



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ**

**Кафедра информатики, математического и компьютерного
моделирования**

Лабораторная работа №6
«Задача переноса примесей»

по дисциплине «Математическое моделирование»

Направление подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Выполнил студент

гр. Б9120-01.03.02

Агличиев А.О.

(ФИО)

(подпись)

Проверил профессор

Пермяков М.С.

(ФИО)

(подпись)

« 2 » февраля 2023 г.

г. Владивосток
2023

Содержание

1	Введение	3
2	Создание математической модели	3
3	Реализация модели	4
4	Заключение	7

1 Введение

В данной лабораторной работе необходимо создать и проанализировать модель переноса примесей. Для моделирования процессов распространения будем использовать уравнение переноса. Уравнение переноса – дифференциальное уравнение в частных производных, описывающее изменение скалярной величины в пространстве. Для численного решения таких уравнений существует несколько способов. Один из них, который будет использоваться в данной лабораторной работе – метод частиц. Метод частиц состоит в представлении тела совокупностью взаимодействующих частиц (материальных точек), описываемых законами классической механики.

2 Создание математической модели

В качестве объекта для создания модели выберем акваторию, которая содержит примеси. И представим её в виде большого количества частиц.

Таким образом, у нас есть n частиц с начальными координатами (x_i, y_i) и каждая частица обладает своей концентрацией в начальный момент времени:

$$C_i = C(x_i, y_i, t) = C(x_i, y_i, 0)$$

Концентрация частиц будет постоянной и не меняться со временем.

Каждая частица движется в поле скорости $\psi = \psi(x, y)$ с компонентами скорости:

$$\begin{cases} u_x(x, y) = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \\ v_y(x, y) = \frac{\partial \psi}{\partial y} \end{cases}$$

Таким образом, скорость частиц по осям ОХ и ОУ:

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{dt} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \\ \frac{dy_i}{dt} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \end{cases}$$

3 Реализация модели

Для модели создадим 20 тысяч точек с начальными координатами от 0 до 1.

За поле скорости возьмем следующую функцию:

