

Absorption von Strahlung

Protokoll zum Versuch Nummer A3 vom 20. April 2015

Frederik Edens, Dennis Eckermann

Gruppe 6mo

f_eden01@uni-muenster.de

dennis.eckermann@gmx.de

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
1.1. Arten von Strahlung	1
1.2. Absorption von Strahlung	1
1.2.1. Absorption von γ - Strahlung	1
1.2.2. Absorption von β -Strahlung	2
1.3. Nachweis der Strahlung	3
1.4. Poisson-Verteilung	3
2. Versuchsteil	5
2.1. Messung der Zählrohrcharakteristik	5
2.2. Messung der Untergrundpulse	6
2.2.1. Häufigkeitsverteilung der Untergrundpulse	6
2.2.2. Korrekturfaktor für Untergrundpulse	7
2.3. Absorbtion von β -Strahlung	7
2.3.1. Absorbtion an Gummi und Plexiglas	9
2.4. Absorbtion von γ -Strahlung	10
3. Diskussion	12
A. Anhang	13
A.1. Fehlerrechnung	13
A.1.1. Impulsrate	13

1. Einleitung

1.1. Arten von Strahlung

In diesem Versuch werden β - und γ -Zerfälle gemessen. Diese sind zwei von drei Arten des radioaktiven Zerfalls, die Dritte Art ist die α -Strahlung. Bei der α -Strahlung handelt es sich um Heliumatomkerne, bestehend aus zwei Protonen und zwei Neutronen, die aus dem radioaktiven Atom hinausgeschleudert werden, dabei nimmt die Masse des Atoms um vier atomare Masseneinheiten ab ($4 \text{ atomare Masseneinheiten} = 4u \approx 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$) und die Ordnungszahl wird um zwei verringert, dadurch entsteht ein neues Element. Die α -Strahlung besitzt diskrete Energiebeträge.

Da die α -Strahlung nicht in diesem Versuch vorkommt, wird nicht weiter darauf eingegangen.

Bei der β -Strahlung gibt es zwei mögliche Zerfälle, die stattfinden können. Zum einen der β^- -Zerfall, bei dem ein Neutron im Atomkern zu einem Proton sowie Elektron und einem Neutrino zerfällt, dabei verbleibt das Proton im Atomkern, das Elektron ist das Teilchen, welches als β -Strahlung gemessen werden kann, das Neutrino ist nur sehr schwer nachweisbar. Neben dem β^- -Zerfall gibt es noch den β^+ -Zerfall, bei dem ein Proton in ein Neutron, ein Positron und ein Neutrino zerfällt, das Positron kann als β -Strahlung gemessen werden, auch hier ist das Neutrino nur sehr schwer nachweisbar.

Im Gegensatz zur α - und γ -Strahlung besitzt die β -Strahlung keine diskreten sondern kontinuierliche Energiebeträge bis hin zu einer gewissen Maximalenergie, dieses Phänomen liegt an dem Neutrino, welches die fehlende Energie aufnimmt.

Die γ -Strahlung besteht aus hochenergetischen Photonen, den sogenannten γ -Quanten, diese entstehen aus angeregten Atomen dadurch, dass die Protonen und Neutronen im Atomkern ihren Energiezustand ändern und die Energiedifferenz wird als γ -Quant ausgesendet, diese haben wie die α -Strahlung diskrete Energiebeträge.

1.2. Absorption von Strahlung

1.2.1. Absorption von γ -Strahlung

Bei der Absorption von γ -Strahlung gibt es drei Absorptionsmechanismen, den Photoeffekt, bei welchem das γ -Quant von einem Atom absorbiert wird und dieses emittiert ein Elektron auf einer der inneren Schalen der Elektronenhülle. Der zweite Absorptions-

mechanismus ist der Comptoneffekt, bei dem eine inelastische Streuung des γ -Quants stattfindet, in welchem es die Frequenz und die Richtung ändert. Der dritte Absorptionsmechanismus ist die Paarbildung, dort entstehen aus einem γ -Quant hoher Energie ($E > 2m_e c^2 \approx 1\text{MeV}$) ein Elektron und ein Positron.

