

Отчёт по лабораторной работе №1

Группа Б9120-01.03.02миопд

Агличиев Александр

31 октября 2022 г.

Содержание

Введение	2
Задание 1	3
Постановка задачи	3
Решение	3
Задание 2	4
Постановка задачи	4
Решение	4
Код программ	6
Задание 3	10
Постановка задачи	10
Решение	10
Заключение	11

Введение

В данной лабораторной работе мне нужно вычислить неопределенный интеграл, решить численно четыремя методами определенный интеграл на языке «Go» и найти общее решение дифференциальных уравнение с помощью программ компьютерной математики.

Задание 1

Постановка задачи

Найти следующий интеграл с подробным описанием всех действий:

$$\int \frac{\ln(x^2 + 1)}{x^2} dx$$

Решение

$$\begin{aligned} \int \frac{\ln(x^2 + 1)}{x^2} dx &= (*) \left| \begin{array}{ll} u = \ln(x^2 + 1) & du = \frac{2x}{x^2 + 1} \\ dv = \frac{dx}{x^2} & v = -\frac{1}{x} \end{array} \right| (*) = -\frac{\ln(x^2 + 1)}{x} + \\ + 2 \int \frac{dx}{x^2 + 1} &= 2 \operatorname{arctg} x - \frac{\ln(x^2 + 1)}{x} + C \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \int \frac{\ln(x^2 + 1)}{x^2} dx = 2 \operatorname{arctg} x - \frac{\ln(x^2 + 1)}{x} + C$$

Задание 2

Постановка задачи

Четырьмя методами численно вычислить следующий интеграл с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$. Реализацию решения проводить на языке «Go»:

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin \lfloor x \rfloor}{\lfloor x \rfloor} dx$$

Решение

1. Метод левых прямоугольников при $n = 15041$:

Формула вычисления:

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin \lfloor x \rfloor}{\lfloor x \rfloor} dx \approx \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \cdot \Delta x$$

Вычисленное значение:

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin \lfloor x \rfloor}{\lfloor x \rfloor} dx \approx 1.070698, \Delta = 0.000098$$

2. Метод правых прямоугольников при $n = 15042$:

Формула вычисления:

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin \lfloor x \rfloor}{\lfloor x \rfloor} dx \approx \sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x$$

Вычисленное значение:

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin \lfloor x \rfloor}{\lfloor x \rfloor} dx \approx 1.070704, \Delta = 0.000006$$

3. Метод средних прямоугольников при $n = 15042$:

Формула вычисления:

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin [x]}{[x]} dx \approx \sum_{i=0}^{n-1} f\left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2}\right) \cdot \Delta x$$

Вычисленное значение:

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin [x]}{[x]} dx \approx 1.070704, \Delta = 0.000006$$

4. Метод трапеций при $n = 15042$:

Формула вычисления:

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin [x]}{[x]} dx \approx \sum_{i=0}^{n-1} \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2} \cdot \Delta x$$

Вычисленное значение:

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin [x]}{[x]} dx \approx 1.070724, \Delta = 0.000026$$

5. Точное решение:

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin [x]}{[x]} dx = \frac{1}{2}(\pi - 1) \approx 1.070796$$

Код программ

1. Метод левых прямоугольников:

```
package main

import (
    "fmt"
    "math"
)

func integral(x float64) float64 {
    var y = math.Sin(math.Floor(x)) / math.Floor(x)
    return y
}

func checkPrecision(res float64, ans float64) bool {
    if math.Abs(res - ans) <= 0.0001 {
        return true
    }
    return false
}

func leftRectangles(deltaX float64, ans float64) float64 {
    var x float64 = 1
    var res float64 = 0
    var count = 0
    for {
        count++
        var y = integral(x)
        res += y * deltaX
        x += deltaX
        if checkPrecision(res, ans) {
            break
        }
    }
    fmt.Println(count)
    return res
}

func main() {
    const ans float64 = 1.070796
    const delta float64 = 0.0001
    fmt.Println(leftRectangles(delta, ans))
}
```

