

Travail à remettre

Le grand intérêt de l'or est qu'il ne s'oxyde pas et garde toujours son brillant et sa belle couleur dorée. Mais, c'est un métal cher et c'est pourquoi beaucoup d'objets sont simplement recouverts d'une fine couche d'or qui les protège et leur donne l'apparence de l'or massif. Les bijoux plaqués or sont recouverts d'un fin dépôt d'or qui doit avoir le même aspect que l'or mais aussi des propriétés de résistance mécanique qui assurent leur longévité. Ces dépôts sont effectués par électrolyse. Le métal à recouvrir d'or est plongé dans une solution contenant un sel d'or et il est relié à la cathode d'une pile électrique. Ces dépôts doivent posséder de bonnes propriétés mécaniques pour résister aux diverses sollicitations auxquelles ils seront soumis. Pour améliorer leur qualité, il est coutume de former des alliages en ajoutant d'autres métaux en présence d'additifs. Les alliages les plus utilisés sont généralement à base de nickel ou de cobalt. On choisira donc la teneur en Cobalt de l'alliage. Cette teneur sera mesurée en partie par million (ppm). Pour assurer la qualité du dépôt, la teneur en cobalt de l'alliage doit être comprise entre 3 500 et 4 500 ppm. L'étude sera réussie si on peut donner des consignes de réglage des facteurs pour atteindre cet objectifs. Pour cela, on définit les facteurs suivants:

- Concentration en or dans la solution d'électrolyte (en grammes par litre),
- Densité de courant pendant l'électrolyse (en ampères par décimètre carré),
- Concentration en cobalt dans la solution d'électrolyte (en grammes par litre).

Il est bon de résumer ces niveaux dans un tableau

Facteur	Niveau bas (-)	Niveau haut (+)
Concentration en or (1)	2 g/l	15 g/l
Densité de courant (2)	5 A/dm ²	25 A/dm ²
Concentration en cobalt (3)	0,5 g/l	1,5 g/l

1. Donnez la matrice d'expériences s'il on décide d'étudier ce problème par un plans complet .
2. Précisez le modèle mathématique regroupant tous les effets et les interactions entres les facteurs
3. Donnez la matrice des effets puis calculer les coefficients de modèle mathématique si la réponse pour chaque expérience est : $y_1 = 4100, y_2 = 3510, y_3 = 3950, y_4 = 1270, y_5 = 4870, y_6 = 2810, y_7 = 7750, y_8 = 3580$.
4. Quels sont les facteurs les plus influents. En déduire le graphe des effets pour chaque facteur.
5. Calculez le vecteur des réponses prédites \hat{y} , en déduire le vecteur des résidus e
6. Déterminez le tableau regroupant tous les résultats de l'analyse de la variance. Est-ce que on peut appliquer les testes d'hypothèses. justifier votre réponse.
7. Si l'on décider d'utiliser le modèle $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3$, déterminez le coefficients de ce modèle. En déduire le tableau de l'analyse de la variance associé à ce modèle mathématique.

On cherche à étudier trois facteurs dont les niveaux sont résumés dans le tableau suivant:

Facteur	Niveau bas (-)	Niveau haut (+)
Concentration en or (1)	2 g/l	15 g/l
Densité de courant (2)	5 A/dm ²	25 A/dm ²
Concentration en cobalt (3)	0,5 g/l	1,5 g/l

1. La matrice d'expériences est:

Essai n°	Concentration en or <i>Facteur 1</i>	Densité de courant <i>Facteur 2</i>	Concentration en cobalt <i>Facteur 3</i>
1	-1	-1	-1
2	+1	-1	-1
3	-1	+1	-1
4	+1	+1	-1
5	-1	-1	+1
6	+1	-1	+1
7	-1	+1	+1
8	+1	+1	+1

2. Le modèle mathématique regroupant tous les effets et les interactions entre les facteurs est:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{123}x_1x_2x_3$$