Der Absorptionskoeffizient μ setzt sich aus allen drei Absorptionsmechanismen zusammen

$$\mu = \mu_{Photo} + \mu_{Compton} + \mu_{Paar} \quad (1.1)$$

diese Größe ist ebenfalls vom Absorbermaterial abhängig.

Treffen nun N γ -Quanten auf einen Absorber der Dicke dx so wird folgende Relation erhalten

$$dN = -\mu N dx \quad (1.2)$$

gelegentlich wird auch die Massenbelegung ρ eingeführt, welches die Dichte des Absorbermaterials darstellt. Dadurch wird μ zu $\mu_m = \frac{\mu}{\rho}$, also

$$dN = -\mu_m N \rho dx \quad (1.3)$$

durch Integration ergibt sich eine exponentielle Abnahme der Teilchenzahl mit der Absorberdicke.

$$N(x) = N_0 \cdot \exp(-\mu x) = N_0 \cdot \exp(-\mu_m \rho x) \quad (1.4)$$

1.2.2. Absorption von β -Strahlung

Die exponentielle Abnahme gilt nicht für β -Strahlung, der Grund hierfür ist, dass die β -Absorption nicht durch einen einzigen Prozess erfolgt. Die Elektronen verlieren ihre Energie durch mehrere inelastische Stöße mit den Atomen des Absorbermaterials, auch ist es möglich, dass sie durch eine Richtungsänderung aus dem Strahl ausscheiden. Somit wird für β -Strahlung die „mittlere Reichweite“ R_m definiert, dass ist die Absorberdicke bei der noch 50% der Anfangsstrahlung vorhanden ist, daneben wird die „praktische Reichweite“ definiert, diese ist als Schnittpunkt des extrapolierten linearen Abfalls der Reichweitenverteilung mit der Achse $N(x)=0$ definiert.

1.3. Nachweis der Strahlung

Zum Nachweis der Strahlung wird ein Geiger-Müller-Zählrohr verwendet. Im luftdichten Zählrohr befindet sich Argon unter einem Druck von ungefähr 100mbar und Alkoholdampf, welches einen Partialdruck von etwa 10mbar hat. Es wird praktisch jedes α - und β -Teilchen vom Zählrohr erfasst, die γ -Strahlen werden mit einer kleineren Menge nachgewiesen.

Im wesentlichen wird der Nachweismechanismus durch eine Ionisierung eines Argon Atoms, da sich im Inneren des Zählrohrs ein elektrisches Feld befindet, wird das Ionenpaar, welches aus Elektron und dem Argon-Ion besteht, jeweils zur Anode bzw. zur Kathode hin beschleunigt.

Auf diesem Weg ionisieren das Elektron andere Atome und es kommt zu einer Entladungslawine. Wenn das Argon-Ion auf die Zählrohrwand auftrifft, werden Sekundärelektronen emittiert, diese tragen zur Erhaltung des Entladungsprozesses bei. Die Alkoholkoleküle stoppen diesen Entladungsprozess.

Nach jedem Entladungsstoß bleibt das Zählrohr für einige $10^{-4}s$ für neue Teilchen unempfindlich, diese Zeit wird „Totzeit“ genannt. Erst nach diese Zeit kann ein neues Teilchen detektiert werden.

1.4. Poisson-Verteilung

Der Erfahrung nach ist die Rate mit der Radioaktive-Zerfälle stattfinden mit der Poisson-Verteilung beschreibbar. Die Poisson-Verteilung geht aus der Binomial-Verteilung für eine große Zahl von Objekten und einer geringen Ereigniswahrscheinlichkeit hervor. Die allgemeine Gleichung lautet

$$\psi_n = \frac{\bar{k}^k \cdot e^{-\bar{k}}}{k!} \quad (1.5)$$

\bar{k} entspricht dem Erwartungswert

$$\bar{k} = np \quad (1.6)$$

n entspricht hier der Anzahl der Atome und p entspricht der Wahrscheinlichkeit für einen Zerfall.