2. Метод правых прямоугольников:

```
package main

import (
    "fmt"
    "math"
)

func integral(x float64) float64 {
    var y = math.Sin(math.Floor(x)) / math.Floor(x)
    return y
}

func checkPrecision(res float64, ans float64) bool {
    if math.Abs(res - ans) <= 0.0001 {
        return true
    }
    return false
}

func rightRectangles(deltaX float64, ans float64) float64 {
    var x float64 = 1
    var res float64 = 0
    var count = 0
    for {
        count++
        x += deltaX
        var y = integral(x)
        res += y * deltaX
        if checkPrecision(res, ans) {
            break
        }
    }
    fmt.Println(count)
    return res
}

func main() {
    const ans float64 = 1.070796
    const delta float64 = 0.0001
    fmt.Println(rightRectangles(delta, ans))
}
```


3. Метод средних прямоугольников:

```
package main

import (
    "fmt"
    "math"
)

func integral(x float64) float64 {
    var y = math.Sin(math.Floor(x)) / math.Floor(x)
    return y
}

func checkPrecision(res float64, ans float64) bool {
    if math.Abs(res - ans) <= 0.0001 {
        return true
    }
    return false
}

func midRectangles(deltaX float64, ans float64) float64 {
    var x float64 = 1
    var res float64 = 0
    var count = 0
    for {
        count++
        var y = integral((x + x + deltaX) / 2)
        res += y * deltaX
        x += deltaX
        if checkPrecision(res, ans) {
            break
        }
    }
    fmt.Println(count)
    return res
}

func main() {
    const ans float64 = 1.070796
    const delta float64 = 0.0001
    fmt.Println(midRectangles(delta, ans))
}
```

4. Метод трапеций:

```
package main

import (
    "fmt"
    "math"
)

func integral(x float64) float64 {
    var y = math.Sin(math.Floor(x)) / math.Floor(x)
    return y
}

func checkPrecision(res float64, ans float64) bool {
    if math.Abs(res - ans) <= 0.0001 {
        return true
    }
    return false
}

func trapezoids(deltaX float64, ans float64) float64 {
    var x float64 = 1
    var res float64 = 0
    var count = 0
    for {
        count++
        var y = (integral(x) + integral(x + deltaX)) / 2
        x += deltaX
        res += y * deltaX
        if checkPrecision(res, ans) {
            break
        }
    }
    fmt.Println(count)
    return res
}

func main() {
    const ans float64 = 1.070796
    const delta float64 = 0.0001
    fmt.Println(trapezoids(delta, ans))
}
```

Задание 3

Постановка задачи

Для следующих дифференциальных уравнений определить тип и найти общее решение с помощью программ компьютерной математики:

1. $xy' = \frac{\sec xy}{y} - y$

2. $-(12x + 4y)y' = x - 8y - 3$

3. $y' = \frac{\csc y}{y + x \cdot \sec y}$

4. $y' = \frac{\cos^2 y \cdot \cos x}{\sin^2 x - 1}$

Решение

Поиск решения будет проводиться в системе компьютерной математики Wolfram Mathematica.

1. $xy' = \frac{\sec xy}{y} - y$

Тип уравнения: Однородное уравнение

Ответ: $2 \cos xy + 2xy \cdot \sin xy - x^2 = C$

2. $-(12x + 4y)y' = x - 8y - 3$

Тип уравнения: Уравнение вида $y' = f\left(\frac{a_1x + b_1y + c_1}{ax + by + c}\right)$, приводящееся к однородному

Ответ: $\frac{25x - 3}{10y + 5x + 3} - \ln(10y + 5x + 3) = C$

$$3. \ y' = \frac{\csc y}{y + x \cdot \sec y}$$

Тип уравнения: Линейное уравнение по переменной x

$$\text{Ответ: } x = C \sec y + \frac{1}{8} \sec y \cdot (\sin 2y - 2y \cos 2y)$$

$$4. \ y' = \frac{\cos^2 y \cdot \cos x}{\sin^2 x - 1}$$

Тип уравнения: Уравнение с разделяющимися переменными

$$\text{Ответ: } \operatorname{tg} y = C - \operatorname{artanh}(\sin x)$$

Заключение

Я решил неопределенный интеграл, написал программу для численного решения интегралов на языке программирования «Go» и пользовался Wolfram Mathematica для решения дифференциальных уравнений. Оформлял отчёт по работе в «TeX Live».