МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
**«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)**

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра информатики, математического и компьютерного моделирования

Лабораторная работа №2

Направление подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
профиль « Математическое и информационное обеспечение математической деятельности »

Выполнил студент
гр. Б9120-01.03.02
Агличеев А.О. ________
(ФИО) *(подпись)*

Проверил
Яковлев А.А. ________
(ФИО) *(подпись)*

« 7 » мая 2023 г.

**г. Владивосток
2023**

1 Постановка задачи

Дана задача:

$$\begin{cases} c \cdot x \to max \\ Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Где c – неотрицательный 6-мерный вектор, x – неотрицательный 6-мерный вектор неизвестных, который необходимо найти, A – матрица 6×8, b – неотрицательный 8-мерный вектор

$$A = \begin{pmatrix} 13 & 27 & 9 & 19 & 6 & 27 \\ 8 & 16 & 8 & 5 & 13 & 22 \\ 15 & 26 & 6 & 17 & 15 & 10 \\ 28 & 22 & 4 & 28 & 4 & 17 \\ 14 & 11 & 15 & 8 & 15 & 15 \\ 1 & 28 & 20 & 23 & 24 & 25 \\ 9 & 17 & 6 & 6 & 13 & 23 \\ 15 & 19 & 3 & 29 & 5 & 7 \end{pmatrix} b = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 2 \\ 17 \\ 2 \\ 9 \\ 21 \\ 5 \end{pmatrix} c = \begin{pmatrix} 7 & 16 & 5 & 11 & 27 & 10 \end{pmatrix}$$

Решать будем симплекс-методом. Для начала приведем задачу к каноническому виду. Введем дополнительный 8-мерный вектор переменных $z = Ax - b$. Тогда к вектору с дописываем 8 нулей и рассматриваем вектор $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. К матрице А справа дописываем единичную матрицу получаем:

$$\begin{cases} (c, 0) \cdot \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} \to max \\ (AI) \cdot \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} = b \\ x, z \geq 0 \end{cases}$$

Прямая задача

Составим симплекс-таблицу. Первая строка – расширенный вектор c, где элементы мы запишем со знаком минус, чтобы решать задачу на минимум. Остальные строки – расширенная матрица A, последний столбик – вектор b, а первый элемент последнего столбца - значение целевой функции, равное 0.

Видим, что в первой строке (не включая значение целевой функции) есть отрицательные элементы, а значит оптимальное решение еще не найдено.

Разрешающая колонка находится путем выборки такого столбца, у которого элемент строки целевой функции отрицательный. Мы будем брать отрицательный элемент, максимальный по модулю.

Разрешающей строкой будет строка, содержащая наименьшее *положительное* отношение свободного числа к элементу разрешающего столбца. Элемент, расположенный на пересечении разрешающих столбца и строки, называется разрешающим элементом.

$$\begin{pmatrix}
-7.0 & -16.0 & -5.0 & -11.0 & -27.0 & -10.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
13.0 & 27.0 & 9.0 & 19.0 & 6.0 & 27.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 6.0 \\
8.0 & 16.0 & 8.0 & 5.0 & 13.0 & 22.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 5.0 \\
15.0 & 26.0 & 6.0 & 17.0 & 15.0 & 10.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 2.0 \\
28.0 & 22.0 & 4.0 & 28.0 & 4.0 & 17.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 17.0 \\
14.0 & 11.0 & 15.0 & 8.0 & 15.0 & 15.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 2.0 \\
1.0 & 28.0 & 20.0 & 23.0 & 24.0 & 25.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 9.0 \\
9.0 & 17.0 & 6.0 & 6.0 & 13.0 & 23.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 21.0 \\
15.0 & 19.0 & 3.0 & 29.0 & 5.0 & 7.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 5.0
\end{pmatrix}$$

Начальное угловое решение:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.0 & 5.0 & 2.0 & 17.0 & 2.0 & 9.0 & 21.0 & 5.0 \end{pmatrix}$$

Разрешающий столбец $= 5$
Разрешающая строка $= 4$
Разрешающий элемент $= 15.0$

Преобразовываем строки матрицы, то есть один из базисных столбцов станет **не** базисным, а разрешающий столбец – базисным:

1. Элементы разрешающей строки делим на разрешающий элемент.

2. Преобразования остальных строк: Новая строка = Строка - элемент строки в разрешающем столбце * элемент разрешающей строки

