МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра информатики, математического и компьютерного моделирования

ОТЧЕТ

к лабораторной работе №2 по дисциплине
«Математическое моделирование»

Направление подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Выполнил студент
гр. Б9120-01.03.02
Агличеев А.О. ________
(ФИО) *(подпись)*

« 15 » декабря 2022 г.

г. Владивосток
2022

Содержание

1 Определение цели

В данной лабораторной необходимо создать модель нагревательного прибора. В качестве прибора возьмём электрический утюг, так как это элемент бытовой техники, который есть практически у всех. Утюг был изобретен давно. Например, до появления электричества существовали угольные утюги.

Рис. 1: Угольный утюг

Но с появлением электричества и развития техники, появились электрические утюги. Работа электрического утюга с электрическим нагревом основана на выделении тепловой энергии при прохождении электрического тока через нагревательный элемент. Температура нагревательного элемента сообщается подошве утюга, которая также нагревается. Ранние электрические утюги не имели регулировки температуры и их было необходимо отключать от сети при достижении небходимой температуры. Температура современных электрических утюгов задается отдельным терморегулятором, главная функция которого заключается в своевременном отключении подачи электроэнергии в соответствии с заданным режимом.

Рис. 2: Современный электрический утюг

Основной характеристикой является мощность.

2 Создание математической модели

Количество теплоты(ΔQ), которое получает утюг при увеличении его температуры на величину $\Delta T = T_2 - T_1$ вычисляется так:

$$\Delta Q = cm\Delta T$$

, где T_1, T_2 - температуры утюга до нагрева и после.

Количество теплоты, отдаваемое утюгом в окружающую среду вычисляется по закону Ньютона-Рихмана:

$$Q = kS(T - T_a)\Delta t$$

, где k - коэффициент теплообмена, $T_a = 293K = 20°C$ - температура окружающей среды, c - удельная темплоёмкость подошвы утюга, S - площадь поверхности подошвы, T - температура утюга

Нагретый утюг излучают энергию в виде электромагнитных волн различной длины. Тепловое излучение:

$$E = \sigma T^4$$

, где $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ - постоянная Стефана-Больцмана

Составим уравнение теплового баланса:

$$\Delta Q = P\Delta t - kS(T - T_a)\Delta t - S\sigma T^4 \Delta t + S\sigma T_a^4 \Delta t$$

, P - мощность утюга, Δt - время работы утюга

$$cm\Delta T = P\Delta t - kS(T - T_a)\Delta t - S\sigma(T^4 - T_a)\Delta t$$

Поделим на Δt и умножим на cm

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{P - kS(T - T_a) - S\sigma T^4 + S\sigma T_a^4}{cm}$$

Перейдём к дифференциальному уравнению и добавим начальное условие(в начальный момент времени температура подошвы утюга равна температуре окружающей среды):

$$\begin{cases} \dfrac{dT}{dt} = \dfrac{P - kS(T - T_a) - S\sigma(T^4 - T_a)}{cm}, \\ T(0) = T_a. \end{cases} \tag{1}$$

Для утюга с терморегулятором добавим функцию, которая будет отвечать за включение и отключение утюга после достижения заданной максимальной температуры T_{max}

$$H(T) = \begin{cases} 0, \text{если} T \geq T_{max} \\ 1, \text{если} T \leq T_{min} \end{cases}$$

Тогда дифференциальное уравнение примет следующий вид:

$$\begin{cases} \dfrac{dT}{dt} = \dfrac{P \cdot H(T) - kS(T - T_a) - S\sigma(T^4 - T_a)}{cm}, \\ T(0) = T_a. \end{cases} \tag{2}$$

3 Реализация модели

Программы были написаны на языке Java. Для решение дифференциального уравнения использовался метод Эйлера.