$$\psi = \sin(2\pi x) \cdot \sin(\pi y)$$

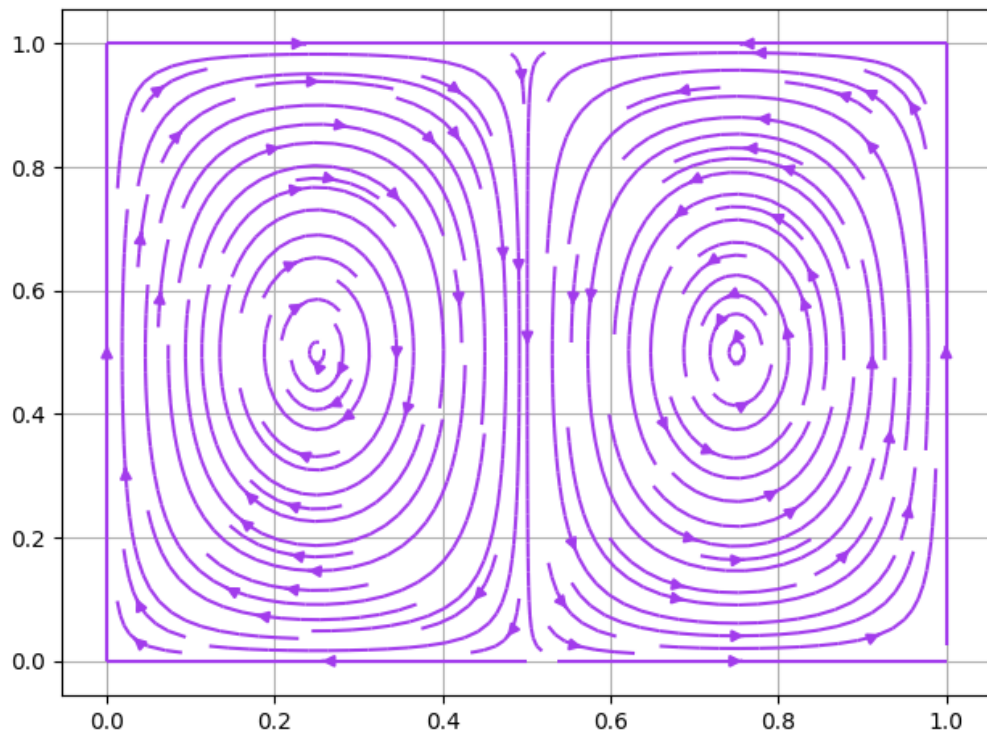


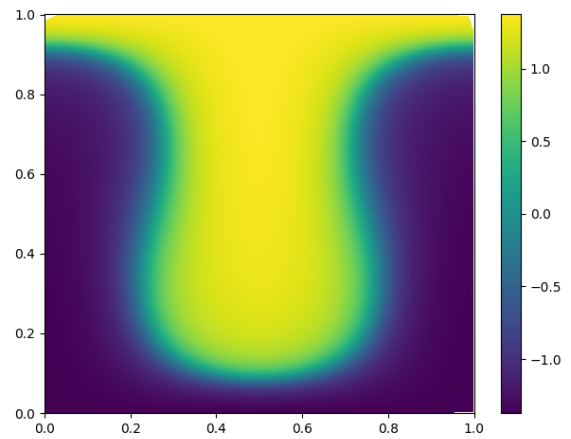
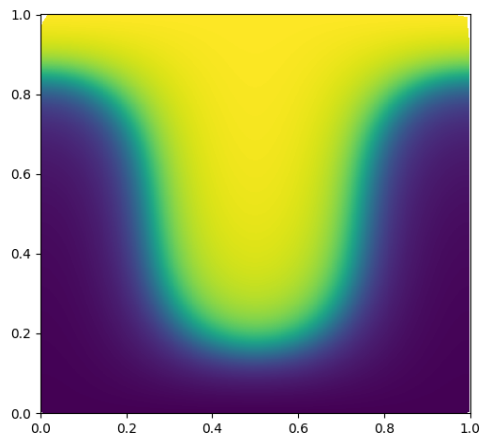
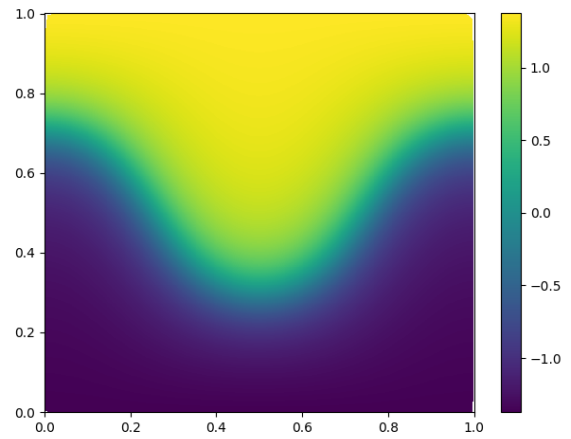
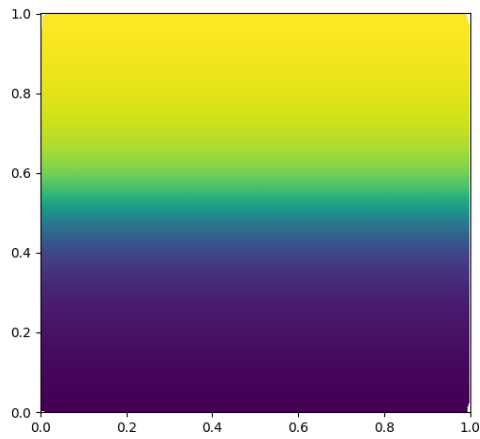
Рис. 1: Поле скорости $\psi = \sin(2\pi x) \cdot \sin(\pi y)$