В первой строке (не включая значение целевой функции) есть отрицательные элементы, а значит оптимальное решение еще не найдено

$$
\begin{pmatrix}
20.0 & 30.8 & 5.8 & 19.6 & 0.0 & 8.0 & 0.0 & 0.0 & 1.8 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 3.6 \\
7.0 & 16.6 & 6.6 & 12.2 & 0.0 & 23.0 & 1.0 & 0.0 & -0.4 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 5.2 \\
-5.0 & -6.53 & 2.8 & -9.73 & 0.0 & 13.33 & 0.0 & 1.0 & -0.87 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 3.27 \\
1.0 & 1.73 & 0.4 & 1.13 & 1.0 & 0.67 & 0.0 & 0.0 & 0.07 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.13 \\
24.0 & 15.07 & 2.4 & 23.47 & 0.0 & 14.33 & 0.0 & 0.0 & -0.27 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 16.47 \\
-1.0 & -15.0 & 9.0 & -9.0 & 0.0 & 5.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
-23.0 & -13.6 & 10.4 & -4.2 & 0.0 & 9.0 & 0.0 & 0.0 & -1.6 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 5.8 \\
-4.0 & -5.53 & 0.8 & -8.73 & 0.0 & 14.33 & 0.0 & 0.0 & -0.87 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 19.27 \\
10.0 & 10.33 & 1.0 & 23.33 & 0.0 & 3.67 & 0.0 & 0.0 & -0.33 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 4.33
\end{pmatrix}
$$

В первой строке (не включая значение целевой функции) **НЕТ** отрицательных элементов, а значит оптимальное решение найдено.

Оптимальное решение: $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0.13 & 0 \end{pmatrix}$

Целевая функция: 3.6

Двойственная задача

Двойственная задача будет иметь вид:

$$
\begin{cases} b \cdot x \to min \\ A^T y \geq c \\ y \geq 0 \end{cases}
$$

Где c – неотрицательный 6-мерный вектор, x – неотрицательный 8-мерный вектор неизвестных, который необходимо найти, A^T – матрица 8×6, b – неотрицательный 8-мерный вектор

$$
A^T = \begin{pmatrix}
13 & 8 & 15 & 28 & 14 & 1.0 & 9 & 15 \\
27 & 16 & 26 & 22 & 11 & 28 & 17 & 19 \\
9 & 8 & 6.0 & 4 & 15 & 20 & 6 & 3 \\
19 & 5 & 17 & 28 & 8 & 23 & 6 & 29 \\
6 & 13 & 15 & 4 & 15 & 24 & 13 & 5 \\
27 & 22 & 10 & 17 & 15 & 25 & 23 & 7
\end{pmatrix}
b = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 & 17 & 2 & 9 & 21 & 5 \end{pmatrix}
c = \begin{pmatrix} 7 \\ 16 \\ 5 \\ 11 \\ 27 \\ 10 \end{pmatrix}
$$

Для начала приведем задачу к каноническому виду. Введем дополнительный 6-мерный вектор переменных $z = Ax - b$.

Тогда к вектору с дописываем m нулей и рассматриваем вектор $\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix}$. К матрице справа дописываем единичную матрицу со знаком минус, получаем:

$$\begin{cases} (b, 0) \cdot \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} \to min \\ \big(A^T(-I)\big) \cdot \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = c \\ y, z \geq 0 \end{cases}$$

Двойственная задача не имеет начального углового решения, чтобы его найти необходимо решить вспомогательную задачу. Введем неотрицательный 8-мерный вектор u, тогда получим равенство $Ax+u = b$ и будем решать задачу не на наш минимум (начальный), а на сумму компонент вектора u, получим:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{m} u_i \to min \\ \big(A^T(-I)I\big) \cdot \begin{pmatrix} y \\ z \\ u \end{pmatrix} = c \\ y, z, u \geq 0 \end{cases}$$

И в качестве начальной точки для этой задачи рассмотрим $x = 0$, $u = b$. Решаем симплекс-методом и если решение $u = 0$, то тогда мы получим точку x, для которой $x = b$, $x \geq 0$ и оно допустимое.

Вспомогательная задача

Составим симплекс-таблицу

$$\begin{pmatrix}
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 0.0 \\
13.0 & 8.0 & 15.0 & 28.0 & 14.0 & 1.0 & 9.0 & 15.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 7.0 \\
27.0 & 16.0 & 26.0 & 22.0 & 11.0 & 28.0 & 17.0 & 19.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 16.0 \\
9.0 & 8.0 & 6.0 & 4.0 & 15.0 & 20.0 & 6.0 & 3.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 5.0 \\
19.0 & 5.0 & 17.0 & 28.0 & 8.0 & 23.0 & 6.0 & 29.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 11.0 \\
6.0 & 13.0 & 15.0 & 4.0 & 15.0 & 24.0 & 13.0 & 5.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 27.0 \\
27.0 & 22.0 & 10.0 & 17.0 & 15.0 & 25.0 & 23.0 & 7.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 10.0
\end{pmatrix}$$

Выделим базисные столбцы с помощью элементарных преобразований строк. К первой строке добавим все остальные строки, умноженные на -1. Получаем:

$$\begin{pmatrix}
-101.0 & -72.0 & -89.0 & -103.0 & -78.0 & -121.0 & -74.0 & -78.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -76.0 \\
13.0 & 8.0 & 15.0 & 28.0 & 14.0 & 1.0 & 9.0 & 15.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 7.0 \\
27.0 & 16.0 & 26.0 & 22.0 & 11.0 & 28.0 & 17.0 & 19.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 16.0 \\
9.0 & 8.0 & 6.0 & 4.0 & 15.0 & 20.0 & 6.0 & 3.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 5.0 \\
19.0 & 5.0 & 17.0 & 28.0 & 8.0 & 23.0 & 6.0 & 29.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 11.0 \\
6.0 & 13.0 & 15.0 & 4.0 & 15.0 & 24.0 & 13.0 & 5.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 27.0 \\
27.0 & 22.0 & 10.0 & 17.0 & 15.0 & 25.0 & 23.0 & 7.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 10.0
\end{pmatrix}$$

