

**Examen de moyenne durée****Exercice 1. (Choix de la métrique en ACP). (09 points)**

- a) Montrer que l'ACP du triplet  $(X, D_{1/\sigma^2}, V)$  et celle de  $(Z, I_p, R)$ , avec  $Z = D_{1/\sigma} \cdot X$  sont équivalentes.
- b) Construire le schéma de dualité associé à partir du schéma de dualité du triplet  $(X, D_{1/\sigma^2}, V)$ .
- c) Que peut-on dire du choix des unités de mesure?. Basez vous sur un exemple pour justifier vos réponses.
- d) Montrer qu'en ACP normée ( si  $M = D_{1/\sigma^2}$ ), les vecteurs  $\sqrt{\lambda_k} \cdot u_k$  ( $u_k$  étant le  $k^e$  vecteur principal) contiennent les coefficients de corrélations linéaires des  $p$  variables  $x^1, \dots, x^p$  avec la  $k^e$  composante principale  $C^k$ .

**Exercice 2. (11 points)**

Réaliser l'Analyse en composantes principales de la matrice suivante, à partir de sa matrice de dispersion (données centrées mais non réduites) :

$$mat = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Comparer la qualité de la représentation des axes principaux. Que constate tu ?.

Représenter le nuage des points individus dans le plan principal.