

## Serie2 SC (ARMA)

### Exercice 1

Soit le processus  $AR(1)$  suivant:  $X_t = \varphi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t$ ,  
où  $\varepsilon_t$  est un bruit blanc centré de variance  $\sigma^2$ .

1. Quelle condition sur  $\varphi_1$  doit on imposer pour que ce processus soit stationnaire ?
2. Calculer la variance de ce processus.
3. Calculer l'autocovariance et en déduire la limite lorsque  $h$  tend vers l'infini.
4. Calculer l'autocorrélation partielle.
5. Donner la prévision de ce modèle à l'horizon 1.

### Exercice 2

Soit le processus  $AR(2)$  suivant:  $X_t = \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + \varepsilon_t$ ,  
où  $\varepsilon_t$  est un bruit blanc centré de variance  $\sigma^2$ .

1. Calculer les autocovariances d'ordre 1 et 2 en fonction de la variance.
2. En prenant les valeurs:  $\varphi_1 = 1.5, \varphi_2 = -0.56$ , montrer que ce processus est stationnaire.
  - a. Calculer la variance. En déduire les autocovariances et les autocorrélations.
3. Donner la prévision de ce modèle à l'horizon 1.

### Exercice 3

Soit le processus  $MA(1)$  suivant:  $X_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$   
où  $\varepsilon_t$  est un bruit blanc  $N(0, 1)$ .

1. Ce processus est-il stationnaire?
2. Calculer la variance.
3. Calculer l'autocovariance d'ordre 1.
4. Donner la prévision à l'horizon 1.

### Exercice 4

Soit le processus  $ARMA(1, 1)$  suivant:  $X_t = \varphi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$ ,  
où  $\varepsilon_t \sim BB(0, \sigma^2)$ .

1. Calculer la variance.
2. Calculer l'autocovariance d'ordre 1.
3. Calculer l'autocorrélation d'ordre 1.
4. Donner la prévision à l'horizon 1.