Université Hassiba Benbouali–Chlef
Faculté des Sciences Exactes et Informatique
Département de Mathématiques

$1^{\text{ère}}$ **année Master MAS**
Méthode de Monte-Carlo et Simulation
Année : 2020/2021

TP N° 2

EXERCICE N° 1:

1. Écrire une fonction qui simule un échantillon de taille k de la loi Binomiale $\mathcal{B}(n, p)$.
2. Écrire une fonction qui simule un échantillon de taille n de la loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$. On peut utiliser le fait que $p_{k+1} := \mathbb{P}(X = k+1) = \dfrac{\mathrm{e}^{-\lambda}\lambda^{k+1}}{(k+1)!} = \dfrac{\lambda}{k+1} \times \dfrac{\mathrm{e}^{-\lambda}\lambda^{k}}{k!} = \dfrac{\lambda}{k+1} p_k$.
3. Soit U suit la loi uniforme $\mathcal{U}[0, 1]$. Soit $p \in]0, 1[$, quelle est la loi de $Y := 1 + \left\lfloor \dfrac{\ln U}{\ln(1-p)} \right\rfloor$? Simuler n variables aléatoires indépendantes de même loi que Y.

EXERCICE N° 2: En utilisant la méthode d'inversion, simuler n variables aléatoires indépendantes de

1. la loi de Cauchy de densité $f(x) := \dfrac{\sigma}{x^2 + \sigma^2} \mathbb{1}_{x\in\mathbb{R}},\ \sigma > 0$.
2. la loi de Weibull de densité $f(x) := \dfrac{a}{b^a} x^{a-1} \mathrm{e}^{-\left(\frac{x}{b}\right)^a} \mathbb{1}_{x\geq 0},\ (a, b) \in]0, +\infty[^2$.
3. la densité f définie par $f(x) = x\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}} \mathbb{1}_{[0,+\infty[}(x)$.
4. la densité f définie par $f(x) = \frac{k}{\sqrt{x}} e^{-\sqrt{x}} \mathbb{1}_{[0,+\infty[}(x)$.

EXERCICE N° 3: Soient U_1 et U_2 deux variables aléatoires indépendantes uniformément distribuées dans $[0, 1]$. Soient R et Θ deux variables aléatoires indépendantes, avec R suit une loi exponentielle de paramètre $\dfrac{1}{2}$: $R \sim \mathcal{E}\left(\frac{1}{2}\right)$ et Θ suit une loi uniforme sur $[0; 2\pi]$: $\Theta \sim \mathcal{U}\,[0; 2\pi]$. Soient

$$\begin{aligned} Z_1 &= R\cos(\Theta) = \sqrt{-2\ln U_1}\cos(2\pi U_2) \\ Z_2 &= R\sin(\Theta) = \sqrt{-2\ln U_1}\sin(2\pi U_2) \end{aligned}$$

Alors Z_1 et Z_2 sont des variables aléatoires indépendantes suivant une loi normale $\mathcal{N}(0, 1)$.

1. Écrire une fonction qui simule un échantillon de taille n de (Z_1, Z_2).
2. Représenter graphiquement la distribution des couples de points obtenus.