



Année Universitaire : 2018/2019  
Niveau : 2<sup>ème</sup> Année M.A.S.  
Module : Processus Stochastiques 3

### Examen de T.D n°2

1. **Application directe de la formule d'Itô.** Soit  $B$  un mouvement brownien standard.

(a) Montrer que le processus:

$$U_t := 2 + t^2 + \sin(B_t)$$

est un processus d'Itô.

(b) Donner une martingale  $M$  telle que  $U - M$  est un processus dont les trajectoires sont de classe  $C^1$ .

2. **Etude d'une martingale.** Soit  $(B)$  un mouvement Brownien standard. On définit, pour tout  $t \in [0, 1[$ :

$$M_t = \frac{1}{\sqrt{1-t}} \exp\left[-\frac{B_t^2}{2(1-t)}\right].$$

(a) Montrer que  $dM_t = \frac{-B_t}{1-t} M_t dB_t$ .

(b) Montrer que  $(M_t)_{t \in [0,1[}$  est une martingale (par rapport à la filtration Brownienne).

(c) Par la croissance comparée, calculer la limite p.s. de  $M_t$  quand  $t$  tend vers  $1^-$ .

(d) Calculer  $E(M_t)$ .