

Généralités sur les séries chronologiques

Mohamed CHERFI

Faculté des Sciences Exactes et Informatique
Université Hassiba Benbouali de Chlef



Plan du Cours

Dans ce chapitre nous présentons d'abord les principaux aspects des séries chronologiques.

Nous donnons d'abord la définition des séries chronologiques, puis ses différentes composantes à savoir : la composante tendancielle, composante saisonnière et la composante résiduelle.

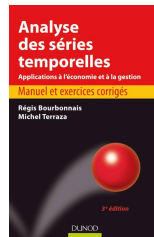
Objectifs

- ▶ **La description** : analyser, décrire un phénomène au cours du temps ...
- ▶ **La prévision** : ayant observé X_1, X_2, \dots, X_T , on veut prédire les valeurs futures X_{T+1}, X_{T+2}, \dots

Références

Analyse des séries temporelles. Dunod.

- Bourbonnais, R., & Terraza, M. (2010).



Exemplaires

Code-barres	Cote	Support	Localisation	Section	Disponibilité
FS2013/0058-3	330.015 BOU	Ouvrage	Bibliothèque de la Faculté des Sciences	Informatique	Disponible
FS2013/0058-4	330.015 BOU	Ouvrage	Bibliothèque de la Faculté des Sciences	Informatique	Disponible
FS2013/0058-2	330.015 BOU	Ouvrage	Bibliothèque de la Faculté des Sciences	Informatique	Disponible
FS2013/0058-1	330.015 BOU	Ouvrage	Bibliothèque de la Faculté des Sciences	Informatique	Exclu du prêt

Définition d'une série chronologique

Définition 2.1

On appelle **série chronologique**, ou bien encore **chronique** ou **série temporelle**, une suite d'observations d'une famille de variables aléatoire réelle notées $(X_t)_{t \in \Theta}$, où Θ est appelé espace de temps.

Remarque

L'indice temps peut être selon les cas, la seconde, la minute, l'heure, le jour, le mois, le trimestre, l'année ...

Exemples

- ▶ **Finance** : le cours d'une action, le prix d'une option d'achat ou de vente, ...
- ▶ **Economie** : le PIB, le taux d'inflation, le niveau des exportations, le taux de chômage, ...
- ▶ **Médecine** : évolution de nouveaux cas d'une maladie dans le temps, analyse d'électrocardiogrammes.
- ▶ **Traitement du signal** : signaux de communications, de radars, de sonars, analyse de la parole.

Présentation d'une série chronologique

Si les données s'écoulent sur n années, et chaque année contient p mois alors l'observation du j^{me} (jours, mois, trimestre) de la i^{me} année $X_{i,j}$ est également notée X_t avec $t = (i - 1) \times p + j$.

- ▶ i prend les valeurs $1, 2, 3, \dots, n$.
- ▶ j prend les valeurs $1, 2, 3, \dots, p$.
- ▶ t prend les valeurs $1, 2, 3, \dots, np$.

Remarque

On a $p = 4$ pour série trimestrielle, $p = 12$ pour série mensuelle.

Une série chronologique est présentée soit sous la forme d'un tableau à deux colonnes, contenant np lignes :

t	X_t
1	X_1
2	X_2
\vdots	\vdots
\vdots	\vdots
np	X_{np}

soit sous la forme d'un tableau contenant p colonnes et n lignes :
une colonne par (jours, mois, trimestre) et une ligne par année.

Année \ Trimestre	1	2	...	j	...	p
1	$X_{1,1}$	$X_{1,2}$		$X_{1,j}$		$X_{1,p}$
2	$X_{2,1}$	$X_{2,2}$		$X_{2,j}$		$X_{2,p}$
\vdots						
i	$X_{i,1}$			$X_{i,j}$		$X_{i,p}$
\vdots						
n	$X_{n,1}$	$X_{n,2}$		$X_{n,j}$		$X_{n,p}$

Exemple

Les données sont obtenues à partir des données trimestrielles pendant 3 années consécutives.

t	X_t
1	24
2	25
3	29
4	24
5	24
6	27
7	30
8	26
9	27
10	29
11	32
12	29

Année \ Trimestre				
	1	2	3	4
1	24	25	29	24
2	24	27	30	26
3	27	29	32	29

Graphiques d'une série chronologique

- ▶ L'observation graphique de la série est souvent une aide à la modélisation de la série chronologique et permet de se faire une idée de ses différentes composantes.
- ▶ On représente les points (t, X_t) , que l'on relie par des segments de droites.
- ▶ On représente l'évolution de la grandeur considérée sur l'ensemble de la période observée.

