Série3 de S.C: Estimation et Prevision

Ex1:

I) En supposant que le correlogramme d'une série temporelle consistant en 100 observations donne les valeurs: $\widehat{\rho}_1 = 0.31$, $\widehat{\rho}_2 = 0.37$, $\widehat{\rho}_3 = -0.05$, $\widehat{\rho}_4 = 0.06$, $\widehat{\rho}_5 = -0.11$, $\widehat{\rho}_6 = 0.11$, $\widehat{\rho}_7 = 0.08$, $\widehat{\rho}_8 = 0.07$, $\widehat{\rho}_9 = 0.12$, $\widehat{\rho}_{10} = -0.01$. Suggérer un modéle ARMA pouvant être approprié.

II) Les valeurs des AC et ACP de 60 observations d'une série economique et de la série de difference sont données:

		1	2	3	4	5	6	7	8
X_t	$\widehat{\rho}_h$	0.95	0.91	0.87	0.82	0.79	0.74	0.70	0.67
	$\widehat{\varphi}_{hh}$	0.95	0.04	-0.05	0.07	0.00	0.00	-0.04	-0.02
ΔX_t	$\widehat{\rho}_h$	0.02	0.08	0.12	0.05	-0.02	-0.05	-0.01	0.03
	$\widehat{\varphi}_{hh}$	0.02	0.08	0.06	0.03	-0.05	-0.06	-0.04	-0.02

Identifier un modèle pour les séries.

Ex2:

I) On vous donne les valeurs suivantes provenant d'un processus autorégressif d'ordre 1: -1.1, 2.6, 4.3, - 1.1, 9.7, 4.1 - 0.6, 2.2.

Estimer la valeur de φ_{11} à partir des données ci-dessus.

II) Trouver les estimateurs de Yule–Walker des paramètres θ et σ^2 du modèle MA(1) en supposant que $|\rho_1| < \frac{1}{2}$.

Ex3:

I) a) On suppose que X_t est un processus $AR(2)$, estimer les paramètres par la methode des moments.

b) Les estimateurs des moments suivants ont été obtenus après l'observation de $X_1, ..., X_{200}$: $\widehat{\gamma}_0 = 6.06, \widehat{\rho}_1 = 0.687, \widehat{\rho}_2 = 0.610$.

Trouver des estimateurs de φ et σ^2 à l'aide des équations de Yule–Walker. Ces estimateurs sont ils significatifs?

II) On vous donne les estimations suivantes: $\widehat{\gamma}_0 = 8.903, \widehat{\rho}_1 = 0.849, \widehat{\rho}_2 = 0.519$ et $n = 144$. Estimer les paramètres d'un $AR(2)$ par la methode des moments. Donnez l'IC du paramètre φ_2 au niveau $\alpha = 0.05$.

IV) Calculer les estimateurs des moindres carrés pour un processus:* AR(1) *AR(2). Donnez la distribution asymptotique des coefficients.

Ex4:

I) La table suivante montre les 10 premières valeurs des AC et ACP pour une série de 60 observations:

h	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\widehat{\rho}_h$	0.912	0.801	0.649	0.486	0.322	0.162	0.027	-0.088	-0.164	-0.221
$\widehat{\varphi}_{hh}$	0.912	-0.412	-0.144	-0.115	-0.072	-0.100	0.050	-0.070	0.115	-0.135

1-Faire les graphes des AC et ACP.

2-Identifier un modèle pour la série.

3-Estimer les paramètres avec leur écart type. Conclure.

(On donne $\sigma_X^2 = 0.089$).

II) Une série de n=82 observations a été modélisé par le modèle: $\Delta X_t = (1 - 0.6L)\,\varepsilon_t$, les AC résiduelles sont

h	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\rho_h(\widehat{\varepsilon})$	0.39	0.20	0.09	0.04	0.09	-0.13	-0.05	0.06	0.11	0.02

1-Faire le graphe des AC résiduelles.
2-Faire le test de Box-Ljung de non corrélation des résidus. Conclure.

Ex5:

I) Trouver une expression pour $\widehat{X}_t(h)$ pour les processus suivants:
*MA(1)-*AR(1)-*$(1 - L)(1 - 0.2L)X_t = (1 - 0.5L)\,\varepsilon_t$.
Trouver la variance de l'erreur de prévision pour $h = 1, 2, 3$.
Si $\varepsilon_N = 1, X_N = 4, X_{N-1} = 3$ et $\sigma_\varepsilon^2 = 2$. Montrer que $\widehat{X}_N(2) = 3.64$ et l'écart type de l'erreur de prévision est 1.72.(3^{eme}modèle).
II) 1-Soit X_t un processus $ARIMA(2, 1, 0)$.
Trouver une expression pour la prévision $\widehat{X}_t(h)$.
2-Soit X_t un processus $ARIMA(0, 1, 1)$.
a- Trouver une expression pour la prévision $\widehat{X}_t(h)$.
b-Trouver la variance de l'erreur de prévision $\forall h$.
III) Donner la prévision pour les horizons $h = 1$ et $h = 2$, pour les modèles suivants:
1-$X_t - 0.5X_{t-1} = \varepsilon_t$. 2-$\Delta X_t = \varepsilon_t - 0.5\varepsilon_{t-1}$
3-$(1 - 0.6L)\,\Delta X_t = \varepsilon_t$

Ex6:

1-Soit X_t un processus $ARIMA(1, 2, 0)$, trouver une expression pour $\widehat{X}_t(h)$.
2-On vous donne les valeurs suivantes d'une série X_t :
0- 0- 3- 4- 5- 7- 6- 3- 8- 9.
Après analyse, le modèle suivant est jugé adéquat pour cette série :
$(1 + 0.6L)(X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2}) = \varepsilon_t$ où $\varepsilon_t \to BB(0, 9)$
a-Identifier le modèle ci-dessus.
b-Soit $W_t = \Delta^2 X_t$ .Identifier ce processus.
c-Calculer la meilleure prévision de X_{12} et l'erreur quadratique moyenne de $X_{10}(2)$.