



Examen de la matière Programmation Linéaire 2

1^{ère} Master mathématique appliquée et statistique

Durée : 1h 30min

Exercice 1 Dans le cas d'un problème de programmation linéaire (minimisation) possédant une solution optimale finie, l'algorithme primal du simplexe permet à chaque itération de passer d'une solution de base réalisable pour le primal à une autre jusqu'à ce que les conditions d'optimalité soient satisfaites : un vecteur de coût relatif dont les composantes sont non négatives.

1. Qu'en est-il de l'algorithme dual du simplexe ?
2. Qu'en est-il de l'algorithme primal-dual ?

Exercice 2 Soit le programme linéaire (PL) suivant

$$(PL) \begin{cases} \max z = & 40x_1 + 50x_2 \\ & 5x_1 + 4x_2 \leq 80 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 24 \\ & 3x_1 + 2x_2 \leq 36 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

1. Donner le dual (D) de ce primal (PL).
2. Résoudre le primal (PL) par le simplexe ou graphiquement.
3. Dédurre la solution du dual (D).

Exercice 3 Soit le programme linéaire (P) suivant

$$(P) \begin{cases} \max z = & -5x_1 + 35x_2 - 20x_3 \\ & x_1 - x_2 - x_3 \leq -2 \\ & -x_1 - 3x_2 \leq -3 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

1. Résoudre ce problème (P) par la méthode simplexe dual.

Exercice 4 Soit le programme lineaire en nombre entier (PLNE) suivant

$$(PLNE) \left\{ \begin{array}{l} \max z = 4x_1 - x_2 \\ 7x_1 - 2x_2 \leq 14 \\ x_2 \leq 3 \\ 2x_1 - 2x_2 \leq 3 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{N} \end{array} \right.$$

1. Les algorithmes branch-and-bound s'articulent autour de 3 composantes essentielles. Quelles sont ces composantes ?
2. Résoudre ce problème par la méthode Branch and Bound.

Exercice 5 Une compagnie de taxis a un surplus d'une voiture dans les villes A, B, C et D mais il lui manque une voiture dans chacune des villes E, F, G et H. La matrice suivante donne en milles la distance entre les villes concernées :

	E	F	G	H
A	41	72	39	52
B	22	29	49	65
C	27	39	60	51
D	45	50	48	52

1. Comment doit-on affecter les voitures libres à chaque ville si l'on veut minimiser le total des distances parcourues ?
2. En utilisant la méthode hongroise, montrer que l'affectation optimale est la suivante :

$$A \longrightarrow G, B \longrightarrow F, C \longrightarrow E, D \longrightarrow H.$$