Évolution de la population Algérienne

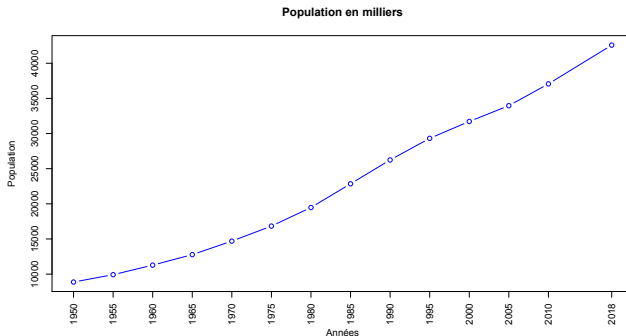


FIGURE 1 – Évolution démographique.

On remarque que cette série de données a tendance à augmenter de façon linéaire.

Nombre de passagers dans les transports aériens

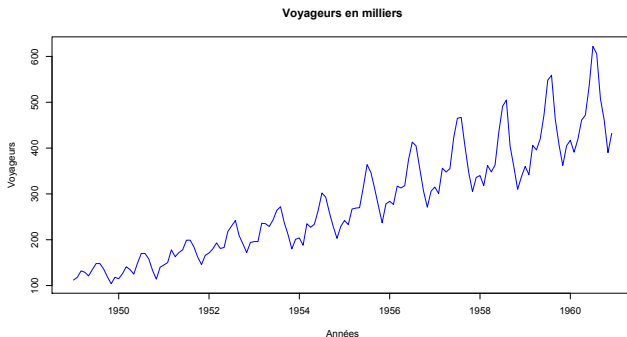


FIGURE 2 – La chronique AirPassengers représente le trafic aérien en milliers de passagers par mois, de janvier 1949 à décembre 1960.

Il semble y avoir une saisonnalité mais également une tendance.

La production de pétrole en Algérie

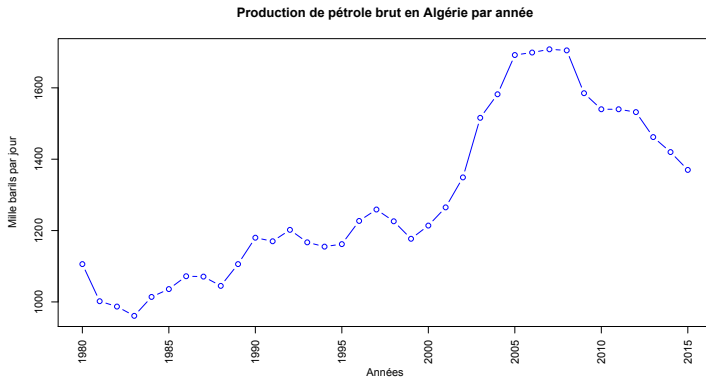


FIGURE 3 – Production de pétrole brut en Algérie par année

Description d'une série chronologique

Au cours de l'étude d'une série chronologique nous nous intéressons aux questions suivantes :

- ▶ La série (X_t) croît ou décroît au cours du temps ?
- ▶ Les variations de (X_t) sont-elles courtes et régulières ?
- ▶ Y a-t-il des fluctuations exceptionnelles ?

Il faut donc déterminer les éléments qui constituent l'évolution de la série (X_t) : ce sont les composantes de l'évolution globale.

Description d'une série chronologique

On considère qu'une série chronologique (X_t) est la résultante de différentes composantes fondamentales :

- ▶ la **tendance** (ou trend) (Z_t) représente l'évolution à long terme de la série et traduit son comportement "moyen".
- ▶ la **composante saisonnière** (ou saisonnalité) (S_t) correspond à un phénomène qui se répète à intervalles de temps réguliers (périodiques).
- ▶ la **composante résiduelle** (ou bruit ou résidu) (ϵ_t) correspond à des fluctuations irrégulières, de faible intensité mais de nature aléatoire.

Modélisation

- 1 les modèles **déterministes** : l'observation de la série en t est donnée par

$$X_t = f(t, \epsilon_t)$$

où les ϵ_t sont décorrélées. Cas les plus usités :

- ▶ le modèle **additif** : $X_t = Z_t + S_t + \epsilon_t$.
- ▶ le modèle **multiplicatif** : $X_t = Z_t \times S_t \times \epsilon_t$.

