Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Université Hassiba Benbouali de Chlef Faculté des Sciences Exactes et Informatique





وزارة التعليم العالي والبحث العلمي جامعة حسيبة بن بوعلي بالشلف كلية العلوم الرتيقة واللإعلام اللآلي تسم الرياضيات

Année Universitaire : 2017/2018 Niveau : 1^{ère} Année M.A.S. Module : ProcessusStochastiques1

Examen de T.D

I) Considérons une C.M.T.D. d'espace d'états $E = \{0, 1, 2, ..., N\}$, N > 0, et de probabilités de transition:

$$p_{_{i,i+1}} = p, \ p_{_{i,i-1}} = q \ pour \ 1 \leq i \leq N-1, \ avec \ p+q = 1 \ et \ 0$$

Supposons que: $p_{0,1} = 1, p_{N,N-1} = 1.$

- 1. Tracer le diagramme des transitions.
- 2. La chaîne de Markov est-elle Irréductible? Justifier.
- 3. Est-elle Apériodique? Justifier.
- 4. Quelle est la période de la chaîne?
- 5. Trouver la loi stationnaire.
- II) Considérons une C.M.T.D. d'espace d'états $E = \mathbb{N} = \{0, 1, 2, ...\}$, et de probabilités de transition:

$$\begin{array}{rcl} p_{i,i-1} & = & 1, & i \in \mathbb{N}^* \\ p_{0,i} & = & p_i \; , & avec \; p_i > 0 \; \forall i \in \mathbb{N} \; et \; \sum_{i \geq 0} p_i = 1. \end{array}$$

- 1. Tracer le diagramme des transitions.
- 2. La C.M. est-elle Irréductible?
- 3. Quelle est la période de l'état 0?
- 4. Quelles sont les périodes des autres états?
- 5. Sous quelle condition la chaîne est récurrente positive? (Ind. Utiliser l'existence et l'unicité de la loi limite)
- 6. Si la C.M. est récurrente positive, quelle est le nombre moyen des étapes (transitions) nécessaires pour qu'elle retourne à l'état i en démarrant de i?