



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ**

**Кафедра информатики, математического и компьютерного
моделирования**

ОТЧЕТ

к лабораторной работе №2 по дисциплине
«Математическое моделирование»

Направление подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Выполнил студент

гр. Б9120-01.03.02

Агличиев А.О.

(ФИО)

(подпись)

« 7 » декабря 2022 г.

г. Владивосток
2022

Содержание

1	Определение цели	3
2	Информация об объекте	3
3	Создание математической модели	4
4	Реализация модели	5
4.1	Утюг без терморегулятора	5
4.2	Утюг с терморегулятором	8
5	Вывод	14

1 Определение цели

В данной лабораторной необходимо создать модель нагревательного прибора. В качестве прибора возьмём электрический утюг с терморегулятором и без него.

2 Информация об объекте

Утюг - нагревающийся металлический прибор. Работа утюга с электрическим нагревом основана на выделении тепловой энергии при прохождении электрического тока через нагревательный элемент. Температура нагревательного элемента сообщается подошве утюга, которая также нагревается.



Рис. 1: Пример утюга

Температура нагрева задается отдельным терморегулятором, главная функция которого заключается в своевременном отключении подачи электроэнергии в соответствии с заданным режимом.

3 Создание математической модели

Для создания математической модели утюга нам необходимы следующие его характеристики:

1. T - температура утюга
2. P - электрическая мощность утюга
3. S - площадь поверхности подошвы
4. c - удельная теплоёмкость подошвы утюга
5. m - масса подошвы утюга

Количество теплоты (ΔQ), которое получает тело при увеличении его температуры на величину $\Delta T = T_2 - T_1$ вычисляется так:

$$\Delta Q = cm\Delta T$$

, где T_1, T_2 - температуры тела до нагрева и после.

Количество теплоты, отдаваемое утюгом в окружающую среду вычисляется по закону Ньютона-Рихмана:

$$Q = kS(T - T_a)\Delta t$$

, где k - коэффициент теплообмена, $T_a = 293K = 20^\circ C$ - температура окружающей среды

Нагретые тела излучают энергию в виде электромагнитных волн различной длины. Тепловое излучение:

$$E = \sigma T^4$$

, где $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ - постоянная Стефана-Больцмана

Составим уравнение теплового баланса:

$$\Delta Q = P\Delta t - kS(T - T_a)\Delta t - S\sigma T^4\Delta t + S\sigma T_a^4\Delta t$$

$$cm\Delta T = P\Delta t - kS(T - T_a)\Delta t - S\sigma(T^4 - T_a^4)\Delta t$$

Поделим на Δt и умножим на cm

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{P - kS(T - T_a) - S\sigma T^4 + S\sigma T_a^4}{cm}$$

Перейдём к дифференциальному уравнению и добавим начальное условие(в начальный момент времени температура подошвы утюга равна температуре окружающей среды):

$$\begin{cases} \frac{dT}{dt} = \frac{P - kS(T - T_a) - S\sigma(T^4 - T_a^4)}{cm}, \\ T(0) = T_a. \end{cases} \quad (1)$$

Для утюга с терморегулятором добавим функцию, которая будет отвечать за включение и отключение утюга после достижения заданной максимальной температуры T_{max}

$$H(T) = \begin{cases} 0, \text{ если } T \geq T_{max} \\ 1, \text{ если } T \leq T_{min} \end{cases}$$

Тогда дифференциальное уравнение примет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dT}{dt} = \frac{P \cdot H(T) - kS(T - T_a) - S\sigma(T^4 - T_a^4)}{cm}, \\ T(0) = T_a. \end{cases} \quad (2)$$

4 Реализация модели

Программы были написаны на языке Java. Для решение дифференциального уравнения использовался метод Эйлера.

4.1 Утюг без терморегулятора

Код программы:

```
public class Main {  
    private static final Integer T0 = 291;  
    private static Integer state = HEATING;
```

```

private static class Func implements Function<Double, Double> {
    @Override
    public Double apply(Double T) {
        double sigma = 5.67E-8;
        int P = 1600;
        int c = 900;
        double m = 0.8;
        double s = 0.02;
        int k = 25;
        return (P - k * s * (T - T0) - s * sigma * (Math.pow(T, 4) - Math.pow(T0
, 4))) / c * m;
    }
}

private static ArrayList<Double> euler(Function<Double, Double> func,
ArrayList<Integer> t) {
    ArrayList<Double> res = new ArrayList<>();

    double T = T0.doubleValue();
    for (int tValue: t) {
        T += func.apply(T);
        res.add(T);
    }
    return res;
}

public static void main(String[] args) throws PythonExecutionException,
IOException {
    ArrayList<Integer> t = new ArrayList<>();
    for(int i = 0; i <= 1000; ++i) {
        t.add(i);
    }

    ArrayList<Double> T = euler(new Func(), t);

    Plot plt = Plot.create();
    plt.plot().add(t, T);
    plt.xlabel("t");
    plt.ylabel("T");
    plt.show();
}
}

