Université Blida 1 — 2020/2021

Département de Maths — L3, S6

Série d'exos, n° 1 ;

Le résultat facile ou fixe

Exo 1 ; Soit X une v.a suivant la $\boxed{\text{loi de Bernoulli}}$ de paramètre p. Trouver $M_X(t)$ et $\varphi_X(t)$.

En déduire $\varphi_Y(t)$ si $Y \rightsquigarrow B(n,p)$;

Exo 2 Soit $X \rightsquigarrow P(\lambda)$; Calculer $M_X(t)$ et en déduire $\varphi_X(t)$;

Exo 3 Soit X une v.a. continue de densité $f_X(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$ pour $x \in \mathbb{R}$;

Laplace

a) Trouver $M_X(t)$ et en déduire $\varphi_X(t)$

b) Calculer $E(X^{2n})$ et $E(X^{2n+1})$.

Exo 4 Soit X v.a. Uniforme sur $[a,b]$, a) Trouver $M_X(t)$ et $\varphi_X(t)$

plus importante

b) donner la fonction de répartition de X, ainsi que la variance de X.

c) Soit $X_1, X_2, \dots, X_n$ étant n v.a. indépendantes qui suivent la loi uniforme sur $[0,1]$

Trouver les lois des v.a : $W = \sup(X_i)$, $Z = \inf(X_i)$ et la loi du couple (W, Z).

Exo 5

On se donne une v.a réelle X dont la densité de probabilité $f_X(\cdot)$ est continue.

① Déterminer la densité de probabilité des v.a suivante $Y = |X|$, $Z = X^2$, $T = \frac{1}{X}$

② Applications $X \rightsquigarrow \mathcal{U}_{[0,a]}$, $a>0$

Exo 6 : Soit X une v.a. suivant la loi $\gamma(a, p)$

sa densité est donnée par : $f_X(x) = \begin{cases} k e^{-px} x^{a-1} & \text{si } x>0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

① Déterminer k.

② Trouver la fonction génératrice et en déduire la fonction caractéristique, ainsi que la variance et les moments de X.

③ Montrer que la v.a. $Z = X^2$ suit la gamma à déterminer.

④ Si X et Y sont indépendantes de lois respectives $\gamma(a, p)$ et $\gamma(b, p)$, Trouver les lois de :

$U = X + Y$, $V = \frac{X}{Y}$, $W = \frac{X}{X+Y}$.