

Projet d'étude de Statistiques

Maxime Baba, Alexandre Demarquet, Félix de Brandois, Tristan Gay

2024-01-29

Contents

1	Introduction	2
2	Analyse descriptive des données	2
2.1	Analyse unidimensionnelle	2
2.2	Analyse multidimensionnelle	3
3	Classification des EPCI	6
3.1	Clustering	6
3.2	Analyse discriminante linéaire	6
4	EMS	8
4.1	Modèle linéaire	8
4.2	Modèle linéaire généralisé	9
5	Conclusion	9

List of Figures

1	Boxplot des variables nox_kg,co_kg,so2_kg	2
2	Histogramme de la variable co_kg en brute, scale et scale(log())	2
3	Corrélation entre les variables	3
4	Cercle des corrélations	4
5	Pourcentage de variance expliquée par chaque axe	4
6	ACP des variables quantitatives	5
7	MCA avec découpage des données en 3, 4 et 5 intervalles	6

1 Introduction

Le but de ce projet est d'étudier différents polluants mesurés par de nombreux EPCI d'Occitanie. Nous disposons du jeu de données suivant : `Data-projetmodIA-2324.csv`.

Dans la suite de ce rapport, on utilise les notations suivantes :

- a

2 Analyse descriptive des données

On commence par interpréter les éléments jeu de données.

Il est composé de différentes observations de polluants ainsi que la date et le lieu de l'observation.

2.1 Analyse unidimensionnelle

On s'intéresse dans un premier temps aux variables quantitatives du jeu de données (et en particulier aux émissions de polluants).

La figure 1 présente une visualisation de quelques variables quantitatives brutes.

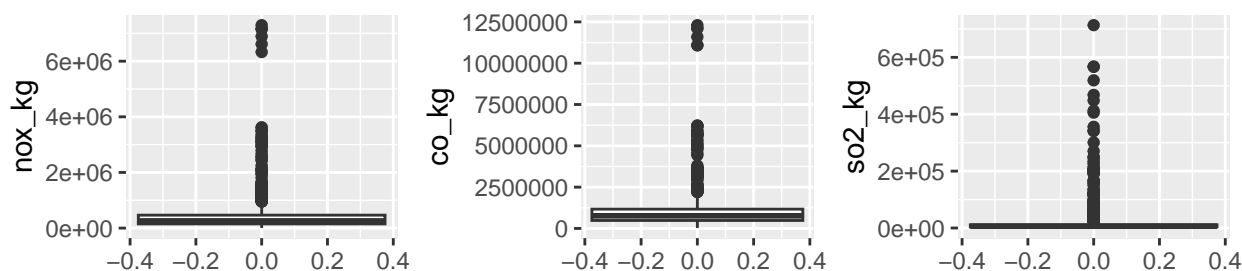


Figure 1: Boxplot des variables `nox_kg`, `co_kg`, `so2_kg`

On observe une très grande variance de certaines données comme `co_kg`. En observant l'histogramme des données quantitatives, on observe une distribution fortement asymétrique. Ainsi, si l'on souhaite effectuer des analyses sur ces données (comme par exemple une analyse en composante principales), nos résultats seront biaisés par la variance et l'asymétrie des données. On transforme donc les données, comme présenté à la figure suivante.

