

SERIE 1

Exercice 1: Soit X une v.a. discrète, de support $X(\Omega) = \{0, 1, 2\}$ et de loi de probabilités donnée par

$$P(X = 0) = P(X = 2) = a \text{ et } P(X = 1) = 1 - 2a \quad \text{où } a \in \mathbb{R}$$

Quelles sont les valeurs de a autorisées?

- i) Toutes les valeurs de $]0, 1[$? ii) Seulement la valeur $a = \frac{1}{4}$? iii) Toutes les valeurs de $]0, \frac{1}{2}[$? iv) Une autre réponse?

Exercice 2: Soit X la v.a. de loi de probabilités

$$\begin{array}{ccccc} X = x_i & -2 & 1 & 2 & 4 \\ P(X = x_i) & \alpha & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \end{array}$$

- 1) a) Déterminer la valeur de α .
b) Calculer $E(X)$ et $V(X)$.
- 2) a) Déterminer la fonction de répartition F de X .
b) Calculer $P(X > 1.5 \mid X \geq 0.5)$.
- 3) Déterminer la loi de probabilités de $Y = (X - 1)(X - 2)$.

Exercice 3: Une urne contient 5 boules blanches et 4 boules noires. On tire simultanément 2 boules. Soit X la v.a. qui donne le nombre de boules blanches tirées.

- 1) a) Donner la loi de probabilités de X .
b) Calculer $E(X)$ et $V(X)$.
- 2) On tire 2 autres boules avec remise. Quelle est la probabilité de
 - a) tirer 1 boule blanche parmi les 2 dernières boules tirées?
 - b) tirer au moins 1 boule blanche parmi ces 2 boules tirées?
 - c) tirer 1 boule blanche parmi les 4 boules tirées?

Exercice 4: Une entreprise fabrique des lampes, dont 80% durent plus de 3000 heures. Des tests sont effectués sur des échantillons de taille $n = 15$.

- 1) Quel est le nombre moyen de lampes qui ont une durée de vie ≤ 3000 heures dans un échantillon de taille 15?
- 2) Quelle est la probabilité que toutes les lampes durent plus de 3000 heures?
- 3) Quelle est la probabilité que 13 lampes ou plus, dans un échantillon de taille 15, durent plus de 3000 heures?

Exercice 5: Un standard téléphonique reçoit en moyenne 2 appels par minute. Les appels sont répartis au hasard dans le temps.

- 1) Quelle est la loi de probabilités régissant le nombre d'appels en 3 minutes? Quelle est la probabilité qu'il n'y ait aucun appel en 3 minutes?
- 2) Quelle est la probabilité que le nombre d'appels en 2 minutes soit ≥ 5 ?