

Interrogation écrite n°1

Exercice 1: Définir avec précision les termes suivants:

1. Modèle probabiliste.
2. Evènement aléatoire.
3. Espace probabilisable.
4. Tribu Borelienne sur \mathbb{R} .
5. Variable aléatoire.
6. Variable aléatoire intégrable.

Exercice 2: On répète l'expérience de Bernoulli d'une façon indépendante avec X_n est la v.a. de bernoulli de paramètre p à chaque instant n .

Soit T_n : le temps du $n^{\text{ième}}$ succès.

1. Si $\{T_n = i\}$ est réalisé, exprimer l'évènement $\{T_{n+1} = j\}$ en fonction des X_k $k \in (i+1) .. j$.
2. Montrer que: $\mathbb{P}(T_{n+1} = j / T_n = i) = p(1-p)^{j-i-1} \mathbf{1}_{\{j \geq i+1\}}$.
3. En déduire la loi de probabilité de la v.a. $T_{n+1} - T_n$.

Compte-type Int. 1 (10/10)

Exercice 1

1	0.5
2	0.5
3	0.5
4	0.5
5	0.4
6	0.8

0.4, 0.8

Exercice 2 :

01 $1 \quad \{T_{n+1} = j / T_n = i\} = \{X_{i+1} = \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & \dots & j-1 & j \end{matrix} \mid X_i = i\}$

$\{X_{i+1} = 0\} \cap \{X_{i+2} = 0\} \dots \{X_{j-1} = 0\}$

$\cap \{X_j = 1\}$

02 $2 \quad = p q^{j-i-1}$

03 $3 \quad P(T_{n+1} - T_n = k) = \sum_n P(T_{n+1} - T_n = k / T_n = i) P(T_n = i)$

$= \sum_{i=n} P(T_{n+1} = k+i / T_n = i) P(T_n = i)$
 $p q^{k+i-i-1} \sum P(i)$