Разрешающий столбец $= 6$
Разрешающая строка $= 4$
Разрешающий элемент $= 20.0$

$$\begin{pmatrix}
-46.55 & -23.6 & -52.7 & -78.8 & 12.75 & 0.0 & -37.7 & -59.85 & 1.0 & 1.0 & -5.05 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 6.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -45.75 \\
12.55 & 7.6 & 14.7 & 27.8 & 13.25 & 0.0 & 8.7 & 14.85 & -1.0 & 0.0 & 0.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 6.75 \\
14.4 & 4.8 & 17.6 & 16.4 & -10.0 & 0.0 & 8.6 & 14.8 & 0.0 & -1.0 & 1.4 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -1.4 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 9.0 \\
0.45 & 0.4 & 0.3 & 0.2 & 0.75 & 1.0 & 0.3 & 0.15 & 0.0 & 0.0 & -0.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.25 \\
8.65 & -4.2 & 10.1 & 23.4 & -9.25 & 0.0 & -0.9 & 25.55 & 0.0 & 0.0 & 1.15 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.15 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 5.25 \\
-4.8 & 3.4 & 7.8 & -0.8 & -3.0 & 0.0 & 5.8 & 1.4 & 0.0 & 0.0 & 1.2 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.2 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 21.0 \\
15.75 & 12.0 & 2.5 & 12.0 & -3.75 & 0.0 & 15.5 & 3.25 & 0.0 & 0.0 & 1.25 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & -1.25 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 3.75
\end{pmatrix}$$

Разрешающий столбец $= 4$
Разрешающая строка $= 5$
Разрешающий элемент $= 23.4$

$$\begin{pmatrix}
-17.42 & -37.74 & -18.69 & 0.0 & -18.4 & 0.0 & -40.73 & 26.19 & 1.0 & 1.0 & -1.18 & -2.37 & 1.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 2.18 & 3.37 & 0.0 & 0.0 & -28.07 \\
2.27 & 12.59 & 2.7 & 0.0 & 24.24 & 0.0 & 9.77 & -15.5 & -1.0 & 0.0 & -1.32 & 1.19 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 1.32 & -1.19 & 0.0 & 0.0 & 0.51 \\
8.34 & 7.74 & 10.52 & 0.0 & -3.52 & 0.0 & 9.23 & -3.11 & 0.0 & -1.0 & 0.59 & 0.7 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.59 & -0.7 & 0.0 & 0.0 & 5.32 \\
0.38 & 0.44 & 0.21 & 0.0 & 0.83 & 1.0 & 0.31 & -0.07 & 0.0 & 0.0 & 0.06 & 0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.06 & -0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.21 \\
0.37 & -0.18 & 0.43 & 1.0 & -0.4 & 0.0 & -0.04 & 1.09 & 0.0 & 0.0 & 0.05 & -0.04 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.05 & 0.04 & 0.0 & 0.0 & 0.22 \\
-4.5 & 3.26 & 8.15 & 0.0 & -3.32 & 0.0 & 5.77 & 2.27 & 0.0 & 0.0 & 1.24 & -0.03 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.24 & 0.03 & 1.0 & 0.0 & 21.18 \\
11.31 & 14.15 & -2.68 & 0.0 & 0.99 & 0.0 & 15.96 & -9.85 & 0.0 & 0.0 & 0.66 & 0.51 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.66 & -0.51 & 0.0 & 1.0 & 1.06
\end{pmatrix}$$

