

## Logiciel de Calcul Scientifique – Examen

### Questions en vrac (8pts)

- 1- Répondez aux questions suivantes dans l'ordre : **(4pts)**
  - a. Générer un échantillon de taille 500 issu de la loi  $\chi_9^2$ .
  - b. Générer un autre échantillon de même taille issu de la loi  $\chi_{10}^2$ .
  - c. Construire un échantillon de la loi  $\frac{\chi_9^2/9}{\chi_{10}^2/10}$  à partir des deux échantillons précédent.
  - d. Comparer graphiquement cet échantillon avec les densités des lois  $\chi_{10-9}^2$ ,  $\mathcal{N}(\frac{9}{10}, \frac{10}{9})$ ,  $\mathcal{F}_{9,10}$  et  $\mathcal{U}_{[0, \frac{9}{10}]}$  puis conclure.
- 2- Soit l'échantillon *crabs* disponible dans la librairie *MASS*, **(4pts)**
  - a. Récupérer les données sur la taille du corps *BD* des crabes de l'espèce *sp = B* et de sexe *sex = F* et enregistrer les dans un vecteur appeler *BDcrabs*.
  - b. Calculer les statistiques classiques à partir de *BDcrabs*.
  - c. En supposant que *BDcrabs* soit issu d'une loi normale, donner un intervalle de confiance bilatérale au niveau 0.95 pour la variance.

### Effet d'un médicament soporifique (7 pts)

On souhaite étudier l'effet sur la durée de sommeil de deux médicaments soporifiques. Pour cela, on mesure la durée de sommeil de dix patients qui ont pris le premier médicament ainsi que la durée de sommeil de dix autres patients qui ont pris le deuxième médicament. Dans les donnée « sleep » incluse dans  $\mathcal{R}$ , on a regroupé la variance de la durée de sommeil en heures par rapport à un groupe témoin. Dans la suite tous les tests doivent être à niveau de signification  $\alpha^* = 0.05$ .

- 1- Est-ce que les deux échantillons suivent bien une loi normale (le groupe qui a pris le premier médicament et le groupe qui a pris le deuxième médicament). Justifiez votre réponse. **(2pts)**
- 2- Faites un test pour vérifier si les deux échantillons ont la même variance. Conclure. **(2pts)**
- 3- On souhaite déterminer si ces médicaments ont effectivement un effet sur la durée de sommeil, plus précisément si la durée de sommeil est prolongée par la prise de ces médicaments. Formuler le problème sous la forme d'un test d'hypothèses et répondre à la question posée. **(3pts)**

## Logiciel de Calcul Scientifique – Examen

### Questions en vrac (8pts)

1- Répondez aux questions suivantes dans l'ordre : (4pts)

a. Générer un échantillon de taille 500 issu de la loi  $\chi_9^2$ .

$X9 <- rchisq(500, df = 9)$

b. Générer un autre échantillon de même taille issu de la loi  $\chi_{10}^2$ .

$X10 <- rchisq(500, df = 10)$

c. Construire un échantillon de la loi  $\frac{\chi_9^2/9}{\chi_{10}^2/10}$  à partir des deux échantillons précédents.

$I <- (X9/9)/(X10/10)$

d. Comparer graphiquement cet échantillon avec les densités des lois  $\chi_{10-9}^2$ ,  $\mathcal{N}(\frac{9}{10}, \frac{10}{9})$ ,  $\mathcal{F}_{9,10}$  et  $\mathcal{U}_{[0, \frac{9}{10}]}$  puis conclure.

$hist(I, freq = FALSE)$

$curve(dchisq(x, df = 1), add = TRUE)$

$curve(dnorm(x, mean = \frac{9}{10}, sd = \frac{10}{9}), add = TRUE)$

$curve(df(x, 9, 10), add = TRUE)$

$curve(dunif(x, 0, 9/10), add = TRUE)$

Graphiquement, on peut dire que  $\frac{\chi_9^2/9}{\chi_{10}^2/10}$  suit une loi de  $\mathcal{F}_{9,10}$ .

2- Soit l'échantillon *crabs* disponible dans la librairie MASS, (4pts)

a. Récupérer les données sur la taille du corps *BD* des crabes de l'espèce *sp = B* et de sexe *sex = F* et enregistrer les dans un vecteur appeler *BDcrabs*.

$library(MASS)$

$BDcrabs <- crabs$BD[crabs$sp == "B" & crabs$sex == "F"]$

b. Calculer les statistiques classiques à partir de *BDcrabs*.