```

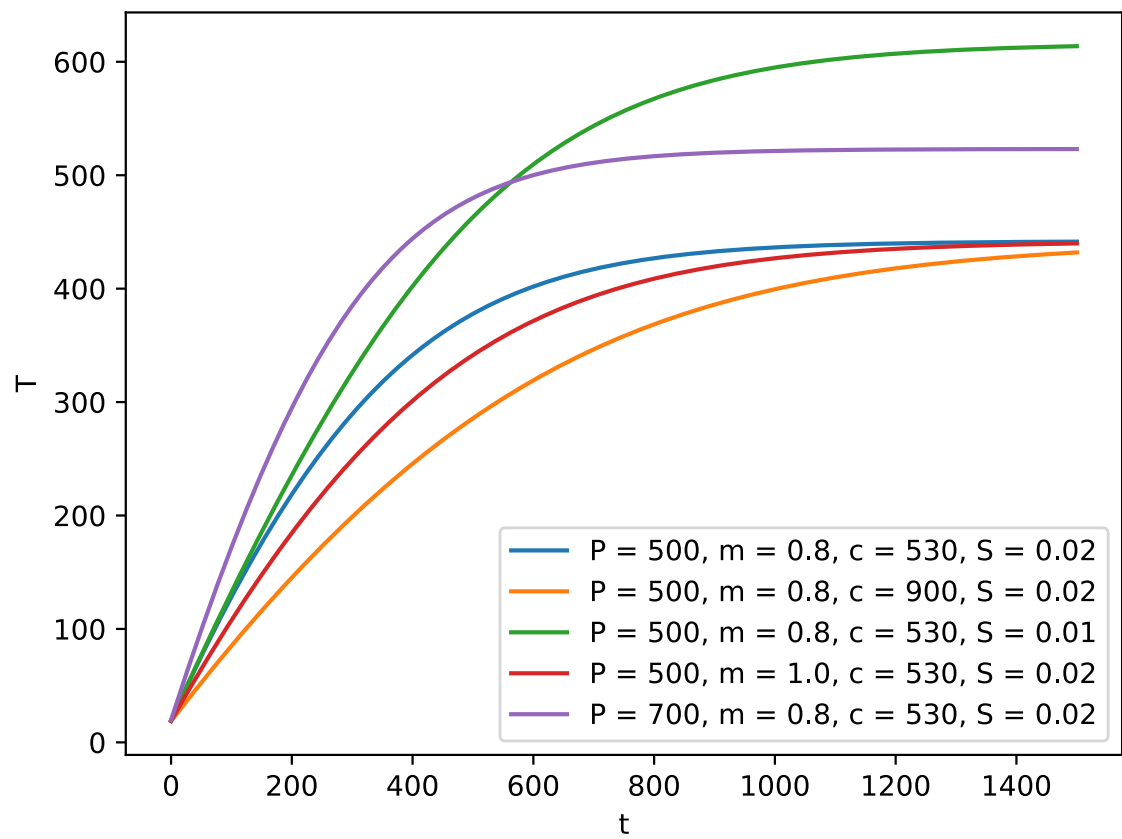


Рис. 2: График решения дифференциального уравнения (1) при разных данных

4.2 Утюг с терморегулятором

Код программы:

```
public class Main {
    private static final Integer COOLING = 0;
    private static final Integer HEATING = 1;
    private static final Integer T0 = 291;
    private static final Integer T_max = 483;
    private static final Integer T_min = 453;
    private static Integer state = HEATING;
    private static Integer thermostat(double T) {
        if (T >= T_max) {
            state = COOLING;
        } else if (T <= T_min) {
            state = HEATING;
        }
        return state.equals(COOLING) ? 0 : 1;
    }
    private static class Func implements Function<Double, Double> {
        @Override
        public Double apply(Double T) {
            double sigma = 5.67E-8;
            int P = 2000;
            int c = 900;
            double m = 0.8;
            double s = 0.02;
            int k = 25;