- 2 les modèles **stochastiques** : du même type que les modèles déterministes à ceci près que les X_t sont corrélées. La modélisation porte ici sur la forme du processus (ϵ_t).

Remarque

Le modèle multiplicatif peut être transformé en modèle additif par une simple introduction du logarithme.

Composante tendancielle

Cette composante à généralement une forme simple, reflétant la croissance moyenne. Plusieurs types de composantes tendanciellelles existent :

- ▶ linéaire : $Z_t = at + b$,
- ▶ polynomiale : $Z_t = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \cdots + a_pt^p$,
- ▶ exponentielle : $Z_t = ab^t$,
- ▶ de Gompertz $Z_t = \exp(ab^t + c)$,
- ▶ logistique $Z_t = \frac{1}{ab^t - c}$.

Composante tendancielle

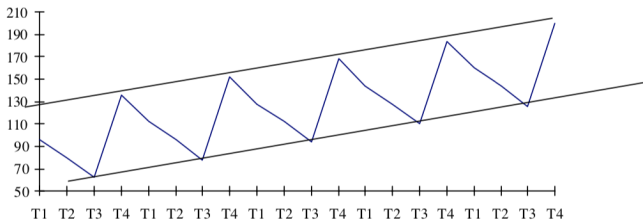
La composante saisonnière représente des effets périodiques de période connue p qui se reproduisent de façon plus ou moins identique d'une période à l'autre.

- ▶ Elle est généralement supposée rigoureusement périodique :
$$S_{t+p} = S_t.$$
- ▶ Les valeurs S_j , $j = 1, \dots, p$ d'une période sont appelées **coefficients saisonniers**.

Choix du modèle

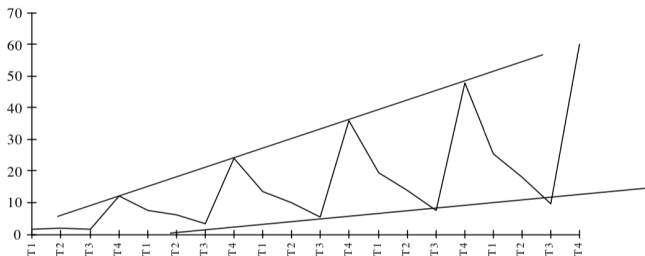
- 1 **Méthode du profil** : On superpose les saisons représentées par des courbes de profil sur un même graphique. Si ces courbes sont **parallèles**, le modèle est additif, autrement le modèle est multiplicatif.
- 2 **Méthode de la bande** : Sur le graphique de la série, on trace une droite passant respectivement par les minima et par les maxima de chaque saison. Si ces deux droites sont parallèles, nous sommes en présence d'un modèle additif. Dans le cas contraire, c'est un modèle multiplicatif.

Exemple de schéma additif



Le schéma additif correspond à une chronique dont le profil saisonnier ne se modifie pas au cours du temps et dont la tendance est peu marquée.

Exemple de schéma multiplicatif



Le schéma multiplicatif rend compte de séries chronologiques dont l'amplitude du profil saisonnier évolue au cours du temps proportionnellement à la valeur de la tendance.

Remarque

Lorsque le graphe ne permet pas de trancher dans le pratique, on privilégie le modèle multiplicatif.

Méthode du tableau de Buys et Ballot

- 1** On calcule pour chacune des années, la moyenne et l'écart-type.

<div>Trimestre</div> <div>Année</div>	1	...	j	...	p	Moyennes	Écarts-types
1	$X_{1,1}$		$X_{1,j}$		$X_{1,p}$	\bar{X}_1	σ_1
\vdots							
i	$X_{i,1}$		$X_{i,j}$		$X_{i,p}$	\bar{X}_i	σ_i
\vdots							
n	$X_{n,1}$		$X_{n,j}$		$X_{n,p}$	\bar{X}_n	σ_n

Méthode du tableau de Buys et Ballot (suite)

- 2 Faisons la régression linéaire entre les écarts-types et les moyennes par la formule suivante : $\sigma_i = a\overline{X}_i + b$
- ▶ Si La pente a de la droite des moindres carrés est très **proche de 0**, le modèle est **additif**,
 - ▶ Si La pente a de la droite des moindres carrés **n'est pas nulle**, le modèle est **multiplicatif**.