Разрешающий столбец $= 7$
Разрешающая строка $= 2$
Разрешающий элемент $= 9.77$

$$\begin{pmatrix}
-7.94 & 14.75 & -7.43 & 0.0 & 82.66 & 0.0 & 0.0 & -38.45 & -3.17 & 1.0 & -6.67 & 2.59 & 1.0 & 1.0 & 4.17 & 0.0 & 7.67 & -1.59 & 0.0 & 0.0 & -25.93 \\
0.23 & 1.29 & 0.28 & 0.0 & 2.48 & 0.0 & 1.0 & -1.59 & -0.1 & 0.0 & -0.13 & 0.12 & 0.0 & 0.0 & 0.1 & 0.0 & 0.13 & -0.12 & 0.0 & 0.0 & 0.05 \\
6.19 & -4.15 & 7.97 & 0.0 & -26.42 & 0.0 & 0.0 & 11.54 & 0.94 & -1.0 & 1.84 & -0.42 & 0.0 & 0.0 & -0.94 & 1.0 & -1.84 & 0.42 & 0.0 & 0.0 & 4.84 \\
0.3 & 0.04 & 0.13 & 0.0 & 0.07 & 1.0 & 0.0 & 0.42 & 0.03 & -0.0 & -0.02 & -0.03 & -0.0 & -0.0 & -0.03 & 0.0 & 0.02 & 0.03 & 0.0 & 0.0 & 0.19 \\
0.38 & -0.13 & 0.44 & 1.0 & -0.3 & 0.0 & 0.0 & 1.03 & -0.0 & 0.0 & 0.04 & -0.04 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.04 & 0.04 & 0.0 & 0.0 & 0.23 \\
-5.85 & -4.18 & 6.55 & 0.0 & -17.63 & 0.0 & 0.0 & 11.43 & 0.59 & 0.0 & 2.02 & -0.74 & -1.0 & 0.0 & -0.59 & 0.0 & -2.02 & 0.74 & 1.0 & 0.0 & 20.88 \\
7.6 & -6.42 & -7.09 & 0.0 & -38.61 & 0.0 & 0.0 & 15.48 & 1.63 & 0.0 & 2.81 & -1.43 & 0.0 & -1.0 & -1.63 & 0.0 & -2.81 & 1.43 & 0.0 & 1.0 & 0.22
\end{pmatrix}$$

Разрешающий столбец = 8
Разрешающая строка = 7
Разрешающий элемент = 15.48

$$\begin{pmatrix}
10.94 & -1.19 & -25.05 & 0.0 & -13.25 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.89 & 1.0 & 0.32 & -0.96 & 1.0 & -1.48 & 0.11 & 0.0 & 0.68 & 1.96 & 0.0 & 2.48 & -25.39 \\
1.01 & 0.63 & -0.45 & 0.0 & -1.48 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.07 & 0.0 & 0.15 & -0.02 & 0.0 & -0.1 & -0.07 & 0.0 & -0.15 & 0.02 & 0.0 & 0.1 & 0.08 \\
0.52 & 0.63 & 13.26 & 0.0 & 2.37 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.27 & -1.0 & -0.26 & 0.64 & 0.0 & 0.75 & 0.27 & 1.0 & 0.26 & -0.64 & 0.0 & -0.75 & 4.67 \\
0.1 & 0.21 & 0.32 & 0.0 & 1.11 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & -0.0 & -0.09 & 0.01 & -0.0 & 0.03 & 0.01 & 0.0 & 0.09 & -0.01 & 0.0 & -0.03 & 0.18 \\
-0.13 & 0.3 & \colorbox{blue!30}{0.91} & 1.0 & 2.27 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.11 & 0.0 & -0.14 & 0.06 & 0.0 & 0.07 & 0.11 & 0.0 & 0.14 & -0.06 & 0.0 & -0.07 & 0.21 \\
-11.46 & 0.56 & 11.79 & 0.0 & 10.88 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.62 & 0.0 & -0.06 & 0.32 & -1.0 & 0.74 & 0.62 & 0.0 & 0.06 & -0.32 & 1.0 & -0.74 & 20.71 \\
0.49 & -0.41 & -0.46 & 0.0 & -2.49 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.11 & 0.0 & 0.18 & -0.09 & 0.0 & -0.06 & -0.11 & 0.0 & -0.18 & 0.09 & 0.0 & 0.06 & 0.01
\end{pmatrix}$$

Разрешающий столбец = 3
Разрешающая строка = 5
Разрешающий элемент = 0.91

$$\begin{pmatrix}
7.44 & 6.95 & 0.0 & 27.38 & 48.95 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -2.2 & 1.0 & -3.6 & 0.6 & 1.0 & 0.34 & 3.2 & 0.0 & 4.6 & 0.4 & 0.0 & 0.66 & -19.59 \\
0.95 & 0.78 & 0.0 & 0.49 & -0.36 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & 0.08 & 0.0 & 0.0 & -0.07 & -0.01 & 0.0 & -0.08 & -0.0 & 0.0 & 0.07 & 0.18 \\
2.37 & -3.68 & 0.0 & -14.5 & -30.56 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.36 & -1.0 & \colorbox{blue!30}{1.82} & -0.18 & 0.0 & -0.22 & -1.36 & 1.0 & -1.82 & 0.18 & 0.0 & 0.22 & 1.6 \\
0.14 & 0.11 & 0.0 & -0.35 & 0.32 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.03 & -0.0 & -0.04 & -0.01 & -0.0 & 0.0 & -0.03 & 0.0 & 0.04 & 0.01 & 0.0 & -0.0 & 0.11 \\
-0.14 & 0.33 & 1.0 & 1.09 & 2.48 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.12 & 0.0 & -0.16 & 0.06 & 0.0 & 0.07 & 0.12 & 0.0 & 0.16 & -0.06 & 0.0 & -0.07 & 0.23 \\
-9.82 & -3.27 & 0.0 & -12.89 & -18.4 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.84 & 0.0 & 1.79 & -0.42 & -1.0 & -0.12 & -0.84 & 0.0 & -1.79 & 0.42 & 1.0 & 0.12 & 17.99 \\
0.43 & -0.27 & 0.0 & 0.5 & -1.36 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.05 & 0.0 & 0.11 & -0.06 & 0.0 & -0.03 & -0.05 & 0.0 & -0.11 & 0.06 & 0.0 & 0.03 & 0.12
\end{pmatrix}$$

