2021/2022

Université SAAD DAHLAB Blida1
Département de Mathématiques

Rattrapage de Probabilités

Exercice 1 : (5 pts)

Lors d'une collecte de sang, 18 personnes se sont présentées. Parmi celles-ci, on a noté 11 personnes du groupe O, 4 personnes du groupe A, 2 personnes du groupe B et une personne du groupe AB. A l'issue de la collecte, on prélève au hasard 3 flacons parmi les 18 obtenus.
Calculer la probabilité des événements suivants :

1. les sangs des 3 flacons appartiennent au même groupe ;
2. parmi les 3 flacons prélevés, il y a au moins 1 flacon contenant du sang du groupe A ;
3. les sangs des 3 flacons appartiennent à trois groupes différents.

Exercice 2 : (8 pts)

Dans une parfumerie, on remet à chaque client un échantillon de parfum gratuit lors du passage en caisse. Parmi les échantillons disponibles :

- 55% sont des parfums pour femme, les autres sont pour homme ;
- 48% des parfums pour homme sont de la marque Alpha ;
- 12% des parfums pour femme sont de la marque Alpha.

L'hôtesse de caisse choisit un échantillon de parfum au hasard. On admet que chaque échantillon a la même probabilité d'être choisi.
On définit les évènements suivants :

F : « l'échantillon choisi est un parfum pour femme » ;
H : « l'échantillon choisi est un parfum pour homme » ;
A : « l'échantillon choisi est de la marque Alpha ».

1. Traduire la situation à l'aide d'un arbre en indiquant les probabilités sur chaque branche.
2. Calculer la probabilité que l'échantillon choisi est un parfum pour homme et de la marque Alpha.
3. Calculer la probabilité que l'échantillon choisi est de la marque Alpha.
4. Peut-on affirmer que moins de 10% d'échantillons qui ne sont pas de la marque Alpha sont des échantillons de parfum pour homme ?
5. L'hôtesse de caisse choisit quatre échantillons de façon indépendante. Calculer la probabilité d'avoir :
   a. Exactement deux échantillons de la marque Alpha.
   b. Au moins un échantillon de la marque Alpha.

Exercice 3: (7 pts)

Une entreprise fabrique des montres électroniques susceptibles de présenter deux types de défauts notés A et B. On admettra que 5% des montres sont concernées par le défaut A, 3% par le défaut B et 1% par les deux. On prélève au hasard une montre dans la production. On note les événements :

A : "la montre présente le défaut A."
B : "la montre présente le défaut B."

1. A et B sont-ils indépendants ? Justifier
2. *Quelle est la probabilité pour que la montre présente :*
   a. *au moins l'un des deux défauts ?*
   b. *ne présente aucun des deux défauts?*
3. *L'entreprise fabrique un grand nombre de montres par semaine. Chaque montre a un coût de fabrication de 2000DA. La réparation de défaut A coûte 500 DA à l'entreprise, la réparation de défaut B coûte 100DA et la réparation des deux défauts coûte 1000 DA.*

On considère la variable aléatoire X qui, à chaque montre, associe son prix de revient total (coût de fabrication et coût de la réparation éventuelle).

a. Déterminer la loi de probabilité de X.
b. Calculer l'espérance de X. Interpréter.

BON COURAGE

L2/Maths Corrigé : probabilité 2021/2022

Exo1, (5 pts)

$|\Omega| = C_{18}^{3} = 816.$ 01

1. $|A| = C_{11}^{3} + C_{4}^{3} = 169.$ 01

$\Rightarrow p(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{169}{816} = 0,207.$

2. $|B| = C_{18}^{3} - C_{14}^{3} = 452.$ ou bien

$C_{4}^{1} \times C_{14}^{2} + C_{4}^{2} \times C_{14}^{1} + C_{4}^{3} = 452.$ 01,5

$\Rightarrow p(B) = \frac{452}{816} = 0,55.$

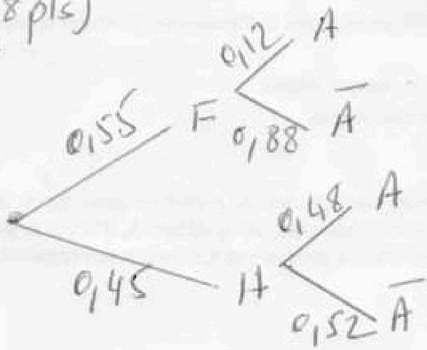
3. $|C| = C_{11}^{1} \times C_{4}^{1} \times C_{2}^{1} + C_{11}^{1} + C_{4}^{1} \times C_{1}^{1} + C_{11}^{1} \times C_{2}^{1} \times C_{1}^{1}$

$+ C_{4}^{1} \times C_{2}^{1} + C_{1}^{1} = 162.$ 01,5

$\Rightarrow p(C) = \frac{162}{816} = 0,198.$

Exo2, (8 pts)

1.



01

2. $p(H \cap A) = p(H)\, p(A/H) = 0,45 \times 0,48 = 0,216.$ 01

3. $p(A) = p[(A \cap H) \cup (A \cap F)] = p(A \cap H) + p(A \cap F)$ 0,75

$= p(H)\, p(A/H) + p(F)\, p(A/F).$ 0,75

$= 0,216 + 0,55 \times 0,12 = 0,282.$

4. $P(H/\bar{A}) = \dfrac{P(H \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \dfrac{P(H)\,P(\bar{A}/H)}{1 - P(A)} = \dfrac{0{,}45 \times 0{,}52}{0{,}718} = 0{,}325$ 01

Non. on a plus de 10% 0,5

5. a. $C_4^2\, P(A_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3 \cap \bar{A}_4) = C_4^2\, P(A_1)^2\, P(\bar{A}_2)^2$.

0,5 $= 6 \times (0{,}282)^2 (0{,}718)^2 = 0{,}245$.

Avec A_i: " Le $i^{ème}$ échantillon est de la marque Alpha" $i=1,4$

b. $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4) = 1 - P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3 \cap \bar{A}_4)$.

$= 1 - [P(\bar{A}_1)]^4$.

0,5 $= 1 - (1 - P(A_1))^4$

$= 1 - (0{,}718)^4 = 0{,}734$

Exo 3. (7pts)

$P(A) = 0{,}05$, $P(B) = 0{,}03$; $P(A \cap B) = 0{,}01$.

1. $P(A \cap B) = 0{,}01 \neq P(A) \times P(B) = 1{,}5 \times 10^{-3}$ 0,75

donc A et B ne sont pas indpts

2. a. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 0,75

$= 0{,}05 + 0{,}03 - 0{,}01 = 0{,}07$.

b. $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0{,}93$ 01

3. $X(\Omega) = \{2000, 2100, 2500, 3000\}$. 01

a. La loi de probabilité de X.

- $P(X=2000) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}93$ (0,5)
- $P(X=2100) = P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0{,}02$ (0,5)
- $P(X=2500) = P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0{,}04$ (0,5)
- $P(X=3000) = P(A \cap B) = 0{,}01$ (0,5)

Avec $\displaystyle\sum_{x \in X(\Omega)} P_X(x) = 1$. (0,25)

x	2000	2100	2500	3000
$P_X(x)$	0,93	0,02	0,04	0,01

b. $E(X) = \displaystyle\sum_{x \in X(\Omega)} x\, P_X(x) = 2032$. (0,75)

représente le prix moyen de revient d'une montre. (0,5)