

Correction de l'examen

Exercice 1

1. nombre d'expériences: $2^4 = 16$.

Matrice d'expériences:

-1	-1	-1	-1
+1	-1	-1	-1
-1	+1	-1	-1
+1	+1	-1	-1
-1	-1	+1	-1
+1	-1	+1	-1
-1	+1	+1	-1
+1	+1	+1	-1
-1	-1	-1	+1
+1	-1	-1	+1
-1	+1	-1	+1
+1	+1	-1	+1
-1	-1	+1	+1
+1	-1	+1	+1
-1	+1	+1	+1
+1	+1	+1	+1

Modèle mathématique:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{14}x_1x_4 + a_{23}x_2x_3 + a_{24}x_2x_4 + a_{34}x_3x_4 + a_{123}x_1x_2x_3 + a_{124}x_1x_2x_4 + a_{234}x_2x_3x_4 + a_{1234}x_1x_2x_3x_4$$

b. Matrice D'information: ${}^tXX = 16I$, et la matrice de dispersion : $({}^tXX)^{-1} = \frac{1}{16}I$

2. Si on va négliger tous les interaction alors on aura le modèle suivant:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4$$

Et la matrice des effets dans ce cas sera:

1	-1	-1	-1	-1
1	1	-1	-1	-1
1	-1	1	-1	-1
1	1	1	-1	-1
1	-1	-1	1	-1
1	1	-1	1	-1
1	-1	1	1	-1
1	1	1	1	-1
1	-1	-1	-1	1
1	1	-1	-1	1
1	-1	1	-1	1
1	1	1	-1	1
1	-1	-1	1	1
1	1	-1	1	1
1	-1	1	1	1
1	1	1	1	1

les coefficients du modèle

$$a_0 = 8.5, a_1 = 0.5, a_2 = 1, a_3 = 2, a_4 = 4$$

4. $\hat{y} = y$ et $e = 0$.

5. Tableau d'analyse de la variance:

Somme carrées	Formule	Résultat	DDL	Variance
Totale	$\sum_{i=1}^{i=N} y_i^2 - N\bar{y}^2$	340	15	$\frac{340}{15} = 22.66$

D'ajustement	$\sum_{i=1}^{i=N} \hat{y}_i^2 - N\bar{y}^2$	340	4	$\frac{42}{7} = 6$
Résiduelle	$\sum_{i=1}^{i=N} e_i^2$	0	11	0

3.

a. Les plans fractionnaires possibles à utiliser pour étudier 4 facteurs sont: 2^{4-1} .

b. $\{4 = 123 \rightarrow \{1 = 1234$

Pour le calcul des contrastes on a:

$$\begin{cases} 1 = 1 + 1234 \\ 2 = 2 + 134 \\ 3 = 3 + 124 \\ 4 = 4 + 123 \\ 12 = 12 + 34 \\ 13 = 13 + 24 \\ 23 = 23 + 14 \end{cases}$$

Exercice 2:

1. le nom du schémas est le domaine expérimental.
2. la matrice d'expériences regroupant les huit points,

Essai N°	Facteur 1	Facteur 2	Essai N°	Facteur 1	Facteur 2
1	-1	-1	5	$-\alpha$	$-\alpha$
2	1	-1	6	α	$-\alpha$
3	-1	1	7	$-\alpha$	α
4	1	1	8	α	α

le modèle mathématique a postulé :

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{12} x_1 x_2$$

et la matrice des effets.

1	-1	-1	1
1	1	-1	-1
1	-1	1	-1
1	1	1	1
1	$-\alpha$	$-\alpha$	α^2
1	α	$-\alpha$	$-\alpha^2$
1	$-\alpha$	α	$-\alpha^2$
1	α	α	α^2

Matrice d'information:

8	0	0	0
0	$4+4\alpha$	0	0
0	0	$4+4\alpha$	0
0	0	0	$4+4\alpha^2$

La matrice d'information est une matrice diagonale cela veut dire que la matrice d'expériences est une matrice orthogonale.