	Université Y. F. de Médéa	
	Faculté: des Sciences	**Date:** 04/06/2023
	Département: de Mathématique et Informatique	
	Module: Introduction aux Probabiltés et Statistique	
	Examen: de Second Semèstre	**Durée:** 1H30Mn
	Promotion: Licence Mathématique et Informatique	

EFS-02

Respectez ces conseils

- **Une feuille blanche doit l'être.**
- **L'organisation et la proprété de votre feuille d'examen seront notés.**
- **Respecter tous les notations du module.**
- **travailler sur brouillon avant de passer au propore.**

Exercice N^o : 01. (08 pontos)

1)- Classer les caractéristiques suivants selon leurs nature (Position ou dispersion): médiane, Variance, moyenne, mode, quartiles, écart-type, covariance.

caractéristique de position	caractéristique de dispersion
x	y

2)- . Dans un groupe de MI (mathématiques et informatique) de 10 étudiants, on a étudié les notes de CC et les notes d'EFS, les résultats étaient comme dans le tableau suivant:

Note de CC: x_i	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Note de EFS: y_i	9	8	13	13	15	8	17	17	18	19

i. Tracer le nuage des points de cette série. Que peut-on déduire?
ii. Calculer: les moyennes arithmétiques, les variances et le covariance de deux caractères;
iii. Déterminer la droite de regréssion, notée $D_{Y/X}$, de y en X;
iv. Estimer l'EFS pour un étudiant qui a eu la note de $CC = 10.5$.

Exercice N^o : 02. (08 pontos)

1)- On considère deux événements indépendants A et B de probabilités respectives 1/4 et 1/3 calculer :
  (a) La probabilité de l'événements E: "les deux évènements A et B se réalisent";
  (b) La probabilité de l'événements F: "l'un au moins de A et B se réalise";
  (c) La probabilité de l'événements G: "qu'exactement l'un des deux événements A et B se réalise".

2)- Sachant que l'un au moins des deux événements A et B se réalise, Déduire:
  i. La probabilité que l'évènement A se réalise;
  ii. La probabilité qu'exactemnt l'un des deux évènements A et B se réalise.

Exercice N^o : 03. (4 pontos)

Pour le jeux suivant, on utilise un dé à quatre faces numérotées 0, 2, 3 et 5. On dispose aussi d'une urne contenant trois billes numérotées respectivement 1, 3 et 5. On procède de la façon suivante: on lance le dé puis on tire une bille de l'urne. Si le dé donne 0, on ne gagne rien. Sinon, on gagne 5 points si le dé et la bille portent le même numéro. Sinon, on gagne 1 point.

Q_1)- Donner l'univers Ω et la probabilité associés à l'expérience aléatoire. Soit X la variable aléatoire correspondant au gain du joueur;

Q_2)- Donner la définition de X sous forme d'une fonction (on pourra utiliser un tableau) et expliciter $X(\Omega 1)$;

Q_3)- Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Solution N^o : 01. **(08 pontos)**

1)- Répartition des caractéristiques selon leurs natures...... $0.25 * 7 = 1.75 pts$.

caractéristique de position	caractéristique de dispersion
médiane moyenne mode	Variance quartiles écart-type covariance

2)- Tableau statistique...... $0.25 * 3 = 0.75 pts$.

x_i	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	145
y_i	9	8	13	13	15	8	17	17	18	19	137
x_i^2	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361	2185
y_i^2	81	64	169	169	225	64	289	289	324	361	2035
$x_i.y_i$	90	88	156	169	210	120	272	289	324	361	2079

i. Tracage du nuage des points de cette série ...... $01 pts$.

ii. On déduit que les deux caractères sont colinéaire eutre eux ...... $0.5 pts$.

iii. Calcul:

Les moyennes arithmétiques...... $2 * 0.5 = 1.0 pts$.

$$\overline{X} = \frac{145}{10} = 14.5 \textbf{ et } \overline{Y} = \frac{137}{10} = 13.7$$

Les variances...... $2 * 0.5 = 1.0 pts$.

$$\sigma_X^2 = \frac{2185}{10} - (14.5)^2 = 8.25 \textbf{ et } \sigma_Y^2 = \frac{2035}{10} - (13.7)^2 = 15.81$$

Le covariance...... $0.5 pts$.

$$\sigma_{XY} = \frac{2079}{10} - (14.5)(13.7) = 9.25$$

iv. Détermination de la droite de regréssion, $D_{Y/X} : y = ax + b$ avec

$a = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X^2} = \frac{9.25}{8.25} = 1.12$ ...... $0.5 pts$;

$b = \overline{Y} - a * \overline{Y} = 13.7 - (1.12)(14.5) = -2.54$ ...... $0.5 pts$;

$D_{Y/X} : y = 1.12x - 2.54$.

v. L'estimation est $y = (1.12)(10.5) - 2.54 \Rightarrow y = 9.22$ ...... $0.5 pts$.

Solution N^o : 02. **(08 pontos)**

1)- On a $P(A) = 1/4$ et $P(B) = 1/3$ calculer:

(a) $P(A \cap B) = P(A) * P(B) = 1/4 * 1/3 = \frac{1}{12}$ ...... $01 pts$;

(b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1/4 + 1/3 - \frac{1}{12} = \frac{1}{2}$ ...... $01 pts$;

(c) $P(A \Delta B) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$ ...... $02 pts$.

2)- Sachant que l'un au moins des deux événements A et B se réalise, Déduire:

i. $P(A/(A \cup B) = \frac{P[A \cap (A \cup B)]}{P(A \cup B)} = \frac{P(A)}{P(A \cup B)} = \frac{1/4}{1/2} = \frac{1}{2}$ ...... $02 pts$;

ii. $P[(A \Delta B)/(A \cup B)] = \frac{P[(A \Delta B) \cap (A \cup B)]}{P(A \cup B)} = \frac{P[(A \Delta B)}{P(A \cup B)} = \frac{5/12}{1/2} = \frac{5}{6}$ ...... $02 pts$.

Solution N^o : 03. **(04 pontos)**

Q_1)- L'univers est $\Omega = \{(x, y); x \in \{0, 2, 3, 5\} \textbf{ et } y \in \{1, 3, 5\}\} \Rightarrow |\Omega| = 4 * 3 = 12$ ...... $01 pts$;

Q_2)- $\begin{array}{ccccc} X & : & \Omega & \to & \mathbf{R} \\ & & \omega & \mapsto & X(\omega) \end{array}$ tel que $X(\omega = (d, b)) = \begin{cases} 0 & si \quad d = 0 \\ 1 & si \quad d \neq b \\ 5 & si \quad d = b \end{cases}$ ...... $1.5 pts$

Q_3)- La loi de probabilité de X. ...... $1.5 pts$

ω	(0,b)	(d,b)/$d \neq b$	(d,d)	
$X(\omega)$	0	1	5	Σ
P[X=a]	3/12	2/12	7/12	1

Bon courage à toute la section [1]