

Examen de Files d'Attente

α Exercice1 : Montrer que dans un système M/M/1, la durée de séjour des clients dans l'état stationnaire suit une loi exponentielle de paramètre $\mu(1 - \rho)$.

Exercice2 : Soit le système suivant à m serveurs, $m \geq 1$. Les clients arrivent selon un processus de poisson de taux λ . La durée de service de chaque serveur est exponentielle de paramètre μ . Le client qui trouve k clients dans le système rejoint la file avec une probabilité b_k ou quitte le système avec une probabilité $1 - b_k$ où $k = 0, 1, 2, \dots$ et $0 < b_k < 1$.

1) Montrer qu'en régime stationnaire, le système de Kolmogorov est de la forme :

α
$$\begin{cases} -\rho b_0 p_0 + p_1 = 0 \\ \rho b_{k-1} p_{k-1} - (\rho b_k + k) p_k + (k+1) p_{k+1} = 0 & \text{si } 1 \leq k < m \\ \rho b_{k-1} p_{k-1} - (\rho b_k + m) p_k + m p_{k+1} = 0 & \text{si } k \geq m \end{cases}$$

2) Résoudre ce système.

Exercice3 : Un laboratoire dispose de deux photocopieurs non identiques. Le premier, A, en état de marche, permet d'effectuer, en moyenne, 900 photocopies à l'heure et le coût de la photocopie est 0.15 DA. Malheureusement, il tombe souvent en panne. On peut considérer que les intervalles de temps entre les pannes sont des variables indépendantes, exponentielles de paramètre $\lambda = 1$, et que les durées de réparation de chaque panne sont également des V.A.I. exponentielles de paramètre $\mu = 2$. Le second photocopieur, B, plus ancien, permet en état de marche, d'effectuer 300 photocopies à l'heure et le coût de la photocopie est 0.30 DA.

- α
1. En utilisant que le photocopieur A, combien peut-on effectuer de photocopies, en moyenne, par heure ?
 2. On suppose que B plus robuste ne tombe jamais en panne. Sachant que l'on utilise B uniquement lorsque A est en panne, quel est le nombre moyen de photocopies effectuées par heure et quel est le coût moyen d'une photocopie ?

✓ Exercice4 : Un atelier comprend 2 machines automatiques qui sont entretenues par un réparateur. Pour chaque machine, la durée de bon fonctionnement est une V.A. exponentielle de paramètre λ . Le réparateur ne peut réparer qu'une machine à la fois, le temps de réparation suit une distribution exponentielle de paramètre μ . Calculer pour $\lambda = \frac{\mu}{2}$ le nombre moyen de machines qui fonctionnent.