

Rattrapage

Exercice 1

Soit à étudier trois facteurs x^1, x^2 et x^3 par un plan factoriel à trois niveaux,

1. Donner le domaine expérimental pour ces trois facteurs.
2. Donner la matrice d'expériences, le modèle mathématique et la matrice des effets. En déduire la matrice d'information.

Exercice 2:

Soit e un point du domaine d'étude, la réponse prédite au point e est donnée par $\hat{y} = e\hat{A}$, et soit la fonction de variance de prédiction $d^2(\hat{y}) = {}^t e ({}^t X X)^{-1} e$.

1. Pour un plan factoriel complet à deux niveaux et pour deux facteurs, déterminer $d^2(\hat{y})$.
2. Si on fixe le 2^{ème} facteurs à -1, Trouver la coordonnée x_1 pour laquelle $d^2(\hat{y})$ soit maximale dans l'intervalle $[-1, 1]$.

Exercice 3:

1. Donner la définition du critère D-Optimal.
2. Soient x_1, x_2 deux facteurs, pour démontrer l'approche, les deux facteurs sont étudiés sur trois niveaux, -1, 0 et 1. Considérons les trois plans suivants:

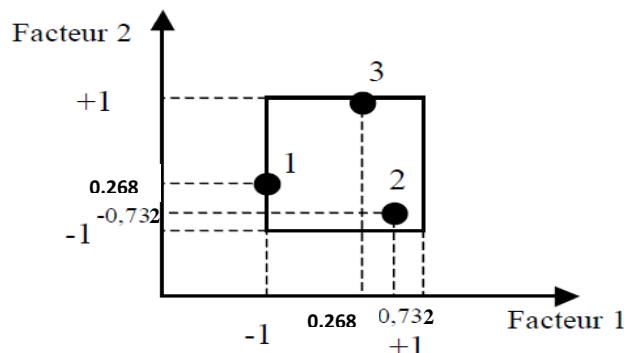
$$X_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad X_2 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad X_3 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Si on considère un modèle $y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2$, parmi ces trois matrices d'expériences quelle est la plus optimale selon le critère D-optimal. Justifier votre réponse.

3. Parmi le plan factoriel complet à deux niveaux et le meilleur plan choisi en question (2) quel est le meilleur selon le critère D-optimal.

Exercice 4:

Soit le plan ci dessous permettant d'étudier deux facteurs en trois essais. Les points expérimentaux sont disposés en triangle. La figure ci-dessous indique l'une des dispositions possibles de ce triangle.

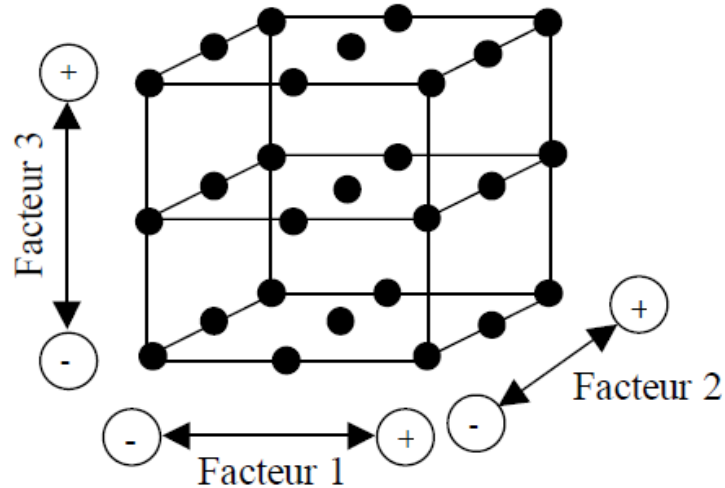


1. Donner le nom du schémas ci dessus.
2. Donner la matrice d'expériences regroupant les trois points,
3. Quelle est le type de modèle qu'on peut postuler, justifier votre réponse puis donner ce modèle.
4. Déterminer la matrice des effets. En déduire la matrice d'information et la matrice de dispersion.
5. Quel est le critère respecté par ce plan. Justifier votre réponse.

Solution

Exercice 1:

1. le domaine d'étude est: Pour trois facteurs nous obtenons un cube dont les 27 essais(3^3) sont représentées par la figures suivantes:



2. La matrice des effets

Essais	Facteur 1	Facteur 2	Facteur 3
1	-1	-1	-1
2	0	-1	-1
3	1	-1	-1
4	-1	0	-1
5	0	0	-1
6	1	0	-1
7	-1	1	-1
8	0	1	-1
9	1	1	-1
10	-1	-1	0
11	0	-1	0
12	1	-1	0
13	-1	0	0
14	0	0	0
15	1	0	0
16	-1	1	0
17	0	1	0
18	1	1	0
19	-1	-1	1
20	0	-1	1
21	1	-1	1
22	-1	0	1
23	0	0	1
24	1	0	1
25	-1	1	1

26	0	1	1
27	1	1	1

Le modèle mathématique est un modèle de seconde degré avec interactions d'ordre deux, pour trois facteurs le modèle s'écrit:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{33}x_3^2$$

La matrice des effets : Pour trois facteurs la matrice des effets es une matrice (27-10) puisqu'il a y 27 expériences et 10 coefficients:

[illegible]

Matrice d'information : La matrice d'information est calculée à partir de la matrice des effets tXX

27	0	0	0	0	0	0	18	18	18
0	18	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	18	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	18	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	12	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	12	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	12	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	18	12	12
18	0	0	0	0	0	0	12	18	12
18	0	0	0	0	0	0	12	12	18

Exercice 2: déjà traité en TD

Exercice 3 : déjà traité en TD

Exercice 4

1. le domaine d'étude
2. La matrice d'expériences

<i>Essai N°</i>	Facteur 1	Facteur 2
1	0,268	1
2	0,732	-0,732
3	-1	-0,268

3. le type de modèle est un modèle de premier degré sans interactions car avec trois expériences on ne peut que déterminer trois coefficients donc le modèle s'écrit:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$$

4. La matrice d'effets:

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0,268 & 1 \\ 1 & 0,732 & -0,732 \\ 1 & -1 & -0,268 \end{pmatrix}$$

la matrice d'information est

$${}^tXX = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1,608 & 0 \\ 0 & 0 & 1,608 \end{pmatrix}$$

5. Puisque la matrice d'information est diagonale alors le critère respecté par le plan est d'orthogonalité.