$summary(BDcrabs)$

$V <- var(BDcrabs)$

$sd(BDcrabs)$

$IQR(BDcrabs)$

La moyenne est égale à 11.82, la variance à 7.58, l'écart-type à 2.75. On a aussi le minimum est égale à 6.1 le premier quartile à 10.03 le second (la médiane) à 11.6, le troisième à 13.88 et le maximum à 18.1. Quant à l'écart interquartiles il est égale à 3.85.

## Logiciel de Calcul Scientifique – Examen

- c. En supposant que *BDcrabs* soit issu d'une loi normale, donner un intervalle de confiance bilatérale au niveau 0.95 pour la variance.

$\alpha < 0.05$

$n < \text{length}(BDcrabs)$

$(n - 1) / c(qchisq(1 - \alpha / 2, n - 1), qchisq(\alpha / 2, n - 1)) * V$

Un intervalle de confiance bilatérale au niveau  $1 - \alpha = 0.95$  est [5.29, 11.76]

### Effet d'un médicament soporifique (7 pts)

On souhaite étudier l'effet sur la durée de sommeil de deux médicaments soporifiques. Pour cela, on mesure la durée de sommeil de dix patients qui ont pris le premier médicament ainsi que la durée de sommeil de dix autres patients qui ont pris le deuxième médicament. Dans les donnée « sleep » incluse dans *R*, on a regroupé la variance de la durée de sommeil en heures par rapport à un groupe témoin. Dans la suite tous les tests doivent être à niveau de signification  $\alpha^* = 0.05$ .

- 1- Est-ce que les deux échantillons suivent bien une loi normale (le groupe qui a pris le premier médicament et le groupe qui a pris le deuxième médicament). Justifiez votre réponse. (2pts)

$x1 < -\text{sleep}\$extra[\text{sleep}\$group == 1]$

$x2 < -\text{sleep}\$extra[\text{sleep}\$group == 2]$

$\text{shapiro.test}(x1)$

$\text{shapiro.test}(x2)$

Les deux échantillons sont issus d'une loi normale car en faisant le test de Shapiro-Wilk on obtient des p-values plus grande que  $\alpha = 0.05$  (0.4079 pour le premier groupe et 0.3511 pour le deuxième. Par conséquent, on accepte l'hypothèse  $H_0$  qui dit que l'échantillon est issu d'une loi normale dans les deux cas.

- 2- Faites un test pour vérifier si les deux échantillons ont la même variance. Conclure. (2pts)

$\text{var.test}(x1, x2)$

En faisant un test d'égalité de deux variances on obtient une p-value égale à 0.7427. Par conséquent, on accepte l'hypothèse  $H_0$  qui dit que le ratio des deux variances est égal à 1.

## Logiciel de Calcul Scientifique – Examen

- 3- On souhaite déterminer si ces médicaments ont effectivement un effet sur la durée de sommeil, plus précisément si la durée de sommeil est prolongée par la prise de ces médicaments. Formuler le problème sous la forme d'un test d'hypothèses et répondre à la question posée. (3pts)

Le problème est formulé comme suit :

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 0 \text{ (pas d'effet)} \\ H_1 : \mu > 0 \text{ (prolongation de la durée de sommeil)} \end{cases}$$

Ce test est formulé sur R par le deux instructions suivantes

*t.test(x1,mu = 0,alternative = "greater")*

*t.test(x2,mu = 0,alternative = "greater")*

En faisant un test de Student on obtient une p-value égale à 0.1088 pour le premier groupe et donc on accepte l'hypothèse  $H_0$  qui dit qu'il n'y a pas d'effet significatif sur le sommeil du premier médicament.

En ce qui concerne le groupe 2 en faisant le même test on obtient une p-value inférieure à 0.05 alors on rejette  $H_0$  en faveur de  $H_1$  qui dit qu'il y a un effet significatif sur la durée de sommeil et en plus cet effet est positif.

Finalement, le premier médicament n'a aucun effet sur le sommeil et le second augmente significativement la durée de sommeil.

## Note finale du module LCS

Nom	Note
MEDJBOUR	12.25
KONE	6
RABIA	9.5
SISSOKO	9
CHIKEUR	7.5
RAAD	8.5
BENAMAR	10
BOUNOUA	9.25
CHEHILI	14
KENTOUR	6.5
KIMOUCHE	3.5
BENTAHAR	7
SADADOU	3.5

## Logiciel de Calcul Scientifique – Examen