TP N°1

EXERCICE N° 1:

1. Écrire une fonction qui permet de générer les n premiers termes de la suite de nombres pseudo-aléatoires issu de la définition
$$x_i = (a \times x_{i-1} + c) \bmod m.$$
2. Tester votre fonction pour $n = 100$,
   (i) $a = 5$, $c = 5$, $x_0 = 1$ et $m = 32$.
   (ii) $a = 13$, $c = 3$, $x_0 = 0$ et $m = 1024$.
   (iii) $a = 1664525$, $c = 1013904223$, $x_0 = 0$ et $m = 2^{32}$.
   (iv) $a = 65539$, $c = 0$, $x_0 = 1$ et $m = 2^{31}$.
3. Modifier la fonction précédente pour qu'elle donne comme sortie la suite $u_n = \dfrac{x_n}{m}$.
4. Après avoir généré un échantillon $u_1, \ldots, u_n$ de taille n, représenter leurs histogramme.
5. Comparer graphiquement la fonction de répartition empirique avec la fonction de répartition théorique de la loi uniforme sur $[0, 1]$.

EXERCICE N° 2:

1. Définir une fonction calculant la statistique de Kolmogorov-Smirnov associée à une suite de nombres $x_1, \ldots, x_n$ et une fonction de répartition $\mathbb{F}$.
2. Utiliser cette fonction sur des petits échantillons obtenus par la méthode des congruences linéaires et censés se répartir uniformément sur $[0, 1]$. Comparer les valeurs obtenues avec le ou les quantiles d'ordre $1 - \alpha = 0.95$ correspondants dans la table des quantiles des lois de Kolmogorov.

EXERCICE N° 3:

1. Définir une fonction calculant la statistique du χ^2 associée à une suite de nombres $u_1, \ldots, u_N$ et la fonction de répartition de la loi uniforme sur $[0, 1]$:
   (i) On répartit les valeurs de l'échantillon (de taille N) dans k classes distinctes et on calcule les effectifs de ces classes. Appelons $n_1, \ldots, n_k$ les effectifs observés et $n_{t,1}, \ldots, n_{t,k}$ les effectifs théoriques.
   (ii) On calcule $\chi^2 = \displaystyle\sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - n_{t,i})^2}{n_{t,i}}$
   (iii) On compare ensuite cette valeur avec le quantile d'ordre $1-\alpha$ de la loi du Khi-deux à $k-1$ degrés de liberté, $\chi^2_{k-1,1-\alpha}$. On rejette l'hypothèse que l'échantillon est issu de la loi uniforme sur $[0, 1]$ si $\chi^2 > \chi^2_{k-1,1-\alpha}$.
2. Utiliser cette fonction sur des petits échantillons obtenus par la méthode des congruences linéaires et censés se répartir uniformément sur $[0, 1]$.