3.1 Утюг без терморегулятора

Код программы:

```
public class Main {
  private static final Integer T0 = 291;
  private static Integer state = HEATING;

  private static class Func implements Function<Double, Double> {
    @Override
    public Double apply(Double T) {
      double sigma = 5.67E-8;
      int P = 1600;
      int c = 900;
      double m = 0.8;
      double s = 0.02;
      int k = 25;
      return (P - k * s *(T - T0) - s * sigma *(Math.pow(T, 4) - Math.pow(T0
  , 4))) / c * m;
    }
  }

  private static ArrayList<Double> euler(Function<Double, Double> func,
   ArrayList<Integer> t) {
    ArrayList<Double> res = new ArrayList<>();

    double T = T0.doubleValue();
    for (int tValue: t) {
      T += func.apply(T);
      res.add(T);
    }
    return res;
  }

  public static void main(String[] args) throws PythonExecutionException,
   IOException {
    ArrayList<Integer> t = new ArrayList<>();
    for(int i = 0; i <= 1000; ++i) {
      t.add(i);
    }

    ArrayList<Double> T = euler(new Func(), t);
```

```
        Plot plt = Plot.create();
        plt.plot().add(t, T);
        plt.xlabel("t");
        plt.ylabel("T");
        plt.show();
    }
}
```

