МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра информатики, математического и компьютерного моделирования

Лабораторная работа №5
«Движение в неинерциальной системе отсчета»

по дисциплине «Математическое моделирование»

Направление подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Выполнил студент
гр. Б9120-01.03.02
Агличеев А.О. ________
(ФИО) *(подпись)*

Проверил профессор
Пермяков М.С. ________
(ФИО) *(подпись)*

« 2 » февраля 2023 г.

г. Владивосток
2023

Содержание

1 Введение

Если кинуть мячик со вращающейся карусели, то он полетит не прямо, а отклонится в сторону. Это отклонение происходит под действием силы Кориолиса. Названа по имени французского ученого Гюстава Гаспара Кориолиса, впервые описавшего ее в статье, опубликованной в 1835 году.

Сила Кориолиса — одна из сил инерции, существующая в неинерциальной системе отсчета из-за вращения и законов инерции, проявляющаяся при движении в направлении под углом к оси вращения. Добавление силы Кориолиса к действующим на материальную точку физическим силам позволяет учесть влияние вращения системы отсчёта на такое движение.

В данной лабораторной работе будет реализована модель движения тела по вращающемуся диску после сообщения ему некоторой скорости.

2 Создание математической модели

Так как мы рассматриваем движение точки в неинерциальной системе отсчета, то на неё действует сила инерции, на вращающейся платформе сила инерции - сила Кориолиса и она равна:

$$m\frac{d\vec{V}}{dt} = F_k \tag{1}$$

, где m - масса точки, $\vec{V}$ - вектор скорости.

Сила Кориолиса перпендикулярна вектору скорости и равна:

$$\vec{F_k} = 2\left[\vec{\Omega} \times \vec{V}\right] \tag{2}$$

Приравняя (1) и (2) выполнив преобразования, получим:

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = 2\Omega v, \\ \frac{dv}{dt} = -2\Omega u, \\ \frac{dx}{dt} = u, \\ \frac{dy}{dt} = v. \end{cases}$$

, u - проекция скорости на ось x, υ - проекция скорости на ось y

3 Анализ модели

$$\begin{cases} \dfrac{du}{dt} = 2\Omega\upsilon, \\ \dfrac{d\upsilon}{dt} = -2\Omega u. \end{cases}$$

Домножим первое уравнение на u, второе - υ и сложим их, получим:

$$u\frac{du}{dt} + \upsilon\frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{u^2}{2} + \frac{\upsilon^2}{2}\right) = 0$$

Следовательно $\dfrac{u^2}{2} + \dfrac{\upsilon^2}{2} = C$

4 Реализация модели

Модель была реализована в MathCad. Система дифференциальных уравнений решалась с помощью функции rkfixed. Она решает систему ОДУ методом Рунге-Кутта четвертого порядка и принамает в качестве параметров вектор начальных условий, границы интервала, на котором ищется решение, число точек внутри интервала и вектор содержащий производные. Графики построены при разных начальных условия и угловых скоростях платформы.

При $\omega = 1$:

$$V_1 = \begin{bmatrix} x_0 = 5 \\ y_0 = 3 \\ u_0 = 4 \\ \upsilon_0 = 4 \end{bmatrix} V_2 = \begin{bmatrix} x_0 = 5 \\ y_0 = 3 \\ u_0 = 5 \\ \upsilon_0 = 5 \end{bmatrix}$$

При $\omega = 1.5$:

$$V_3 = \begin{bmatrix} x_0 = 5 \\ y_0 = 3 \\ u_0 = 4 \\ \upsilon_0 = 4 \end{bmatrix} V_4 = \begin{bmatrix} x_0 = 5 \\ y_0 = 3 \\ u_0 = 5 \\ \upsilon_0 = 5 \end{bmatrix}$$

$$V := \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \qquad \Omega := 1$$

$$D(t,V) := \begin{bmatrix} V_2 \\ V_3 \\ 2 \cdot \Omega \cdot V_3 \\ -2 \cdot \Omega \cdot V_2 \end{bmatrix}$$

$$Z := \mathrm{rkfixed}(V, 0, 100, 1000, D)$$

$$t := Z^{\langle 0 \rangle} \qquad x := Z^{\langle 1 \rangle} \qquad y := Z^{\langle 2 \rangle}$$

