

ahmedrahmoune.umbb@gmail.com

Umbb/FS/Dépt Maths/Stat/Master MSS1

Année universitaire 2021-2022.

Dec2021

Analyse des Données

Analyse **F**actorielle des **C**orrespondances (**A F C**) et Analyse des **C**orrespondances
Multiples (**A C M**)

Feuilles de Travaux Dirigés n° 3 et 4

Analyse des Correspondances (A F C)

Exercice 1

Questions de cours .

(i) L'AFC a un domaine d'application différent de l'ACP, expliquer et donner quelques particularités de l'AFC.

(ii) Dans l'AFC, donner la définition de $\mathcal{N}(\mathcal{I})$ (Nuage profils lignes), sa masse, son centre de gravité et la distance utilisée.

(iii) Dans une AFC il est équivalent de faire l'analyse par rapport à l'origine ou par rapport au centre de gravité, expliquer.

(iv) compléter le tableau suivant:

la dualité entre les deux nuages $\mathcal{N}(\mathcal{I})$ et $\mathcal{N}(\mathcal{J})$ dans l'AFC.

Caractéristiques/Nuage	$\mathcal{N}(I)$	$\mathcal{N}(J)$
Les points	$X_i =$	$Y_j =$
Le nombre		
L'espace de représentation		
Métrie M		
Critère d'ajustement(Matrice des poids):N		
comparaison entre métriques		

Exercice 2

Soit le tableau de correspondance suivant croisant deux variables I, J.

I\J	j ₁	j ₂	j ₃	n _{i.}
i ₁	34		28	124
i ₂		28		75
i ₃	57			
n _{.j}		195	100	n= 413

(i) Compléter le tableau.

(ii) Etudier l'indépendance de I et J .

(iii) Dresser le tableau des effectifs théorique calculés sous l'hypothèse d'indépendance de I et J.

(iv) Evaluer la distance du χ^2_c

(v) Tester l'hypothèse d'indépendance de I et J (test du χ^2) avec le risque $\alpha = 0.05$.

Exercice 3

Soit le tableau des observations croisant deux variables I, J.

I=i\J=j	1	2	3	k _{i.}
1	56		12	139
2		163		248
3	14			
k _{.j}		276	135	k= 528

(i) Compléter le tableau.

(ii) I et J sont elle indépendantes ? Justifier votre réponse.

(iii) Dresser le tableau O théorique sous l'hypothèse d'indépendance de I et J.

- (iv) Evaluer la distance du χ^2 (On commence par donner la formule théorique)
 (v) Tester l'hypothèse d'indépendance de I et J (test du χ^2) en adoptant le risque $\alpha =$

Exercice 4

Effectuer une AFC au tableau $K=[k_{i,j}]$ (Matrice des effectifs) croisant deux variables qualitatives X(4 modalités) et Y (2 modalités)

$$K_{4 \times 2} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

- (i) Déterminer la matrice des fréquences F, la matrice des poids D_n , et la matrice des profils lignes X.
 (ii) Calculer le profil ligne moyen g , la matrice variance covariance V_g et la matrice à diagonaliser $S_g = V_g M$ avec $M=D_p^{-1}$
 (iii) Calculer le spectre (valeurs propres et vecteurs propres correspondants) de S_g et déduire la trace de S_g .
 (iv) Calculer S_0 , vérifier le théorème de Hughens et retrouver I_0 et I_g
 (v) Calculer les facteurs: $\psi_\alpha = X M u_\alpha$ avec u_α M-unitaire $\alpha = 1, 2$; déduire la norme $\|\psi_1\|_N^2$ et $\|\psi_2\|_N^2$ où $N=D_n$
 (vi) Donner le plan principal (ψ_1, ψ_2) avec les inerties de chaque axe et du plan.
 (vii) calculer $\frac{\chi^2}{k}$ où $k=\sum_i \sum_j k_{i,j}$ conclure.

