



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ**

**Кафедра информатики, математического и компьютерного
моделирования**

Лабораторная работа №5
«Движение в неинерциальной системе отсчета»

по дисциплине «Математическое моделирование»

Направление подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Выполнил студент

гр. Б9120-01.03.02

Агличиев А.О.

(ФИО)

(подпись)

Проверил профессор

Пермяков М.С.

(ФИО)

(подпись)

« 3 » февраля 2023 г.

г. Владивосток
2023

Содержание

| | | |
|---|--------------------------------|---|
| 1 | Введение | 3 |
| 2 | Создание математической модели | 3 |
| 3 | Анализ модели | 4 |
| 4 | Реализация модели | 4 |
| 5 | Вывод | 8 |

1 Введение

Если кинуть мячик со вращающейся карусели, то он полетит не прямо, а отклонится в сторону. Это отклонение происходит под действием силы Кориолиса. Названа по имени французского ученого Гюстава Гаспара Кориолиса, впервые описавшего ее в статье, опубликованной в 1835 году.

Сила Кориолиса — одна из сил инерции, существующая в неинерциальной системе отсчета из-за вращения и законов инерции, проявляющаяся при движении в направлении под углом к оси вращения. Добавление силы Кориолиса к действующим на материальную точку физическим силам позволяет учесть влияние вращения системы отсчёта на такое движение.

В данной лабораторной работе будет реализована модель движения тела по вращающемуся диску после сообщения ему некоторой скорости.

2 Создание математической модели

Так как мы рассматриваем движение точки в неинерциальной системе отсчета, то на неё действует сила инерции, на вращающейся платформе сила инерции - сила Кориолиса и она равна:

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = F_k \quad (1)$$

, где m - масса точки, \vec{V} - вектор скорости.

Сила Кориолиса перпендикулярна вектору скорости и равна:

$$\vec{F}_k = 2m [\vec{\Omega} \times \vec{V}] \quad (2)$$

Приравняв (1) и (2) выполнив преобразования, получим:

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = 2\Omega v, \\ \frac{dv}{dt} = -2\Omega u, \\ \frac{dx}{dt} = u, \\ \frac{dy}{dt} = v. \end{cases}$$

, u - проекция скорости на ось x , v - проекция скорости на ось y

3 Анализ модели

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = 2\Omega v, \\ \frac{dv}{dt} = -2\Omega u. \end{cases}$$

Домножим первое уравнение на u , второе - v и сложим их, получим:

$$u \frac{du}{dt} + v \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{u^2}{2} + \frac{v^2}{2} \right) = 0$$

Следовательно $\frac{u^2}{2} + \frac{v^2}{2} = C$

4 Реализация модели

Модель была реализована в MathCad. Система дифференциальных уравнений решалась с помощью функции rkfixed. Она решает систему ОДУ методом Рунге-Кутты четвертого порядка и принимает в качестве параметров вектор начальных условий, границы интервала, на котором ищется решение, число точек внутри интервала и вектор содержащий производные. Графики построены при разных начальных условия и угловых скоростях платформы.

При $\omega = 1$:

$$V_1 = \begin{bmatrix} x_0 = 5 \\ y_0 = 3 \\ u_0 = 4 \\ v_0 = 4 \end{bmatrix} \quad V_2 = \begin{bmatrix} x_0 = 5 \\ y_0 = 3 \\ u_0 = 5 \\ v_0 = 5 \end{bmatrix}$$

При $\omega = 1.5$:

$$V_3 = \begin{bmatrix} x_0 = 5 \\ y_0 = 3 \\ u_0 = 4 \\ v_0 = 4 \end{bmatrix} \quad V_4 = \begin{bmatrix} x_0 = 5 \\ y_0 = 3 \\ u_0 = 5 \\ v_0 = 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 V &:= \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} & \Omega &:= 1 \\
 D(t, V) &:= \begin{bmatrix} V_2 \\ V_3 \\ 2 \cdot \Omega \cdot V_3 \\ -2 \cdot \Omega \cdot V_2 \end{bmatrix} \\
 Z &:= \text{rkfixed}(V, 0, 100, 1000, D) \\
 t &:= Z^{(0)} & x &:= Z^{(1)} & y &:= Z^{(2)} \\
 v &:= Z^{(3)} & u &:= Z^{(4)}
 \end{aligned}$$