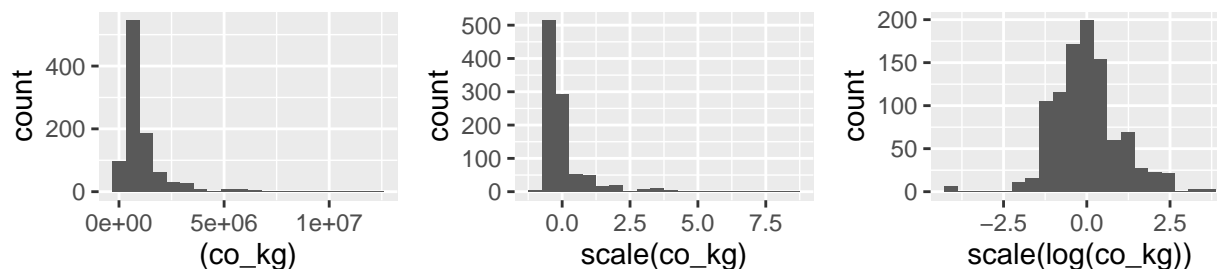


Figure 2: Histogramme de la variable `co_kg` en brute, `scale` et `scale(log())`

La transformation la plus adaptée est la transformation `scale(log())` : Elle de mettre les données à la même échelle et de réduire l'asymétrie des données pour avoir une distribution plus proche d'une loi normale.

Par la suite, on manipule les variables quantitatives transformées `scale(log())`.

On étudie ensuite la corrélation entre les variables quantitatives.

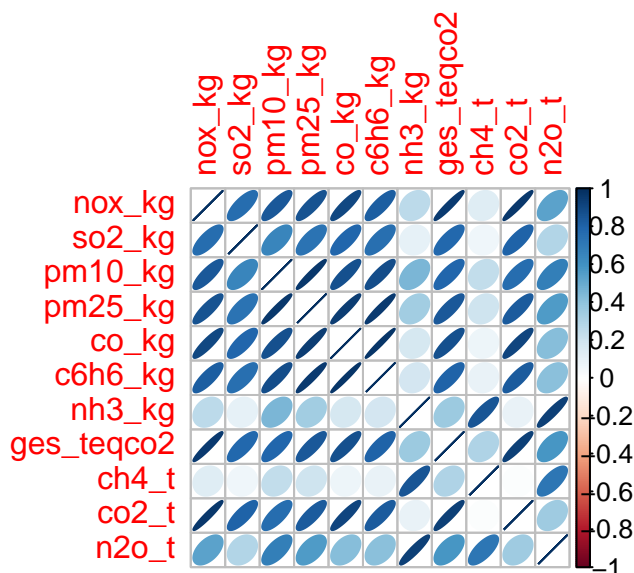


Figure 3: Corrélation entre les variables

L'analyse de la figure 3 nous permet d'identifier rapidement les relations significatives entre nos variables. Les ellipses fortement allongées suggèrent une corrélation plus forte, tandis que les ellipses plus circulaires indiquent une corrélation plus faible.

2.2 Analyse multidimensionnelle

A partir de notre jeu de données, on va chercher à résumer l'information en un nombre de variables synthétiques plus faible.

On effectue pour cela deux types d'analyses : une analyse en composante principale (ACP) et une analyse en composante multiple (MCA).

2.2.1 Analyse en Composantes Principales (ACP) des variables quantitatives

On s'intéresse aux variables quantitatives (émissions de polluants).

On cherche à visualiser les individus dans un espace de dimension réduite. Nous effectuons donc une ACP sur les variables quantitatives.

On affiche dans un premier temps le cercle des corrélations.

Le premier axe est une combinaison linéaire de... Le deuxième axe est une combinaison linéaire de...

