CHAPITRE 1

TRAVAUX PRATIQUES

L'approche de ce chapitre est résolument pratique. Son objectif est, d'une part, de repreduire par simulation les trajectoires et les diverses caractéristiques des modèles étudiés et d'autre part, d'expliquer comment les modèles sont spécifiés pour différents types de données.

Les exercices sont à faire en utilisant le logiciel R qui peut être téléchargé gratuitement à l'adresse suivante : **http ://www.r-project.org/** .

Par ailleurs, les packages **tseries** et **chron** sont nécessaires. Ils sont téléchargeables gratuitement à l'adresse précédente.

Les fichiers *.dat* auxquels on fait références tout au long de ce chapitre sont directement donnés sous forme de tableaux.

Exercice 1.1 Simuler une série $X = (X(k))_k$ commençant par le deuxième trimestre 1990 et finissant le troisième trimestre 2000, telle que

$$X_t = a_t + S_t + \epsilon_t$$

- La tendance est $a_t = 0.02 \times t + 3$
- Le saisonnier S est une fonction périodique de période 1 an, telle que $S = 3$ au premier trismestre, $S = 5$ au second, $S = -1$ au troisièmentet $S = -7$ au quatrième.
- ϵ est un bruit blanc gaussien de variance 1.

```
t<-1:120 # Le temps
eps<-rnorm(120) # Le bruit blanc
a<-0.02*t + 3 # La tendance
s<-rep(c(3,5,-1,-7),30) # La saisonnalit\'e
X<- a+ eps +s # La s\'erie simul\'e
```

Exercice 1.2 L'objectif de cet exercice est de mettre en pratique différentes procédures de régression permettant d'estimer les tendances d'une série chronologique. Les différents codes permettant d'estimer la tendance seront donnés ainsi que le code permettant de choisir le degré du pôlynome qui estime le mieux la tendance. On utilisera les données de la séries simulée X de l'exercice précédent et la tendance t

Régression linéaire simple

```
          ##########  R\'egression lin\'eaire simple #############
 reg1=lm(X~t) # R\'egression lin\'eaire de X par t
 plot(reg) # Visualisation du graphe
 names(reg1) # Diff\'erents composants associ\'es \`a reg1.
 reg1\$coef # coefficients de reg1.
 abline(reg1) # Droite de r\'egression s'ajoutant \`a la s\'erie
    chronologique.
 summary(reg1) # R\'esuma r\'egression.
 segments(t,reg1\$fit,t,X) #  Visualisation des r\'esidus.
 reg1\$res # Valeurs des r\'esidus.
  win.graph() #  On cr\'ee une nouvelle fen\^etre graphique.
par(mfrow=c(2,2)) # On divise cette fen\^etre en (2,2).
polot(reg1\$,las=1) # 4 graphiques permettant d'analyser les r\'esultats
```

Régression polynômiale de degré 2.

```
reg2=lm(X~poly(t,2)) # Ajustement polyn\^omiale (degr\'e $2$).
plot.ts(X) # Graphique de la s\'erie chronologique.
lines(t,reg2\$fit) # Graphique du polyn\^ome associ\'e.
summary(reg2) # Analyse d\'etaill\'ee de la r\'egression.
segments(t,reg2\$fit,t,X) # Visualisation des residus.
```

Régression polynômiale de degré 9.

```
reg9=lm(X~poly(t,9)) # Ajustement polyn\^omiale (degr\'e $9$).
 #######  Refaire les m\^emes d\'emarches que pr\'ec\'edement.######
```

Choix du degré du polynôme avec les critères AIC et BIC

library(MASS)	On charge le package MASS.
long=length(t)	
kmaw=10	Degré maximum du polynôme.
Z=matrix(nrow=long,ncol=kmax+1)	On définit la matrice Z.
for (i in 1 :long)	
for $(j \in 1 : (kmax + 1))$	
$Z[i, j] < -i^{(j-1)}$	
ZZ=as.data.frame(Z)	On transforme Z en objet "data.frame"
x.lm=lm(X .,data=ZZ)	
x.AIC=stepAIC(x.lm,k=2)	On utilise une commande qui minimise le critère AIC
x.BIC=step(x.l m,k=log(long),trace=FALSE)	Même chose mais avec le critère BIC
	Commentaire sur le résultat ?

Exercice 1.3 — Fonction d'auto-corrélation partielle On se propose dans cet exercice de visualiser les propriétés de la fonction d'auto-corrélation (ACF) et de la fonction d'auto-corrélation partielle (PACF).

1. Simuler un MA(q) pour différentes valeurs de q.

2. Tracer la fonction d'auto-corrélation et sa fonction d'auto-corrélation partielle. Que remarquez-vous ?
3. Tracer sa fonction d'auto-corrélation et sa fonction d'auto-corrélation partielle. Que remarquez vous ?

Correction.

1.

On pourra utiliser la fonction **arima.sim**. Par exemple, pour simuler 1000 réalisations d'un processus $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ satisfaisant $X_t = Z_t + 0.5Z_{t-1} + 0.3Z_{t-2}$, où les Z_t sont iid $\mathcal{N}(0,1)$, on peut utiliser

```
arima.sim(n=200,list(ar=c(),ma=c(0.5,0.3)))
```

2.

On utilise les fonctions **acf** et **pacf** de R. On donne dans le tableau ci-dessous un récapitulatif de la forme de la fonction des autocorrélations et des autocorrélations partielles pour différents processus stationnaires :

Processus	Autocorrélation $\rho_X(h)$	Autocorrélation partielle $\tau_X(h)$
AR(p)	amortie	nulle pour $h > p$
MA(q)	nulle pour$h > q$	amortie
ARMA(p,q)	amortie	amortie

Exercice 1.4 Etudier en détail les données suivantes correspondant au nombre de ventes mensuelles d'un magasin entre le mois de février 2004 et le mois de Mai 2012.

```
> ventes
       Jan   Feb   Mar   Apr   May   Jun   Jul   Aug   Sep   Oct   Nov   Dec
2004       101.0 101.5 102.0 102.5 103.0 104.2 104.0 104.1 105.5 107.2 107.3
2005 107.5 107.4 109.0 111.2 114.2 118.0 121.5 125.0 129.5 133.5 137.5 140.3
2006 142.5 145.5 151.1 155.4 156.7 155.7 153.5 151.8 149.7 148.5 148.2 147.8
2007 146.8 144.5 142.1 140.5 138.0 135.9 134.0 132.5 132.9 134.6 134.8 134.3
2008 136.0 139.0 140.0 138.5 137.5 136.8 133.1 131.1 129.2 127.5 125.0 122.0
2009 121.5 121.9 122.5 125.5 129.0 131.2 133.0 136.0 138.0 140.8 143.1 145.0
2010 146.5 147.0 149.5 152.0 155.0 156.5 155.9 155.9 156.5 157.0 156.7 157.0
2011 157.8 158.0 156.4 153.2 150.2 149.0 149.5 151.0 153.3 153.8 154.0 154.5
2012 154.7 156.0 158.1 160.5 166.2
```

Correction

Etape 1 : Représentation des données