Рис. 1: Код программы

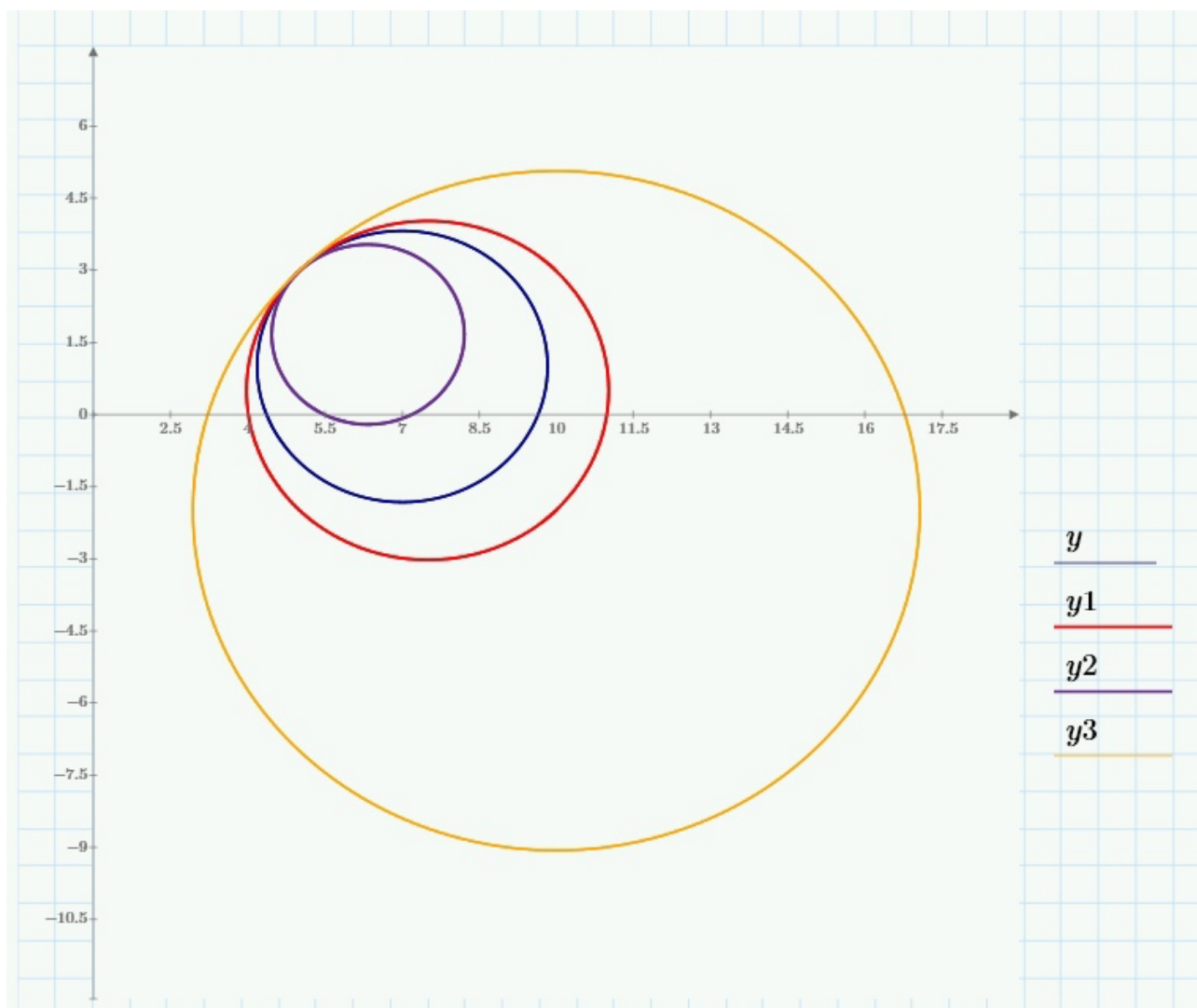


Рис. 2: Траектории движения

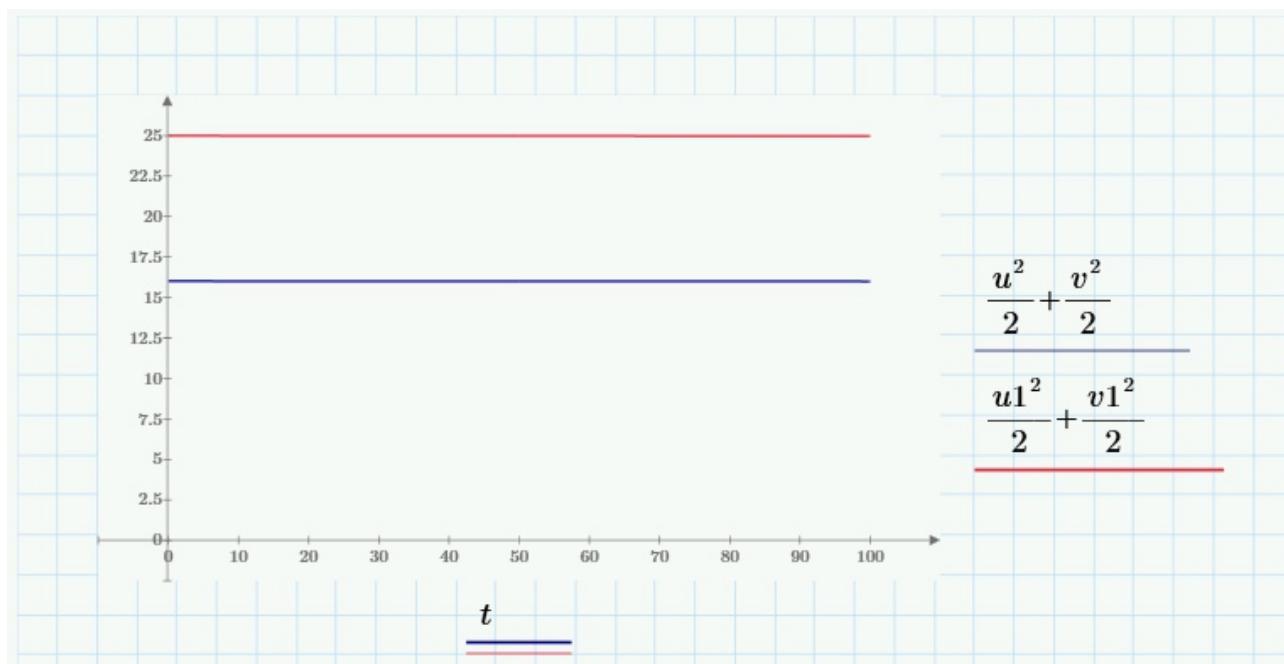


Рис. 3: Графики зависимости $u^2 + v^2$ от t