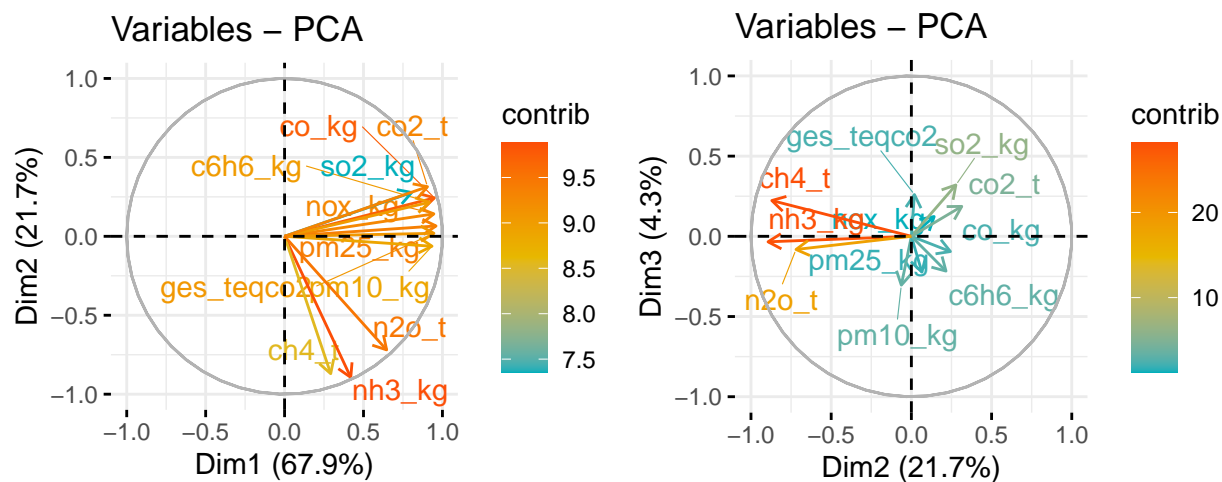


Figure 4: Cercle des corrélations

On a également le pourcentage de variance expliquée par chaque axe à la figure 5.

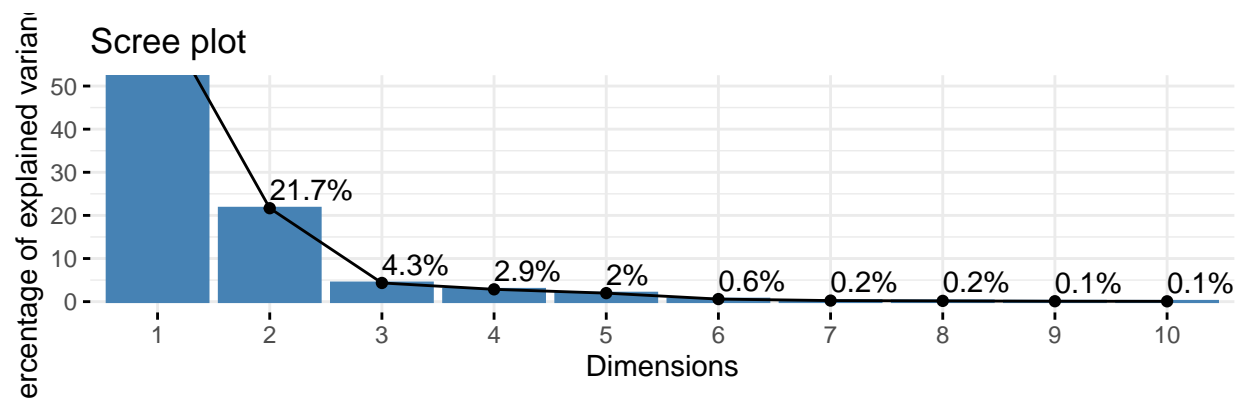


Figure 5: Pourcentage de variance expliquée par chaque axe

On retrouve bien le fait que les deux premiers axes expliquent presque 90% de la variance.

On visualise les individus dans le plan factoriel des deux premiers axes principaux en fonction de l'année puis du type d'EPCI.

On observe sur la figure 6 que ...

2.2.2 Réduction de dimension (MCA)

Dans cette partie, on cherche à effectuer une réduction de dimension pour les polluants et du type EPCI. Nous allons donc utiliser une MCA (Multiple Correspondance Analysis).

