Université Dr.Moulay Tahar de Saida.
Faculté des Sciences
Département de mathématiques

12 novembre 2013
Durée: 1h30

Concours d'accès à l'Ecole doctorale
Modèles stochastiques, Statistique et Applications
1^{ere} Epreuve: Statistique Para.-NonPara.
Sujet 2

Exercice 1. *(10 points)*
Soit $X_1, X_2, \dots X_n$ un n-échantillon de loi $\mathbb{P}_\theta$. On considère G_1 et G_2 deux estimateurs, sans biais pour le parmètre θ de carré sommable.

(1) *Déterminer une forme linéaire de G_1 et G_2 qui soit un estimateur sans biais de θ et qui ait la plus petite variance possible.*
(2) *Que devient le résultat de la question précédente si G_2 est un estimateur de variance minimum. En particulier, calculer le coefficient de corrélation de G_1 et G_2.*

Exercice 2. *(10 points)*
Soit $X_1, X_2, \dots X_n$ un n-échantillon de X de densité f. On considère l'estimateur à noyau de f, noté f_n défini par

$$f_n(x) = \frac{1}{nh_n} \sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x - X_i}{h_n}\right)$$

(1) *Supposons que f est de classe C^2 et K est un noyau symétrique, pair, continu et à support compact, calculer le biais de $f_n(x)$.*
(2) *Montrer que cet estimateur converge en moyenne quadratique et préciser son erreur quadratique.*
(3) *Trouver la valeur de h_n qui minimise la partie dominante de cette erreur.*
(4) *Trouver la valeur exacte de h_n lorsque l'échantillon suit une loi normal.*