

SERIE 2

Exercice 1

Soit f définie par

$$f(x) = \begin{cases} c(1-x^k) & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad k \in \mathbb{N}^*, c \in \mathbb{R}$$

- 1) Pour quelles valeurs de c et k , f est-elle une densité de probabilité?
- 2) Déterminer $P\left(X > \frac{1}{2}\right)$ pour $k = 2$.

Exercice 2

Soit la v.a. continue X de densité f_X donnée par

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{k}{\sqrt{1-x^2}} & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- 1) Trouver k .
- 2) Déterminer la fonction de répartition F_X de X .

Exercice 3

Soit X la v.a. continue de densité de probabilité

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } x \in [-1, 1] \\ 0 & \text{si } x \notin [-1, 1] \end{cases}$$

- 1) Montrer que $Y = -2X + 1$ est une v.a. et déterminer sa densité de probabilités.
- 2) Déterminer la densité de probabilités de $Z = X^2$

Exercice 4

Soit une v.a. continue X de densité f_X

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{a} & \text{si } 0 < x \leq a \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Donner les lois de probabilité des v.a.

- 1) $Y = X^2$
- 2) $Z = \sqrt{X}$

Exercice 5

La densité d'une v.a. continue X est f . Trouver la densité h de la v.a. $Y = aX + b$, où $a \neq 0$ et b sont des nombres réels.