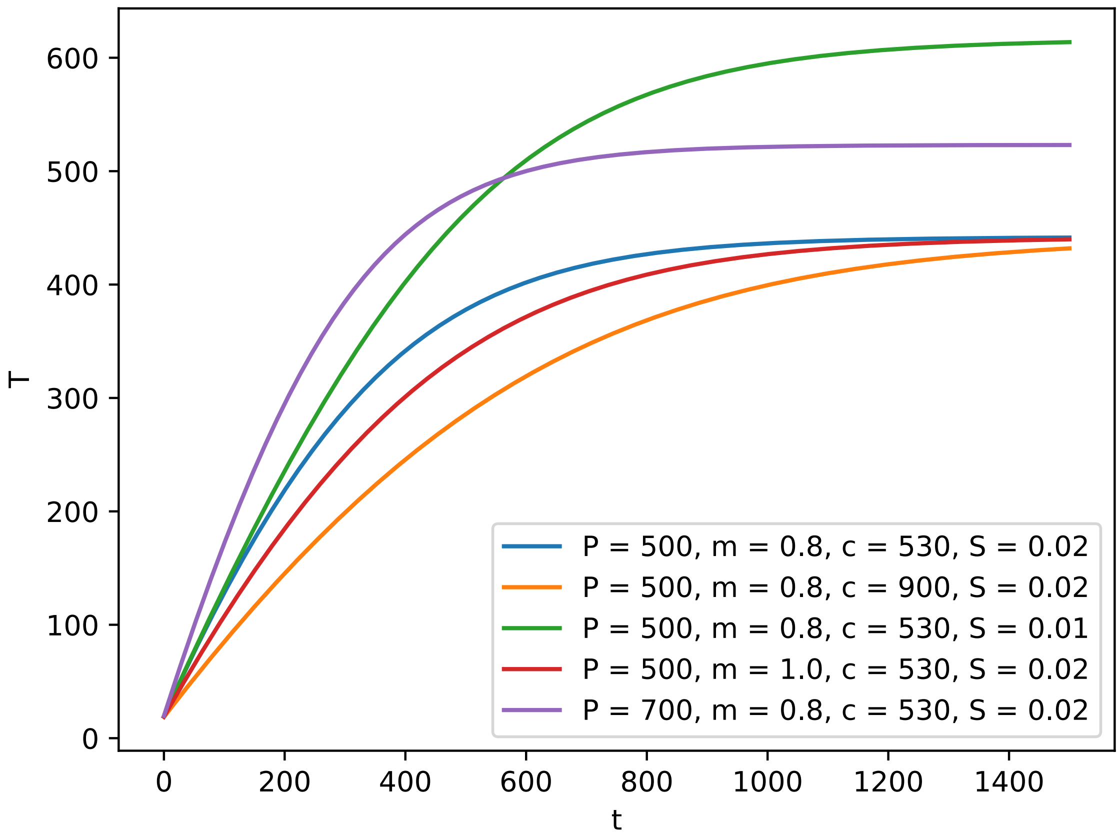

Рис. 3: График решения дифференциального уравнения (1) при разных данных

3.2 Утюг с терморегулятором

Код программы:

```
public class Main {
  private static final Integer COOLING = 0;
  private static final Integer HEATING = 1;
  private static final Integer T0 = 291;
  private static final Integer T_max = 483;
  private static final Integer T_min = 453;
  private static Integer state = HEATING;
  private static Integer thermostat(double T) {
    if (T >= T_max) {
      state = COOLING;
    } else if (T <= T_min) {
      state = HEATING;
    }
    return state.equals(COOLING) ? 0 : 1;
  }
  private static class Func implements Function<Double, Double> {
    @Override
    public Double apply(Double T) {
      double sigma = 5.67E-8;
      int P = 2000;
      int c = 900;
      double m = 0.8;
      double s = 0.02;
      int k = 25;
      return (P * thermostat(T)- k * s *(T - T0) - s * sigma *(Math.pow(T,
   4) - Math.pow(T0, 4))) / (c * m);
    }
  }

  private static ArrayList<Double> euler(Function<Double, Double> func,
   ArrayList<Integer> t) {
    ArrayList<Double> res = new ArrayList<>();

    double T = T0.doubleValue();
    for (int tValue: t) {
      T += func.apply(T);
      res.add(T);
    }
    return res;
  }

  public static void main(String[] args) throws PythonExecutionException,
   IOException {
    ArrayList<Integer> t = new ArrayList<>();
    for(int i = 0; i <= 1500; ++i) {
```

```
    t.add(i);
  }

  ArrayList<Double> T = euler(new Func(), t);

  Plot plt = Plot.create();
  plt.plot().add(t, T);
  plt.xlabel("t");
  plt.ylabel("T");
  plt.savefig("fig10.svg");
  plt.show();
}
      }
```

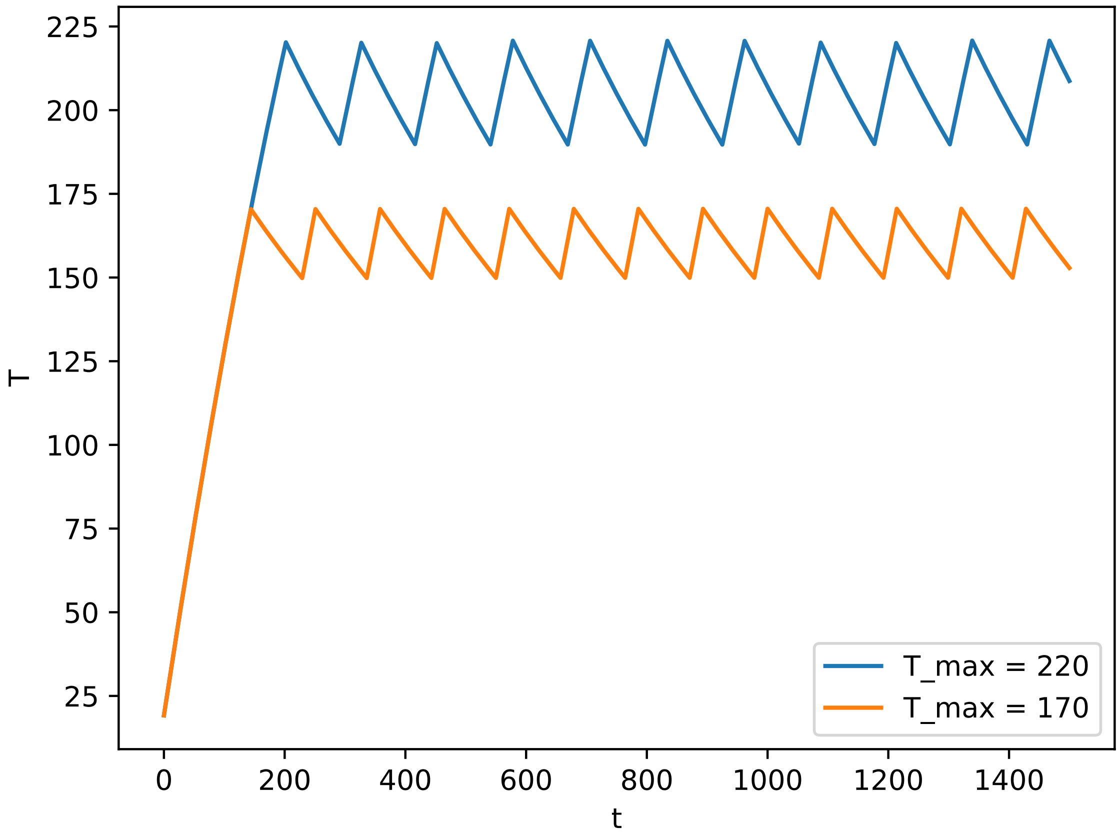

Рис. 4: График решения дифференциального уравнения (2) при $P = 500$ Вт, $m = 0.8$ кг, $c = 530$ Дж/K, $S = 0.02$м^2

