Serie 1 : Processus stochastiques 1.

Solution de l'exercice 9.

Soient : $N_1(t)$: le nombre d'hommes entrant à la grande surface à l'instant t. c'est un processus de Poisson d'intensité $\lambda_1 = 2/min$.

$N_2(t)$: le nombre de femmes entrant à la grande surface à l'instant t. c'est un processus de Poisson d'intensité $\lambda_2 = 4/min$.

et $N(t)$ est le nombre de personnes (hommes + femmes) entrant à la grande surface. C'est un processus de Poisson d'intensité $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = 6/min$

1. $P(N_2(3) \geq 2) = 1 - P(N_2(3) < 2) = 1 - [P(N_2(3)=0) + P(N_2(3)=1)]$

$= 1 - [e^{-12} + e^{-12}\, 12] = 1 - 13\, e^{-12}$.

2. $P(N_2(2) = 3 \,/\, N(2) = 15) = \dfrac{P(N_2(2)=3,\ N(2)=15)}{P(N(2)=15)}$

$$= \frac{P(N_2(2)=3,\ N_1(2)+N_2(2)=15)}{P(N(2)=15)}$$

$$= \frac{P(N_2(2)=3,\ N_1(2)=15-3)}{P(N(2)=15)}$$

$$= \frac{P(N_2(2)=3)\,P(N_1(2)=12)}{P(N(2)=15)} \quad \text{car } N_1 \perp\!\!\!\perp N_2.$$

$$= \frac{e^{-8}\frac{8^3}{3!} \times e^{-4}\frac{4^{12}}{12!}}{e^{-12}\frac{(12)^{15}}{15!}} = C_{15}^{3}\, \frac{(2\times 4)^3 \times 4^{12}}{(3\times 4)^{15}}$$

$$= C_{15}^{3} \times \frac{2^3}{3^{15}} =$$