

Série2 de S.C: Processus ARMA

Ex1

1-Trouver la FAC du processus: $X_t - \mu = 0.7(X_{t-1} - \mu) + \varepsilon_t$. Grapher ρ_k pour $k = -6, \dots, 6$.
*Faire le correlogramme simple et partiel du processus AR(1) avec $\varphi = 0.8, 0.3, -0.8$ pour $k = 1, \dots, 6$.

2-Montrer que la FAC du processus: $X_t = \frac{1}{3}X_{t-1} + \frac{2}{9}X_{t-2} + \varepsilon_t$ est donnée par: $\rho_k = \frac{16}{21} \left(\frac{2}{3}\right)^k + \frac{5}{21} \left(-\frac{1}{3}\right)^k$.

3-Montrer que le processus AR(3): $X_t = X_{t-1} + cX_{t-2} - cX_{t-3} + \varepsilon_t$ est non stationnaire $\forall c$.

Ex2: I- Calculer la fonction d'autocovariance des modèles suivants:

1- $Y_t = (1 + 2.4L + 0.8L^2) \varepsilon_t$ où $\varepsilon_t \rightarrow BB(0, 1)$.

2- $(1 - 1.1L + 0.18L^2) Y_t = \varepsilon_t$ où $\varepsilon_t \rightarrow BB(0, 1)$.

II) Trouver la fonction d'AC du processus: $X_t = \varepsilon_t + 0.7\varepsilon_{t-1} - 0.2\varepsilon_{t-2}$

III- Donner la forme MA(∞) et AR(∞) du modèle $X_t = 0.5X_{t-1} + \varepsilon_t - 0.3\varepsilon_{t-1}$

IV) Identifier les modèles ARMA compatibles avec les relations récursives suivantes:

a) $\rho_h = 0.4\rho_{h-1}, \forall h > 2$; b) $\rho_h = 0, \forall h > 3$; c) $\rho_h = 0.2\rho_{h-2} \forall h > 1$.

Ex3: Soit le processus suivant: $X_t = 1 + 1.5X_{t-1} - 0.56X_{t-2} + \varepsilon_t$.

où ε_t est un bruit blanc $N(0, 1)$.

1-Ce processus est-il stationnaire? Calculer $E(X_t)$.

2-Calculer: a- $\gamma(k)$; $k = 1, 4$; b- $\rho(k) \forall k$. c- ACP .

3-Donner la représentation MA(∞) de X_t ; à quoi correspond cette représentation.

Ex4: Soit le processus suivant: $X_t = 0.4X_{t-1} + \varepsilon_t - 0.7\varepsilon_{t-1}$, où ε_t est un bruit blanc $N(0, 1)$.

1) Etudier la stationnarité et l'inversibilité.

2) Calculer $\rho(k)$. Conclure. Calculer ACP pour $k = 1, 2$

3) Ecrire le modèle sous forme AR(∞).

Ex5: Soit le processus suivant: $X_t = 15 + \varepsilon_t + 0.6\varepsilon_{t-1} - 0.1\varepsilon_{t-2}$

où ε_t est un bruit blanc $N(0, 1)$.

1) Ce processus est-il stationnaire? inversible?

2) Donner la représentation AR(∞) de X_t .

3) Calculer $\rho(k)$. pour $k = 1, 2, 3$ Conclure. Calculer ϕ_{kk} pour $k = 1, 2$.

Ex6: I- Soit le processus suivant $X_t = \varphi_4 X_{t-4} + \varepsilon_t$ tel que $0 < \varphi_4 < 1$ et $\varepsilon_t \rightarrow BB(0, \sigma^2)$.

Trouver la fonction ACV et la fonction AC.

II- Calculer la FAC et la FACP du processus: $X_t = 0.8X_{t-3} + \varepsilon_t$, avec $\varepsilon_t \rightarrow BB(0, \sigma^2)$.

III- Déterminer la densité spectrale des processus suivants: $\varepsilon_t \rightarrow BB(0, 1)$.

1- $X_t = 0.7X_{t-1} + \varepsilon_t$. 2- $X_t = -0.7X_{t-1} + \varepsilon_t$,

3- $X_t = \varepsilon_t - 0.5\varepsilon_{t-1}$. 4- $X_t = \varepsilon_t + 0.5\varepsilon_{t-1} - 0.3\varepsilon_{t-2}$.

5- $X_t = 0.4X_{t-1} + \varepsilon_t + 0.9\varepsilon_{t-1}$.

Ex7: I) -Classer les modèles suivants parmi la famille des modèles ARIMA(p, d, q):

a- $X_t - 0.5X_{t-1} = \varepsilon_t$. b- $X_t = \varepsilon_t - 1.3\varepsilon_{t-1} + 0.4\varepsilon_{t-2}$

c- $X_t - 0.5X_{t-1} = \varepsilon_t - 1.3\varepsilon_{t-1} + 0.4\varepsilon_{t-2}$

d- $X_t - 1.2X_{t-1} + 0.2X_{t-2} = \varepsilon_t - 0.5\varepsilon_{t-1}$