

### Méthodes Statistiques

### Corrigé de l'exercice 29

---

On a mesuré le poids de raisin produit par souche sur 10 souches prises au hasard dans un vignoble. On a obtenu les résultats suivants exprimés en kilogrammes :

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2.4 | 3.4 | 3.6 | 4.1 | 4.3 | 4.7 | 5.4 | 5.9 | 6.5 | 6.9 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|

On suppose que le poids de raisin produit par une souche suit une loi normale d'écart-type inconnu. Peut-on accepter, au risque 5%, l'hypothèse que le poids moyen de raisin produit par une souche est supérieur à 4.5 kilogrammes ?

On calcule la moyenne et l'écart-type empiriques de l'échantillon :

$$\begin{cases} \bar{x} &= 4.72 \\ s_{10} &= 1.442 \end{cases}$$

On fait l'hypothèse  $H_0$  suivante :

$$H_0 : m = 4.5$$

La question posée nous conduit à faire un test unilatéral, autrement dit à considérer l'hypothèse  $H_1$  suivante :

$$H_1 : m > 4.5$$

La statistique du test, lorsque la variance  $\sigma^2$  est inconnue, est :

$$T = \frac{\bar{X} - m}{s/\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n}(\bar{X} - m)}{s}$$

On obtient ici :

$$T = \frac{\sqrt{10}(4.72 - 4.5)}{1.442} = 0.482$$

On sait que, sous l'hypothèse  $H_0$ , la statistique  $T$  suit une loi de Student à  $n - 1 = 9$  degrés de liberté :

$$T \sim t(n - 1)$$

La table de la loi de Student pour 9 degrés de liberté nous donne le quantile  $u_c$  associé à la probabilité 95% :

$$u_c = 1.833$$

Puisque  $0.482 < 1.833$ , on accepte l'hypothèse  $H_0$ .