МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра информатики, математического и компьютерного моделирования

ОТЧЕТ

к лабораторной работе №4 по дисциплине
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Направление подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Выполнил студент
гр. Б9120-01.03.02
Агличеев А.О. ________
(ФИО) *(подпись)*

« 17 » июня 2022 г.

г. Владивосток
2022

Содержание

1 Введение

В данной лабораторной работе мне нужно решить и дать хар-ку линейных уравнений высших порядков, решить задачу Коши для уравнений 2-го порядка и найти коэффициент логистичекого уравнения.

2 Задание 1

2.1 Постановка задачи

Для следующих линейных дифференциальных уравнений дать характеристику и найти общее решение:

1. $(\theta-1)^4 r^{IV} + 14(\theta-1)^3 r''' + 67(\theta-1)^2 r'' + 173(\theta-1) r' + 320 r = -5\sin^2 2\ln(\theta-1)$

2. $$x''' - 8x'' + 21x' - 20x = -9e^{-2t}\cosh 3t \cdot \sinh 3t \cdot \cos t \cdot \sin t + \\ + (-10t+1)\cdot e^{3t}\cosh 4t$$

3. $x^2y'' + xy' + y = 2\sin\ln x$

4. $x(y'' - y)\sin x + 2(xy' + y)\cos x + 2y'\sin x = e^x$

5. $y'' + 4y = \sec 2x$

2.2 Решение

Поиск решения будет проводиться в системе компьютерной математики Wolfram Mathematica.

1. $(\theta-1)^4 r^{IV} + 14(\theta-1)^3 r''' + 67(\theta-1)^2 r'' + 173(\theta-1) r' + 320 r = -5\sin^2 2\ln(\theta-1)$

   Характеристика: Линейное неоднородное приведенное дифференциальное уравнения четвертого порядка с переменными коэффициентами, приводится уравнению Эйлера 4 порядка заменой $t = \theta - 1$ с характеристичекой неоднородностью

   Ответ: $$768(\theta-1)^4 r = C_1\sin\big(2\ln(\theta-1)\big) + C_2\cos\big(2\ln(\theta-1)\big) + \\ + C_3\cos\big(4\ln(\theta-1)\big) + C_4\sin\big(4\ln(\theta-1)\big) + \\ + 5\sin\big(2\ln(\theta-1)\big) + 5\cos\big(2\ln(\theta-1)\big) - 6$$

2. $$x''' - 8x'' + 21x' - 20x = -9e^{-2t}\cosh 3t \cdot \sinh 3t \cdot \cos t \cdot \sin t + \\ + (-10t+1)\cdot e^{3t}\cosh 4t$$

Характеристика: Линейное неоднородное приведенное дифференциальное уравнения третьего порядка с постоянными коэффициентами, характеристическая неоднородность

Ответ: $y = C_1{}^{4t} + e^{2t}(C_2 \cos 2t + C_3 \sin 2t) + Ae^{-2t} +$
$+ e^{-2t}(B_1 \cos 2t + B_2 \sin 2t + Ee^{-8t} + e^{-8t}(F_1 \cos 2t +$
$+ F_2 \sin 2t) + Gxe^{4t} + e^{4t}(H_1 \cos 2t + H_2 \sin 2t) +$
$+ e^{7t}(J_1 x + J_2) + e^{-t}(K_1 x + K_2)$

3. $x^2y'' + xy' + y = 2\sin\ln x$

   Характеристика: Уравнение Эйлера второго порядка, характерестическая неоднородность после замены $x = e^t$

   Ответ: $y = C_1 \cos\ln x + C_2 \sin\ln x - \ln x \cdot \cos\ln x$

4. $x(y'' - y)\sin x + 2(xy' + y)\cos x + 2y'\sin x = e^x$

   Характеристика: Линейное неоднородное неприведенное дифференциальное уравнения второго порядка с переменными коэффициентами

   Ответ: $xy = C_1 \csc x + C_2 x \csc x + e^x \csc x$

5. $y'' + 4y = \sec 2x$

   Характеристика: Линейное неоднородное приведенное дифференциальное уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, неоднородность общего вида

   Ответ: $4y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + 2x \sin 2x + \cos 2x \ln\cos 2x$

3 Задание 2

3.1 Постановка задачи

Для заданных уравнений указать тип в простой форме. Найти общее решение. Найти частное решение, удовлетворяющее заданным условиям. Построить график решения:

1. $2yy'' + y'^2 + y'^4 = 0; \;\; y(0) = 1, \; y'(0) = 2$
2. $2yy'' = 4y'^2 + y''; \;\; y(0) = 0, \; y'(0) = -2$

3.2 Решение

1. $\begin{cases} 2yy'' + y'^2 + y'^4 = 0, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 2; \end{cases}$