Les polluants sont des variables quantitatives nous avons donc besoin de discrétiser ces variables. Nous

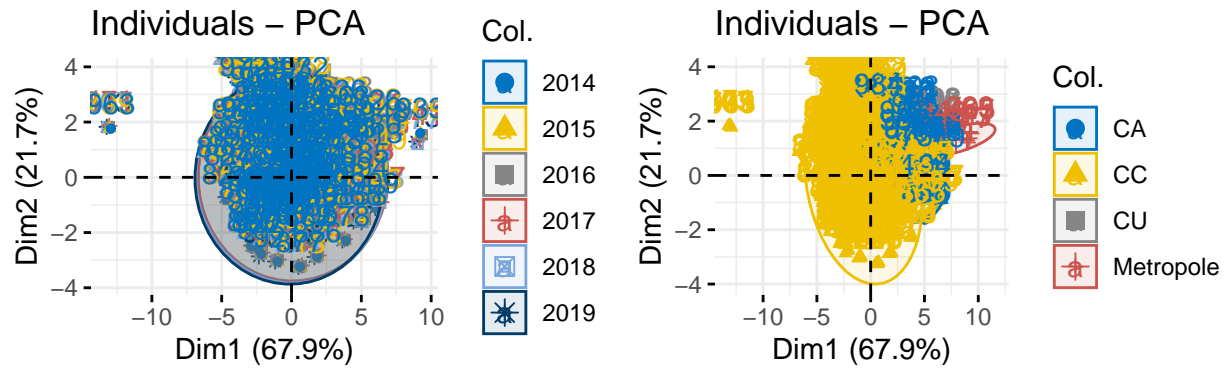


Figure 6: ACP des variables quantitatives

allons former un nombre fini d'intervalles qui formeront les modalités des nouvelles variables qualitatives.

Parler des intervalles de discrétisation

Nous allons aussi retirer les valeurs aberrantes c'est-à-dire en-dehors des quantiles (voir boxplot) : En effet, la MCA est sensible aux valeurs extrêmes car elle vise à maximiser la variance des données. Les outliers, en raison de leur nature inhabituelle, peuvent influencer significativement la variance et ainsi biaiser les résultats de l'analyse.

Les données quantitatives sont enrichies en incluant la colonne avec la variable qualitative, puis les données quantitatives sont transformées en données qualitatives afin de réaliser une Analyse en Composantes Principales (MCA) à l'aide de FactoMineR.

Ensuite, nous appliquons l'Analyse en Composantes Principales à l'aide de la bibliothèque factoMineR, en variant les intervalles de découpage des données quantitatives en données qualitatives.

```
## Warning: ggrepel: 34 unlabeled data points (too many overlaps). Consider
## increasing max.overlaps
```

```
## Warning: ggrepel: 46 unlabeled data points (too many overlaps). Consider
## increasing max.overlaps
```

L'analyse des résultats de la MCA révèle une structure significative lorsque les variables sont regroupées selon un découpage en trois intervalles. Dans ce scénario, les variables partageant le même découpage d'intervalles présentent un regroupement cohérent, suggérant une association claire entre ces catégories.

Les deux premiers axes principaux de l'Analyse en Composantes Principales (MCA) capturent un pourcentage significatif de la variance totale, avec des valeurs respectives de 27% et 17%. Ces résultats indiquent que ces axes fournissent une représentation robuste des relations entre les variables, soulignant des patterns structurés dans les données.

Cependant, lorsqu'on effectue un découpage en un plus grand nombre d'intervalles, les pourcentages associés aux axes principaux diminuent, suggérant une dispersion accrue des données. Cela peut être interprété comme une indication que le découpage en trois intervalles offre une simplification pertinente, condensant l'information tout en préservant la structure sous-jacente, tandis qu'un découpage plus fin pourrait introduire du bruit ou de la complexité excessive.

En résumé, l'analyse suggère que le découpage en trois intervalles optimise la représentation des variables, offrant une compréhension significative des relations dans les données, tandis qu'un découpage plus fin pourrait conduire à une perte de clarté et à une dilution de l'information utile.