$$v := Z^{\langle 3 \rangle} \qquad u := Z^{\langle 4 \rangle}$$

Рис. 1: Код программы

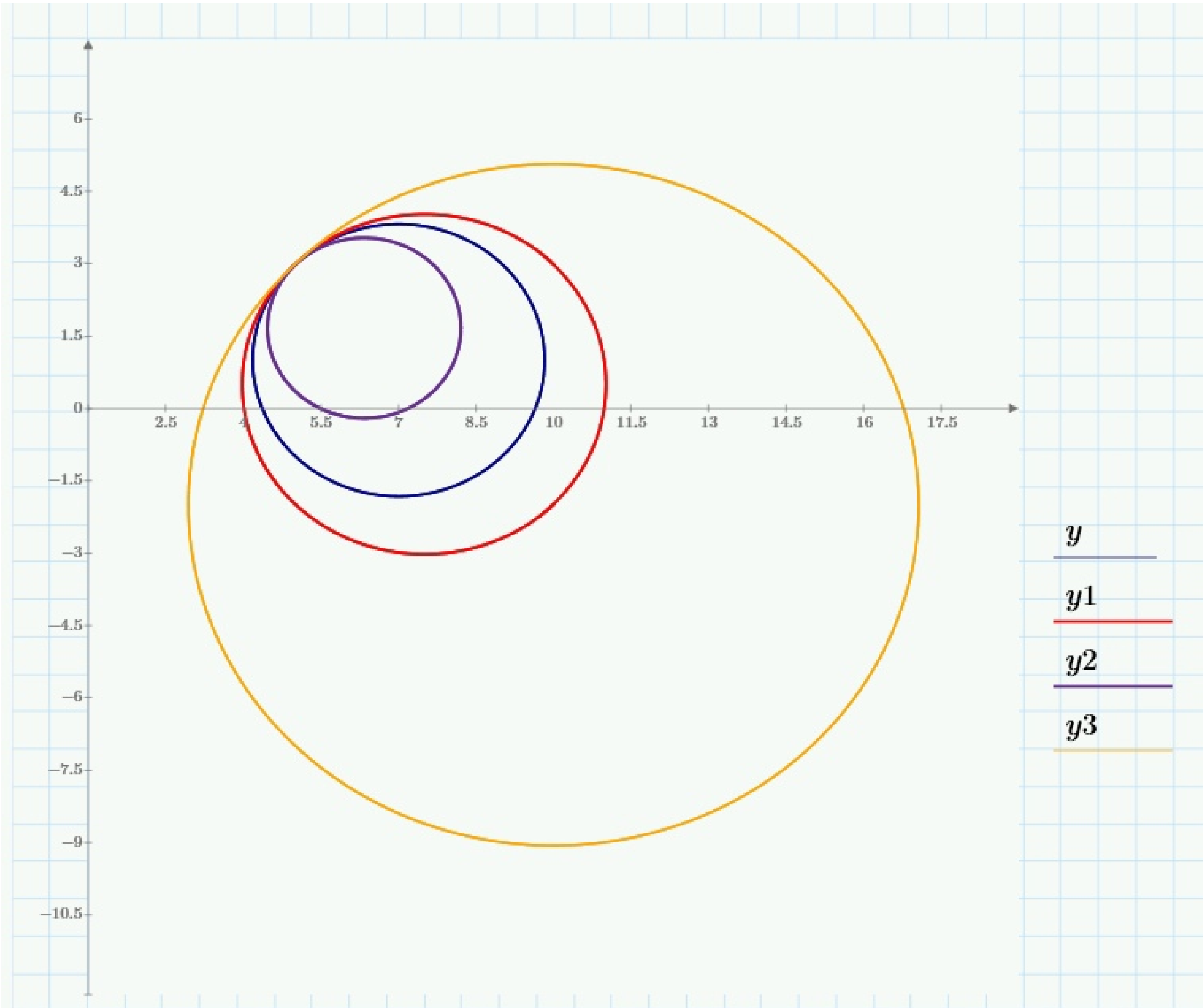

Рис. 2: Траектории движения

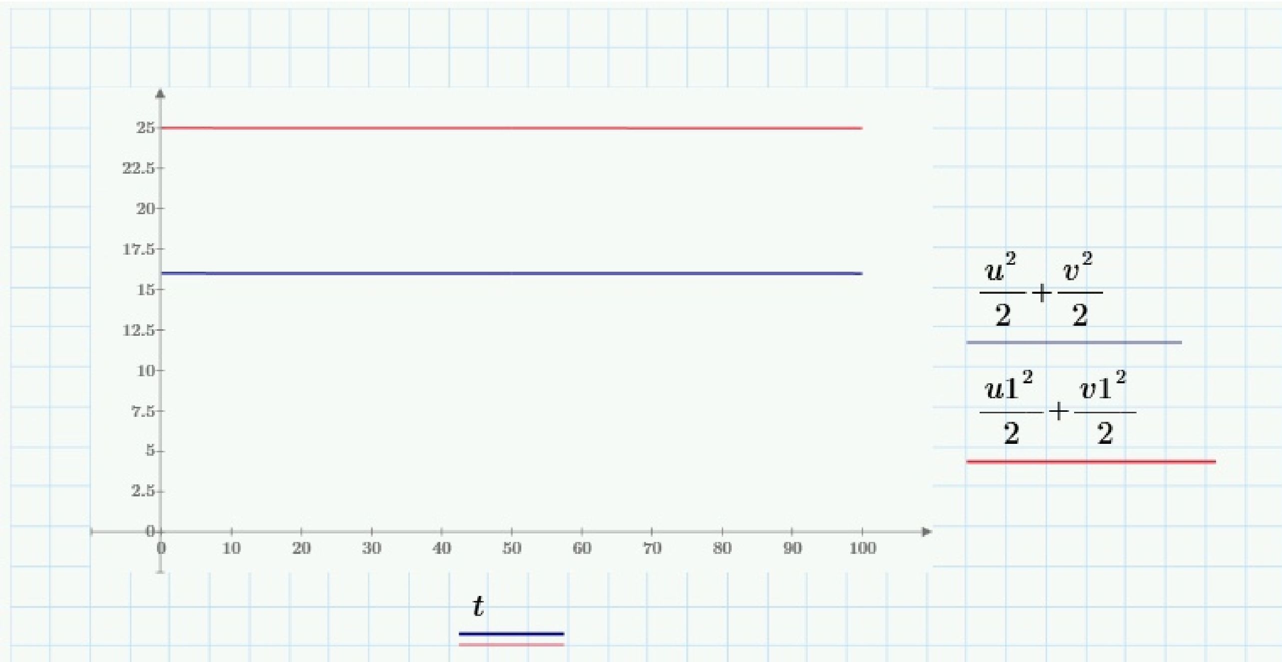