            return (P * thermostat(T) - k * s * (T - T0) - s * sigma * (Math.pow(T,
4) - Math.pow(T0, 4))) / (c * m);
        }
    }
    private static ArrayList<Double> euler(Function<Double, Double> func,
ArrayList<Integer> t) {
        ArrayList<Double> res = new ArrayList<>();

        double T = T0.doubleValue();
        for (int tValue: t) {
            T += func.apply(T);
            res.add(T);
        }
        return res;
    }

    public static void main(String[] args) throws PythonExecutionException,
IOException {
        ArrayList<Integer> t = new ArrayList<>();
        for(int i = 0; i <= 1500; ++i) {
```



```
        t.add(i);
    }

    ArrayList<Double> T = euler(new Func(), t);

    Plot plt = Plot.create();
    plt.plot().add(t, T);
    plt.xlabel("t");
    plt.ylabel("T");
    plt.savefig("fig10.svg");
    plt.show();
}

}
```

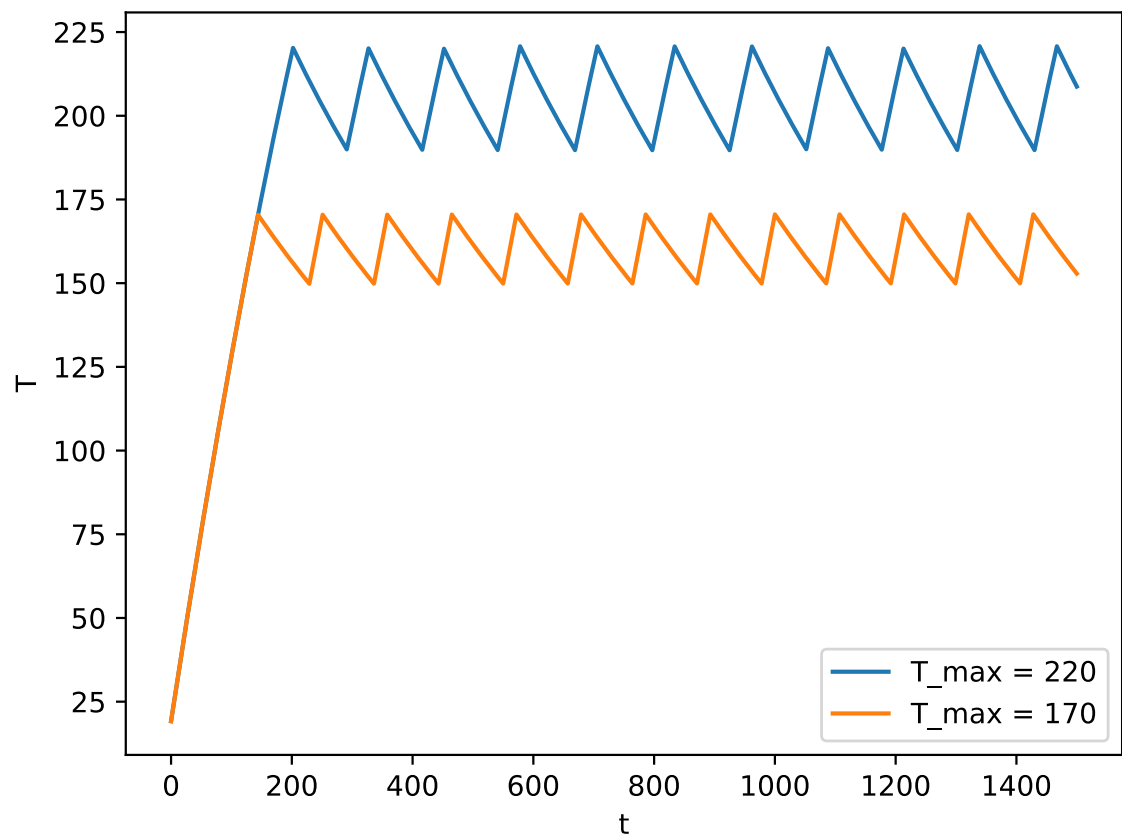


Рис. 3: График решения дифференциального уравнения (2) при $P = 500$ Вт,
 $m = 0.8$ кг, $c = 530$ Дж/К, $S = 0.02\text{м}^2$