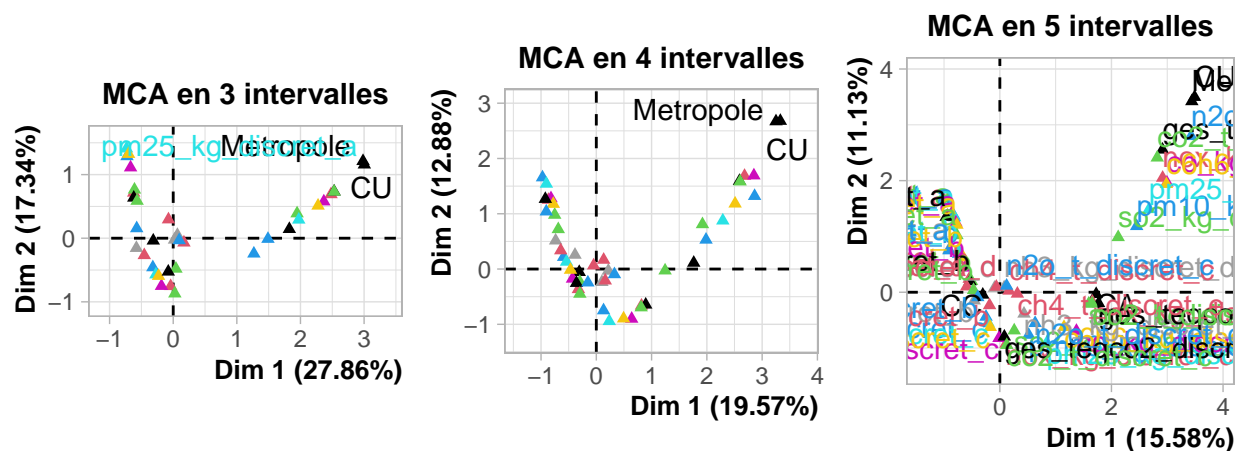


Figure 7: MCA avec découpage des données en 3, 4 et 5 intervalles

3 Classification des EPCI

On cherche à classer les EPCI en fonction de leurs émissions de polluants. On utilise pour cela différentes méthodes de classification.

On met en place différents algorithmes de clustering :

3.2 Analyse discriminante linéaire

3.2.1 LDA sur le dépassement d'émissions de méthane de 1000 tonnes par an

```
## Warning in lda.default(x, grouping, ...): les variables sont colinéaires
```

```
# On colorie les points en fonction du dépassement ou non de $1000$ tonnes par an
color2 <- data_lda2$ch4_t ;
color2[color2=="TRUE"] <- "black";
color2[color2=="FALSE"] <- "red"

# Afficher les résultats de la LDA
#print(lda_model)
```

Commentaire sur les résultats obtenus.

3.2.2 LDA sur le type d'EPCI

```
## Call:
## lda(TypeEPCI ~ ., data = d_train)
##
## Prior probabilities of groups:
##          CA          CC          CU  Metropole
## 0.116110305 0.867924528 0.005805515 0.010159652
##
## Group means:
##          nox_kg    so2_kg    pm10_kg    pm25_kg    co_kg    c6h6_kg
## CA          1.3258878  1.060175  1.0005827  1.1228007  1.3123045  1.1888677
## CC          -0.2754605 -0.243885 -0.2134807 -0.2390585 -0.2677551 -0.2465787
## CU          2.2636741  1.785762  2.0090385  2.2255645  2.5079963  2.4876422
## Metropole  2.9389912  2.321876  2.4006079  2.6433972  2.9258443  2.6473829
##          nh3_kg ges_teqco2    ch4_t    co2_t    n2o_t
## CA          0.02199332  1.2749460 -0.11729743  1.382925  0.41253801
## CC          0.01419907 -0.2669819  0.01452682 -0.288012 -0.06978099
## CU          -0.60355349  2.3362063 -0.08787223  2.256367  0.57387679
## Metropole  0.01216329  3.0622507  0.61291112  2.945057  1.12682828
##
## Coefficients of linear discriminants:
##          LD1          LD2          LD3
## nox_kg      0.26321957 -1.34911147  0.17582556
## so2_kg      0.13446277 -0.02813192  0.20204600
## pm10_kg     -0.74785821  2.12925134  0.47718278
## pm25_kg     1.08322365 -1.22409409  1.13835796
## co_kg       -1.21118990  0.18530715  5.71253294
## c6h6_kg     0.11358263 -0.32824705 -6.16297125
## nh3_kg      2.29001902 -4.68637960  0.07340158
## ges_teqco2 -0.87971473  0.84340323 -1.94622487
## ch4_t       -0.83688377  1.92016092  1.28782343
## co2_t       0.00128054 -0.91632882  0.38426823
## n2o_t       -1.25192510  2.74023076 -0.74652790
##
## Proportion of trace:
##          LD1          LD2          LD3
## 0.9084 0.0828 0.0088
```

