Université Saad Dahlab
Faculté des Sciences
département de Mathématiques
Master M1 : MSS

13 mars 2016

Rattrapage de Files d'Attente1

Exercice1 : (3 pts)

Répondre par oui ou par non aux propositions suivantes. (Justifiez vos réponses).

1. Un processus de naissance et de mort est une instance particulière des processus de Markov.
2. Dans un processus de naissance et de mort, le taux de transition dépend de l'instant considéré.

Exercice2 : (7 pts)

Une station service comporte une seule pompe à essence. Des voitures arrivent selon un processus de Poisson de taux 20 voitures par heure. Le temps de service suit une loi exponentielle d'espérance 2 minutes.

1. Donner la distribution stationnaire du nombre de voitures dans la station.
2. Déterminer le temps moyen d'attente et le temps moyen de séjour.
3. Quelle est la fraction du temps pendant laquelle le serveur est occupé?

On suppose maintenant que tout conducteur trouvant 2 voitures dans la station repart aussitôt.

4. Donner la distribution stationnaire du nombre de voitures dans la station. Quelle est la probabilité qu'une voiture reparte sans faire le plein?
5. Déterminer le temps moyen d'attente et le temps moyen de séjour.

Exercice3 : (6 pts)

Considérons un atome radioactif qui peut se transformer en émettant des particules en un autre atome. Les différents atomes représentent les états du système, et l'évolution du processus est considérée comme une suite de transitions : $E_1 \rightarrow E_2 \rightarrow \cdots \rightarrow E_m$

Suivant des théories physiques, la probabilité d'une transition $E_n \rightarrow E_{n+1}$, pendant l'intervalle de temps$[t, t+h[$, reste la même aussi longtemps que l'atome reste dans le même étatE_n. On pose λ_n le taux de transition de E_n vers E_{n+1}.

a. Modéliser le processus par un processus de naissance et de mort. Etablir le graphe de transition. Ecrire le système d'équations différentielles dont la solution donne la probabilité pour que l'atome soit dans l'état E_n avec $(0 \leq n \leq m)$ à l'instant t.
b. Que peut-on dire de la v.a. T représentant la durée de temps pour que l'atome initial entre dans l'état final E_m ? Quelle en est l'espérance mathématique ?

Exercice4 : (4 pts)

Dans un cabinet médical, les patients arrivent selon un processus de poisson de taux 5/h. La durée de traitement est exponentielle de moyenne 6mn. Si on admet que la salle d'attente ne contient qu'une seule place, quelle est la probabilité qu'une personne qui arrive puisse être traitée ?

Bon courage.