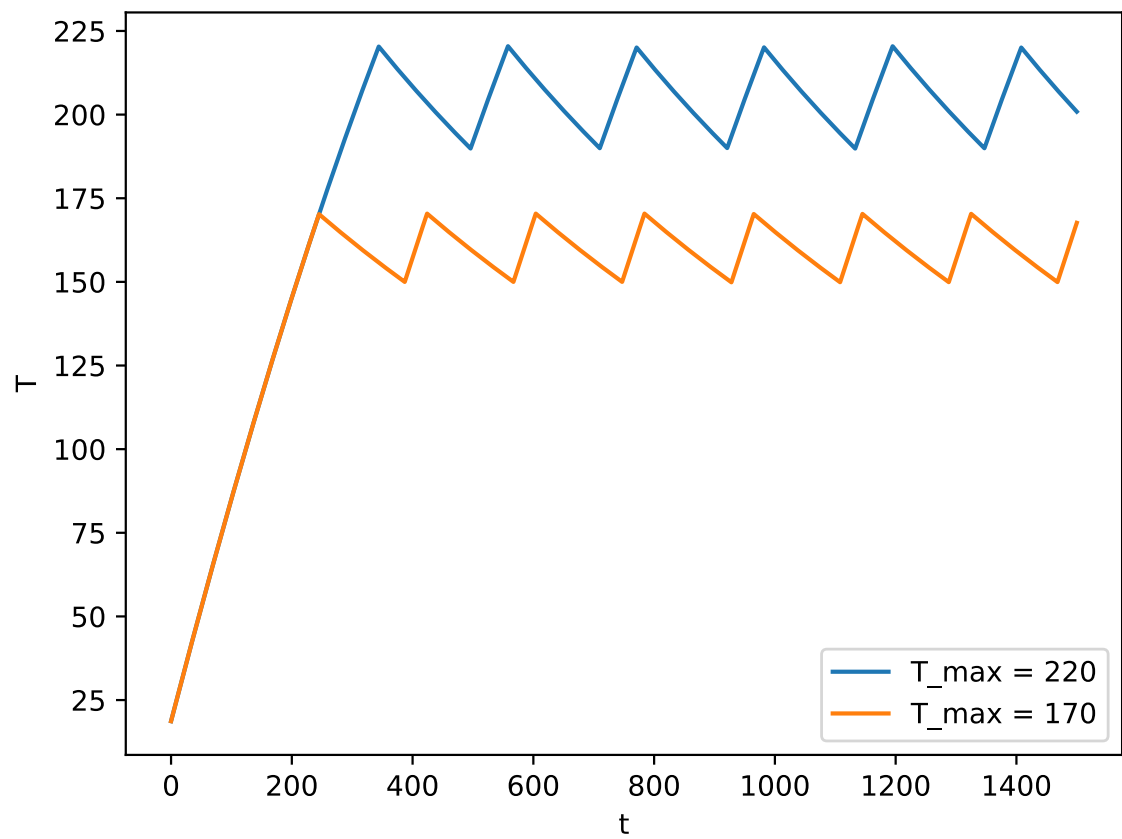


Рис. 4: График решения дифференциального уравнения (2) при $P = 500$ Вт,
 $m = 0.8$ кг, $c = 900$ Дж/К, $S = 0.02\text{м}^2$

