

Marchés financiers et Problématiques

Dr HAMMAD Malika

Laboratoire de Statistique et Processus Stochastiques

Université Djillali Liabès, Sidi Bel Abbès

Sommaire

- 1 Problématiques
- 2 Marché financier
 - Produit dérivé
- 3 A.O.A et Stratégie de couverture
- 4 Théorie de portefeuille
 - Marché viable
- 5 Références

Sommaire

- 1 Problématiques
- 2 Marché financier
 - Produit dérivé
- 3 A.O.A et Stratégie de couverture
- 4 Théorie de portefeuille
 - Marché viable
- 5 Références

Sommaire

- 1 Problématiques
- 2 Marché financier
 - Produit dérivé
- 3 A.O.A et Stratégie de couverture
- 4 Théorie de portefeuille
 - Marché viable
- 5 Références

Sommaire

- 1 Problématiques
- 2 Marché financier
 - Produit dérivé
- 3 A.O.A et Stratégie de couverture
- 4 Théorie de portefeuille
 - Marché viable
- 5 Références

Sommaire

- 1 Problématiques
- 2 Marché financier
 - Produit dérivé
- 3 A.O.A et Stratégie de couverture
- 4 Théorie de portefeuille
 - Marché viable
- 5 Références

Historique

La modélisation en mathématiques financières a été introduite en 1900 dans les travaux de **Louis Bachelier** dans sa thèse "**Théorie de la spéculation**". Elle a connu une mobilisation importante lors de l'introduction du modèle de Black Sholes et Merton en 1973.

La problématique principale est d'étudier la valorisations d'options: on considère un sous-jacent et une fonction du cours du sous-jacent (le payoff) qui va être délivrée par un vendeur à une certaine échéance T . La question qui se pose est: quel est le prix exacte que doit payer l'acheteur de cette option aujourd'hui pour pouvoir bénéficier du payoff à l'échéance ?.

Marché financier

Définition 3.1

***Le marché financier** est un lieu (parfois virtuel) où l'on achète et vend des titres financiers(ou bien actifs financiers).*

Définition 3.2

***Les actifs financiers** sont des contrats où les parties s'échangent des flux d'argent.*

- Une **quantité donnée d'un actif financier** (action, obligation, indice boursier, devise, matière première, ou un autre produit dérivé), est appelée **actif sous-jacent (underlying asset)**.
- **Prix d'un titre financier (price)**: c'est le montant convenu entre les deux parties en échange du titre.
- **Maturité ou échéance (Maturity)**: c'est la date à laquelle l'échange doit avoir lieu.
- **Prix de livraison ou prix à terme (dettlement price or forward price)**: c'est le prix auquel l'actif sous-jacent est échangé.

Définition 3.3

***L'obligation** est un titre financier correspondant à un emprunt pendant un temps fixé, elle est déterminée par:*

- ✓ Une durée,
- ✓ Un taux d'intérêt.

Remarque 3.1

Le taux d'intérêt d'une obligation est choisi en fonction du risque de faillite de l'institution. Ce risque est évalué grâce à des notations faites par des institutions indépendantes. Le prix d'une obligation dépend du montant nominal M , de la date d'échéance N , et des coupons.

Définition 3.4

Les coupons: ce sont des montants $I_{n_1}, I_{n_2}, \dots, I_N$ versés par l'emprunteur aux dates n_1, n_2, \dots, N fixées à l'avance et qui correspondent à des intérêts sur le nominal M .

Exemple 3.1

Les flux financiers F_n d'une obligation de montant nominal $M = 150$ et de maturité $N = 4$ ans versant un coupon annuel de 8% sont:

n_i	1	2	3	4
F_n	12	12	12	162

Définition 3.5

Obligation zéro-coupon (zero-coupon bond): *C'est une obligation qui ne verse pas des coupons donc à l'échéance, seul le nominal est remboursé.*

Définition 3.6

Action (share): *est un titre de propriété d'une entreprise qui n'est pas remboursable.*

- ♣ Le prix d'une action est défini par sa cotation en bourse. Une action peut être vendue ou achetée à n'importe quel moment (pendant les heures d'ouverture de la bourse).
- ♣ Le détenteur d'une action devient un associé, proportionnellement au nombre de titres qu'il détient.
- ♣ Les émetteurs des actions sont des entreprises. L'émission d'actions permet de recouvrir son investissement initial et ses bénéfices.
- ♣ Une action est un produit très volatile, lié à la fois aux performances de l'entreprise et à la situation du marché. sa cotation est constamment réévaluée en fonction de l'offre et de la demande sur les marchés financiers.

Sommaire

- 1 Problématiques
- 2 **Marché financier**
 - **Produit dérivé**
- 3 A.O.A et Stratégie de couverture
- 4 Théorie de portefeuille
 - **Marché viable**
- 5 Références

Définition 3.7

*Un produit dérivé (**derivation**) ou **actif contingent** est un titre dont la valeur dépend d'un autre titre appelé l'actif sous-jacent.*

Il existe une multitude de produits dérivés. Les principaux exemples sont:

Les futures, les forwards et les options.