Рис. 3: Графики зависимости $u^2 + v^2$ от t

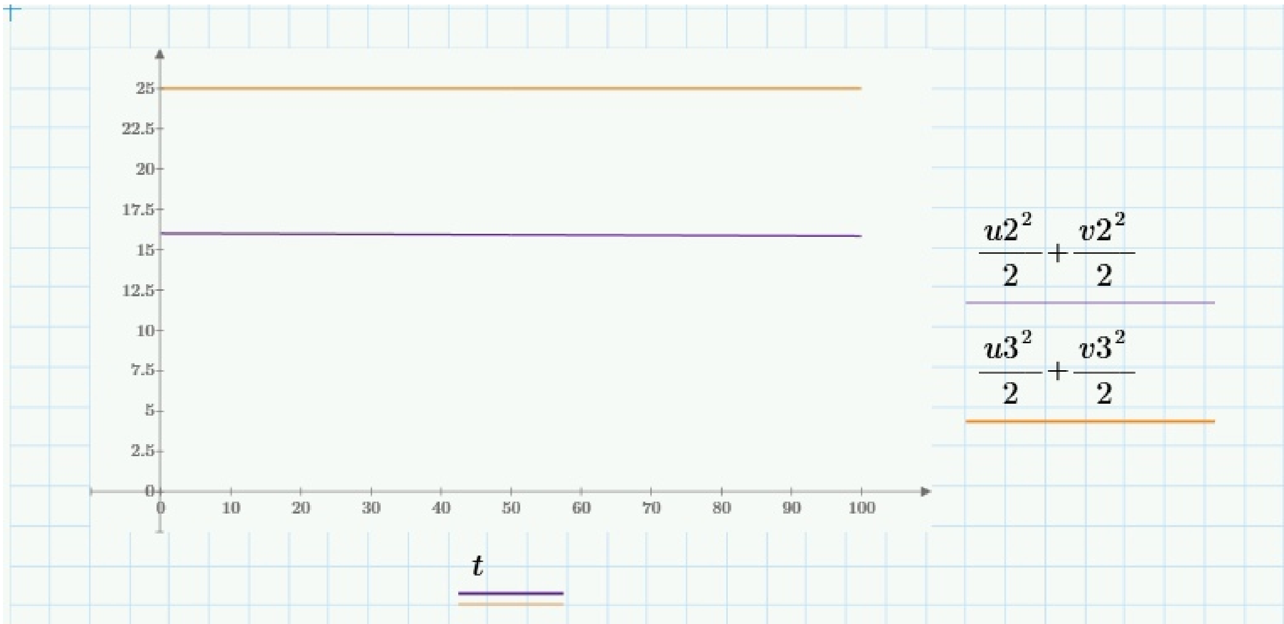

Рис. 4: Графики зависимости $u^2 + v^2$ от t

5 Вывод

Была создана и реализована математическая модель движения тела во вращающейся системе координат.