

Corrigé de la série 2

Exercice 1 :

a) 1-chaque choix est une combinaison de 10 boules prises 3 à 3 : C_{10}^3 choix possibles.

2-i) $C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!}$ façons de tirer 3 boules blanches ; ii) $C_5^3 + C_3^3$; iii) $C_2^1 C_3^2$ choix possibles de tirer 1 verte et 2 rouges.

b) 1-il y a $5.4.3.2.1 = 5! = 120$ permutations.

2-il y a $5.4.3 = A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = 60$ arrangements.

Exercice 2 :

$$E = A^c B C^c ; F = A B C^c ; G = A B^c C^c U A^c B C^c U A^c B^c C ; H = A^c B^c C^c ; I = A U B U C ; J = G U H$$

Exercice 3 :

$$1) \Omega = \{VV, VN, VD, NV, NN, ND, DV, DN, DD\}$$

$$2) A = \{VN, VD, NV, DV\} ; B = \{NN, ND, DN, DD\} U A ; C = \{NN, ND, DN, DD\} ; E = \phi ; F = \phi ; BUC = \{VN, VD, NV, DV, NN, ND, DN, DD\} ; E \cup F = \phi$$

Exercice 4 :

Pour deux événements quelconques A et B, on a : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

i) A et B sont incompatibles ceci est équivalent à $A \cap B = \phi$; or, $p(\phi) = 0$. Il vient que

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B), \text{ d'où } 1/4 = 1/3 + p \text{ ceci implique que } p = 1/12.$$

ii) A et B indépendants est équivalent à $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$; d'où $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A) \times p(B)$

$$\text{Ainsi, on aura : } 1/4 = (1/3) + (p) - (1/3) \times (p), \text{ d'où } p = 1/9$$

Exercice 5 :

On considère les événements suivants :

L : "la première ligne est occupée" et I : "la deuxième ligne est occupée"

$$\text{On a : } p(L) = 0,7 ; p(I) = 0,5 \text{ et } p(L \cap I) = 0,3$$

1) A : "au moins une ligne est occupée"

$$P(A) = p(L \cup I) = p(L) + p(I) - p(L \cap I) = 0,7 + 0,5 - 0,3 = 0,9$$

2) B : "une ligne au moins est libre"

$$P(B) = p(L^c \cup I^c) = p((L \cap I)^c) = 1 - p(L \cap I) = 1 - 0,3 = 0,7$$

3) C : "une seule ligne est occupée"

$$P(C)=p(L^c \cap I)+p(L \cap I^c)=p(I)-p(L \cap I)+p(L)-p(L \cap I)=p(I)+p(L)-2p(L \cap I)=0,5+0,7-(2 \times 0,3)=0,6$$

$$4)p(I/L)=\frac{p(L \cap I)}{p(L)}=\frac{0,3}{0,7}=0,428$$

Exercice6 :

$$\text{i) } P(\text{avoir 3 boules blanches})=\frac{C_5^3}{C_{10}^3}; \text{ii) } p(\text{avoir 3 boules de même couleurs})=\frac{C_5^3}{C_{10}^3} + \frac{C_3^3}{C_{10}^3}; p(\text{avoir 1 verte et 2 rouges})=\frac{C_2^1 C_3^2}{C_{10}^3}.$$

Exercice 7 :

$\{A, B\}$ forme un système complet d'événements de Ω c.e. $A \cup B = \Omega$ et $A \cap B = \emptyset$

$$P(A)=p(B)=1/2$$

1) En utilisant la formule des probabilités totales, on aura :

$$P(R)=p(R/A)p(A)+p(R/B)p(B)=(5/7) \times (1/2)+(1/5) \times (1/2)=0,142$$

2) La formule de Bayes donne :

$$P(B/R)=\frac{P(R/B)P(B)}{P(R)}=\frac{(\frac{1}{5})(\frac{1}{2})}{0,142}=\frac{0,1}{0,142}=0,07$$

Exercice8 :

A, B, C constituent un système complet d'événements de Ω :

Il vient que : $\Omega=A \cup B \cup C$ et $A \cap B=\emptyset, A \cap C=\emptyset, B \cap C=\emptyset$

1) La formule des probabilités totales donne :

$$P(D)=p(A)p(D/A)+p(B)p(D/B)+p(C)p(D/C)=0,3 \times 0,02+0,5 \times 0,03+0,2 \times 0,05=0,031$$

2) La formule de Bayes donne :

$$P(A/D)=\frac{p(A)p(D/A)}{p(D)}=\frac{(0,02)(0,3)}{0,031}=0,193$$

Il y'a 19,3% de pièces défectueuses qui proviennent du premier fournisseur.