Bei einer Poisson-Verteilung sind Erwartungswert und Varianz gleich.

$$\sigma^2 = np = \bar{k} \quad (1.7)$$

Um nun die Poisson-Verteilung auf den radioaktiven Zerfall anzuwenden muss der Mittelwert für die gemessenen Zerfälle \bar{N} bestimmt werden. Dazu werden n-mal die Zahl der zerfallenen Kerne N_i jeweils in einem festen Zeitintervall ΔT gemessen. Dann wird aus 1.5

$$\psi(N) = \frac{\bar{N}^N \cdot e^{-\bar{N}}}{N!} \quad (1.8)$$

darauf ergibt sich für die mittlere Streuung,

$$\sigma = \sqrt{\bar{N}} \quad (1.9)$$

dieses wird $\sqrt{N} - \text{Gesetz}$ genannt.

Um bei den Versuchen einen statistischen Fehler von maximal 3 % zu erreichen, darf die Varianz nicht mehr als 3 % der Messgröße betragen (1σ Umgebung $\sim 68,3$ % Sicherheit)

$$\begin{aligned} \frac{\sigma}{N} &= \frac{\sqrt{N}}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}} \stackrel{!}{\leq} 3\% \\ \Rightarrow N &\geq \frac{1}{(3\%)^2} \approx 1112 \end{aligned} \quad (1.10)$$

2. Versuchsteil

Der Versuchsaufbau ist bei jedem der folgenden Versuche der gleiche. Ausgetauscht werden lediglich die Absorber und die Strahlenquelle. Als Strahlenquelle wird entweder ein ^{90}Sr β -Strahler oder ein ^{137}Cs γ -Strahler verwendet. Auf einen Geiger-Müller-Zähler mit angeschlossenem Zählwerk und Stoppuhr werden die jeweilige Strahlenquelle in vernachlässigbar geringen Abstand ausgerichtet und dazwischen gegebenen Falls die zu prüfenden Absorber platziert. Die gerade nicht verwendeten Strahlenquellen werden gegen die Wand ausgerichtet, um die Messung nach Möglichkeit nicht zu verfälschen.

2.1. Messung der Zählrohrcharakteristik

In diesem Versuch ist das Ziel, die Zählrohrcharakteristik zu bestimmen. Das heißt, die Abhängigkeit der gemessenen Strahlenpulse von der am Geiger-Müller-Zähler angelegten zu bestimmen. Dazu wird der zuvor beschriebene Aufbau mit dem β -Strahler verwendet und zunächst die höchste Spannung gesucht, bei der keine Strahlung gemessen wird. Daraufhin wird ab etwa 50 V über dieser Spannung die Impulsrate gemessen. Um eine statistische Unsicherheit von maximal 3 % zu erreichen werden nach (1.10) mindestens 1112 Strahlenpulse gemessen. Beim einstellen der Spannung muss gegebenen Falls beachtet werden, dass die es nicht zur selbständigen Gasentladung kommt und das Zählrohr somit geschädigt wird. Jedoch war es mit unserem Versuchsaufbau nicht möglich, solche Spannungen zu erreichen.

Unsere Messwerte sind Tabelle 1 zu entnehmen

Spannung [V] $\pm 12,5$	Impulsrate	Zeit [s] ± 1	Impulszahl [s^{-1}]	Unsicherheit [s^{-1}]
350	1112	101	11,0099	0,3477
400	1116	103	10,8350	0,3410
450	1117	98	11,3980	0,3604
500	1115	104	10,7212	0,3373

Tabelle 1 – Messwerte Zählrohrcharakteristik

Nach unserer Messung ist die Änderung der Impulsrate im Bereich 350 V bis 500 V für uns unmessbar klein. Die Abweichung der Messwerte bewegt sich lediglich im Unsicherheitsbereich obwohl diesem nur eine 1σ -Umgebung zu Grunde liegt. Somit könnten alle folgenden Versuche mit einer beliebigen Spannung zwischen 350 V und 500 V durchgeführt werden. Dennoch haben wir uns darauf festgelegt, eine Spannung von 500 V in

allen folgenden Teilen beizubehalten.

2.2. Messung der Untergrundpulse

2.2.1. Häufigkeitsverteilung der Untergrundpulse

Bei diesem Versuchsteil werden die Untergrundpulse gemessen, die durch natürliche Strahlenquellen auftreten. Der Anfangs beschriebene Versuchsaufbau wird dazu ohne Strahlenquelle und Absorber betrieben.