Разрешающий столбец = 11
Разрешающая строка = 3
Разрешающий элемент = 1.82

$$\begin{pmatrix}
12.15 & -0.34 & 0.0 & -1.36 & -11.64 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.5 & -0.98 & 0.0 & 0.24 & 1.0 & -0.1 & 0.5 & 1.98 & 1.0 & 0.76 & 0.0 & 1.1 & -16.41 \\
0.84 & 0.95 & 0.0 & 1.15 & 1.03 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.05 & 0.05 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & -0.06 & 0.05 & -0.05 & 0.0 & -0.01 & 0.0 & 0.06 & 0.11 \\
1.3 & -2.02 & 0.0 & -7.97 & -16.81 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.75 & -0.55 & 1.0 & -0.1 & 0.0 & -0.12 & -0.75 & 0.55 & -1.0 & 0.1 & 0.0 & 0.12 & 0.88 \\
0.2 & 0.02 & 0.0 & -0.7 & -0.43 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.06 & -0.02 & 0.0 & -0.01 & 0.0 & -0.0 & -0.06 & 0.02 & 0.0 & 0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.15 \\
0.06 & 0.01 & 1.0 & -0.16 & -0.15 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.01 & -0.09 & 0.0 & 0.05 & 0.0 & 0.05 & 0.01 & 0.09 & 0.0 & -0.05 & 0.0 & -0.05 & 0.37 \\
-12.15 & 0.34 & 0.0 & 1.36 & 11.64 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.5 & 0.98 & 0.0 & -0.24 & -1.0 & 0.1 & 0.5 & -0.98 & 0.0 & 0.24 & 1.0 & -0.1 & 16.41 \\
0.28 & -0.04 & 0.0 & 1.38 & \colorbox{blue!30}{0.49} & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.03 & 0.06 & 0.0 & -0.05 & 0.0 & -0.02 & 0.03 & -0.06 & 0.0 & 0.05 & 0.0 & 0.02 & 0.02
\end{pmatrix}$$

Разрешающий столбец = 5
Разрешающая строка = 7
Разрешающий элемент = 0.49

$$\begin{pmatrix}
18.89 & -1.37 & 0.0 & 31.37 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 23.77 & -0.29 & 0.45 & 0.0 & -1.01 & 1.0 & -0.52 & 1.29 & 0.55 & 1.0 & 2.01 & 0.0 & 1.52 & -15.85 \\
0.24 & \colorbox{blue!30}{1.04} & 0.0 & -1.76 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -2.11 & 0.02 & -0.08 & 0.0 & 0.12 & 0.0 & -0.02 & -0.02 & 0.08 & 0.0 & -0.12 & 0.0 & 0.02 & 0.06 \\
11.05 & -3.51 & 0.0 & 39.28 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 34.32 & -0.39 & 1.52 & 1.0 & -1.91 & 0.0 & -0.74 & 0.39 & -1.52 & -1.0 & 1.91 & 0.0 & 0.74 & 1.69 \\
0.45 & -0.02 & 0.0 & 0.5 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.88 & 0.03 & 0.03 & 0.0 & -0.06 & 0.0 & -0.02 & -0.03 & -0.03 & 0.0 & 0.06 & 0.0 & 0.02 & 0.17 \\
0.15 & -0.0 & 1.0 & 0.26 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.3 & -0.02 & -0.07 & 0.0 & 0.03 & 0.0 & 0.05 & 0.02 & 0.07 & 0.0 & -0.03 & 0.0 & -0.05 & 0.38 \\
-18.89 & 1.37 & 0.0 & -31.37 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -23.77 & 0.29 & -0.45 & 0.0 & 1.01 & -1.0 & 0.52 & -0.29 & 0.45 & 0.0 & -1.01 & 1.0 & -0.52 & 15.85 \\
0.58 & -0.09 & 0.0 & 2.81 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 2.04 & -0.07 & 0.12 & 0.0 & -0.11 & 0.0 & -0.04 & 0.07 & -0.12 & 0.0 & 0.11 & 0.0 & 0.04 & 0.05
\end{pmatrix}$$

