

Hom work 02

Exercice 01: Une enquête menée en 1911 auprès de 1725 élèves d'écoles primaires avait pour objectif de vérifier l'existence ou non d'une relation entre "l'intelligence" et l'origine sociale de l'élève au travers de sa qualité vestimentaire. Les résultats observés ont été les suivants :

$X \backslash Y$	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6
X1	30	51	115	207	193	40
X2	40	100	203	253	140	15
X3	39	55	73	64	30	4
X4	17	15	20	10	10	1

où Très bien habillé ,X2 = Bien habillé , X3 = Passablement habillé , X4 = Mal habillé , Y1 = Lent et stupide ,Y2 = Lent , Y3 = Lent mais intelligent , Y4 = Assez intelligent , Y5 = Intelligent , Y6 = Très intelligent

1. quel méthodes utiliser pour analyser ce tableau ?Justifier vos réponses.? Dans quel espace sera représenté le nuage des profils-colonnes ? Dans quel espace sera représenté le nuage des profils-lignes ? Justifier vos réponses.
2. Déterminer la matrice des profils-colonnes puis la matrice des pondérations (poids) de ces mêmes profils. En déduire les coordonnées du barycentre des profils-colonnes.
3. Déterminer la matrice des profils-lignes, puis la matrice des pondérations (poids) de ces mêmes profils. En déduire les coordonnées du barycentre des profils-lignes.
4. Déduire des questions précédentes la métrique associée aux profils-colonnes puis celle associée aux profils-lignes.
5. Donner la formule matricielle permettant de calculer la matrice S , matrice à diagonaliser pour réaliser l'ajustement du nuage des profils-lignes.
6. L'opération de diagonalisation de la matrice S à l'aide d'un logiciel mathématique a fourni les valeurs propres suivantes : $\lambda_0 = 1$, $\lambda_1 = 0.0809$, $\lambda_2 = 0.0195$ et $\lambda_3 = 0.0007$
Que pouvez-vous dire sur la valeur propre λ_0 ? En conséquence, sur quelles valeurs propres allez-vous concentrer votre analyse ?
7. Soit T la matrice à diagonaliser pour réaliser l'ajustement du nuage des profils-colonnes. Sans calculs, indiquer les valeurs propres de cette matrice. Justifier votre réponse.
8. Déterminer l'inertie, puis l'inertie cumulée de chacun des axes factoriels non triviaux.
9. Le logiciel permettant d'obtenir les coordonnées des modalités des deux variables sur les deux premiers axes factoriels a produit les vecteurs suivants :

$$\psi_1 = \begin{pmatrix} \dots \\ 0.0316 \\ 0.4470 \\ 0.6385 \end{pmatrix}, \psi_2 = \begin{pmatrix} 0.1073 \\ -0.1469 \\ 0.0615 \\ 0.3533 \end{pmatrix}, \phi_1 = \begin{pmatrix} 0.5762 \\ 0.3530 \\ \dots \\ -0.1216 \\ \dots \\ -0.5259 \end{pmatrix}, \phi_2 = \begin{pmatrix} 0.3266 \\ -0.0174 \\ \dots \\ -0.1004 \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

Avec quelles relations peut-on retrouver les valeurs manquantes ? En déduire ces valeurs.

10. Compléter le tableau des contributions des profils-lignes ci-dessous.

profils-lignes	$Ctr_1(i)$	$Ctr_2(i)$
1	0.2177
2	0.0054
3	0.3795	0.0298
4	0.2709

Identifier les profils-lignes qui contribuent significativement à la formation de chacun des deux premiers axes factoriels.

11. Compléter le tableau des contributions des profils-colonnes ci-dessous

profils-colonnes	$Ctr_1(j)$	$Ctr_2(j)$
1	0.2998
2	0.1974	0.0020
3
4	0.0566	0.1601
5
6	0.1190	0.1835

Identifier les profils-colonnes qui contribuent significativement à la formation de chacun des deux premiers axes factoriels.

profils-lignes	$Qual_1(i)$	$Qual_2(i)$	$Qual_{1 \times 2}(i)$
1	0.8843	0.1155
2	0.9507	0.9948
3	0.9725	0.0184	0.9909
4	0.7551	0.2312

12. Compléter le tableau ci-dessous

En déduire la qualité de représentation des profils-lignes sur le plan factoriel principal.

13. Compléter le tableau ci-dessous

profils-colonnes	$Qual_1(j)$	$Qual_2(j)$	$Qual_{1 \times 2}(j)$
1	0.7561	0.2429	0.9990
2	0.9829	0.0024
3	0.6728	0.3137
4	0.5924	0.4042
5	0.8933	0.9965
6	0.7194	0.2676

En déduire la qualité de représentation des profils-colonnes sur le plan factoriel principal.

14. A partir de la représentation simultanée des deux nuages de profils , déterminer pour chacun des axes et pour chaque variable les profils qui se ressemblent et ceux qui s'opposent. En déduire une interprétation des deux premiers axes, puis mettre en évidence les profils qui s'attirent.

15.Déterminer l'inertie totale des nuages des profils .