Im ersten Teil dieses Versuches wird 100 mal die Strahlung in 10 s gemessen. Wir erhielten die Wahrscheinlichkeitsverteilung gemäß Abbildung 1.

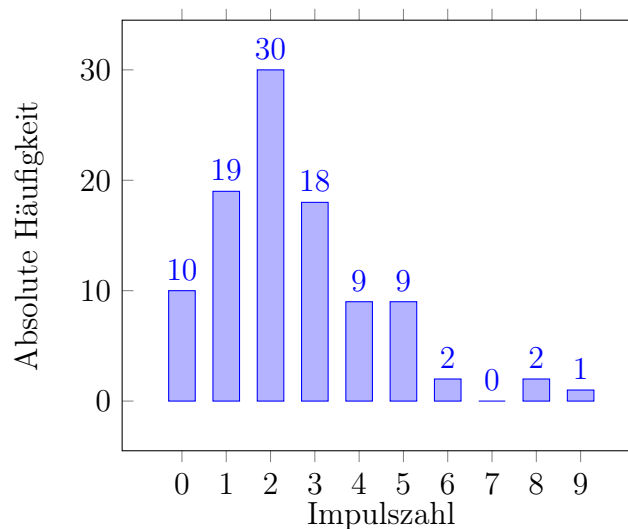


Abbildung 1 – Häufigkeitsverteilung der Impulszahlen

Die mittlere Impulszahl \bar{N} ist die Gesamtzahl der Impulse geteilt durch die Anzahl der Messungen. Diese beträgt bei uns $\bar{N} = 2,51$. Da von einer Poisson-Verteilung ausgegangen werden kann beträgt die Standard-Abweichung nach (1.9) $\sigma = \sqrt{\bar{N}} \approx 1,585$. Aus (1.8) lässt sich damit die erwartete Wahrscheinlichkeitsverteilung bestimmen. In Abbildung 2 ist dies gegen die im Experiment ermittelten Häufigkeiten aufgetragen.

Die Poisson-Verteilung gibt im Wesentlichen die Messwerte richtig wieder. Gerade bei Wahrscheinlichkeits-Experimenten kann man nicht erwarten, dass das mathematisch wahrscheinlichste Ergebnis auch eintritt auf Grund von statistischen Fehlern. Zudem ist $N = 100$ auch gerade für die Poisson-Verteilung noch eine relativ kleine Stichprobe. Dies zeigt sich auch durch die relativ große Standardabweichung: selbst im mathematischen

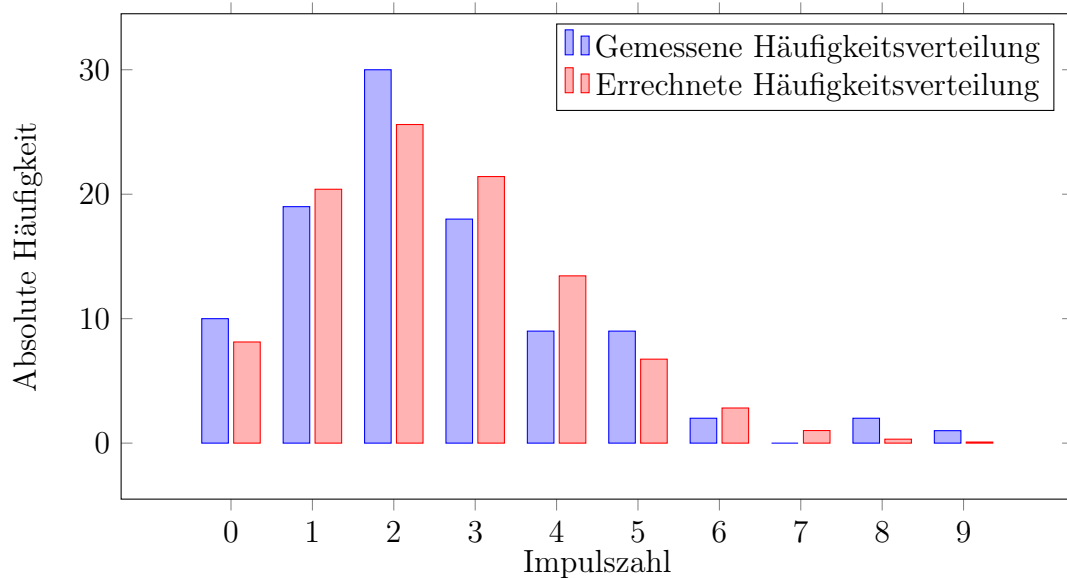


Abbildung 2 – Rechnerische und gemessene Wahrscheinlichkeitsverteilung der Impulszahlen

