

Université Mostefa Ben Boulaïd - Batna 2
Faculté de Mathématiques et d'Informatique
Département de Mathématiques

TD 02

Exercice 1 80 personnes s'apprêtent à passer le portique de sécurité. On suppose que pour chaque personne la probabilité que le portique sonne est égale à 0.02192. Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes faisant sonner le portique, parmi les personnes de ce groupe.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. X Calculer l'espérance de et interpréter le résultat.
3. Donner la valeur de :
 - (a) la probabilité qu'au moins une personne du groupe fasse sonner le portique.
 - (b) la probabilité qu'au maximum 5 personnes fassent sonner le portique.

Exercice 2 Pour la recherche d'un emploi, une personne envoie sa candidature à 25 entreprises. La probabilité qu'une entreprise lui réponde est de 0.2 et on suppose que ces réponses sont indépendantes. Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de réponse.

1. Trouver la loi de X .
2. Quelle est la probabilité, que la personne reçoive au moins 05 réponses ?

Exercice 3 On prend au hasard, en même temps, trois ampoules dans un lot de 15 dont 5 sont défectueuses. Soit X la variable aléatoire donnant le nombre des ampoules défectueuses.

1. Trouver la loi de X
2. Calculer la probabilité des événements :
 - (a) A : au moins une ampoule est défectueuse ;
 - (b) B : les 3 ampoules sont défectueuses ;
 - (c) C : exactement une ampoule est défectueuse.

Exercice 4 Dans une urne on dispose de 10 boules blanches et 20 boules noires. Deux joueurs tirent chacun une boule de l'urne. Si les deux boules tirées sont de couleurs différentes, le gagnant est celui qui a tiré une boule blanche. si les deux boules tirées sont de la même couleur, elles sont remises dans l'urne et on répète l'opération. On désigne par X le nombre de tirage nécessaires pour qu'il y ait victoire de l'un ou l'autre des deux joueurs.

1. Trouver la loi de X .
2. Calculer la probabilité que l'un des deux joueur gagne après le 5ème tirage.
3. Calculer l'espérance mathématique de X .

Exercice 5 Dans un service médical des urgences, le nombre de malades nécessitant l'appel du médecin de garde chaque 6H est en moyenne de 4. On note par X la variable aléatoire qui compte le nombre d'appel du médecin de garde.

1. Déterminer la loi de X
2. Déterminer l'espérance et la variance de X .
3. Quelle est la probabilité que le médecin de garde n'ait aucun appel entre 14h : 00 et 20h : 00
4. Quelle est la probabilité que le médecin de garde ait au moins deux appels entre 14h : 00 et 17h : 00

Exercice 6 La durée de vie X , en heures, d'un composant électronique est modélisée par la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,005$.

1. Déterminer la fonction de répartition de la variable aléatoire X
2. Quelle est la probabilité que l'un des composant pris au hasard
 - (a) ait une durée de vie inférieure à 100h ?
 - (b) soit encore en état de marche au bout de 250h ?
3. Calculer la durée de vie en moyenne de l'un de ces composants.

Exercice 7 La durée de vie, en années, d'un composant radioactif est une variable aléatoire T qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda 0.0005$. Calculer

1. $\mathbb{P}(T < 1500)$, $\mathbb{P}(1500 < T < 2500)$, $\mathbb{P}(T > 3000)$
2. Calculer la probabilité que ce composant ne soit pas désintégré au bout de 2000 ans sachant qu'il n'a pas été désintégré au bout de 100 ans.
3. Calculer la durée de vie moyenne de l'un de ces composants.

Exercice 8 On mesure la taille en cm de 2500 hommes ; la distribution obtenue suit une loi normale de moyenne 169cm et d'écart-type 5.6cm.

1. Quel est le pourcentage d'hommes dont la taille est inférieure à 155cm ?
2. Quel est le pourcentage d'hommes dont la taille est comprise entre 155cm et 175cm ?
3. Quel est l'intervalle, centré sur la valeur moyenne de la taille, qui contient 60% de la population en question ?

Exercice 9 En 1955, Wechler propose un test de mesure de QI (Quotient intellectuel) des adulte auprès d'un échantillon représentatif de la population d'un age donné. les performances suivent une loi normale de moyenne égale à 100 et d'écart-type égal à 15.

1. Quel est la probabilité de personnes dont le QI est inférieur à 100 ?
2. Quelle chance a-t-on d'obtenir un QI compris
 - (a) entre 100 et 110 ?
 - (b) entre 95 et 100 ?
 - (c) entre 105 et 110
3. Une personne avec un score de 69 fait-elle partie des 5% inférieur de la distribution ?
4. En dessous de quel QI se trouve le tiers des individus ?
5. Quel QI minimum faut-il obtenir pour fair partie des 5% d'individus les plus performant ?

Exercice 10 Dans une entreprise, une machine produit des pièces dont les dimensions très précises doivent être respectées. la proportion des pièces défectueuses est de 3%. On examine 1000 pièces choisies au hasard et on note X la v.a. représentant le nombre de pièces défectueuses.

1. Par quelle loi peut-on approximer la loi de probabilité de la v.a. X ? Justifiez votre réponse.
2. Calculer la probabilité d'avoir plus de 50 pièces défectueuses.
3. Calculer la probabilité d'avoir entre 20 et 40 pièces défectueuses.
4. Calculer la probabilité pour que la différence absolue entre le nombre de pièces défectueuses et la moyenne soit inférieur ou égale à 15.

Exercice 11 On suppose que le pourcentage de gauchers est de 1%. Soit X la v.a. prenant comme valeurs le nombre de gauchers dans un échantillon de 200 personnes choisies au hasard.

1. Quelle est la loi de probabilité de la v.a. X ?
2. Par quelle loi peut-on approximer la loi de probabilité de la v.a. X ?
3. Quelle est la probabilité pour qu'il y ait plus de 4 gauchers dans l'échantillon ?

Exercice 12 On a observé dans un bureau de poste du centre ville de Batna, que la probabilité pour qu'une personne se présente à un guichet suit une loi de poisson dont l'espérance mathématique est égale à 1.4 client par minute. La probabilité pour que deux personnes entrent durant la même minute est considérée comme nulle et que l'arrivée des personnes est indépendante de la minute considérée.

1. Quelle est la loi de probabilité exacte du nombre de personnes qui se présentent à l'ouverture du bureau de poste entre 9h et 9h15 ?
2. Donner une valeur approchée de la probabilité pour que plus de 25 personnes se présentent au guichet entre 9h et 9h15 ?

Exercice 13 A la sortie d'une chaîne de fabrication, on prélève 10 pièces, une à une, sans remise, d'un lot de 200 pièces d'apparence identiques. on sait par ailleurs, que la proportion de pièces défectueuses dans ce lot est 7.5%.

1. Reconnaître la loi exacte du nombre de pièces défectueuses parmi les 10 pièces de l'échantillon prélevé.
2. Quelle est la probabilité d'avoir exactement 2 pièces défectueuse ? Plus de 3 et au plus de 5 pièces défectueuse ?
3. Par quelle loi discrète peut-on approcher la loi de X ? En déduire les valeurs approchées des probabilités précédentes.