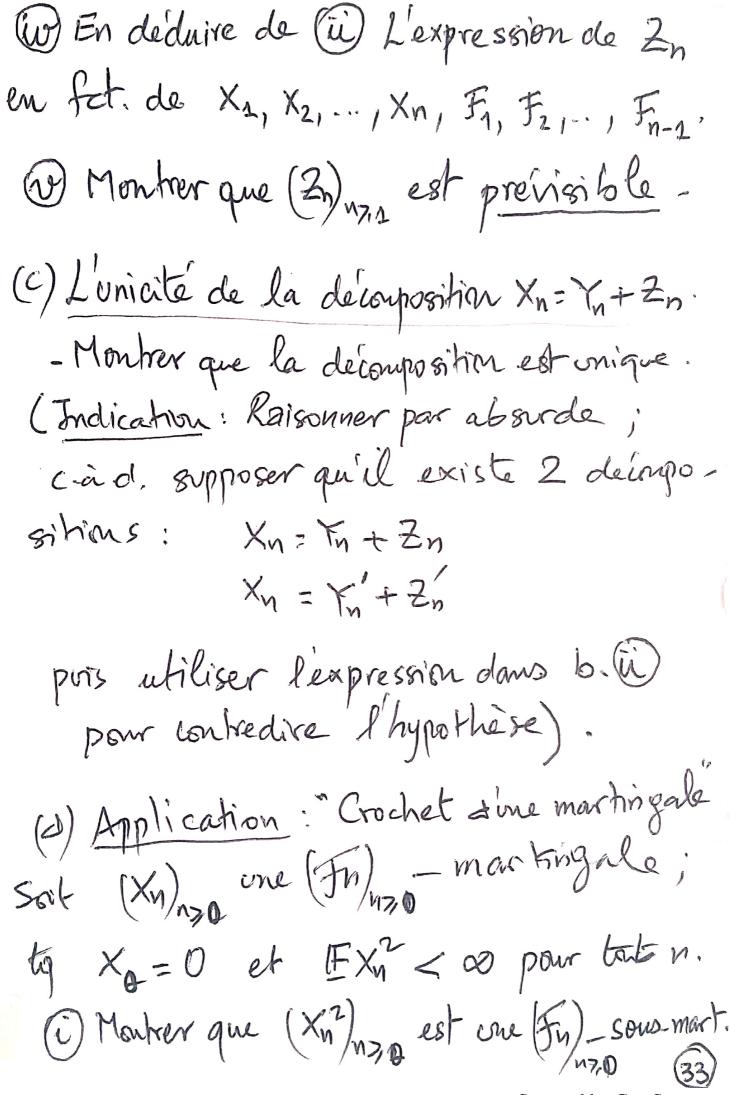
Devoir de Maison nº21
Dévoir de Maison nº2]  Dévoir de Maison nº2]  But: Démonstration du The de décomp de Date  1. Processus croissant:
Définition: Une svite de va. (Zn) rz1 est
dite processus croissant si:
② Z_=0.p.s. et Zn ≤ Zn+1 ps ∀n>1;
[ w EZn < ∞ Vn ≥ 1.
(a) Montrer que: $Z_n = n-1$ , $n \ge 1$ est un processus croissont.
(b) X: v.a. positive et integrable, Montrer
que: Zn = (n-1) X, n= 1 est un processors
croissant.
(c) Zn ~PN(0, n-1), n=1 et 2, 2,
sont indép.
- Montrer que (Zy) n'est pas un
(Indication, Mag. P(Zn= < Zn+1) + 1) (31)
, , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,

2. Décomposition d'une sous martingale:
Théorème (de décomposition de Doob)
Toute sous-martingale (Xn) (p.r.p. a (Fn)
Toute sous-martingale (Xn) (p.r.p. a (Fn) man) peut être écrite d'une manière unique comme :
$X_n = Y_n + Z_n$ , on $(Y_n)_{n \ge 0}$ est one
(Fy) nzo martingale et (Zn) nzo est un
processus prévisible croissant telque: ==0.
Posons:
(2) Montrer que (Tn) rest une (Fn) - mont.
(b) Soit Zn := Xn - Yn.
Wenfier que $Z_1 = 0$ .  Wenfier que $Z_1 = 0$ .  Exprimer $Z_{n+1} - Z_n$ en fonction
(ii) Exprimer Zn+1-Zn en tonction
de Xn, Xn+1 et Jn.
de Xn, Xn+1 et Fn.  (iii) En déduire que (Zn) non est croissant.

Scanned by CamScanner



Scanned by CamScanner