Modell ist bereits eine verhältnismäßig große Abweichung eingerechnet. In Anbetracht dieser Punkte kann die Poisson-Verteilung als gutes Modell angesehen werden.

2.2.2. Korrekturfaktor für Untergrundpulse

Aus den Untergrundpulsen entsteht für alle anderen Experimente ein Störfaktor, da der Geiger-Müller-Zähler nicht zwischen der Strahlung des Präperats und der Untergrundstrahlung unterscheidet. Um diesen Fehler zu bereinigen wird in diesem Versuchsteil die Untergrundstrahlungsrate ermittelt. Dazu wird die Zeit gemessen, die gebraucht wird um ohne Präperat mehr als 500 Pulse zu messen.

In (2070 ± 1) s haben wir 501 Pulse gemessen. Daraus ergibt sich eine Pulsrate von $(0,2420 \pm 0,0108) \text{ s}^{-1}$. Diese muss von allen folgenden gemessenen Pulsraten abgezogen werden.

2.3. Absorbtion von β -Strahlung

Zur Untersuchung von β -Strahlung wird in den anfangs beschriebenen Versuchsaufbau ein ^{90}Sr eingesetzt, das β -Strahlung von maximal $E_{max} = 0,54 \text{ MeV}$ ausstrahlt. Dann werden Aluminium-Absorber mit verschiedenen dicken eingesetzt, um das Absorbtiionsverhalten zu ermitteln. Um den statistischen Fehler unter 3 % zu halten werden auch

hier mindesten 1112 Pulse gezählt. Wir erhielten die folgenden Ergebnisse. Die einzelnen Messwerte sind im Laborbuch zu finden

Schichtdicke [μm]	Impulsrate [s^{-1}]	Unsicherheit [s^{-1}]
0	10,4791	0,3480
50	9,8030	0,3249
107	9,7847	0,3231
165	8,1339	0,2695
215	6,8471	0,2280
330	6,2119	0,2069
520	5,0722	0,1718
770	3,6943	0,1295

Tabelle 2 – Messwerte Absorbtion von β -Strahlung an Aluminium

Ohne einen Absorber beträgt die Impulsrate für den β - Strahler bei $500\text{V} \pm 12,5\text{V}$ ungefähr 11 Zerfälle pro Sekunde. Nun werden mit zunehmender Schicktdicke Aluminiumabsorber vor das Präperat gestellt.. Die Messdaten lassen sich in den folgenden Diagrammen Abbildungen 3 und 4 aufzeigen,