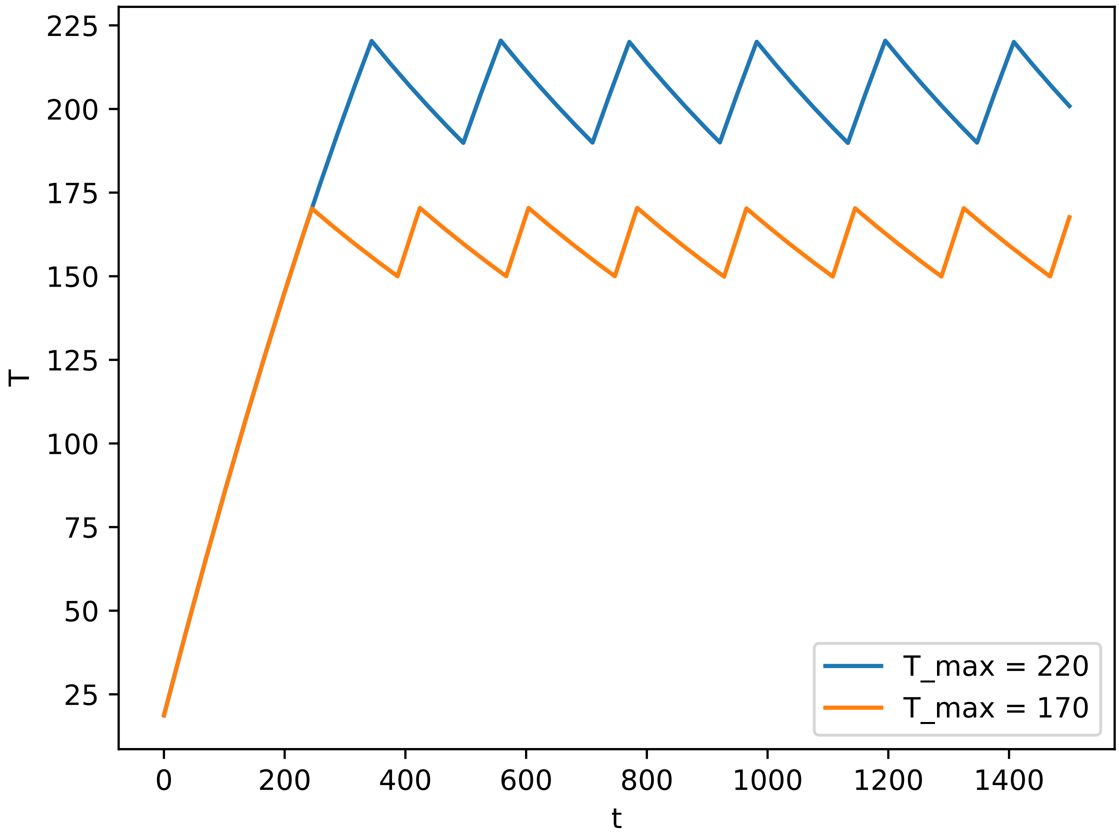

Рис. 5: График решения дифференциального уравнения (2) при $P = 500$ Вт, $m = 0.8$ кг, $c = 900$ Дж/К, $S = 0.02$м^2