Option: Un tel titre est appelé **option d'achat (call)** ou **option de vente (put)**.

Notre sujet porte sur le prix d'une option. Nous donnons une importance particulière à étudier ce produit. Ses principales caractéristiques sont:

- **Le strike**, noté K : prix d'exercice de l'option, qui est choisi et fixé à l'instant initial.
- **Le prix de l'option**: prime de risque plus marge de l'intermédiaire.
- **La date d'expiration ou échéance**, notée N : fin de la période, elle aussi fixée à l'instant initial.
- **La fonction payoff**: fonction qui détermine la transaction finale.
- **Des contraintes annexes**. Par exemple, si le sous-jacent passe un certain niveau, le contrat s'annule (**option barrière**).

Remarque 3.2

*Les options les plus simples, et généralement les plus liquides (les plus vendues), sont les **calls** et les **puts** de type européens ou américains. Ces options sont souvent appelées **option vanilles**.*

Les options européennes

Définition 3.8

Option européenne: Contrat qui donne à son détenteur le droit, et non l'obligation, d'acheter ou de vendre une certaine quantité d'un actif financier à un prix fixé K à une date fixée à l'avance.

Exemple 3.2

Une option d'achat sur une tonne de blé à $K = 150$ la tonne dans un ans. Si à l'échéance N , $(S_N - K) < 0$ le prix d'exercice est supérieur au cours S_N la tonne de blé, le détenteur de l'option n'a pas intérêt à l'exercer, par contre si $S_N > 150$, l'exercice de l'option permet à son détenteur de réaliser un profit égal à $S_N - K$. Le gain de l'acheteur de l'option à l'échéance est égal à:

$$C_N = (S_N - K)_+ = \max(S_N - K, 0),$$

de même le gain du vendeur de l'option à l'échéance est égal à:

$$P_N = (K - S_N)_+ = \max(K - S_N, 0).$$

- **Hypothèse de non arbitrage "A.O.A"**: L'une des hypothèses fondamentales des modèles usuels est qu'il n'existe aucune stratégie financière permettant, pour un coût initial nul, d'acquérir une richesse certaine dans une date future.
- **Stratégie de couverture ou de spéculation(hedging)**: est une protection contre le risque généré par une position, qui permet de se prémunir contre une hausse ou une baisse éventuelle du sous-jacent.

Arbitrage et prix unique: dans de nombreux modèles financiers, le prix et la stratégie de couverture sont uniques. L'unicité est garantie par l'absence d'arbitrage sur les marchés et l'option est sans risque puisque la stratégie de couverture élimine complètement le risque de l'option.

Théorie de portefeuille

Définition 5.1

Un portefeuille: *c'est un ensemble de titres (actions, obligations,...) détenu par un investisseur.*

Les principales problématiques de la gestion d'un portefeuille sont:

- Comment minimiser le risque et maximiser le rendement?
- Comment calculer le rendement espéré associé à un risque?
- Quelle est la performance d'un portefeuille?

Pour simplifier l'analyse, nous prenons un marché avec les hypothèses:

- Le marché est sans arbitrage.
- Les brokers ont un comportement rationnel.
- Il existe une unique loi de probabilité qui explique les comportements

future des marchés financiers

Définition 5.2

Stratégies auto-financée L'autofinancement désigne le financement des investissements de l'entreprise sans apporter de richesses extérieures, à partir de ses capitaux propres existants, de sa propre rentabilité (capacité d'autofinancement, réserves, plus value), de son épargne et de ses amortissements comptables.

Une des conséquences des hypothèses de non arbitrage et de complétude des marchés est l'existence et l'unicité à équivalence près d'une mesure de probabilité dite **probabilité martingale** ou "**probabilité risque-neutre**" telle que le processus de prix des actifs ayant une source de risque commune est une martingale sous cette probabilité.





Définition 5.3

Le marché est dit viable s'il y a une absence d'opportunité d'arbitrage (A.O.A).

Hypothèse de complétude des marchés

Une autre hypothèse, beaucoup plus remise en question, est que tout flux à venir peut être répliqué exactement, et quel que soit l'état du monde, par un portefeuille d'autres actifs bien choisis. Les modèles ne comprenant pas les hypothèses de non arbitrage et de complétude des marchés sont dits modèles de **marchés imparfaits**.

Références

-  L. Bachelier, *Théorie de la spéculation, thèse*, Annales scientifiques de l'école normale supérieur, Série 3, janvier 1900, 17: 21-86.
-  M.HAMMAD, *Introduction aux Mathématiques Financières*, Polycopie, Master2: Statistique et Applications, Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbes, 2019-2020.
-  I. Karatzas and Shreve S.E, *Methods of mathematical Finance*, Springer, Verlag, New York, 1998.
-  D. LAMBERTON, B. LAPEYER, *Introduction au Calcul Stochastique Appliqué à la Finance*, Ellipses, 2nd. ed.1997.