SPA Master 1

Séries Chronologiques 1.

Corrigé de l'exercice 1

1) Soit $a_j = \begin{cases} \dfrac{1}{2q+1} & \text{si } |j| \leq q \\ 0 & \text{si } |j| > q \end{cases}$

Montrons que $\sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j T_{t-j} = T_t$ où $T_t = at + b$

- $\sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j T_{t-j} = \sum_{j=-q}^{q} a_j T_{t-j} = \frac{1}{2q+1}\left(T_{t+q} + T_{t+q-1} + \dots + T_t + T_{t-1} + \dots + T_{t-q}\right)$

$T_{t-j} = a(t-j) + b$. Donc

$$= \frac{1}{2q+1}\left[a(t+q)+b + a(t+q-1)+b + \dots + at+b + a(t-1)+b + \dots + a(t-q)+b\right]$$

$$= at + b + aq + a(q-1) + \dots + a - a - 2a - \dots - aq$$

$= at + b$

La tendance linéaire passe à travers ce filtre sans être affectée.

2) Montrons que le filtre $\sum_{j=-2}^{2} a_j Y_{t-j}$ avec $a_{-2} = -1/9 = a_2$, $a_{-1} = a_1 = 4/9$, $a_0 = 3/9$

élimine la saisonnalité de période 3 et laisse passer les polynômes du $3^{\text{ème}}$ degré.

a) Calcul de $\sum_{j=-2}^{2} a_j S_{t-j} = a_{-2} S_{t+2} + a_{-1} S_{t+1} + a_0 S_t + a_1 S_{t-1} + a_2 S_{t-2}$

$$= \frac{1}{9}\left(-S_{t+2} - S_{t-2} + 3S_t + 4S_{t+1} + 4S_{t-1}\right)$$