Exercice 5

Soit le tableau $K_{n \times p}=[k_{ij}]$ des effectifs croisant deux variables qualitatives I et J $K_{6 \times 4} =$

1	0	0	1
1	0	1	0
1	0	1	0
0	1	1	0
0	1	0	1
1	0	0	1

Questions

(i) Donner la matrice des fréquences $F_{n \times p} = [f_{ij}]$, la matrice D_n matrice diagonale des masses (poids) de $\mathcal{N}(\mathcal{I})$

(ii) Donner la matrice $X_{n \times p}$ matrice des profils lignes, quelle est sa particularité ?

(iii) Calculer g le centre de gravité des profils lignes.

(iv) Calculer la matrice V_g en déduire $S_g = V_g D_p^{-1}$ avec D_p matrice diagonale d'élément $f_{.j}$ $j=1, \dots, p$

(v) Calculer la matrice V_0 en déduire $S_0 = V_0 D_p^{-1}$

(vi) Calculer $\text{tr}(S_g)$ et $\text{tr}(S_0)$

(vii) Déduire la relation entre I_g et I_0 (Rappeler le théorème appliqué)

Indication: On vous donne:

• Le spectre de $S_g = V_g D_p^{-1}$: vecteurs propres $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ de valeur propre $\lambda = 0$.

vecteurs propres $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ de valeur propre $\lambda = \frac{1}{2}$

• Le spectre de $S_0 = V_0 D_p^{-1}$: vecteur propre $\begin{bmatrix} \frac{-4}{3} \\ \frac{-2}{3} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ de valeur propre $\lambda = 0$

vecteur propre $\begin{bmatrix} \frac{4}{3} \\ \frac{2}{3} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ de valeur propre $\lambda = 1$

$$\text{vecteurs propres } \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ de valeur propre } \lambda = \frac{1}{2}$$

Exercice 6

Pour les tableaux suivants de correspondance entre deux variables qualitatives I et J

On effectuera une AFC en détail

On calculera les inerties par rapport aux deux nuages (On vérifiera l'égalité).

On déterminera la matrice à diagonaliser (On vérifiera que l'étude par rapport à l'origine est identique par rapport à celle du centre de gravité)

et on conclura par la représentation graphique et l'interprétations des résultats.

Tableau I

$I \setminus J$	A	B	C
a	1	0	0
b	0	1	0
c	0	0	1

Tableau II

$I \setminus J$	A	B	C	D	E	F	G
α	1	0	0	0	1	1	1
β	0	1	0	1	0	1	1
γ	0	0	1	1	1	0	1

Tableau III

1	0	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0
1	0	1

Analyse des Correspondances Multiples (A C M)

Exercice 1

Soit le tableau R de codage brut: Réponses de 8 individus à 5 questions.

R=

2	3	1	1	1
1	2	2	2	1
3	1	4	1	2
1	3	1	3	1
2	4	1	3	1
1	2	3	2	1
3	2	3	2	2
3	1	5	1	3

Questions:

- (i) pourquoi ce tableau R n'est pas exploitable?
- (ii) Les questions 1, 3 et 5 ont combien de modalités?
- (iii) Donner le tableau Z tableau de codage binaire disjonctif complet.
- (iv) Calculer les inerties de toutes les questions et déduire l'inertie totale
- (v) Présenter le tableau de Burt B.

Exercice 2

Soit le tableau R de codage brut: Réponses de 6 individus à 4 questions.

R=

1	4	6	9
2	5	7	9
3	4	8	10
3	4	6	11
2	5	7	9
1	5	8	11

Questions:

- (i) Quels sont les inconvénients d'un tel tableau?
- (ii) Les questions 2 et 3 ont combien de modalités?
- (iii) Donner le tableau Z tableau de codage binaire disjonctif complet. Donner quelques propriétés.
- (iv) Calculer les inerties de la 1ière et la dernière questions
- (v) Donner le tableau de Burt.