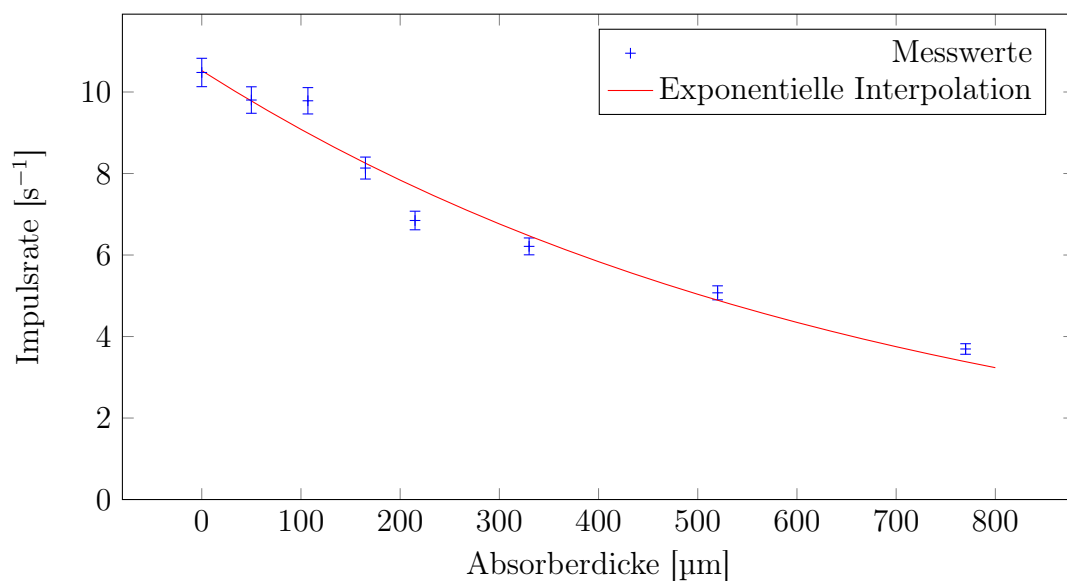


Abbildung 3 – Absorberdicke-Pulsrate-Diagramm für Aluminium mit linearer Skala

in Realität nähern sich die Werte der Achse für die Impulsrate nur asymptotisch an den Nullpunkt an.

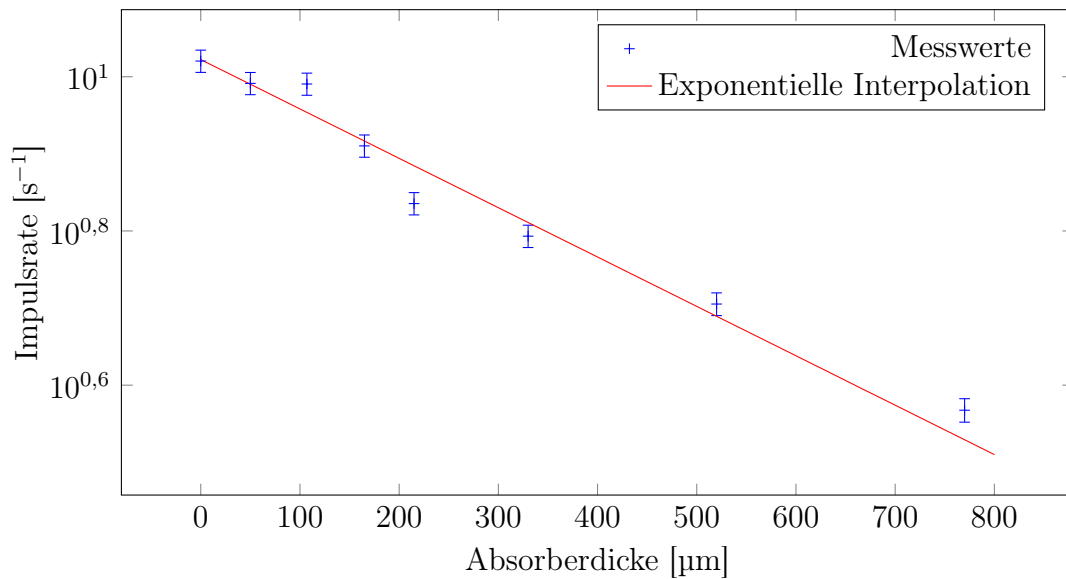


Abbildung 4 – Absorberdicke-Pulsrate-Diagramm für Aluminium mit log Skala

Wird nun extrapoliert, d.h. das Verhalten der Impulsrate wird über den gesicherten Bereich hinaus (approximiert) bestimmt, kann die praktische Reichweite bestimmt werden.

Dafür wird angenommen, dass die Impulsrate um 1,5 Bq sinkt, wenn die Dicke des Aluminiumabsorbers um $250\mu\text{m}$ zunimmt.

Bei dem letzten gemessenen Wert beträgt die Impulsrate in sehr guter Näherung 4 Bq bei einer Absorberdicke von $770\mu\text{m}$. Um nun die Dicke des Absorbers für 0 Bq abzuschätzen werden die Annahmen verwendet, also müssten zusätzliche $650\mu\text{m}$ Aluminiumabsorber hinzugefügt werden.

Somit beträgt die praktische Reichweite der β -Strahlung bei Aluminium $1420\mu\text{m}$.