   Тип уравнения: Общее уравнение несодержащее аргумента

   Общее решение: $2(C_1 y - 1)^{\frac{3}{2}} + C_2 = 3C_1 x$

   Задача Коши: $(5y - 4)^{\frac{3}{2}} - 1 = 15x$

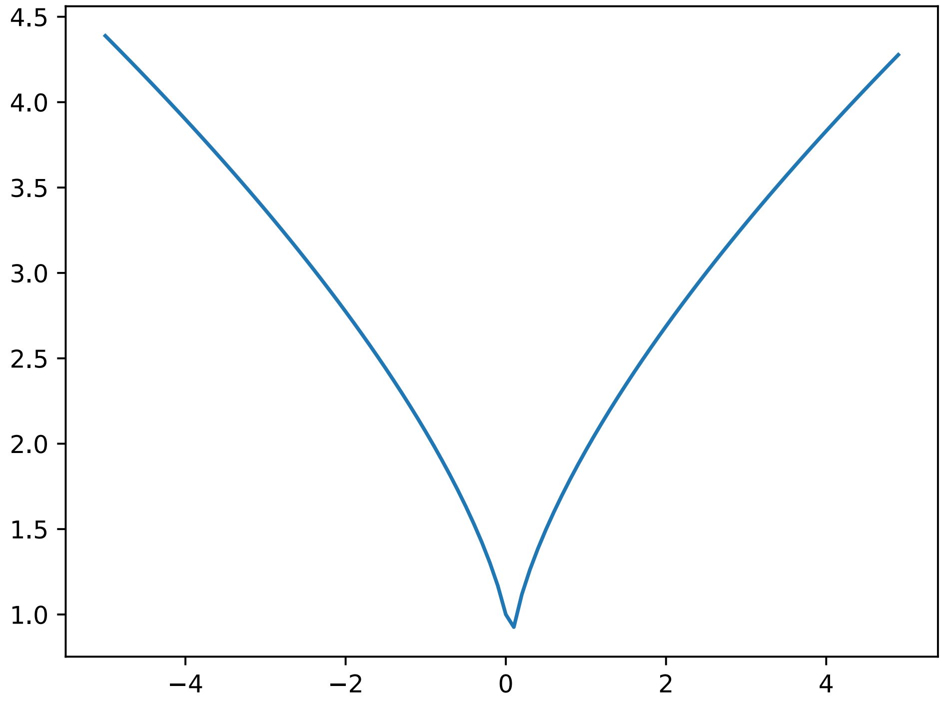

Рис. 1: График $(5y-4)^{\frac{3}{2}}-1=15x$

2. $\begin{cases} r''+9r=0, \\ r(0)=\cos 4, \\ r'(0)=-3\sin 4; \end{cases}$

   Тип уравнения: Линейное однородное приведенное дифференциальное уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

   Общее решение: $r=C_1\cos 3\theta+C_2\sin 3\theta$

   Задача Коши: $r=\cos{(3\theta+4)}$

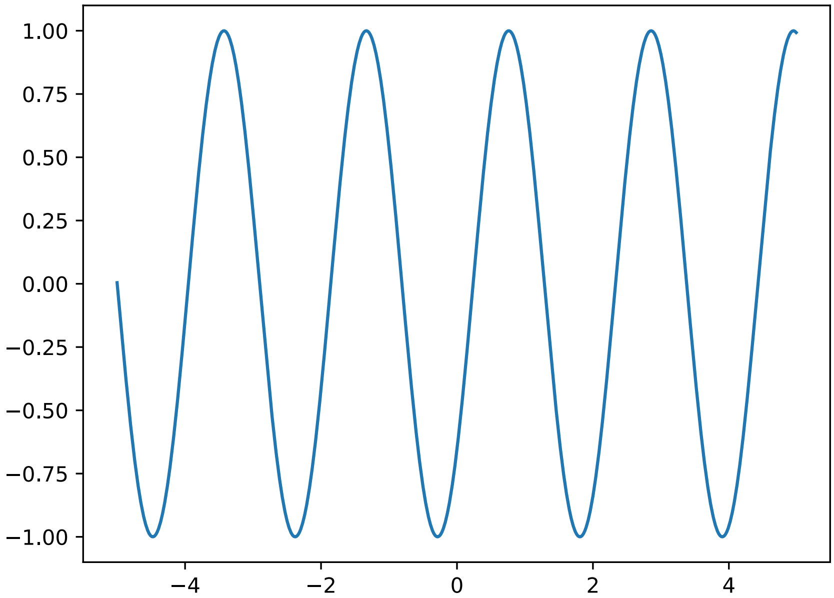

Рис. 2: График $r = \cos(3\theta + 4)$

4 Заключение

Я решил 5 линейных уравнений высших порядков, 2 задачи Коши для уравнений 2-го порядка и аналитически нашёл коэффициент для логистического уравнения. Оформлял отчёт по работе в «TEX Live».