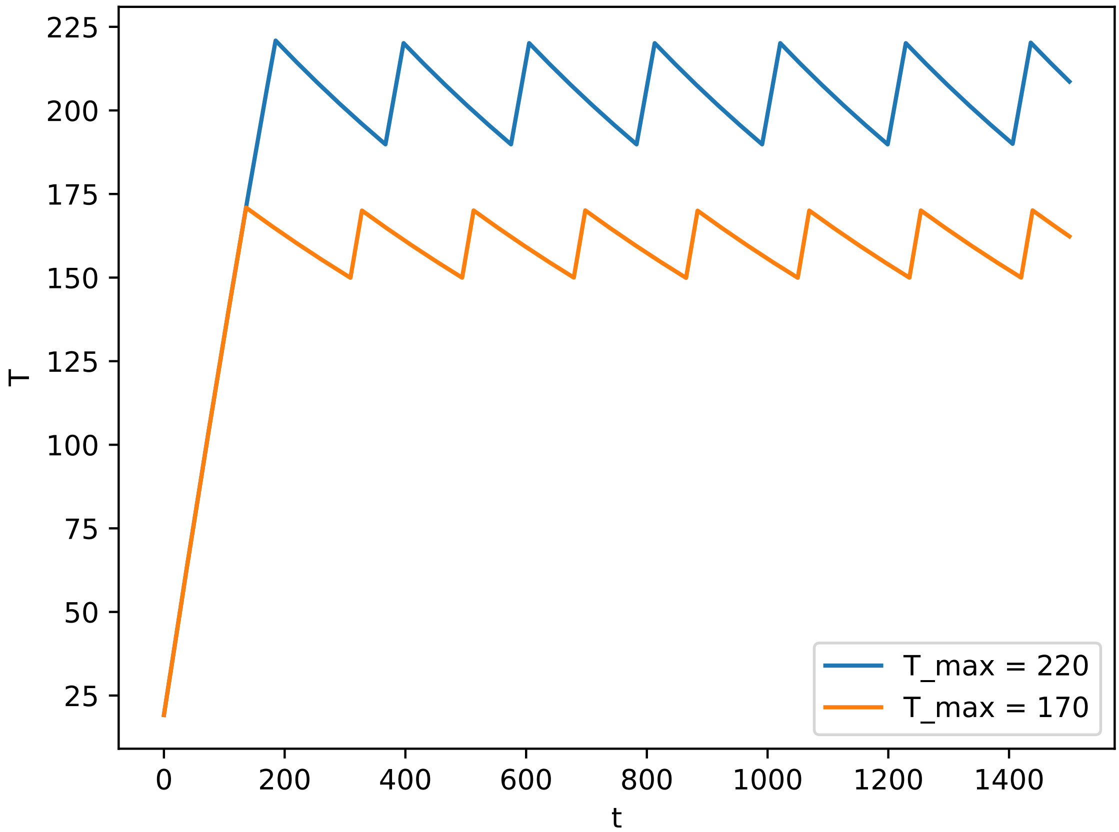

Рис. 6: График решения дифференциального уравнения (2) при $P = 500$ Вт, $m = 0.8$ кг, $c = 530$ Дж/К, $S = 0.01$м^2