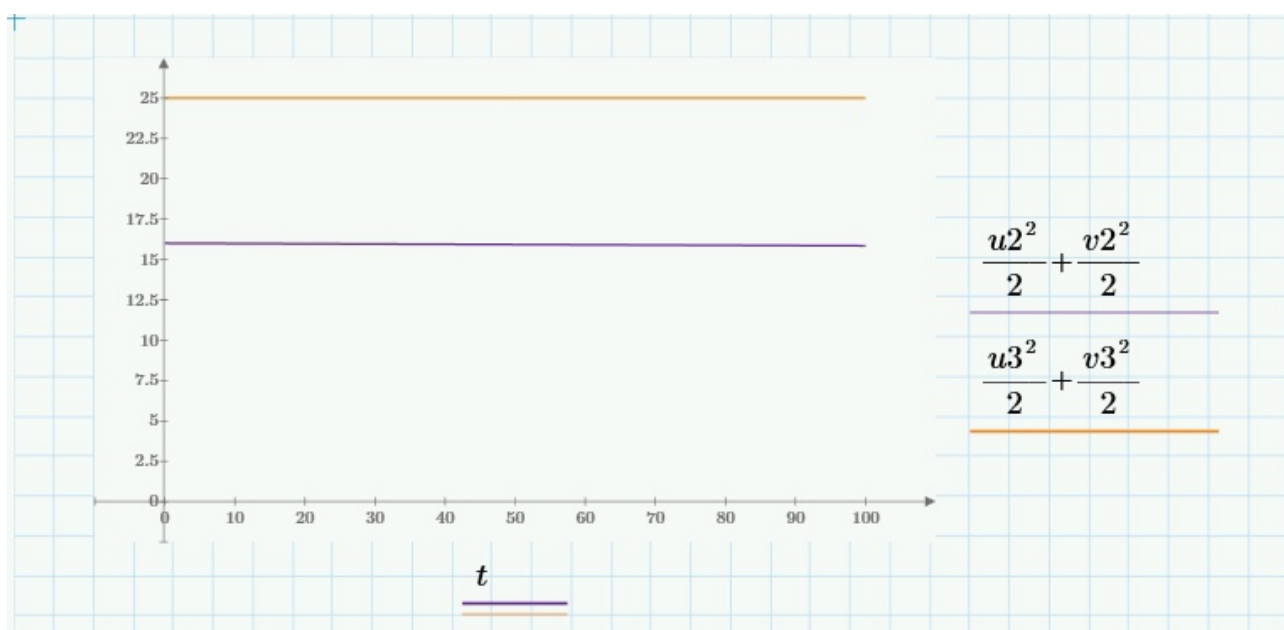


Рис. 4: Графики зависимости $u^2 + v^2$ от t

5 Вывод

Была создана и реализована математическая модель движения тела во вращающейся системе координат.