

Méthodes Statistiques

Corrigé de l'exercice 41

Une enquête réalisée sur un échantillon de 500 ménages a montré que 419 d'entre eux possédaient une connexion internet. Peut-on dès lors rejeter, à l'aide d'un test bilatéral, l'hypothèse que 80% des ménages ont une connexion internet.

Il s'agit d'un test de conformité (test à un échantillon) sur les proportions.

On fait l'hypothèse H_0 suivante :

$$H_0 : p = p_0 = 0.8$$

La question posée demande de faire un test bilatéral, autrement dit de considérer l'hypothèse H_1 suivante :

$$H_1 : p \neq 0.8$$

La statistique du test est :

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$$

où \hat{p} est la fréquence empirique.

Sous l'hypothèse H_0 , la variable Z suit asymptotiquement une loi normale $\mathcal{N}(0, 1)$. Comme on a un grand échantillon ($500 > 30$), on peut utiliser ce résultat asymptotique.

On calcule

$$\hat{p} = \frac{419}{500} = 0.838$$

On obtient alors

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}} = \frac{0.838 - 0.8}{\sqrt{\frac{0.8(1 - 0.8)}{500}}} = 2.124$$

Le quantile de la loi normale $\mathcal{N}(0, 1)$ au seuil 5% est 1.96.

Puisque $2.124 > 1.96$, on rejette l'hypothèse H_0 , au risque 5% de se tromper.