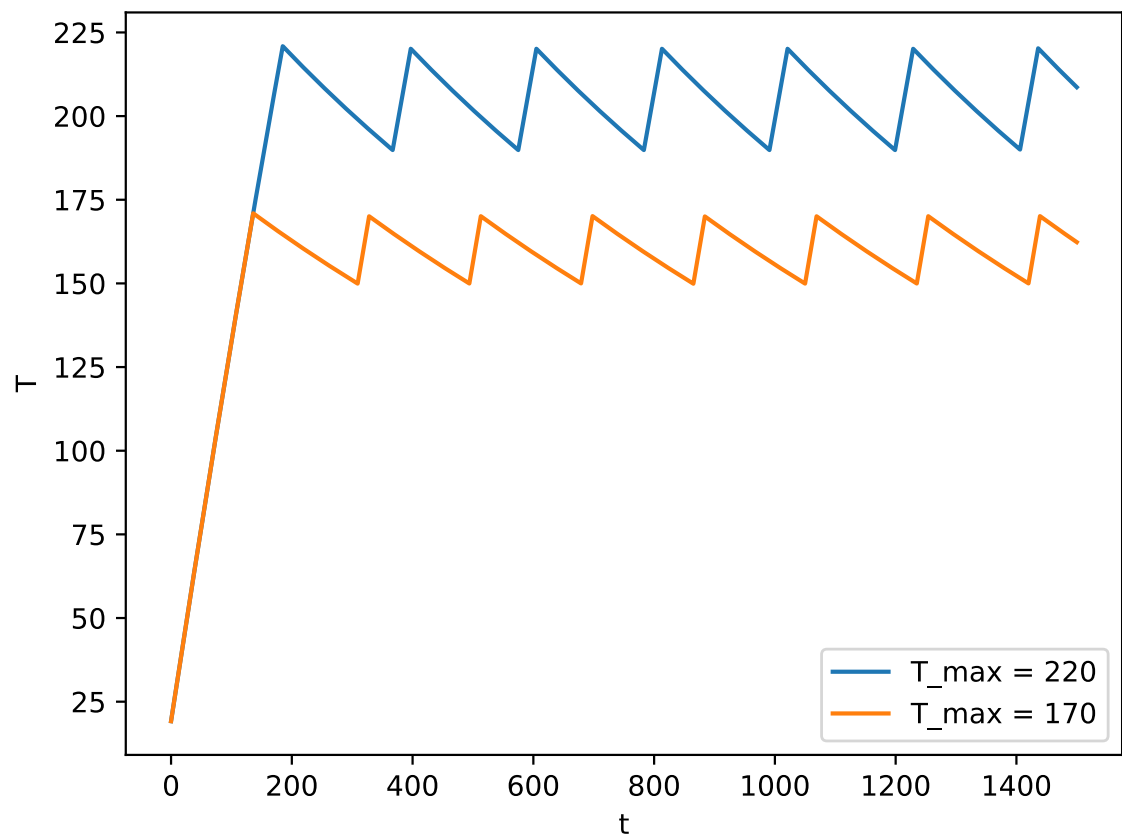


Рис. 5: График решения дифференциального уравнения (2) при $P = 500$ Вт,
 $m = 0.8$ кг, $c = 530$ Дж/К, $S = 0.01\text{м}^2$

