Corrigée de la feuille d'exercices

Exercice 1 ***1. Identification des variables*** *: Le profit hebdomadaire évolue en fonction du nombre de tables et bureaux fabriqués. Le problème consiste donc a déterminer les nombres de tables et bureaux qui permettent de réaliser le profit le plus important. On note :*

$x_1 =$ *le nombre de tables a fabriquer par semaine*

$x_2 =$ *le nombre de bureaux a fabriquer par semaine*

2. Fonction objectif : *Le profit hebdomadaire z s'obtient a partir de l'expression,*

$$z = 30x_1 + 40x_2.$$

L'objectif poursuivi consiste à trouver le couple de valeurs x_1 et x_2 qui maximise le profit hebdomadaire z :

$$\max z = 30x_1 + 40x_2.$$

3. Contraintes : *Les valeurs prises par x_1 et x_2 sont limitées par les disponibilités des ateliers. Ainsi, il convient de prendre en compte :*

− ***Contraintes de production :*** *Par exemple, le temps utilisé pour assembler tables et bureaux ne peut excéder les $10 heures$ disponibles. Ce qui s'écrit donc :*

$$2.5x_1 + x_2 \leq 10.$$

De même, pour le polissage et la mise en caisse, on écrit

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 &\leq 10 \\ x_1 + 5x_2 &\leq 8. \end{aligned}$$

− ***Contraintes de non-négativité*** *: Ce type de contraintes ne figure pas de manière explicite dans l'énoncé. Cependant son caractère est évident car les nombres de tables et de bureaux à fabriquer ne peuvent être que positives ou nulles :*

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Le programme linéaire ainsi défini s' ecrit :

$$\begin{cases} \max & z = 30x_1 + 40x_2 & \\ s.c & 2.5x_1 + x_2 & \leq 10 \\ & 3x_1 + x_2 & \leq 10 \\ & x_1 + 5x_2 & \leq 8 \\ & \quad x_1 \geq 0, x_2 & \geq 0. \end{cases}$$

Exercice 2 ***1. Identification des variables :*** *Le coût est fonction des quantités achetées des deux types d'engrais. Appelons :*

$x_1 =$ *la quantité d'engrais de type 1 à acheter*

$x_2 =$ *la quantité d'engrais de type 2 à acheter*

2. Fonction objectif : *Le coût z s'obtient a partir de l'expression*

$$z = 120x_1 + 60x_2.$$

L'objectif poursuivi consiste à trouver la combinaison des valeurs x_1 et x_2 qui minimise le coût z :

$$\min z = 120x_1 + 60x_2.$$

3. Contraintes : *Les valeurs prises par x_1 et x_2 sont limitées par les exigences minimales du mélange. Ainsi, il convient de prendre en compte :*

− ***Contraintes de mélange :*** *Par exemple, il faut au moins 15 unités de potasse dans le mélange. Ce qui s'écrit :*

$$3x_1 + x_2 \geq 15$$

De même, pour le nitrates et le phosphate, on écrit

$$\begin{aligned} x_1 + 5x_2 &\geq 20 \\ 3x_1 + 2x_2 &\geq 24 \end{aligned}$$

−***Contraintes de non-négativité :*** *Elles assurent que les quantités achetées ne peuvent être que positives ou nulles $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$.*

Le programme linéaire ainsi défini s' écrit :

$$\begin{cases} \min & z = 120x_1 + 60x_2 & \\ s.c & 3x_1 + x_2 & \geq 15 \\ & x_1 + 5x_2 & \geq 20 \\ & 3x_1 + 2x_2 & \geq 24 \\ & \quad x_1 \geq 0, x_2 & \geq 0. \end{cases}$$

Exercice 3 – ***Choix des variables de décision :*** *On note par* x_i *le nombre d'articles de type* $i(=1;2;3)$ *à produire par semaine. On a alors les contraintes suivantes :*

– ***Contraintes du marché :***

$$\begin{cases} x_1 \leq 1000 \\ x_2 \leq 500 \\ x_3 \leq 1500 \end{cases}$$

– ***Contrainte technique (Heures disponibles) :***

$$\frac{x_1}{50} + \frac{x_2}{25} + \frac{x_3}{75} \leq 45.$$

– ***Bénéfice :***

$$\max z = 4x_1 + 12x_2 + 3x_3.$$

Exercice 4 – ***Choix des variables de décision :*** *Posons :*

x_1 *=nombre de milliers de voitures de type 1 produites par semaine.*

x_2 *= nombre de milliers de voitures de type 2 produites par semaine.*

1. On constate (aprés simpli cations) que

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 & \leq 6 \\ 10x_1 + 20x_2 & \leq 15 \\ x_1 & \leq 0.8 \\ \qquad x_1 \geq 0, x_2 & \geq 0. \end{cases}$$

–***Détermination de l'objectif*** *: Posons z = le profit net (marge) . On a*

$$z = 50x_1 + 45x_2.$$