

home work 1 (Stat NP)

Exo 1:

$$\alpha = 0,05$$

$$n = 10 \text{ on utilise } X \sim \mathcal{B}(n, p)$$

$$\begin{cases} H_0: p = 3,10 \\ H_1: p \neq 3,10 \end{cases}$$

test bilatéral (two sided)

$$S = \min(S^-, S^+)$$

$$S^-: \text{nbre d'obs} < 3,10$$

$$S^+: \text{nbre d'obs} > 3,10$$

$$\text{sous } H_0 \quad S \sim \mathcal{B}(10, 0,1)$$

$$p = 2P(S \leq S_0 / 10, 0,1)$$

$$S^- = 9, \quad S^+ = 1, \quad S = \min(9, 1) = 1$$

$$p = 2P(S \leq 1) = 2 \times 0,0107 = 0,0214$$

$$p = 0,0214 < 0,05$$

donc on rejette H_0 on conclut
 { la médiane de pop $\neq 3,10$ }

Exo 2:

small than 22

$$H_0: p = 22$$

$$H_1: p < 22$$

$$1) \text{ on calcul } X_1 = 22$$

$$2) \text{ sous } H_0: n > 15 \text{ on utilise}$$

l'approximation loi normal

centré réduite

$$Z = \frac{S - \sqrt{S}}{\sqrt{S}} \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

$$Z = \frac{S^+ - np}{\sqrt{npq}} = \frac{S - 90 \times \frac{1}{2}}{\sqrt{90 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}}$$

$$\text{sous } H_0 \quad Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

4) on rejette H_0 avec $\alpha = 0,05$
 when

$$Z_0 \leq Z_\alpha = Z_{0,05} = -1,645$$

$$S^+ = 5$$

$$Z_0 = \frac{5 - 10}{0,1 \sqrt{90}} = -9,54$$

donc on

$$Z_0 = -9,54 < -1,64$$

donc on rejette H_0

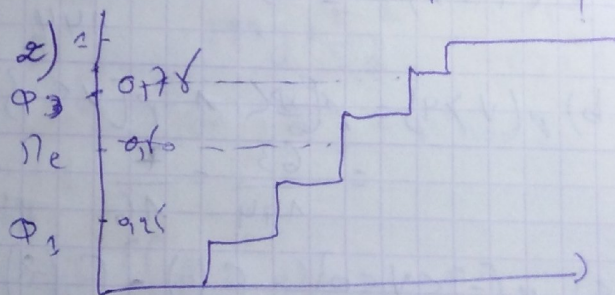
Exo 3:

comme l'exo précédent

Exo 4:

1) Fdr empirique. $IK \rightarrow [0, 1]$

$$\hat{F}_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{1}_{\{X_i \leq x\}}$$



$$\Phi_1 \rightarrow \Phi_2 = 1,79$$

$$\Phi_3 = 3,74$$

$$\Phi_4 = \frac{2,57 + 2,80}{2} = 2,685$$

$$\Phi_p(x) = \inf \{ u \in \mathbb{R}, F(u) \geq p \}$$

Exo 5

Fait on TR

$$f(x) = \frac{1}{2} (1 - \sigma^2) e^{\sigma x - |x|}$$

$$f_x(x) = \frac{1}{2} (1 - \sigma^2) e^{\sigma x - |x|} \quad \sigma \in [-1, 1]$$

Exo 6

$$F(v) = \begin{cases} 0 & v \leq -1 \\ c(v+1)^2 & -1 \leq v < 7 \\ 1 & v \geq 7 \end{cases}$$

a) what is c?

$F(v)$ est une condition
nécessaire de la continuité
donc elle n'est pas discontinue
dans la valeur 7 donc.

$$c(7+1)^2 = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{144}$$

$$b) p(V > 4) = 1 - p[V \leq 4] \\ = \frac{63}{144} = \frac{7}{16}$$

$$c) p[-3 \leq V \leq 0] = F_V(0) - F_V(-3) = \frac{7}{48}$$

$$d) p[V > a] = \frac{3}{2} ?$$

$0 \leq F_V(v) \leq 1$ est une fonction
croissante donc $-1 \leq a < 7$

$$p[V > a] = 1 - p[V \leq a] = 1 - \frac{(a+1)^2}{144} = \frac{2}{3}$$

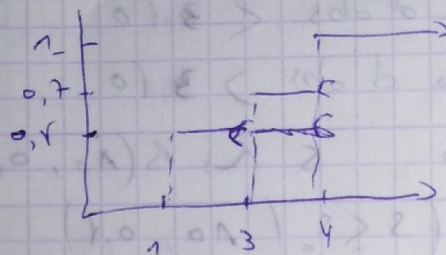
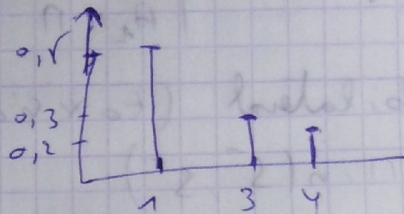
$$\Rightarrow a = 1,92$$