2.3.1. Absorbtion an Gummi und Plexiglas

Für Gummi und Plexiglas waren nur wenige Messwerte möglich, da nur zwei Absorber für Gummi und nur einer für Plexiglas zur Verfügung standen. Diese Messwerte werden analog zu den vorherigen erfasst, indem der jeweilige Absorber eingesetzt und mindesten 1112 Pulse gemessen werden. Die Ergebnisse stehen in Tabelle 3. Die einzelnen Messwerte sind im Laborbuch zu finden.

Legt man eine Funktion der Form $N(d) = N_0 e^{-\mu d}$ durch die Messwerte, so erhält man für Plexiglas $\mu \approx 4,7828 \text{ cm}^{-1}$ und für Gummi $\mu \approx 7,1720 \text{ cm}^{-1}$. Wegen $e^{-\ln 2} = \frac{1}{2}$ ist

	Schichtdicke [cm]	Impulsrate [s ⁻¹]	Unsicherheit [s ⁻¹]
	0	10,4791	0,3480
Plexiglas	0,5	0,9588	0,0469
Gummi	0,15	3,7130	0,1286
	0,30	1,0282	0,0489

Tabelle 3 – Messwerte Absorption von β -Strahlung an Gummi und Plexiglas

die Halbwertsdicke gegeben durch $R_m = \frac{\ln 2}{\mu}$. Somit ist die Halbwertsdicke für Plexiglas $R_m \approx 0,1450$ cm und für Gummi $R_m \approx 0,0966$ cm.

Die Halbwertsdicke dieser beiden Materialien ist erwartungsgemäß über der von Aluminium. Aluminium als Metall reagiert und stärker auf Ladungsträger wie die Elektronen der β -Strahlung und stellt daher für diese ein größeres Hindernis da.

2.4. Absorption von γ -Strahlung

Im letzten Versuchsteil wurde das γ -Präparat vor das Zählrohr gestellt um, deren Zerfälle zu bestimmen. Als Absorber wurden bis zu vier Bleiplatten mit einer Dicke von jeweils $(5,0 \pm 0,1)$ mm verwendet. Die Ergebnisse stehen in Tabelle 4. Die einzelnen Messwerte sind im Laborbuch zu finden.

Schichtdicke [mm]	Impulsrate [s ⁻¹]	Unsicherheit [s ⁻¹]
0	8,9811	0,2972
$5,0 \pm 0,1$	5,0032	0,1700
$10,0 \pm 0,2$	3,0248	0,1091
$15,0 \pm 0,3$	1,8822	0,0727
$20,0 \pm 0,4$	1,0670	0,0500

Tabelle 4 – Messwerte Absorption von γ -Strahlung an Blei

Anhand von Abbildung 5 ist durch die logarithmische Darstellung der Impulsrate eine lineare Abnahme der Impulse mit der Absorberdicke sichtbar. Würde die Impulsrate auf einer linearen Achse dargestellt werden, so wäre eine exponentielle Abnahme zu sehen.

Um daraus den Absorptionskoeffizienten μ zu bestimmen, kann die Formel für die γ -Absorption einfach nach μ aufgelöst werden. Es folgt:

$$\mu = \frac{\ln\left(\frac{N_0}{N(x)}\right)}{x} = -0,10837785 \frac{1}{\text{mm}}$$

