Université Blida 1,
Faculté des Sciences,
Département Mathématiques.

Fiabilité, Semestre 2, 2020.
Master 1 : Modélisation Stochastique et Statistique.

Solution Série N° 1

Exercice 1 ()
vu

Exercice 2 ()
vu

Exercice 3 ()
vu

Exercice 4 ()

$$MTTF = \frac{165 + 250 + 255 + 264 + 380 + 575 + 4(1000)}{10} = \frac{5889}{10} = 588.9 \text{ heures.}$$

Exercice 5 ()
Indications :
Soit la variable aléatoire X,
X : durée de vie de la diode.
$X \longrightarrow exp(\alpha)$, où $\alpha = 0.02$ défaillances par mois, de distribution $F(t) = p\{X \leq t\} = 1 - e^{-\alpha.t}$.

1. $E(X) = \frac{1}{\alpha} = 50$ mois
2. Sa fiabilité $R(t) = e^{-\alpha.t}$, $R(100) = 0.135$.
3. Il suffit de Calculer R(MTTF), MTTF=?
4. $p\{40 < X < 60\} = F(60) - F(40) = 0.1481$
5. Soit la variable aléatoire Y,
   Y : nombre diodes qui tombent en panne parmi 100, pendant 5 ans (60 mois).
   $Y \longrightarrow B(n, p)$, où $n = 100$, p=?,
   cherchons p,
   $p = prob\{$ diode tombe en panne pendant(0, 60)$\} = F(60) = 0.7$,
   d'où $Y \longrightarrow B(100, 0.7)$,
   on sait que E(Y)=n.p=70, donc, en moyenne 70 diodes seront en panne.
6. $p = prob\{$ diode tombe en panne pendant(0, t)$\} = F(t) = p\{X \leq t\} = 1 - e^{-\alpha.t}$.
   $F(t) = 1 - e^{-\alpha.t} = 0.4$, il suffit de chercher t,
   aprés calculs, on trouve t=25.54 mois.
7. Le concepteur ne veut pas remplacer plus de 20% de son produit.
   Autrement dit, pas plus de 20% tombe en panne,
   ce qui veut dire : $F(t) = 1 - e^{-\alpha.t} \leq 0.2$.
   aprés calculs, on trouve $t \leq 11.57$ mois.
   Le concepteur peut, dans ce cas, proposer une periode de garantie de 11 mois.

Exercice 6 ()
Voir cours.

Exercice 7 ()

Université Blida 1,
Faculté des Sciences,
Département Mathématiques.

Rappel : La durée de vie d'un élément (ou système) est une variable aléatoire de distribution F(t), de fiabilité R(t)=1-F(t). D'autre part, l'élément(ou le système) doit exécuter une tâche, cette dernière est elle même une variable aléatoire de distribution H(t).
Dans ce cas, la probabilité que le système exécute avec succés son opération : $p = \int_0^{+\infty} R(x)\, dH(x)$.

Application : $R(t) = e^{-\lambda . t}$

1. Si $H(t) = 1 - e^{-\lambda . t}$,
   alors $p = \int_0^{+\infty} e^{-\lambda . x}\, d(1 - e^{-\lambda . x}) = \frac{\alpha}{\lambda + \alpha}$.
2. Si la durée de l'opération a une distribution Normale de densité $f(x)$,
   alors $p = \int_0^{+\infty} e^{-\lambda . x} f(x)\, dx$.
   Indication : remplacer dans l'intégrale $e^{-\lambda . x}$ par son approximation, $e^{-\lambda . x} \simeq 1 - \lambda . x + \frac{(\lambda . x)^2}{2}$.
   Je vous laisse le soin de faire les calculs et de trouver le résultat.

Exercice 8 ()

1. Les éléments sont disposés en série, La fiabilité du système

$$R_s(t) = \prod_{i=1}^{4} R_i(t) = R_1(t).R_2(t).R_3(t).R_4(t)$$

   où $R_1(t) = e^{-3\lambda_1 . t}$, $R_2(t) = e^{-12\lambda_2 . t}$, $R_3(t) = e^{-8\lambda_3 . t}$ et $R_4(t) = e^{-15\lambda_4 . t}$

2. Ignorer cette question.

Exercice 9 ()
Un système composé de deux éléments A et B disposés en serie de fiabilité respective R_A=0.75 et R_B=0.8 .

1. La fiabilité du système : $R_s(t) = R_A.R_B = 0.6$
2. Aprés modification, la fiabilité de ce système devient:

$$R_s(t) = [1 - (1 - R_A)^3].[1 - (1 - R_B)^2] = 0.93$$

   La fiabilité du système est de 0.93, elle a dépassée 0.9, cette modification est donc satisfaisante.