Exo 7

$$p\{x=1\} = 0,1$$

$$p\{x=3\} = 0,3$$

$$p\{x=4\} = 0,2$$



Exo 8

exécutez le
programme.

home work 2:

Exo 1)

$$1) \int_{\mathbb{R}} f(x) dx = 1$$

$$2) F_x(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt.$$

Exo 2

$$f(x) = c e^{-|x|}$$

$$1) c = \frac{1}{2}$$

$$= \int_{-\infty}^0 c e^x dx + \int_0^{+\infty} c e^{-x} dx$$

$$\Rightarrow c = \frac{1}{2}$$

$$2) F_x(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt.$$

Exo 3 calcul

Exo 4

$$f(x,y) = \begin{cases} e^{-x^2 y} & x \geq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad y \geq 0$$

$$1) P(x^2 y > 1)$$

$$x \geq 1 \Rightarrow x^2 y > 0$$

$$P[x^2 y > 1] = \int_1^{\infty} \left(\int_{1/x^2}^{+\infty} e^{-x^2 y} dy \right) dx = \frac{1}{e}$$

$$2) \text{ densité marginale}$$

$$f_x(x) = \int_0^{\infty} e^{-x^2 y} dy = \frac{1}{x^2} \mathbb{I}_{[1, +\infty[}$$

$$f_y(y) = \int_1^{\infty} e^{-x^2 y} dx = \sqrt{\frac{2\pi}{2y}} \int_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{2y}} \right)} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

$$3) f_{x,y}(x,y) \neq f_x(x) \cdot f_y(y)$$

we sont pas indépendants.

Exo 5

$$f_{x,y}(x,y) = \begin{cases} 2xy + \frac{3}{2} y^2 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad 0 < y < 1$$

$$1) f_{x,y}$$

$$f_{x,y}(x,y) = \iint f_{x,y}(x,y) dx dy = 1$$

$$2) f_x(x) = \int_0^1 (2xy + \frac{3}{2} y^2) dy = x + \frac{1}{2} \mathbb{I}_{(0,1]}$$

$$f_y(y) = \int_0^1 (2xy + \frac{3}{2} y^2) dx = y + \frac{3}{2} y^2 \mathbb{I}_{(0,1]}$$

$$3) f_{x/y} = \frac{f(x,y)}{f_y(y)} = \frac{4x+3y}{2+3y} \mathbb{I}_{(0,1]}$$

$$f_{Y/X=x}(y) = \frac{f(x,y)}{f_X(x)} = \frac{4xy+3y^2}{2x+1} \quad \text{on } [0,1]$$

$$4) P((X,Y) \in (0, \frac{1}{2})^2)$$

$$= \int_0^{\frac{1}{2}} \int_0^{\frac{1}{2}} f(x,y) dx dy = \frac{1}{16}$$

$$5) P(X < \frac{1}{2}) = \int_0^{\frac{1}{2}} \int_0^y f(x,y) dx dy = \frac{5}{8}$$

$$6) E(Y/X=x) = \int_0^1 y f_{Y/X=x}(y) dy$$

$$= \frac{1}{12} \frac{16x+9}{2x+1}$$

$$7) Z = E(Y/X=x)$$

$$P(Z \leq \frac{3}{4}) = P\left[\frac{1}{12} \frac{16x+9}{2x+1} \leq \frac{3}{4}\right]$$

$$= F_x\left(\frac{123-9}{16-243}\right)$$

$$f_Z\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{64(2-33)^2} \quad \frac{25}{36} \leq Z \leq \frac{3}{4}$$

$$E(Z) = E(E(Y/X)) = E(Y)$$

$$= \frac{17}{24}$$

Exo 6

voir le graphisme des
noyau. et faire des
simulation.

Exo 7

tracé histogramme
d'une fonction à partir
de la fonction

hist(x, prob=TRUE)