3. Matrice des effets et les valeurs des coefficients:

Essai N°	Moy	1	2	3	12	13	23	123
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1
8	1	1	1	1	1	1	1	1

et les 8 coefficients sont donnés par

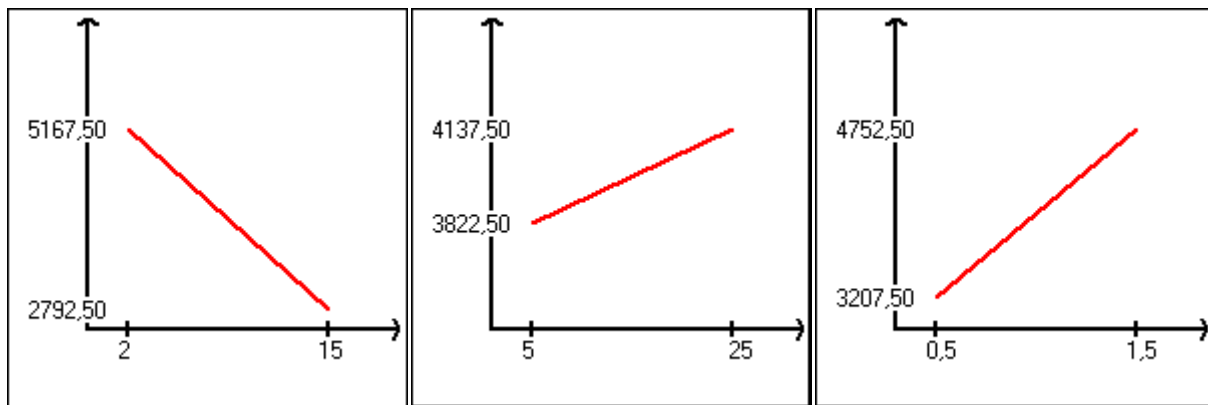
la matrice X est orthogonale alors : $\hat{A} = \frac{1}{n} {}^t X y$.

réponse = valeur en pourcentage de l'usure =

Effet	Valeur
Constante	3 980
Concentration en or (1)	-1 187,5
Densité de courant (2)	157,5
Concentration en cobalt (3)	772,5
Interaction 12	-525
Interaction 13	-370
Interaction 23	755
Interaction 123	-2,5

4. les facteurs les plus influents sont le premier à effet négatif et le troisième à effet positif

. et les graphes des effets pour les trois facteurs sont donnés par les trois images suivantes:



5. Pour calculer les valeurs prédites : $\hat{y} = X\hat{A}$.

$$\hat{Y} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3980 \\ - \\ 1187.5 \\ 157.5 \\ 772.5 \\ -525 \\ -370 \\ 755 \\ -2.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4100 \\ 3510 \\ 3950 \\ 1270 \\ 4870 \\ 2810 \\ 7750 \\ 3580 \end{pmatrix}$$

Puisque $y = \hat{y}$ alors $e = 0$

5. Tableau d'analyse de la variance:

Somme carrées	Formule	Résultat	DDL	Variance
Totale	$\sum_{i=1}^N y_i^2 - N\bar{y}^2$	24114200	7	$\frac{24114200}{7} = 3444885,71$
D'ajustement	$\sum_{i=1}^N \hat{y}_i^2 - N\bar{y}^2$	24114200	7	$\frac{24114200}{7} = 3444885,71$
Résiduelle	$\sum_{i=1}^N e_i^2$	0	0	impossible

On ne peut pas appliquer le teste de Fisher,

7. $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3$, Si on va calculer les coefficients on va trouver les mêmes coefficients que précédemment

$$\hat{Y} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3980 \\ - \\ 1187.5 \\ 157.5 \\ 772.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4237.5 \\ - \\ 1862.5 \\ 4552.5 \\ 2177.5 \\ 5782.5 \\ 3407.5 \\ 6097.5 \\ 3722.5 \end{pmatrix}$$

le vecteur des résidus e est:

$$e = y - \hat{y} = \begin{pmatrix} -137.5 \\ 1647.5 \\ -602.5 \\ -907.5 \\ -912.5 \\ -597.5 \\ 1612.5 \\ -142.5 \end{pmatrix}$$

le tableau d'analyse de variance:

Somme carrées	Formule	Résultat	DDL	Variance
Totale	$\sum_{i=1}^{i=N} y_i^2 - N\bar{y}^2$	24114200	7	$\frac{24114200}{7}$ = 3444885,71
D'ajustement	$\sum_{i=1}^{i=N} \hat{y}_i^2 - N\bar{y}^2$ $142976950 - 8 \times (3980)^2$	16253750	3	$\frac{24114200}{7}$ = 5417916,67
Résiduelle	$\sum_{i=1}^{i=N} e_i^2$	7860450	4	1965112.5

