

$$u = x^2 + \cos y + (t + 1)^2;$$

$$f = 2(t + 1) - \lambda(2 - \cos y) - 3u^2$$

Вариационная постановка метода простой итерации:

$$\int_{\Omega} u^{i+1} \cdot v dx - \tau \lambda \int_{\Omega} \nabla^2 u^{i+1} \cdot v dx - 3\tau \int_{\Omega} u^{i+1} u^i v dx = \int_{\Omega} (\tau f^{i+1} + u^i) v dx$$

Вариационная постановка метода Ньютона:

$$\int_{\Omega} u^{i+1} \cdot v dx - \tau \lambda \int_{\Omega} \nabla^2 u^{i+1} \cdot v dx - 6\tau \int_{\Omega} u^i u^{i+1} v dx + 3\tau \int_{\Omega} u_i^2 v dx = \int_{\Omega} (\tau f^{i+1} + u^i) v dx$$

Эксперименты

$\tau = 0.02$

h_{min}	h_{max}	Погрешность метода простой итерации	Погрешность метода Ньютона
0.1	0.2	0.00253	0.000860
0.02	0.04	0.00229	0.000409
0.0015	0.005	0.00212	0.0000628

$\tau = 0.01$

h_{min}	h_{max}	Погрешность метода простой итерации	Погрешность метода Ньютона
0.1	0.2	0.00164	0.000855
0.02	0.04	0.00129	0.000406
0.0015	0.005	0.00108	0.0000581

Вывод: При уменьшении τ и размера конечных элементов точность увеличивается. Метод простой итерации более чувствителен к изменениям τ , а метод Ньютона – изменения размера конечных элементов.