Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Université Hassiba Benbouali de Chlef Faculté des Sciences Exactes et Informatique





وزارة التعليم العالي والبحث العلمي جامعة حسيبة بن بوعلي بالشلف كلية العلوم الرتيقة واللإعلام اللآلي قسم الرياضيات

Année Universitaire : 2018/2019 Niveau : 2^{ème} Année M.A.S. Module : Processus Stochastiques 3

Examen de T.D n°2

- 1. Application directe de la formule d'Itô. Soit B un mouvement brownien standard.
 - (a) Montrer que le processus:

$$U_t := 2 + t^2 + \sin(B_t)$$

est un processus d'Itô.

- (b) Donner une martingale M telle que U-M est un processus dont les trajectoires sont de classe C^1 .
- 2. Etude d'une martingale. Soit (B) un mouvement Brownien standard. On définit, pour tout $t \in [0,1[$:

$$M_t = \frac{1}{\sqrt{1-t}} \exp[-\frac{B_t^2}{2(1-t)}].$$

- (a) Montrer que $dM_t = \frac{-B_t}{1-t} M_t dB_t$.
- (b) Montrer que $(M_t)_{t\in[0,1[}$ est une martingale (par rapport à la filtration Browniènne).
- (c) Par la croissance comparée, calculer la limite p.s.de M_t quand t tend vers 1^- .
- (d) Calculer $E(M_t)$.