Université de Biskra
Faculté des SENV
Département de Mathématiques

2^{eme} semestre, année 2020/2021
3^{eme} année licence Maths
Module: Probabilités Avancées

T.D. N^{0}2

Exercice n^0 01:

1. Calculer les fonctions génératrices des lois suivantes :

   a. Géométrique de paramètre $p \in]0,1[$.
   b. Poisson de paramètre $\lambda > 0$.

2. Calculer les fonctions génératrices des moments pour les lois suivantes :

   a. Bernoulli de paramètre $p \in]0,1[$.
   b. Uniforme sur $[0,1]$.
   c. Loi normale $\mathcal{N}(0,1)$.

Exercice n^0 02: Une boîte contient 9 boules numérotées 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 2. On effectue n tirages avec remise. Soit S_n la somme des numéros tirés.
Déterminer la loi de probabilité de la v.a. S_n.

Exercice n^0 03: Donner la fonction caractéristique de X et calculer $E(X)$ et $V(X)$:

1. Si X suit une loi de Bernoulli de paramètre p.
2. Si X suit une loi Binomiale $\mathfrak{B}(n,p)$.
3. Si X suit une loi exponentielle symétrique de paramètre $\lambda > 0$, c'est-à-dire si X a pour densité
$$f(x) = \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda|x|}.$$

Exercice n^0 04 (Devoir):

1. Calculer les fonctions génératrices des moments pour les lois Hypergéométrique, Binomiale négative.
2. Donner la fonction caractéristique de X qui suit une loi de Cauchy de paramètre λ, c'est-à-dire si X a pour densité
$$f(x) = \frac{\lambda}{\pi\left(\lambda^2 + x^2\right)}.$$

Exercice n^0 05: Soit $X \hookrightarrow \mathcal{N}(0,\sigma^2)$ et $\Phi(t)$ sa fonction caractéristique.

1. Montrer que $\Phi'(t) = -t\sigma^2\Phi(t)$, pour tout $t \in \mathbb{R}$.
2. En déduire $\Phi(t)$ pour tout $t \in \mathbb{R}$.

Exercice n^0 06: Montrer, en utilisant la fonction caractéristique, que la somme de deux v.a. de Poisson indépendantes est une v.a. de Poisson.