Разрешающий столбец = 2

Разрешающая строка = 2

Разрешающий элемент = 1.04

$$\begin{pmatrix}
19.21 & 0.0 & 0.0 & 29.04 & 0.0 & 0.0 & 1.32 & 20.98 & -0.26 & 0.34 & 0.0 & -0.85 & 1.0 & -0.55 & 1.26 & 0.66 & 1.0 & 1.85 & 0.0 & 1.55 & -15.78 \\
0.23 & 1.0 & 0.0 & -1.69 & 0.0 & 0.0 & 0.96 & -2.04 & 0.02 & -0.08 & 0.0 & 0.12 & 0.0 & -0.02 & -0.02 & 0.08 & 0.0 & -0.12 & 0.0 & 0.02 & 0.05 \\
11.86 & 0.0 & 0.0 & 33.34 & 0.0 & 0.0 & 3.39 & 27.17 & -0.33 & 1.25 & 1.0 & -1.49 & 0.0 & -0.81 & 0.33 & -1.25 & -1.0 & 1.49 & 0.0 & 0.81 & 1.88 \\
0.45 & 0.0 & 0.0 & 0.47 & 0.0 & 1.0 & 0.02 & 0.84 & 0.03 & 0.03 & 0.0 & -0.06 & 0.0 & -0.02 & -0.03 & -0.03 & 0.0 & 0.06 & 0.0 & 0.02 & 0.17 \\
0.15 & 0.0 & 1.0 & 0.25 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.29 & -0.02 & -0.07 & 0.0 & 0.03 & 0.0 & 0.05 & 0.02 & 0.07 & 0.0 & -0.03 & 0.0 & -0.05 & 0.38 \\
-19.21 & 0.0 & 0.0 & -29.04 & 0.0 & 0.0 & -1.32 & -20.98 & 0.26 & -0.34 & 0.0 & 0.85 & -1.0 & 0.55 & -0.26 & 0.34 & 0.0 & -0.85 & 1.0 & -0.55 & 15.78 \\
0.6 & 0.0 & 0.0 & 2.66 & 1.0 & 0.0 & 0.09 & 1.86 & -0.07 & 0.12 & 0.0 & -0.1 & 0.0 & -0.04 & 0.07 & -0.12 & 0.0 & 0.1 & 0.0 & 0.04 & 0.05
\end{pmatrix}$$

Разрешающий столбец = 12

Разрешающая строка = 2

Разрешающий элемент = 0.12

$$\begin{pmatrix}
20.89 & 7.19 & 0.0 & 16.87 & 0.0 & 0.0 & 8.26 & 6.32 & -0.14 & -0.22 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.7 & 1.14 & 1.22 & 1.0 & 1.0 & 0.0 & 1.7 & -15.38 \\
1.96 & 8.44 & 0.0 & -14.3 & 0.0 & 0.0 & 8.14 & -17.21 & 0.14 & -0.67 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.18 & -0.14 & 0.67 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.18 & 0.46 \\
14.79 & 12.58 & 0.0 & 12.03 & 0.0 & 0.0 & 15.52 & 1.52 & -0.12 & 0.25 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -1.07 & 0.12 & -0.25 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 1.07 & 2.57 \\
0.57 & 0.49 & 0.0 & -0.37 & 0.0 & 1.0 & 0.49 & -0.17 & 0.04 & -0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.03 & -0.04 & 0.01 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.03 & 0.2 \\
0.09 & -0.26 & 1.0 & 0.7 & 0.0 & 0.0 & -0.25 & 0.83 & -0.02 & -0.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.05 & 0.02 & 0.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.05 & 0.36 \\
-20.89 & -7.19 & 0.0 & -16.87 & 0.0 & 0.0 & -8.26 & -6.32 & 0.14 & 0.22 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.7 & -0.14 & -0.22 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.7 & 15.38 \\
0.79 & 0.82 & 0.0 & 1.28 & 1.0 & 0.0 & 0.87 & 0.19 & -0.05 & 0.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.06 & 0.05 & -0.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.06 & 0.1
\end{pmatrix}$$

Разрешающий столбец = 14

Разрешающая строка = 5

Разрешающий элемент = 0.05

$$\begin{pmatrix}
22.07 & 3.76 & 13.05 & 26.0 & 0.0 & 0.0 & 5.01 & 17.15 & -0.41 & -0.84 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 1.41 & 1.84 & 1.0 & 1.0 & 0.0 & 1.0 & -10.65 \\
2.26 & 7.58 & 3.29 & -12.0 & 0.0 & 0.0 & 7.33 & -14.48 & 0.08 & -0.82 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.08 & 0.82 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 1.65 \\
16.6 & 7.33 & 19.96 & 26.0 & 0.0 & 0.0 & 10.55 & 18.09 & -0.52 & -0.7 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.52 & 0.7 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 9.8 \\
0.62 & 0.36 & 0.52 & -0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.36 & 0.27 & 0.03 & -0.04 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.03 & 0.04 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.39 \\
1.69 & -4.89 & 18.57 & 13.0 & 0.0 & 0.0 & -4.63 & 15.41 & -0.38 & -0.88 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.38 & 0.88 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 6.73 \\
-22.07 & -3.76 & -13.05 & -26.0 & 0.0 & 0.0 & -5.01 & -17.15 & 0.41 & 0.84 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & -0.41 & -0.84 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 10.65 \\
0.88 & 0.55 & 1.03 & 2.0 & 1.0 & 0.0 & 0.62 & 1.05 & -0.07 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.07 & -0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.47
\end{pmatrix}$$

