$F_{X_1 \dots X_n}$ est la fonction de répartition conjointe.

Propriétés d'un processus strictement stationnaire.

a. Les v. a X_t sont identiquement distribuées.

b. $(X_t, X_{t+h})' \stackrel{d}{=} (X_1, X_{1+h})$ $\forall t, \forall h$ entiers.

c. $\{X_t\}$ est aussi faiblement stationnaire si $E(X_t^2) < \infty$, $\forall t$.

d. La stationnarité faible n'implique pas la stationnarité stricte.

<u>Exemple</u> : Soit $\{\varepsilon_t\}$ un bruit blanc fort de variance

1. Soit $X_t = \begin{cases} \varepsilon_t & \text{si } t \text{ est pair} \\ \dfrac{\varepsilon_t^2 - 1}{\sqrt{2}} & \text{si } t \text{ est impair} \end{cases}$

a/ Montrer que $\{X_t\}$ est stationnaire au second ordre.

b/ Calculer $P(X_t > 1)$. Déduire que $\{X_t\}$ n'est pas strictement stationnaire.

Suite des propriétés :

e. Toute suite iid est strictement stationnaire

<u>Remarque</u> : Une façon simple de construire un processus $\{X_t\}$ strictement stationnaire est la suivante : Soit $\{\varepsilon_t\}$ un bruit blanc fort. On définit :

$X_t = g(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q})$. Montrer que $\{X_t\}$ est strictement stationnaire. Que peut-on dire de X_s et X_t si $|t-s| > q$?