4 EMS

4.1 Modèle linéaire

4.1.1 Modèle d'ANOVA

On explique le gaz à effet de serre en fonction des variables Type et années.

On utilise un modèle d'ANOVA à deux facteurs avec interaction :

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + \epsilon_{ij}$$

EXPLIQUER LA SIGNIFICATION DES TERMES DU MODELE

```
##
## Call:
## lm(formula = ges_teqco2 ~ TypeEPCI * annee_inv, data = dlog)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -4.2367 -0.4233 -0.0383  0.3863  2.8469
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)    -18.397236   80.407295  -0.229    0.819
## TypeEPCICC       4.064479   86.227217   0.047    0.962
## TypeEPCICU      7.818578  377.143642   0.021    0.983
## TypeEPCIMetropole -19.949436  272.674402  -0.073    0.942
## annee_inv       0.009761   0.039875   0.245    0.807
## TypeEPCICC:annee_inv -0.002779   0.042761  -0.065    0.948
## TypeEPCICU:annee_inv -0.003354   0.187029  -0.018    0.986
## TypeEPCIMetropole:annee_inv  0.010806   0.135222   0.080    0.936
##
## Residual standard error: 0.7644 on 976 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.4198, Adjusted R-squared:  0.4157
## F-statistic: 100.9 on 7 and 976 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

-> Commentaire sur la valeur de R^2 obtenue.

On essaie de simplifier le modèle en enlevant les interactions avec un test de sous-modèle :

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_0 : & Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \epsilon_{ij} \\ \mathcal{H}_1 : & Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + \epsilon_{ij}\end{aligned}$$

On obtient une p-value de $1 > 0.05$.

On ne rejette pas l'hypothèse de nullité des interactions.

On garde donc le modèle suivant :

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \epsilon_{ij}$$

On essaie de simplifier le modèle en enlevant les variables non significatives (on fait 2 tests de sous-modèle) :

$$\mathcal{H}_0 : Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \epsilon_{ij}$$

$$\mathcal{H}_1 : Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \epsilon_{ij}$$

et

$$\mathcal{H}_0 : Y_{ij} = \mu + \beta_j + \epsilon_{ij}$$

$$\mathcal{H}_1 : Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \epsilon_{ij}$$

Pour le modèle dépendant uniquement du type d'EPCI, on obtient une p-value de $0.599 > 0.05$.

On peut donc enlever l'année dans le modèle :

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \epsilon_{ij}$$

On essaie à nouveau de simplifier le modèle en enlevant les variables non significatives.

On obtient cette fois une p-value de $0 < 0.05$.

On ne peut donc pas enlever le type d'EPCI dans le modèle.

On vérifie finalement la cohérence du modèle retenu :

On obtient une p-value de $0.99 > 0.05$ donc le modèle est cohérent. On garde donc le modèle :

4.1.2 Régression linéaire

4.1.3 ANCOVA

4.2 Modèle linéaire généralisé

5 Conclusion