

Suite Ex 06 — Ex 9

Exercice 06: On a:  $X \sim \mathcal{E}(0,005)$ , alors la densité de  $X$  est:

$$f(x) = \begin{cases} 0,005 e^{-0,005x} & x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1)  $F_X(t) = P(X \leq t) = 0$  pour  $t < 0$ . Pour  $t \geq 0$

On a:  $F_X(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t 0,005 e^{-0,005x} = -e^{-0,005x} \Big|_0^t = 1 - e^{-0,005t}$

finalem<sup>ent</sup>

$$F_X(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 - e^{-0,005t} & t \geq 0. \end{cases}$$

2) (a)  $P(X \leq 100) = F_X(100) = 1 - e^{-0,005 \times 100} = 1 - e^{-0,5} \approx 0,39$

(b)  $P(X \geq 250) = 1 - P(X < 250) = 1 - P(X \leq 250)$   
 $= 1 - F_X(250) = 0,29$

3.  $E(X) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,005} = 200.$

Exercice 07.  $T \sim \mathcal{E}(0,0005)$ . On a: d'après l'exercice 06

$t \geq 0$  :  $P(X \leq t) = 1 - e^{-0,0005t}$

1) \*  $P(X < 1500) = P(X \leq 1500) = 1 - e^{-0,0005 \times 1500} \approx 0,53.$

\*  $P(1500 < T < 2500) = P(T < 2500) - P(T \leq 1500) \approx 0,19$

\*  $P(T > 1300) = 1 - P(T \leq 1300) = 0,22.$

2)  $P_{(T \geq 1000)}(T \geq 2000) = \frac{P(\{T \geq 2000\} \cap \{T \geq 1000\})}{P(T \geq 1000)}$   
 $= \frac{P(\{T \geq 2000\})}{P(\{T \geq 1000\})} = \frac{1 - P(T < 2000)}{1 - P(T < 1000)} \approx 0,61$   
 $- 1 -$



3.  $E(X) = \frac{1}{\lambda} = 2000$ .

Exercice 08:  $X$ : "taille en cm"  $X \sim \mathcal{N}(169, 5,6^2)$

alors:  $Z = \frac{X - 169}{5,6} \sim \mathcal{N}(0, 1)$

1)  $P(X \leq 155) = P\left(\frac{X - 169}{5,6} \leq \frac{155 - 169}{5,6}\right)$

$= P(Z \leq -2,5)$

$= P(Z > 2,5)$

$= 1 - \underbrace{P(Z \leq 2,5)}_{\text{table (1)}}$

2,5	0,00
	0,9938

$= 1 - 0,9938 = 0,0062$ . Soit 0,62%.

2)  $P(155 \leq X \leq 175) = P(X \leq 175) - P(X \leq 155)$

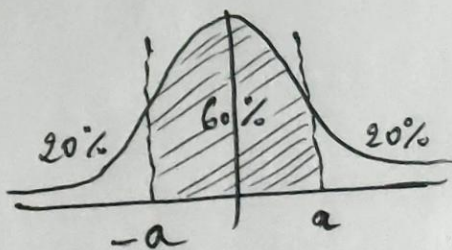
$= P\left(\frac{X - 169}{5,6} \leq \frac{175 - 169}{5,6}\right) - 0,0062$

$= P(Z \leq 1,071) - 0,0062$

1,0	0,07
	0,8577

$= \underbrace{0,8577}_{\text{table 1}} - 0,0062 = 0,8515$   
soit 85,15%

3.



On cherche  $a$  tel que  $P(Z \leq a) = 80\% = 0,8$

d'après la table (2)  $a \approx 0,8416$ .

alors,  $P(-0,8416 \leq Z \leq 0,8416) = 60\% = 0,60$

Comme:  $Z = \frac{X - 169}{5,6}$  alors.

$$P(-0,8416 \times 5,6 + 169 \leq X \leq 0,8416 \times 5,6 + 169) = 0,60$$

$$\Rightarrow P(164,29 \leq X \leq 173,70) = 60\%$$

L'intervalle cherché est donc :

$$[164,29 ; 173,70]$$

Exercice 10:  $X$ : "QI"  $X \sim \mathcal{N}(100, 15^2)$

Qu'a:  $\frac{X-100}{15} = Z \sim \mathcal{N}(0,1)$

1)  $P(X \leq 100) = P\left(\frac{X-100}{15} \leq \frac{100-100}{15}\right) = P(Z \leq 0) \underset{\text{table 1}}{=} 0,50$

2) a)  $P(100 \leq X \leq 110) = P(X \leq 110) - P(X \leq 100)$   
 $= \underset{\text{table 1}}{P(Z \leq 0,666)} - 0,50$

0,6	0,06
0,7454	

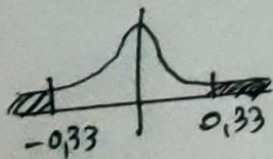
 $\rightarrow 0,7454 - 0,50 = 0,2454$

b)  $P(95 \leq X \leq 100) = P(X \leq 100) - P(X \leq 95)$   
 $= 0,5 - P(Z \leq -0,33)$

Qu'a:  $P(Z \leq -0,33) = P(Z \geq 0,33)$   
 $= 1 - \underset{\text{table 1}}{P(Z \leq 0,33)}$

0,3	0,03
0,6293	

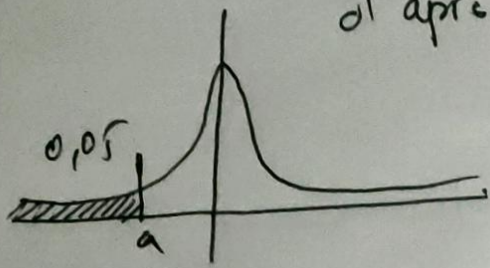
 $= 1 - 0,6293 = 0,3707$



g)  $P(105 \leq X \leq 110) = P(X \leq 110) - P(X \leq 105)$   
 $= P(Z \leq 0,66) - P(Z \leq 0,33)$   
 $= 0,7454 - 0,6293 = 0,1161$



On cherche a tq  $P(Z \leq a) = 0,05$   
d'après la table 2 on a



$$a = -1,6449$$

alors

$$P(Z \leq -1,6449) = 0,05$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{X-100}{15} \leq -1,6449\right) = 0,05$$

$$\Rightarrow P(X \leq 75,25) = 0,05 = 5\%$$

alors avec un QI de 69 est bien dans le 5% inférieur.

4) On cherche a tq  $P(Z \leq a) = 0,333$   
d'après la table 2, on a:  $a = -0,4316$

$$\Rightarrow P(Z \leq -0,4316) = 0,333 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{X-100}{15} \leq -0,4316\right) = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow P(X \leq 93,7) = \frac{1}{3}$$

donc le tiers des individus ayant <sup>un QI</sup> inférieur de 93,7 ~~est~~ <sup>est</sup> ~~inférieur~~

5) On cherche a tq  $P(Z \leq a) = 0,95$  d'après la table 2 on a:  $a = 1,6449$ .

$$\Rightarrow P(Z \geq 1,6449) = 5\%$$

$$\Rightarrow P\left(\frac{X-100}{15} \geq 1,6449\right) = 5\%$$

$$\Rightarrow P(X \geq 124,75) = 5\%$$

donc : 5% des individus ont un QI supérieur  
à 124,75

suite solution  
TD<sub>02</sub> EX 10 — EX 13

-5-