

**Exercice 1**

---

1. Soit  $T_1$  et  $T_2$  sont deux temps d'arrêt montrer que

$$\inf(T_1, T_2), \sup(T_1, T_2) \text{ et } T_1 + T_2$$

sont aussi temps d'arrêts.

2. Montrer que si  $(T_k)_{k \geq 0}$  est une suite croissante de temps d'arrêt, alors  $T = \lim_{k \rightarrow \infty} T_k$  est un temps d'arrêt.

**Exercice 2**

---

Soit  $T$  un temps d'arrêt. Montrer que  $\mathcal{F}_T$  est une tribu.

**Exercice 3**

---

Soit  $T_1$  et  $T_2$  deux temps d'arrêt tels que  $T_1 \leq T_2$ . Montrer que  $\mathcal{F}_{T_1} \subset \mathcal{F}_{T_2}$

**Exercice 4**

---

Soit  $T_1$  et  $T_2$  deux temps d'arrêt. Montrer que  $\{T_1 \leq T_2\}, \{T_2 \leq T_1\}$  appartiennent à  $\mathcal{F}_{T_1}$ .

**Exercice 5**

---

Soit  $T$  un temps d'arrêt et  $X$  une variable aléatoire appartenant à  $\mathcal{F}_T$ , vérifiant  $X \geq T$ . Montrer que  $X$  est un temps d'arrêt.

**Exercice 6**

---

Soit  $T$  un temps d'arrêt. Montrer que  $X_T$  est  $\mathcal{F}_T$ -mesurable.