).

### Exemple 0.1.2.

Une option d'achat (**Call**) sur une tonne de blé à  $K = 150$  € la tonne dans un ans. Si à l'échéance  $N$ ,  $(S_N - K) < 0$  le prix d'exercice est supérieur au cours  $S_N$  la tonne de blé, le détenteur de l'option n'a pas intérêt à l'exercer, par contre si  $S_N > 150$  €, l'exercice de l'option permet à son détenteur de réaliser un profit égal à  $S_N - K$ . Le gain de l'acheteur de l'option à l'échéance est égal à :  $C_N = (S_N - K)_+ = \max(S_N - K, 0)$ , de même le gain du vendeur de l'option à l'échéance est égal à :  $P_N = (K - S_N)_+ = \max(K - S_N, 0)$ . Notons donc que, la valeur à l'échéance d'une option est toujours positive.

## Option américaine

**Définition 0.1.11.** Contrat qui donne à son détenteur le droit, et non l'obligation, d'acheter ou de vendre une certaine quantité d'un actif financier à un prix et à n'importe quel moment entre la date initiale et l'échéance (une date fixée à l'avance).

### Remarque 0.1.4.

La valeur d'une option américaine, relativement à une option européenne, est donc plus onéreuse, étant donné qu'elle donne plus de possibilités d'exercice à son détenteur.

## 0.1.3 Stratégie de couverture ou de spéculation

### Définition 0.1.12.

**la couverture (hedging)** est une protection contre le risque généré par une position (une hausse ou baisse des prix).

- L'achat d'un **call (long call)** permet de se prémunir contre une hausse éventuelle du sous-jacent.
- De même, le détenteur du sous-jacent pourra se prémunir contre une baisse de celui-ci en **achetant un put (long put)**.

Dans ce cas, cette position de l'agent est une stratégie de couverture du sous-jacent.

- L'achat d'un call ou la **vente d'un put (sgort put)** peuvent également être des stratégies de spéculation à la hausse du sous-jacent.
- De même, la **vente d'un call (short call)** ou l'achat d'un put sont des stratégies plus complexes, par exemple l'anticipation d'une variation du sous-jacent dans un sens indéterminé (à la hausse ou à la baisse) peut conduire à acheter simultanément

---

*un call et un put à la monnaie, c'est à dire le prix d'exercice est égal au prix du marché actuel.*

### 0.1.4 Hypothèse de non arbitrage (A.O.A)

*L'une des hypothèses fondamentales des modèles usuels est qu'il n'existe aucune stratégie financière permettant, pour un coût initial nul, d'acquies une richesse certaine dans une date future. Cette hypothèse est appelée **absence d'opportunités d'arbitrage (A.O.A)**, et est justifiée par l'existence d'**arbitrage**, acteurs sur les marchés dont le rôle est de détecter ce type d'opportunités et d'en profiter. Ceux-ci créent alors une force qui tend à faire évoluer le prix de l'actif vers son prix de non-arbitrage.*

*Il n'existe pas beaucoup d'arbitrages sur les marchés développés. De plus, si un arbitrage apparaît, les **traders** prennent avantage de celui-ci et donc il disparaît.*

***Arbitrage et prix unique** : dans de nombreux modèles financiers, le prix et la stratégie de couverture sont uniques. L'unicité est garantie par l'absence d'arbitrage sur les marchés et l'option est sans risque puisque la stratégie de couverture élimine complètement le risque de l'option.*

## 0.2 Théorie de portefeuille

### Définition 0.2.1.

***Un portefeuille** : c'est un ensemble de titres (actions, obligations,...) détenu par un investisseur.*

*Les principales problématiques de la gestion d'un portefeuille sont :*

- Comment minimiser le risque et maximiser le rendement ?*
- Comment calculer le rendement espéré associé à un risque ?*
- Quelle est la performance d'un portefeuille ?*

*Pour simplifier l'analyse, nous prenons un marché avec les hypothèses suivantes :*

- Le marché est sans arbitrage.*
- Les brokers ont un comportement rationnel.*
- Il existe une unique loi de probabilité qui explique les comportements futurs des marchés financiers.*

### Stratégies auto-financée

### Définition 0.2.2.

*L'autofinancement désigne le financement des investissements de l'entreprise sans apporter de richesses extérieures, à partir de ses capitaux propres existants, de sa propre rentabilité (capacité d'autofinancement, réserves, plus value), de son épargne et de ses amortissements comptables.*

---

## Probabilité martingale ou risque neutre

*Une des conséquences des hypothèses de non arbitrage et de complétude des marchés est l'existence et l'unicité à équivalence près d'une mesure de probabilité dite **probabilité martingale** ou "**probabilité risque-neutre**" telle que le processus de prix des actifs ayant une source de risque commune est une martingale sous cette probabilité. Cette probabilité peut s'interpréter comme celle qui régirait le processus de prix des sous-jacents de ces actifs si l'espérance du taux de rendement de ceux-ci était le taux d'intérêt sans risque (d'où le terme risque-neutre : aucune prime n'est attribuée à la prise de risque).*

## Marché viable

### Définition 0.2.3.

*Le marché est dit viable s'il y a une absence d'opportunité d'arbitrage (**AOA**).*

## Hypothèse de complétude des marchés

*Une autre hypothèse, beaucoup plus remise en question, est que tout flux à venir peut être répliqué exactement, et quel que soit l'état du monde, par un portefeuille d'autres actifs bien choisis. Les modèles ne comprenant pas les hypothèses de non arbitrage et de complétude des marchés sont dits modèles de **marchés imparfaits**.*