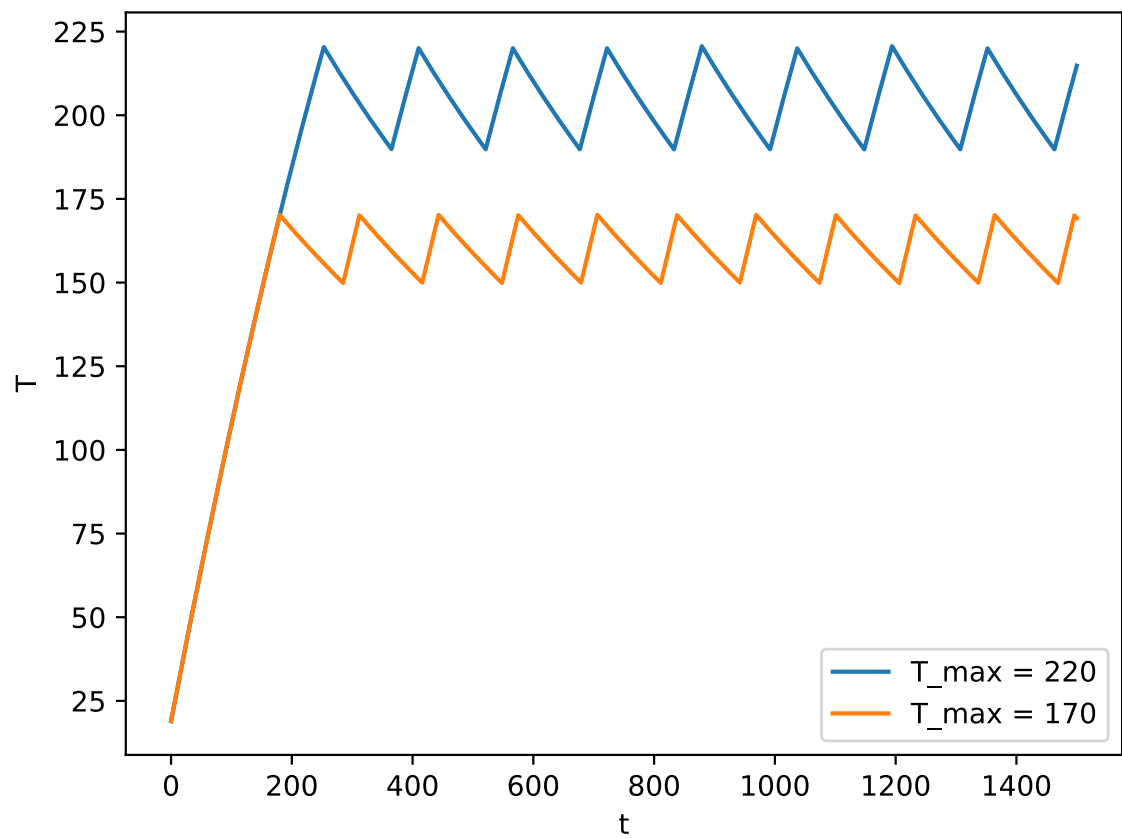


Рис. 6: График решения дифференциального уравнения (2) при $P = 500$ Вт,
 $m = 1$ кг, $c = 530$ Дж/К, $S = 0.02\text{м}^2$

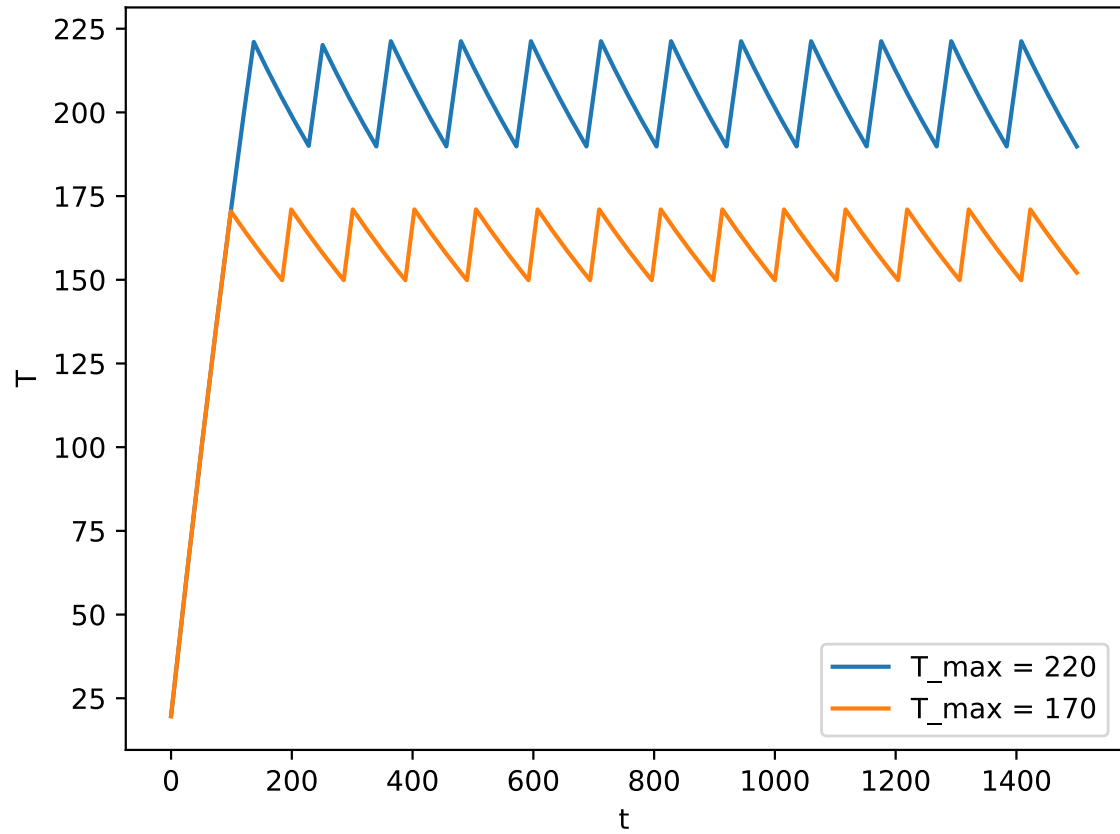


Рис. 7: График решения дифференциального уравнения (2) при $P = 700$ Вт, $m = 0.8$ кг, $c = 530$ Дж/К, $S = 0.02\text{м}^2$

5 Вывод

Таким образом, построена математическая модель утюга с терморегулятором и без него. Она позволяет получить график температур от времени для утюгов с различными площадями подошвы, теплопроводностями и мощностями.