

Strumenti Matematici di Base per Ingegneria Meccanica

Filippo Corvaro
GitHub — LinkedIn

Dipartimento di Ingegneria Industriale, Elettronica e Meccanica
Università degli Studi ROMA TRE
Anno Accademico 2024/2025

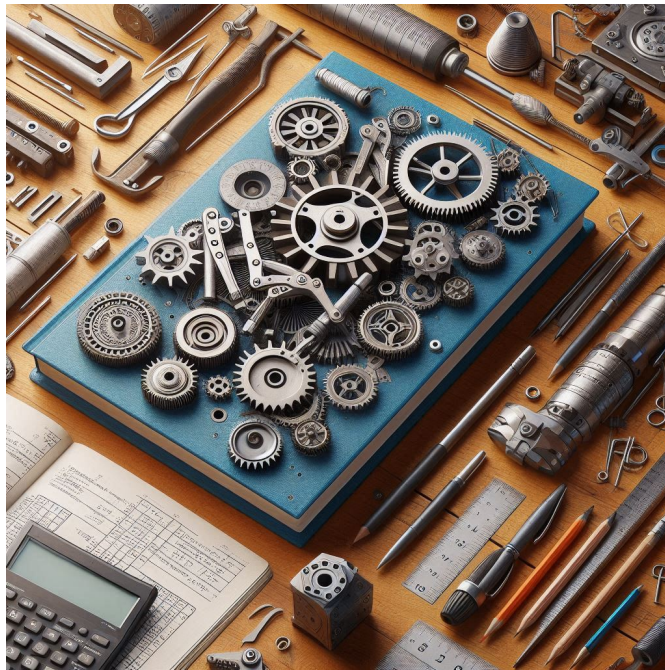


Figura 1: Immagine generata con Image Creator di Bing, basata sulla tecnologia DALL·E 3.

Introduzione

Questo documento è un piccolo riassunto concettuale degli strumenti di base utili per affrontare corsi più avanzati. Si consiglia di consultarlo frequentemente durante la preparazione degli esami.

1 Derivate

- Derivata di una costante: $\frac{d}{dx} C = 0$.
- Derivata di x^n : $\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$.
- Derivata di e^x : $\frac{d}{dx} e^x = e^x$.
- Derivata di $\ln(x)$: $\frac{d}{dx} \ln(x) = \frac{1}{x}$.
- Derivata di $\sin(x)$: $\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$.
- Derivata di $\cos(x)$: $\frac{d}{dx} \cos(x) = -\sin(x)$.
- Derivata di $\tan(x)$: $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$.
- Derivata di $\cot(x)$: $\frac{d}{dx} \cot(x) = -\frac{1}{\sin^2(x)}$.
- Derivata di a^x : $\frac{d}{dx} a^x = a^x \ln(a)$.
- Derivata di $\log_a(x)$: $\frac{d}{dx} \log_a(x) = \frac{1}{x \ln(a)}$.
- Derivata del prodotto: $\frac{d}{dx} [f(x)g(x)] = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$.
- Derivata del quoziente: $\frac{d}{dx} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$.
- Derivata di una costante moltiplicata per una funzione: $\frac{d}{dx} [Cf(x)] = Cf'(x)$.

2 Integrali

- Integrale di una costante: $\int C dx = Cx + C_1$.
- Integrale di x^n : $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ (per $n \neq -1$).
- Integrale di e^x : $\int e^x dx = e^x + C$.
- Integrale di a^x : $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln(a)} + C$.
- Integrale di $\frac{1}{x}$: $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.
- Integrale di $\sin(x)$: $\int \sin(x) dx = -\cos(x) + C$.
- Integrale di $\cos(x)$: $\int \cos(x) dx = \sin(x) + C$.
- Integrale di $\frac{1}{\cos^2(x)}$: $\int \frac{1}{\cos^2(x)} dx = \tan(x) + C$.
- Integrale di $\frac{1}{\sin^2(x)}$: $\int \frac{1}{\sin^2(x)} dx = -\cot(x) + C$.

2.1 Tecniche Risolutive di Integrali

2.1.1 Integrazione per Parti

La formula di integrazione per parti è:

$$\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int g(x) f'(x) dx$$

dove $f(x)$ è una funzione da derivare e $g(x)$ è una funzione da integrare.

2.1.2 Integrazione per Sostituzione

Per integrare mediante sostituzione, si usa:

$$\int f(g(x)) g'(x) dx = \int f(u) du$$

dove $u = g(x)$ e quindi $du = g'(x)dx$.

3 Trigonometria

3.1 Identità Trigonometriche Fondamentali

- $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$.
- $\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$.
- $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1 \Rightarrow 1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)} \Rightarrow 1 + \cot^2(x) = \frac{1}{\sin^2(x)}$.

3.2 Formule di Duplicazione

$$\begin{aligned}\sin(2x) &= 2 \sin(x) \cos(x). \\ \cos(2x) &= \cos^2(x) - \sin^2(x). \\ \tan(2x) &= \frac{2 \tan(x)}{1 - \tan^2(x)}.\end{aligned}$$

3.3 Formule di Bisezione

$$\begin{aligned}\sin\left(\frac{x}{2}\right) &= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos(x)}{2}}. \\ \cos\left(\frac{x}{2}\right) &= \pm \sqrt{\frac{1 + \cos(x)}{2}}. \\ \tan\left(\frac{x}{2}\right) &= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos(x)}{1 + \cos(x)}}.\end{aligned}$$

dove il segno \pm dipende dal quadrante in cui si trova l'angolo $x/2$.

3.4 Seno e Coseno degli Angoli Comuni

$$\begin{aligned}\sin(30^\circ) &= \frac{1}{2}, \quad \cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}. \\ \sin(45^\circ) &= \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}. \\ \sin(60^\circ) &= \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos(60^\circ) = \frac{1}{2}.\end{aligned}$$

3.5 Legge dei Seni

La legge dei seni afferma che:

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

dove a, b, c sono i lati di un triangolo e α, β, γ sono gli angoli opposti ai rispettivi lati.

3.6 Legge dei Coseni

La legge dei coseni afferma che:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$$

dove a, b, c sono i lati di un triangolo e γ è l'angolo tra i lati a e b .