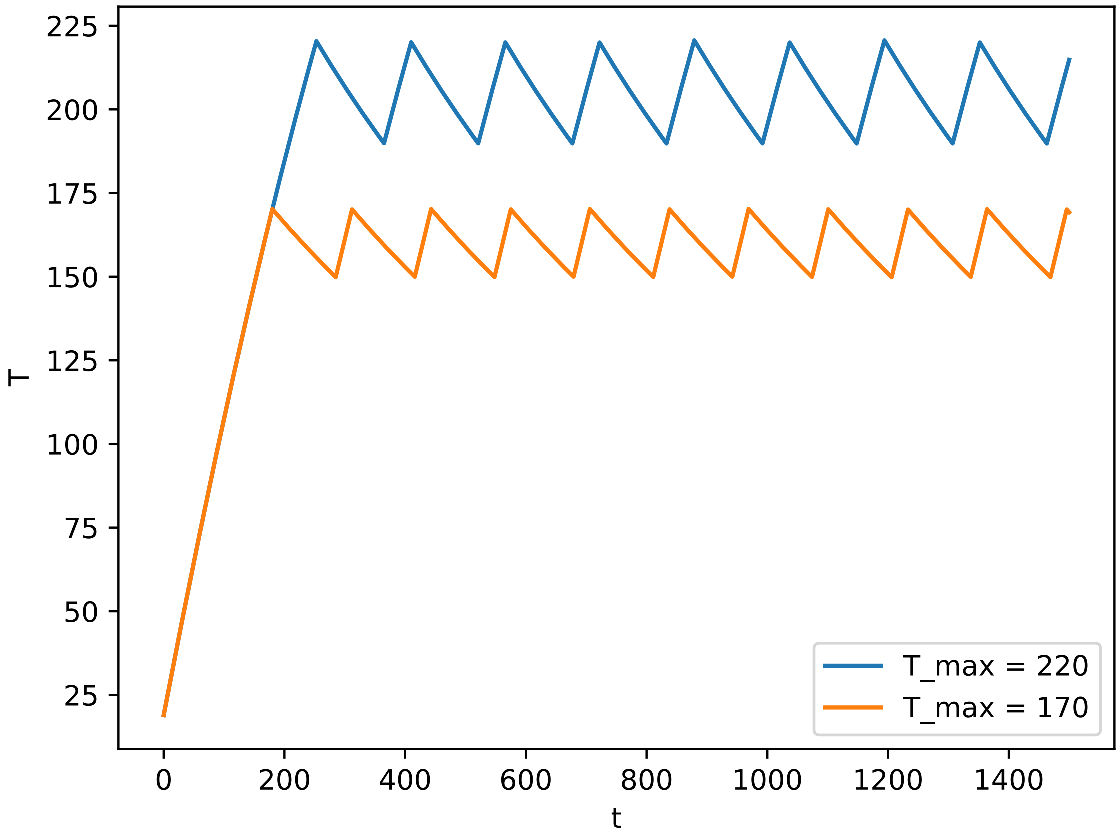

Рис. 7: График решения дифференциального уравнения (2) при $P = 500$ Вт, $m = 1$ кг, $c = 530$ Дж/К, $S = 0.02$м^2

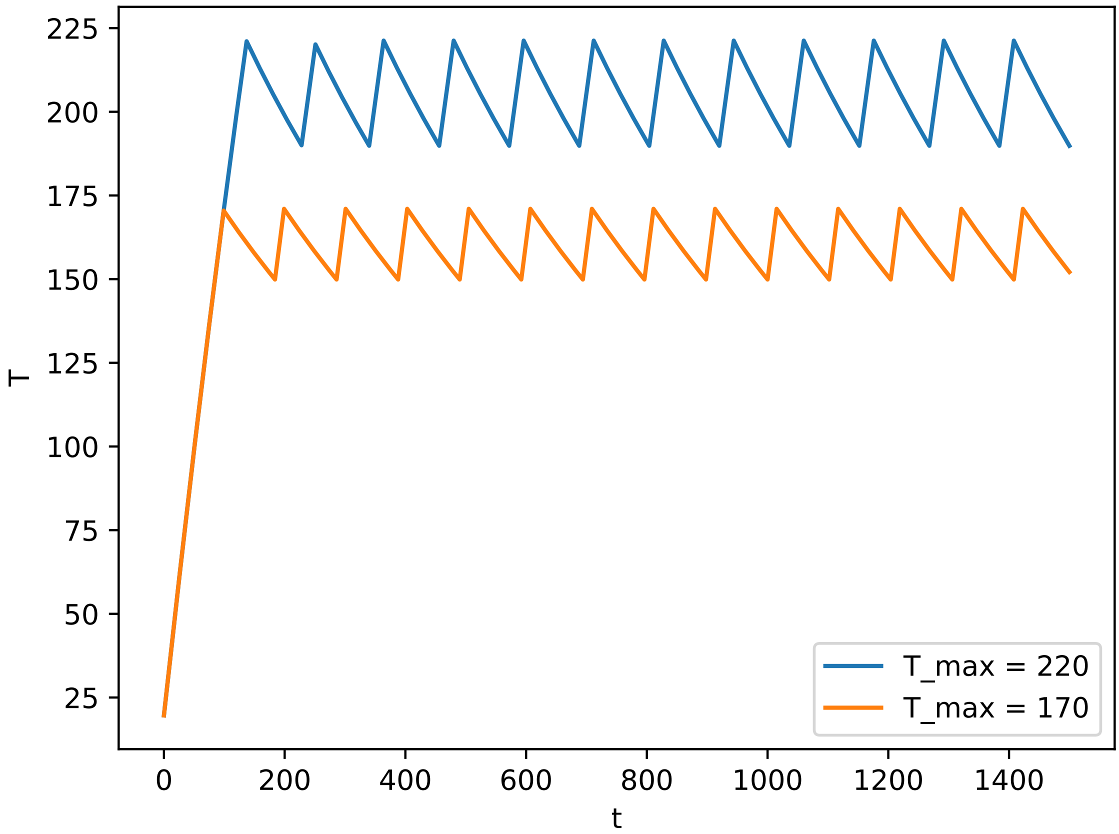

Рис. 8: График решения дифференциального уравнения (2) при $P = 700$ Вт, $m = 0.8$ кг, $c = 530$ Дж/К, $S = 0.02$м^2

4 Вывод

Таким образом, построена математическая модель утюга с терморегулятором и без него. Она позволяет получить график температур от времени для утюгов с различными площадями подошвы, теплопроводностями и мощностями.