

Solution série 1 SC analyse descriptive

EX1:

On rappelle la formule d'une moyenne mobile d'ordre impair $MM_{2q+1}(Y_t) = \frac{1}{2q+1} \sum_{k=-q}^q Y_{t+k}$.

exemple: $MM_3(X_2) = \frac{1}{3} \times (4 + 6 + 5) = 5$, ...etc

Quand on a l'ordre pair $2q$, on prend les $2q+1$ valeurs et on applique la même formule en multipliant les deux extrémités par 0.5.

exemple $MM_4(X_3) = \frac{1}{4} \times \left(\frac{4}{2} + 6 + 5 + 3 + \frac{7}{2}\right) = 4.87$

t	X_t	$MM_3(X_t)$	$MM_5(X_t)$	$MM_4(X_t)$
1	4			
2	6	5		
3	5	4.66	5	4.87
4	3	5	5.2	5.12
5	7	5	4.8	4.87
6	5	5.33	4.4	4.75
7	4	4	5	4.62
8	3	4.33		
9	6			

EX2

2-Estimation de la tendance par moindres carrés. Je vous rappelle les formules, on veut trouver la droite d'équation $T_t = at + b$ à partir des X_t .

La méthode des MC nous donne

$$a = \frac{\overline{tX_t} - \bar{t}\bar{X_t}}{\overline{t^2} - \bar{t}^2}, b = \bar{X_t} - a\bar{t}$$

t	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
X_t	0	-1	4	3	4	5	6	5	26
t^2	1	4	9	16	25	36	49	64	204
tX_t	0	-2	12	12	20	30	42	40	154

d'où $\bar{X_t} = 3.25, \bar{t^2} = 25.5, \overline{tX_t} = 19.25$ et $\bar{t} = 4.5$, alors $a = 0.88$ et $b = -0.71$. Donc l'équation de la tendance est

$$T_t = 0.88t - 0.71$$

Pour l'estimation des coefficients saisonniers, on complète le tableau suivant

t	X_t	T_t	$X_t - T_t$	S_t			
1	0	0.17	-0.17	0.69	<i>Saison</i>	1	2
2	-1	1.05	-2.05	-0.69	<i>année1</i>	-0.17	-2.05
3	4	1.93	2.07	0.69	<i>année2</i>	2.07	0.19
4	3	2.81	0.19	-0.69	<i>année3</i>	0.31	0.43
5	4	3.69	0.31	0.69	<i>année4</i>	0.55	-1.33
6	5	4.57	0.43	-0.69	<i>moy</i>	0.69	-0.69
7	6	5.45	0.55	0.69			
8	5	6.33	-1.33	-0.69			

3) Prévision pour l'année suivante c. .d pour $t = 9$ et $t = 10$

$$\begin{aligned}
 \widehat{X}_9 &= T_9 + S_9 \\
 &= 0.88 \times 9 - 0.71 + S_1 \\
 &= 7.21 + 0.69 \\
 &= 7.9
 \end{aligned}$$

et $\widehat{X}_{10} = 7.4$.

4) Lissage exponentiel simple: la formule est $\widehat{X}_n(h) = \alpha X_n + (1 - \alpha) \widehat{X}_{n-1}(h)$

X_t	0	-1	4	3	4	5	6	5		
$LES(\alpha = 0.7)$	0	-0.7	2.59	2.27	3.48	4.54	5.56	5.16	5.16	5.16