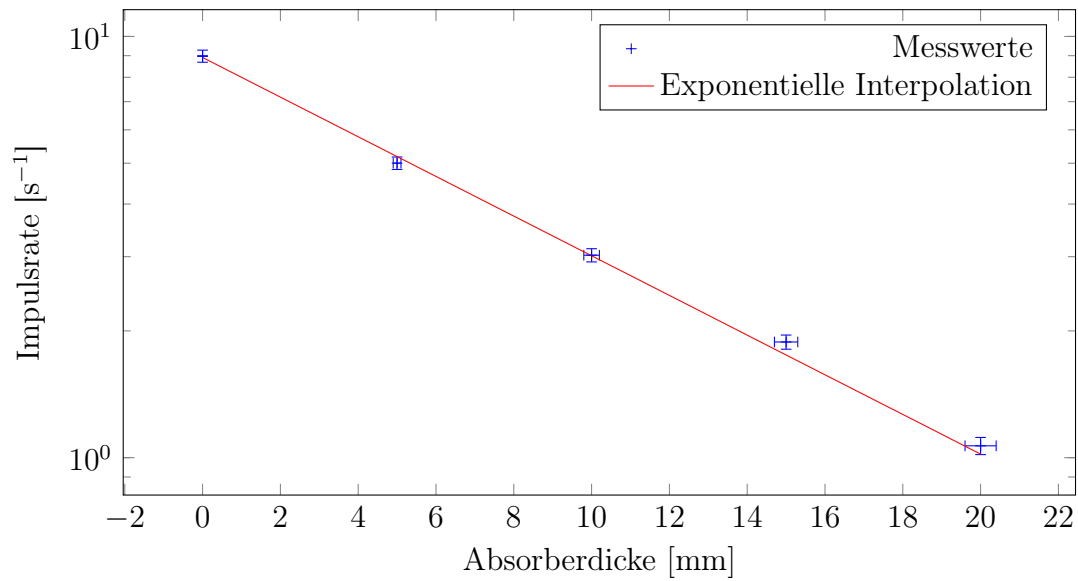


Abbildung 5 – Absorberdicke-Pulsrate-Diagramm für Blei mit log Skala

für den Massenabsorptionskoeffizienten μ_m folgt daraus,

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho_{\text{Blei}}} = \frac{-0,10837785 \frac{1}{\text{mm}}}{0,011342 \text{ g/mm}^3} \approx -9,55 \frac{\text{mm}^2}{\text{g}}$$

diese Werte gelten für γ -Quanten die eine Energie von 0,66 MeV haben.

3. Diskussion

Im allgemeinen sind die Ergebnisse dieses Versuchs mit den Erwartungen im Einklang. Die Abweichungen von der errechneten Poisson-Verteilung sind sehr gering und somit vertretbar, bei einer größeren Anzahl von Messungen wäre eine größere Übereinstimmung zu erwarten.

Bei der β -Strahlung wurde die „mittlere“ Reichweite bei ca. $520\mu m$ Aluminium gemessen, da ab dieser Dicke nur noch ca. 50% der Ausgangsstrahlung gemessen werden konnte.

Der exponentielle Abfall der Impulsrate wie in Abbildung 3 sichtbar ist, gilt nur näherungsweise bei kleinen Absorberdicken, diese sind in diesem Fall gegeben und die Messwerte stimmen mit einem exponentiellem Abfall gut überein.

Wird nun Aluminium mit anderen Materialien verglichen, in diesem Fall Gummi und Plexiglas, ist direkt sichtbar, dass Aluminium eine geringere mittlere Reichweite hat als die anderen Materialien.

Der Grund hierfür ist, dass Aluminium ein Metall ist und stärker auf Ladungsträger wie Elektronen, aus denen die β -Strahlung besteht, reagiert und daher ein größeres Hindernis darstellt. Vergleichbare Impulsraten gibt es bei einer Dicke von 0,15cm Gummi bzw. $770\mu m$ Aluminium bei einer Rate von ca. 3,7Bq, also eine gleiche Impulsrate bei etwa der doppelten Schichtdicke für Gummi.

Bei der Absorption von γ -Strahlung, stimmen die Messungen mit den Erwartungen überein, nämlich dass bei zunehmender Schichtdicke die Impulsrate exponentiell abnimmt.

A. Anhang

A.1. Fehlerrechnung

A.1.1. Impulsrate

In die Impulsrate $\frac{N}{t}$ fließen die statistische Unsicherheit der Strahlenquelle und die Messgenauigkeit der Zeit ein. Der statistische Fehler von N beträgt $\Delta N = \sigma = \sqrt{N}$. Die Unsicherheit ist nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung gegeben durch

$$\begin{aligned}\Delta\left(\frac{N}{t}\right) &= \sqrt{\left(\frac{N}{t^2}\Delta t\right)^2 + \left(\frac{1}{t}\Delta N\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{N}{t^2}\Delta t\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{N}}{t}\right)^2}\end{aligned}\tag{A.1}$$