Solution de la serie N° 3

Exercice 1 .

X : les soldes des clients d'une banque.
$X \curvearrowright N(\mu_x \,; \sigma_x)$
$\mu_x = 13600$
$\sigma_x = 600$
$n = 9$

1-La population étudiée est : Les comptes des clients d'une banque.
- Le caractère : Le solde des clients
- La nature du caractère : Caractère quantitatif (mesurable).

2- les caractéristiques de la distribution d'échantillonnage de la moyenne de l'échantillon:

1 ^{er} cas : population connue, σ_x connu :
- La loi : loi Normale .$\overline{X} \curvearrowright N(\mu_{\overline{x}} \,; \sigma_{\overline{x}})$
- La moyenne : $\mu_{\overline{x}} = \mu_x = 13600$
- Lécart-type : $\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{600}{\sqrt{9}} = 200$

3-$P(X < 13500) = P(\frac{X-\mu_x}{\sigma_X} < \frac{13500-\mu_x}{\sigma_X}) = P(Z < \frac{13500-13600}{600}) = P(Z < -0.166\,67)$
$= F(-0.167) = 1 - F(0.16)$ (car $F(-a) = 1 - F(a)$)
$= 1 - 0.5636 = 0.436\,4 = 43.64\%$

4-$P(13600 \leq \overline{X} \leq 13800) = P(\frac{13600-\mu_{\overline{x}}}{\sigma_{\overline{x}}} \leq \frac{\overline{X}-\mu_{\overline{x}}}{\sigma_{\overline{x}}} \leq \frac{13800-\mu_{\overline{x}}}{\sigma_{\overline{x}}}) = P(\frac{13600-13600}{200} \leq Z \leq \frac{13800-13600}{200})$
$= P(0 \leq Z \leq 1) = F(1) - F(0) = 0.8413 - 0.5 = 0.341\,3 = 34.13\%$
(car $P(a \leq Z \leq b) = F(b) - F(a)$)

5-$P(\overline{X} > 13800) = 1 - P(\overline{X} \leq 13800) = 1 - P(\frac{\overline{X}-\mu_{\overline{x}}}{\sigma_{\overline{x}}} \leq \frac{13800-\mu_{\overline{x}}}{\sigma_{\overline{x}}})$
$= 1 - P(Z \leq \frac{13800-13600}{200}) = 1 - P(Z \leq 1) = 1 - F(1) = 1 - 0.8413 = 0.158\,7$
$= 15.87\%$.

Exercice 2 .

X : le QI des étudiants de la Faculté MI
$\mu_x = 70°$
$n = 16$
$S = 8°$.

$P(\overline{X} > 71,3824°) =?$
population inconnue, σ_x inconnu, $n = 16 < 30 \Rightarrow 3$ ^{ème} cas
$\overline{X} \curvearrowright t(n-1)$ $(student)$
$\mu_{\overline{x}} = \mu_x = 70$
$\sigma_{\overline{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{8}{\sqrt{16}} = 2$

$P(\overline{X} > 71.3824) = 1 - P(\overline{X} \leq 71.3824) = 1 - P(\frac{\overline{X}-\mu_{\overline{x}}}{\sigma_{\overline{x}}} \leq \frac{71.3824-\mu_{\overline{x}}}{\sigma_{\overline{x}}})$
$= 1 - P(T \leq \frac{71.3824-70}{2}) = 1 - P(T \leq 0.691\,2) = 1 - 0.75 = 0.25$

(on utilise la table de la loi de student n-1=16-1=15, en suite on cherche la valeur la plus proche à 0.691 2 dans la ligne de n=15 puis en haut on trouve cum. prob = $t_{.75}$
c.à.d 0.75)

Exercice 3 .

1-La population étudiée est : Les employés d'une entreprise.

- Le caractère : Le résultat du test de qualification pour effectuer une tâche
- La nature du caractère : Caractère quantitatif (mesurable).

2- les caractéristiques de la distribution d'échantillonnage de la moyenne de l'échantillon:

1 ^{er} cas : population connue, σ_x connu :
- La loi : loi Normale .$\overline{X} \frown N(\mu_{\overline{x}}\,;\sigma_{\overline{x}})$
- La moyenne : $\mu_{\overline{x}} = \mu_x = 150$
- Lécart-type : $\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{10}{\sqrt{25}} = 2$

3-$P(146 \leq \overline{X} \leq 154) = P(\frac{146-\mu_{\overline{x}}}{\sigma_{\overline{x}}} \leq \frac{\overline{X}-\mu_{\overline{x}}}{\sigma_{\overline{x}}} \leq \frac{154-\mu_{\overline{x}}}{\sigma_{\overline{x}}}) = P(\frac{146-150}{2} \leq Z \leq \frac{154-150}{2})$
$= P(-2 \leq Z \leq 2) = 2F(2) - 1 = (2 * 0.9772) - 1 = 0.954\,4 = 95.44\%.$
(car $P(-a \leq Z \leq a) = 2F(b) - 1$)

4- N=200

- les caractéristiques de la distribution d'échantillonnage de la moyenne de l'échantillon:

1 ^{er} cas : population connue, σ_x connu :
- La loi : loi Normale .$\overline{X} \frown N(\mu_{\overline{x}}\,;\sigma_{\overline{x}})$
- La moyenne : $\mu_{\overline{x}} = \mu_x = 150$
- Lécart-type : $\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} * \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{10}{\sqrt{25}} * \sqrt{\frac{200-25}{200-1}} = 1.\,875\,5$

(car $\left\{\begin{array}{c} N = 200\ (finie) \\ tirage\ sans\ remise \\ n \geq 0.05 * N \\ 25 > 0.05 * 200 = 10 \end{array}\right. \Longrightarrow on\ applique\ le\ coeficient\ de\ correction \Longrightarrow$
$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} * \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$)

-l'expression de la variable centrée réduite (Z).

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_{\overline{x}}}{\sigma_{\overline{x}}} = \frac{\overline{X} - \mu_{\overline{x}}}{\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} * \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}}$$