Université Mohamed Khider Biskra
Département de Mathématiques
Master 2

2021/2022
Simulation et M.N
T.P

TP 3

Problème 1

$$\frac{\partial y}{\partial t}(x,t) + c\ \frac{\partial y}{\partial x}(x,t) = 0 \quad , \ c \in \mathbb{R}\ fixe$$

avec $t \in [0,1]$ et $x \in [1,2]$.

On considère en espace, les conditions aux bords

$$y(1,t) = 1\ et\ \ y(2,t) = 0\ \ \forall t \in [0,1]$$

et en temps, la condition initiale

$$y(x,0) = \begin{cases} 1 & si\ x < \eta \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Le schéma explicite.
On approche la dérivée en temps

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x_i,t_j) \simeq \frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{k}$$

et en espace

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x_i,t_j) \simeq \frac{u_{i+1}^{j} - u_i^j}{h}$$

Le problème s'écrira alors

$$\frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{k} = -c\frac{u_{i+1}^{j} - u_i^j}{h}$$

ce qui donne

$$u_i^{j+1} = u_i^j - \lambda(u_{i+1}^j - u_i^j)\ ,\ \lambda = ck/h$$

L'implémentation.

```
%equation d'advection linéaire en dim 1 du/dt-cdu/dx
%les paramètres
L=1;
T=1;
c=1;
M=3000;
dt=T/M;
n=30;
Nt=15;
dx=L/n;
b=c*dt/dx;
%les valeurs initiales

for i=1:(n+1)
    if i<Nt
        u(i,1)=1;
    else
        u(i,1)=0;
    end
   x(i)=(i-1)*dx+1;
end
%valeurs aux limtes
for k=1:M+1
    u(1,k)=1;
    u(n+1,k)=0;
    t(k)=(k-1)*dt;
end

for k=1:M %boucle du temps
    for i=2:n %boucle de l'espace
        u(i,k+1)=u(i,k)-b*(u(i+1,k)-u(i,k));
    end
end
 figure(1)
mesh(x,t,u')
xlabel('X')
ylabel('T')
title('solution explicite de problème d advection en dim1 ')
```

Problème 2.

```
%les paramètres
L=1;
T=1;
D=1/4;
M=3000;
k=T/M;
n=30;
h=L/n;
b=D*k/(h^2);
%les valeurs initiales

for i=1:(n+1)
    x(i)=(i-1)*h+1;
        u(i,1)=sin(pi*x(i));
    end

%valeurs aux limtes
for j=1:M+1
    u(1,j)=0;
    u(n+1,j)=0;
    t(j)=(j-1)*k;
end

for j=1:M %boucle du temps
    for i=2:n %boucle de l'espace
        u(i,j+1)=u(i,j)+b*(u(i-1,j)+u(i+1,j)-2*u(i,j));
    end
end
figure(1)
mesh(x,t,u')
xlabel('X')
ylabel('T')
title('solution explicite de problème d advection en dim1 ')
figure(2)
plot(x,u(:,100),'*r')
```