U.D.L Sidi Bel Abbès — **Module : Mathématiques Financières**
Faculté des Sciences Exactes — **Responsable : Malika HAMMAD**
Département : Probabilités-Statistique — **Jeudi 17/01/2019**
Master 2 : Statistique et ses Applications — **Durée : 1h30mn**

Examen de moyenne durée

<u>Exercice 1.</u> Montrer que les processus suivant sont des $\mathcal{F}_t-$ Martingales si $(X_t)_{t\geq 0}$ est un $\mathcal{F}_t-$ mouvement Brownien standard.

1. $X_t^2 - t$.
2. $\exp(\sigma X_t - \frac{\sigma^2}{2}t)$.

<u>Exercice 2.</u> Soit (B) un mouvement Brownien dont la filtration est notée $(\mathcal{F}_t)$. Soit σ un processus adapté continu de $L^2(\Omega \times \mathbb{R})$ et

$$X_t = \int_0^t \sigma_s dB_s - \frac{1}{2}\int_0^t \sigma_s^2 ds.$$

On pose $Y_t = \exp(X_t)$ et $Z_t = Y_t^{-1}$.

1. Expliciter la dynamique de Y, c'est-à-dire exprimer dY_t.
2. Donner une condition sur σ pour que Y soit une martingale
3. Calculer $\mathbb{E}(Y_t)$ dans ce cas. Expliciter les calculs quand $\sigma = 1$.
4. Calculer dZ_t.