

0.1 Analyse de la tendance

Nous nous plaçons dans le cadre d'un modèle composé uniquement d'une tendance et de fluctuations irrégulières et donnons différentes méthodes permettant d'estimer la tendance.

0.1.1 Rappels sur la régression linéaire

Lorsqu'une liaison linéaire forte entre deux variables X et Y semble raisonnable au vu du nuage de points, on a alors une relation du type :

$Y = aX + b$, où les coefficients a et b sont inconnus. Le problème est donc d'estimer ces coefficients grâce aux valeurs observées sur l'échantillon.

0.1.2 Ajustement tendanciel linéaire par moindres carrés

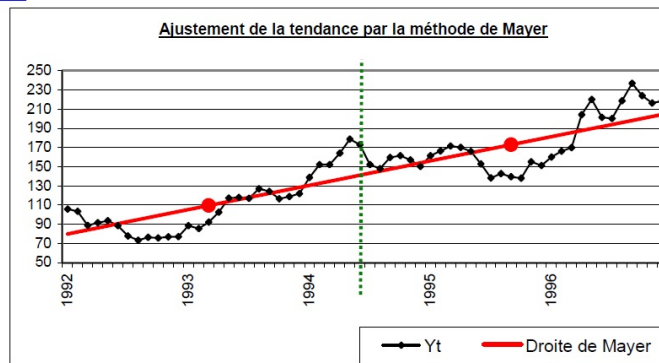
Supposons que l'on observe T valeurs d'une série dont la tendance semble être linéaire comme dans l'exemple (a) de la Figure 1. La méthode des moindres carrés décrite au paragraphe précédent consiste à estimer la tendance par une fonction linéaire et on a dans ce cas: $a = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\text{var}(X)}$, $b = \bar{Y} - a\bar{X}$.

0.1.3 Ajustement tendanciel linéaire par points médians

On suppose ici aussi que la tendance est linéaire. Cette méthode est empirique et ne repose sur aucun critère d'erreur à minimiser. Elle peut cependant s'avérer efficace en présence de valeurs aberrantes. On choisit deux points de coordonnées (t_a, X_a) et (t_b, X_b) et on fait passer la droite par ces deux points. Les coefficients a , b v

Pour choisir les deux points, on constitue deux sous-séries d'observations en général d'effectifs égaux (à 1 près). Puis on prend les points médians de chaque sous-série. On peut également prendre les points moyens ou choisir

à la main des points judicieux.



0.1.4 Exercice : Illustration des deux méthodes

La série $(X_t)_t$ ci-dessous représente la quantité d'un produit P vendu par une entreprise sur les 9 dernières années (en milliers d'articles):

t	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
X_t	32	48	38	52	61	73	80	84	95

1. Effectuer un ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés puis par celle des points médians.
2. Représenter les résultats graphiquement.

0.1.5 Ajustements tendanciels non linéaires

Dans certaines situations, la modélisation linéaire de la tendance peut être trop simplificatrice. Dans le cas de la Figure 2(a) par exemple, on s'attend plutôt à une tendance quadratique. Lorsque la tendance n'est pas linéaire, une technique simple consiste à se ramener à un ajustement linéaire après un changement de variable approprié. Évidemment ce procédé n'est pas toujours possible et on verra plus loin qu'il existe des méthodes d'ajustement non linéaires directes. C'est la représentation graphique qui motive le choix du changement de variable.

0.1.6 Exemple

- Si $Z_t = at^2 + b$, en posant $Y_t = t^2$, on se ramène à $Z_t = aY_t + b$ et on peut faire un ajustement linéaire entre Y_t et Z_t .
- Si $Z_t = b * \exp(at)$, en posant $Y_t = \ln(Z_t)$, on se ramène à $Y_t = at + \ln(b)$ et on peut faire un ajustement linéaire entre Y_t et t . Dans le cas de l'exemple de la Figure 2 (a), on peut aussi mener des calculs analogues à ceux effectués précédemment et approcher la tendance par $Z^t = at^2 + bt + c$.