جــــامعـــــة جــــــيجـــــل

السنة الجامعية2020-2021

كلية العلوم الدقيقة و الاعلام / قسم الرياضيات

السنــــة الثــــــانية: L.M.D

السلسلة الثانية

التمرين الأول:

ليكن X متغير عشوائي متقطع قانون احتماله $\mathbb{P}_X$معطى في الجدول التالي

x	0	1	2
$\mathbb{P}_X(x) = \mathbb{P}(X = x)$	k	2k	3k

1- اوجد قيمة k ثم دالة توزيع X.

2- احسب الاحتمالات $\mathbb{P}(X < 2), \mathbb{P}(X > 2), \mathbb{P}(X > 1 \mid X \geq 1)$.

التمرين الثاني:

يملك لاعب حجر نرد ب 4 وجوه مرقمة 0, 2 ,3, 5 و وعاء به 3 كرات صغيرة مرقمة 1 ,3, 5 . يقوم هذا اللاعب بالتجربة التالية: يرمي زهرة النرد ثم يسحب كرة صغيرة من الوعاء، فإذا تحصل على الرقم 0 من زهرة النرد فإنه لا يربح أي شيء و يربح 5 دنانير إذا كان النرد و الكرة يحملان نفس الرقم و إلا يربح 1 دينار.

01- صف التجربة العشوائية التي يقوم بها اللاعب.

02- عين كل النتائج الممكنة لهذه التجربة العشوائية .

03- عرف إحتمالا يوافق معطيات التمرين.

04- ليكن X متغير عشوائي يرفق بكل نتيجة لهذه التجربة العشوائية القيمة التي يربحها اللاعب.

أ- عرف X على شكل دالة ثم عين مجموعة كل قيمه الممكنة.

ب- أعطي قانون إحتمال X و دالة توزيعه.

ج- أحسب توقعه الرياضي ثم تباينه.

التمرين الثالث:

ليكن X متغير عشوائي متقطع ياخد القيم 1 ,2 ,...9 *باحتمال*

$$p_k = \mathbb{P}(X = k) = ak(10 - k).$$

1- احسب قيمة a .

2- احسب التوقع الرياضي و التباين.

3- احسب التوقع الرياضي و التباين للمتغير العشوائي .

(يمكن الاستعانة بالنتيجة التالية لتسهيل الحساب

نضع $S_k = \sum_{i=1}^{n} i^k$و عليه لدينا

$$S_1 = \frac{n(n+1)}{2}, S_2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, S_3 = (S_1)^2, S_4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n+1)}{30}.$$

التمرين الرابع:

ليكن X متغير عشوائي دالة توزيعه F_X معرفة كما يلي:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & si\ x < -2 \\ \frac{1}{2} & si -2 \leq x < 1 \\ \frac{2}{3} & si\ 1 \leq x < 2 \\ \frac{5}{6} & si\ 2 \leq x < 3 \\ 1 & si\ x \geq 3 \end{cases}$$

1- عين القيم الممكنة ل X ثم عين قانون احتماله .

2- مثل F_X بيانيا.

3- احسب الاحتمالات$P(X > 1)$, $P\left(X \geq \frac{1}{2}\right)$, $P(-3 < X < 2.5)$, $P\left(\frac{1}{2} \leq X < 3\right)$

4- ليكن متغير عشوائي جديد معرف كما يلي: *Y=3X-2*

*اوجد قانون احتمال Y ثم دالة توزيعه F_Y.

* احسب: $F_Y(3.3)$, $F_Y(-1)$, $P(2< Y < 15)$

التمرين الخامس:

1-هل الدوال التالية هي كثافات احتمال

$$1-f(x)=\begin{cases}\frac{|x|}{a^2}, \text{si } -a\le x\le a\\ 0, \quad \text{sinon}\end{cases} .\ 2-f(x)=\frac{1}{\pi(1+x^2)}, x\in\mathbb{R}.$$

$$3-f(x)=\begin{cases} a\exp(-ax), \text{si } x\ge 0\\ 0, \quad \text{sinon}\end{cases} .\ 4-f(x)=\frac{1}{2}\exp(-|x|), x\in\mathbb{R}.$$

2 -من اجل اي قيمه ل α يمكن ان نعتبر الدوال التالية كثافات احتمال

$$1-f(x)=\begin{cases}\alpha, \text{si } 0\le x\le\alpha\\ 0, \quad \text{si non}\end{cases} .\ 2-f(x)=\begin{cases}\frac{2\alpha-x}{\alpha^2}, \text{ si } \alpha\le x\le 2\alpha\\ 0, \quad \text{si non}\end{cases}.$$

$$3-f(x)=\begin{cases}\frac{1}{8}(4-x), \text{si } \alpha\ge x\ge 0\\ 0, \quad \text{si non}\end{cases} .\ 4-f(x)=\begin{cases}\frac{x}{\alpha^2}, \text{ si } \alpha\ge x\ge 0\\ 0, \quad \text{si non}\end{cases}.$$

التمرين السادس:

ليكن X متغير عشوائي كثافة احتماله:

$$f(x)=\begin{cases}\mathrm{kx}(4-\mathrm{x}) & \text{si } 0\le \mathrm{x}\le 4\\ 0 & \text{si non}\end{cases}$$

1- احسب قيمة k .

2- اوجد عبارة دالة التوزيع F_X ثم احسب التوقع الرياضي والتباين.

3- احسب الاحتمالات: $P(1\le X\le 2), P(X>3|X>2)$

4- اوجد كثافة احتمال المتغير العشوائي Y بحيث: $Y=\sqrt{X}$ ثم احسب التوقع الرياضي و التباين.

التمرين السابع:

ليكن X متغير عشوائي مستمر مطلقا دالة توزيعه معرفة كما يلي:

$$F(x)=\begin{cases}0, & si\ x<0\\ 0.5x, & si 0\le x<1\\ 1-0.5e^{-0.5(x-1)}, & six\ge 1\end{cases}$$

أ- أوجد عبارة دالة الكثافة.

ب - أحسب الإحتمالات : $P(X\le 0.5), P(1.5\le X\le 2), P(\frac{1}{3}\le X\le 2)$

ج - احسب التوقع الرياضي و التباين ل X.

د - ليكن المتغير العشوائي $Y=aX+2$ حيث a عدد حقيقي .

- احسب بدلالة a التوقع الرياضي و التباين للمتغير Y.

- عين حسب قيم a ، دالة الكثافة للمتغير Y .

- عين دالة توزيع Y .

- من أجل $a=-1$ ، أحسب الإحتمالات التالية:

$$P(Y\le 0.5), P(1.5\le Y\le 2), P(\frac{1}{3}\le Y\le 2)$$