Solution de la serie N° 4

Exercice 1.

X : réussire ou non dans le module de probabilités.
$P = 0.35$
$n = 50$

1-La population étudiée est : Les étudiants de deuxième année Statistique et Analyse des Données.

- Le caractère : réussire ou non dans le module de probabilités.
- La nature du caractère : Caractère qualitatif (non mesurable).

2- les caractéristiques de la distribution d'échantillonnage de la moyenne de l'échantillon:
- La loi : loi Normale .$f \curvearrowright N(E(f)\ ;\sigma_f)$
- La moyenne : $E(f) = P = 0.35$
- Lécart-type : $\sigma_f = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} = \sqrt{\frac{0.35(1-0.35)}{50}} = 6.7454 \times 10^{-2}$.

3-$P(f < 0.40) = P(\frac{f-p}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}} < \frac{0.40-p}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}}) = P(Z < \frac{0.40-0.35}{\sqrt{\frac{0.35(1-0.35)}{50}}})$
$= P(Z < 0.74) = F(0.74) = 0.7704 = 77.04\%$

4-$P(f > 0.45) = 1-P(f \leq 0.45) = 1-P(\frac{f-p}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}} \leq \frac{0.45-p}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}}) = 1-P(Z \leq \frac{0.45-0.35}{\sqrt{\frac{0.35(1-0.35)}{50}}})$
$= 1 - P(Z \leq 1.48) = 1 - F(1.48) = 1 - 0.9306$
$= 0.0694 = 06.94\%$

Exercice 2.

X : l'adolescent est fumeur ou non.
$P = 0.25$
$n = 80$

1-La population étudiée est : Les adolescents

- Le caractère : l'adolescent est fumeur ou non.
- La nature du caractère : Caractère qualitatif (non mesurable).

2- les caractéristiques de la distribution d'échantillonnage de la moyenne de l'échantillon:

- La loi : loi Normale .$f \curvearrowright N(E(f)\ ;\sigma_f)$
- La moyenne : $E(f) = P = 0.25$
- Lécart-type : $\sigma_f = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} = \sqrt{\frac{0.25(1-0.25)}{80}} = 4.8412 \times 10^{-2}$

3- la probabilité qu'au moins 30 adolescents déclarent qu'ils sont fumeurs ?

30 adolescents déclarent qu'ils sont fumeurs$\Rightarrow$ $f = \frac{Nombre\ des\ cas\ favorables}{Nombre\ des\ cas\ possibles} =$

$\frac{30}{80} = 0.375$

Donc on va calculer $P(f \geq 0.375\,)$

$P(f \geq 0.375\,) = 1-P(f < 0.375) = 1-P(\frac{f-p}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}} < \frac{0.375-p}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}}) = 1-P(Z < \frac{0.375-0.25}{\sqrt{\frac{0.25(1-0.25)}{80}}})$:

$= 1 - P(Z < 2.58) = 1 - F(2.58) = 1 - 0.9951 = 0.0049 = 00.49\%$

Exercice 3.

$X \curvearrowright N(20, \sqrt{8})$

$n = 25$

1- les caractéristiques de la distribution d'échantillonnage de la variance de l'échantillon:

- La loi : loi du khi-deux .
- La moyenne : $E(S^2) = \frac{n-1}{n}\sigma_x^2 = ...$
- Lécart-type : $\sigma_{S^2} = \sqrt{\frac{n-3}{n(n-1)}}\ \ \sigma_x^2 = ...$

2- $P(\ S^2 < 6) =?$

$S^2 \curvearrowright \chi^2$

$P(\ S^2 < 6) = P(\ \frac{(n-1)S^2}{\sigma_x^2} < \frac{(n-1)6}{\sigma_x^2}) = P(\ \chi^2 < \frac{(n-1)6}{\sigma_x^2})$

$= P(\ \chi^2 < \frac{(25-1)6}{8}) = P(\ \chi^2 < 18) \simeq\ \chi^2_{.25} = 0.25$