Разрешающий столбец = 10

Разрешающая строка = 6

Разрешающий элемент = 0.84

$$\begin{pmatrix}
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 0.0 \\
-19.33 & 3.9 & -9.48 & -37.43 & 0.0 & 0.0 & 2.43 & -31.26 & 0.48 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.98 & 0.0 & -0.48 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.98 & 0.0 & 12.07 \\
-1.62 & 4.23 & 9.19 & 4.54 & 0.0 & 0.0 & 6.41 & 3.93 & -0.19 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.83 & 0.0 & 0.19 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 0.83 & 0.0 & 18.6 \\
-0.35 & 0.19 & -0.05 & -1.13 & 0.0 & 1.0 & 0.15 & -0.48 & 0.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.04 & 0.0 & -0.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.04 & 0.0 & 0.85 \\
-21.35 & -8.81 & 4.95 & -14.13 & 0.0 & 0.0 & -9.85 & -2.48 & 0.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.04 & 1.0 & -0.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.04 & -1.0 & 17.85 \\
-26.2 & -4.46 & -15.49 & -30.86 & 0.0 & 0.0 & -5.94 & -20.36 & 0.49 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -1.19 & 0.0 & -0.49 & -1.0 & 0.0 & 0.0 & 1.19 & 0.0 & 12.64 \\
0.95 & 0.56 & 1.07 & 2.08 & 1.0 & 0.0 & 0.63 & 1.11 & -0.07 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.07 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & 0.44
\end{pmatrix}$$

В первой строке не осталось отрицательных элементов (не считая значение целевой функции) и $u = 0$, значит найдено оптимальное решение для вспомогательной задачи, но начальное угловое и допустимое решение для исходной двойственной задачи.

<u>Оптимальное решение:</u>

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0.44 & 0.85 & 0 & 0 & 0 & 12.84 & 18.6 & 12.07 & 0 & 17.85 \end{pmatrix}$$

Решение двойственной задачи

Составим симплекс-таблицу для двойственной задачи. Из прошлой матрицы убираем столбцы, соответствующие вектору u, первую строку заменяем на расширенный вектор b и значение целевой функции приравниваем к нулю.

$$\begin{pmatrix}
6.0 & 5.0 & 2.0 & 17.0 & 2.0 & 9.0 & 21.0 & 5.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & 0.0 & -0.0 \\
-19.33 & 3.9 & -9.48 & -37.43 & 0.0 & 0.0 & 2.43 & -31.26 & 0.48 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.98 & 0.0 & 12.07 \\
-1.62 & 4.23 & 9.19 & 4.54 & 0.0 & 0.0 & 6.41 & 3.93 & -0.19 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.83 & 0.0 & 18.6 \\
-0.35 & 0.19 & -0.05 & -1.13 & 0.0 & 1.0 & 0.15 & -0.48 & 0.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.04 & 0.0 & 0.85 \\
-21.35 & -8.81 & 4.95 & -14.13 & 0.0 & 0.0 & -9.85 & -2.48 & 0.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.04 & 1.0 & 17.85 \\
-26.2 & -4.46 & -15.49 & -30.86 & 0.0 & 0.0 & -5.94 & -20.36 & 0.49 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -1.19 & 0.0 & 12.64 \\
0.95 & 0.56 & 1.07 & 2.08 & 1.0 & 0.0 & 0.63 & 1.11 & -0.07 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.44
\end{pmatrix}$$

Выделяем базисные столбцы с помощью элементарных преобразований строк матрицы.

$$\begin{pmatrix}
7.21 & 2.15 & 0.27 & 23.04 & 0.0 & 0.0 & 18.42 & 7.13 & -0.27 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.39 & 0.0 & -8.53 \\
-19.33 & 3.9 & -9.48 & -37.43 & 0.0 & 0.0 & 2.43 & -31.26 & 0.48 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.98 & 0.0 & 12.07 \\
-1.62 & 4.23 & 9.19 & 4.54 & 0.0 & 0.0 & 6.41 & 3.93 & -0.19 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -0.83 & 0.0 & 18.6 \\
-0.35 & 0.19 & -0.05 & -1.13 & 0.0 & 1.0 & 0.15 & -0.48 & 0.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.04 & 0.0 & 0.85 \\
-21.35 & -8.81 & 4.95 & -14.13 & 0.0 & 0.0 & -9.85 & -2.48 & 0.05 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.04 & 1.0 & 17.85 \\
-26.2 & -4.46 & -15.49 & -30.86 & 0.0 & 0.0 & -5.94 & -20.36 & 0.49 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -1.19 & 0.0 & 12.64 \\
0.95 & 0.56 & 1.07 & 2.08 & 1.0 & 0.0 & 0.63 & 1.11 & -0.07 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.44
\end{pmatrix}$$

