

Rapport

Estimation de la bathymétrie des rivières à partir de mesures de surface

Réalisé par

Félix Foucher de Brandois

1 Introduction

L'objectif de ce rapport est de présenter les résultats d'une étude sur l'estimation de la bathymétrie des rivières à partir de mesures de surface. Le modèle d'écoulement considéré est le modèle semi-linéarisé, décrit par l'équation :

$$-\Lambda_{ref}(b)(x) \frac{\partial^2 H}{\partial x^2}(x) + \frac{\partial H}{\partial x}(x) = \frac{\partial b}{\partial x}(x) \quad \forall x \in [0, L] \quad (1)$$

avec les conditions aux limites de Dirichlet, et :

$$\Lambda_{ref}(b) \equiv \Lambda(H_{ref}, b) = \frac{3}{10} \frac{(H_{ref}(x) - b(x))}{|\partial_x H_{ref}(x)|}$$

où H_{ref} est une élévation de surface de référence. En présence d'observations, on définit : $H_{ref}(x) = H_{obs}(x)$.

Le problème inverse consiste à retrouver la bathymétrie $b(x)$ à partir d'observations partielles et potentiellement bruitées de la surface $H_{obs}(x)$.

2 Analyses des simulations directes

2.1 Organisation du code

Le code fourni est structuré en plusieurs modules :

- **main.py** : Point d'entrée principal. Gère la génération des cas de test, l'exécution du modèle direct et le processus VDA.
- **class_vda.py** : Implémente la classe `vda_river` qui contient les solveurs du modèle direct, adjoint, et les méthodes d'optimisation.
- **generate_case.py** : Génère des bathymétries synthétiques et définit les conditions aux limites.
- **plots.py** : Produit les visualisations des résultats.

La figure 1 présente le résultat de la simulation directe pour différentes bathymétries.



FIGURE 1 – Résultats de la simulation directe pour différentes bathymétries.

lqksjdhfqlkjfh

2.2 Sensibilité du modèle à la "signature" de surface

La *signature* de surface désigne

3 Problème inverse : Inférence de la bathymétrie

3.1 Analyse mathématique de la (non-)unicité de la solution

Le problème inverse est mal posé car il admet une infinité de solutions pour $b(x)$. Cependant, si une valeur de $b(x_0)$ est fixée à un point x_0 , alors la solution devient unique (démontré dans le document supplémentaire).

3.2 Résolution complète du problème inverse