

Examen : Programmation Linéaire

**Exercice 1** (Questions de cour. Barème  $\approx 4$  points)

- 1 Quand est ce que on dit que  $(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})$  est une base ;
- 2 Quand est ce qu'on dit qu'on peut pas appliquer la méthode du simplexe et qu'on doit appliquer la méthode simplexe des deux phases .
- 3 Montrer que les hyperplans dans  $\mathbb{R}^n$  sont des ensembles convexes.

**Exercice 2** (Simplexe. Barème  $\approx 12$  points)

**Remarque préliminaire : Pour chaque tableau du simplexe, on précisera :**

**les variables de base et hors base, les variables entrantes et sortantes (avec des flèches), le pivot (encadré), les opérations effectuées sur toutes les lignes.**

Une verrerie créée en 1990 produit des verres à café ( $x$ ), des verres à thé ( $y$ ), Les prix de vente sont de 5 et 4 dinars respectivement, le problème est écrit comme suit :

$$(Primal) \begin{cases} x + 2y \leq 10 & (\text{Temps de fabrication}) \\ -x + y \leq 3 & (\text{Temps d'emballage}) \\ x - y \leq 2 & (\text{Quantité de verre}) \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

- 1 Trouver la solution graphiquement.
- 2 Résoudre le problème (Primal) par la méthode du simplexe et interpréter le résultat économiquement.
- 3 Écrire le problème dual ( $\mathcal{D}$ ) associé au problème primal ( $\mathcal{P}$ ) et déduire la valeur optimale des variables duals ?. Est ce que la dualité est forte ou faible ? justifier ?.

**Exercice 3** (Modélisation. Barème  $\approx 4$  points)

Une usine qui produit des pizzas surgelées réalise un revenu net de 300 da pour chaque pizza ordinaire et de 500 da pour chaque pizza garnie produite.

L'usine compte actuellement 150 kg de pâte et 50 kg de garniture. Chaque pizza ordinaire utilise 0.1 kg de la pâte et 0.4 kg de mélange à garniture. Chaque pizza garnie utilise 0,1 kg de de pâte et 0.8 kg de mélange de garniture.

Basé sur la demande passée par semaine, l'usine peut vendre au moins 50 pizzas ordinaires et au moins 25 pizzas garnies. Formulez ce problème comme un programme lineaire ou le but est de déterminer le nombre de pizzas ordinaires et garnies que l'usine devrait préparer pour maximiser son revenu net.