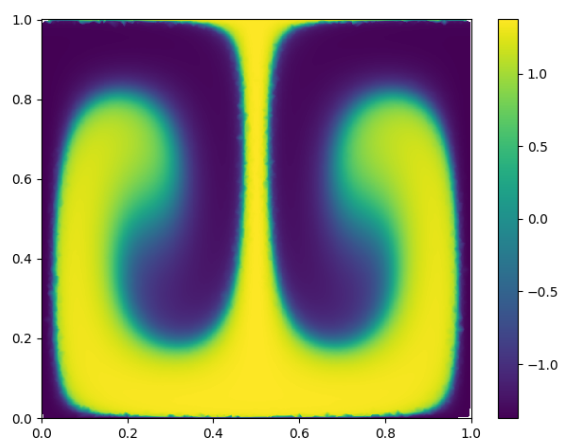
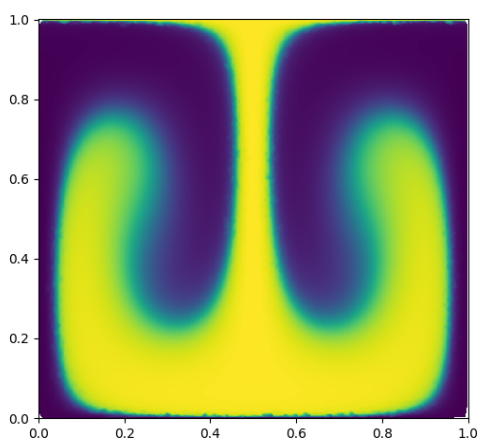
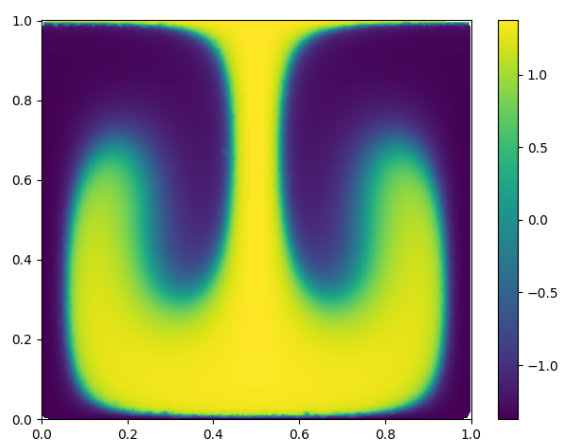
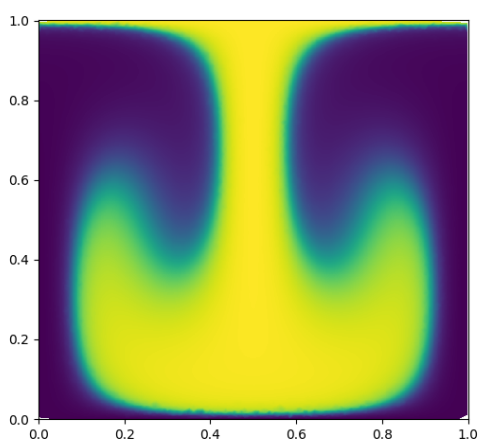
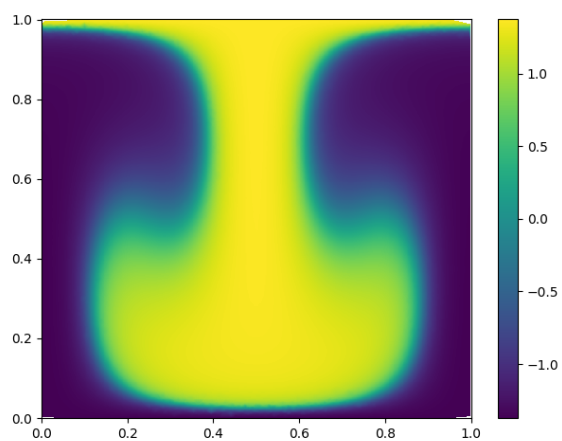
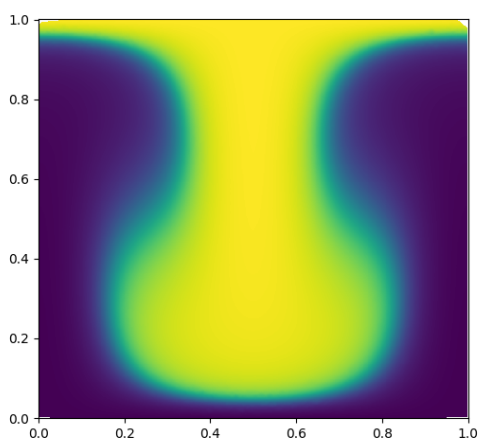
За функцию концентрации:

$$C(x, y, t) = C(y) = \arctan\left(\frac{y - 0.5}{0.1}\right)$$

Модель была реализована в Python. Для решения системы дифференциальных уравнений используется функция `odeint`, которая численно решает её

методом Адамса. Она принимает 3 параметра: система дифференциальных уравнений, начальные значения и интервал, на котором строится решение. Для интерполяции на прямоугольную сетку с помощью билинейной интерполяции используется функция `griddata`. Она принимает координаты точек, значения в них и сетку, на которую будет интерполироваться.





4 Заключение

В ходе лабораторной работы была создана и реализована модель переноса примесей.