Разрешающий столбец $= 9$
Разрешающая строка $= 4$
Разрешающий элемент $= 0.05$

$$\begin{pmatrix}
5.2 & 3.27 & 0.0 & 16.47 & 0.0 & 5.8 & 19.27 & 4.33 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.13 & 0.0 & -3.6 \\
-15.8 & 1.93 & -9.0 & -25.87 & 0.0 & -10.2 & 0.93 & -26.33 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.53 & 0.0 & 3.4 \\
-3.0 & 5.0 & 9.0 & 0.0 & 0.0 & 4.0 & 7.0 & 2.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & 22.0 \\
-7.4 & 4.13 & -1.0 & -24.27 & 0.0 & 21.4 & 3.13 & -10.33 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.93 & 0.0 & 18.2 \\
-21.0 & -9.0 & 5.0 & -13.0 & 0.0 & -1.0 & -10.0 & -2.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 1.0 & 17.0 \\
-22.6 & -6.47 & -15.0 & -19.07 & 0.0 & -10.4 & -7.47 & -15.33 & 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & -0.73 & 0.0 & 3.8 \\
0.4 & 0.87 & 1.0 & 0.27 & 1.0 & 1.6 & 0.87 & 0.33 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.07 & 0.0 & 1.8
\end{pmatrix}$$

В первой строке не осталось отрицательных элементов, значит найдено оптимальное решение.

Оптимальное решение:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1.8 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Целевая функция: $= 3.6$

2 Приложение

Код программы:

```
import math
import numpy as np
import enum

class TaskType(enum.Enum):
  direct = 0
  secondary = 1
  dual = 2

def build_matrix_for_direct_task(a, b, c) -> np.ndarray:
  a_c = np.append([-c], a, axis=0)
  eye = np.append([np.zeros(8,)], np.eye(8), axis=0)
  a_c_eye = np.append(a_c, eye, axis=1)
  return np.append(a_c_eye, np.append([[0]], b, axis=0), axis=1)


def build_matrix_for_secondary_task(a, c) -> np.ndarray:
  a = np.append([np.zeros((8,))], a, axis=0)
  minus_i = np.append([np.zeros((6,))], -np.eye(6), axis=0)
  i = np.append([np.ones((6,))], np.eye(6), axis=0)
  c = np.append([[0]], c.reshape((6, 1)), axis=0)
  res = np.hstack([a, minus_i, i, c])
  for i in range(1, len(res)):
  res[0] = res[0] - res[i]
  return res


def build_matrix_for_dual_task(simplex_table: np.ndarray, b) -> np.ndarray:
  base_col = [False for i in range(len(simplex_table[0]))]
  for j in range(len(simplex_table[0])):
    if not math.isclose(simplex_table[0][j], 0, rel_tol=1e-10):
      continue
    is_base_col = True
    for i in range(len(simplex_table)):
      if not (math.isclose(simplex_table[i][j], 0, rel_tol=1e-10) or math.
   isclose(simplex_table[i][j], 1, rel_tol=1e-10)):
```

```
                is_base_col = False
                break
            base_col[j] = is_base_col

        simplex_table = np.delete(simplex_table, np.s_[14:20], axis=1)
        for i in range(len(b)):
            simplex_table[0][i] = b[i]

    for j in range(len(simplex_table[0])):
        if not base_col[j]:
            continue
        for i in range(len(simplex_table)):
            if not math.isclose(simplex_table[i][j], 1, rel_tol=1e-10):
                continue
            simplex_table[0] -= simplex_table[i] * simplex_table[0][j]
            break

    return simplex_table


def simplex(a, b, c, task_type: TaskType):
    if task_type == TaskType.direct:
        simplex_table = build_matrix_for_direct_task(a, b, c)
        y_bias = 0
    elif task_type == TaskType.secondary:
        simplex_table = build_matrix_for_secondary_task(a, c)
        y_bias = 0
    else:
        simplex_table = build_matrix_for_dual_task(a, b)
        y_bias = 1

    it = 0
    while True:
        it += 1
        resolving_column = None
        min_c = 0
        for i in range(len(simplex_table[0])-1):
            if round(simplex_table[0][i], 13) < min_c:
            min_c = simplex_table[0][i]
        resolving_column = i

    if resolving_column is None:
        break

    min_b = float('inf')
    resolving_stroke = None
    for i in range(len(a) - y_bias):
        if 0 < simplex_table[i+1][-1] / simplex_table[i+1][resolving_column] <
    min_b:
```

```
    min_b = simplex_table[i+1][-1] / simplex_table[i+1][resolving_column]
resolving_stroke = i + 1

resolving_element = simplex_table[resolving_stroke][resolving_column]

simplex_table[resolving_stroke] /= resolving_element

for i in range(len(simplex_table)):
  if i == resolving_stroke:
    continue
  simplex_table[i] -= simplex_table[i][resolving_column] * simplex_table[
 resolving_stroke]

ans = np.zeros(len(simplex_table[0]))
  for j in range(len(simplex_table[0])):
    for i in range(len(simplex_table)):
      if round(simplex_table[i][j], 2) == 1.:
        ans[j] = simplex_table[i][-1]
        break

return (ans, simplex_table)
```