



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
**(ДВФУ)**

---

**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ**

**Кафедра информатики, математического и компьютерного  
моделирования**

**ОТЧЕТ**

к лабораторной работе №2 по дисциплине  
«Математическое моделирование»

Направление подготовки  
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Выполнил студент

гр. Б9120-01.03.02

Агличиев А.О.

(ФИО)

(подпись)

« 19 » января 2022 г.

г. Владивосток  
2023

# Содержание

<b>1</b>	<b>Определение цели</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Создание математической модели</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Реализация модели</b>	<b>6</b>
3.1	Утюг без терморегулятора . . . . .	6
3.2	Утюг с терморегулятором . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Вывод</b>	<b>14</b>

# 1 Определение цели

В данной лабораторной необходимо создать модель нагревательного прибора. В качестве прибора возьмём электрический утюг, так как это элемент бытовой техники, который есть практически у всех. Утюг был изобретен давно. Например, до появления электричества существовали угольные утюги.



Рис. 1: Угольный утюг

Но с появлением электричества и развития техники, появились электрические утюги. Работа электрического утюга с электрическим нагревом основана на выделении тепловой энергии при прохождении электрического тока через нагревательный элемент. Температура нагревательного элемента сообщается подошве утюга, которая также нагревается. Ранние электрические утюги не имели регулировки температуры и их было необходимо отключать от сети при достижении необходимой температуры. Температура современных электрических утюгов задается отдельным терморегулятором, главная функция которого заключается в своевременном отключении подачи электроэнергии в соответствии с заданным режимом.



Рис. 2: Современный электрический утюг

Основной характеристикой является мощность.

## 2 Создание математической модели

Количество теплоты ( $\Delta Q$ ), которое получает утюг при увеличении его температуры на величину  $\Delta T = T_2 - T_1$  вычисляется так:

$$\Delta Q = cm\Delta T$$

, где  $T_1, T_2$  - температуры утюга до нагрева и после.

Количество теплоты, отдаваемое утюгом в окружающую среду вычисляется по закону Ньютона-Рихмана:

$$Q = kS(T - T_a)\Delta t$$

, где  $k$  - коэффициент теплообмена,  $T_a = 293K = 20^\circ C$  - температура окружающей среды,  $c$  - удельная теплоёмкость подошвы утюга,  $S$  - площадь поверхности подошвы,  $T$  - температура утюга

Нагретый утюг излучают энергию в виде электромагнитных волн различной длины. Тепловое излучение:

$$E = \sigma T^4$$

, где  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$  - постоянная Стефана-Больцмана

Составим уравнение теплового баланса:

$$\Delta Q = P\Delta t - kS(T - T_a)\Delta t - S\sigma T^4\Delta t + S\sigma T_a^4\Delta t$$

,  $P$  - мощность утюга,  $\Delta t$  - время работы утюга

$$cm\Delta T = P\Delta t - kS(T - T_a)\Delta t - S\sigma(T^4 - T_a^4)\Delta t$$

Поделим на  $\Delta t$  и умножим на  $cm$

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{P - kS(T - T_a) - S\sigma T^4 + S\sigma T_a^4}{cm}$$

Перейдём к дифференциальному уравнению и добавим начальное условие(в начальный момент времени температура подошвы утюга равна температуре окружающей среды):

$$\begin{cases} \frac{dT}{dt} = \frac{P - kS(T - T_a) - S\sigma(T^4 - T_a^4)}{cm}, \\ T(0) = T_a. \end{cases} \quad (1)$$

Для утюга с терморегулятором добавим функцию, которая будет отвечать за включение и отключение утюга после достижения заданной максимальной температуры  $T_{max}$

$$H(T) = \begin{cases} 0, \text{ если } T \geq T_{max} \\ 1, \text{ если } T \leq T_{min} \end{cases}$$

Тогда дифференциальное уравнение примет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dT}{dt} = \frac{P \cdot H(T) - kS(T - T_a) - S\sigma(T^4 - T_a^4)}{cm}, \\ T(0) = T_a. \end{cases} \quad (2)$$

## 3 Реализация модели

Программы были написаны на языке Java. Для решение дифференциального уравнения использовался метод Эйлера, который имеет первый порядок точности.

### 3.1 Утюг без терморегулятора

Код программы:

```
public class Main {
    private static final Integer T0 = 291;
    private static Integer state = HEATING;

    private static class Func implements Function<Double, Double> {
        @Override
        public Double apply(Double T) {
            double sigma = 5.67E-8;
            int P = 1600;
            int c = 900;
            double m = 0.8;
            double s = 0.02;
            int k = 25;
            return (P - k * s * (T - T0) - s * sigma * (Math.pow(T, 4) - Math.pow(T0, 4))) / c * m;
        }
    }

    private static ArrayList<Double> euler(Function<Double, Double> func,
        ArrayList<Integer> t) {
        ArrayList<Double> res = new ArrayList<>();

        double T = T0.doubleValue();
        for (int tValue: t) {
            T += func.apply(T);
            res.add(T);
        }
        return res;
    }

    public static void main(String[] args) throws PythonExecutionException,
        IOException {
        ArrayList<Integer> t = new ArrayList<>();
        for(int i = 0; i <= 1000; ++i) {
            t.add(i);
        }
    }
}
```

```

        ArrayList<Double> T = euler(new Func(), t);

        Plot plt = Plot.create();
        plt.plot().add(t, T);
        plt.xlabel("t");
        plt.ylabel("T");
        plt.show();
    }
}

```

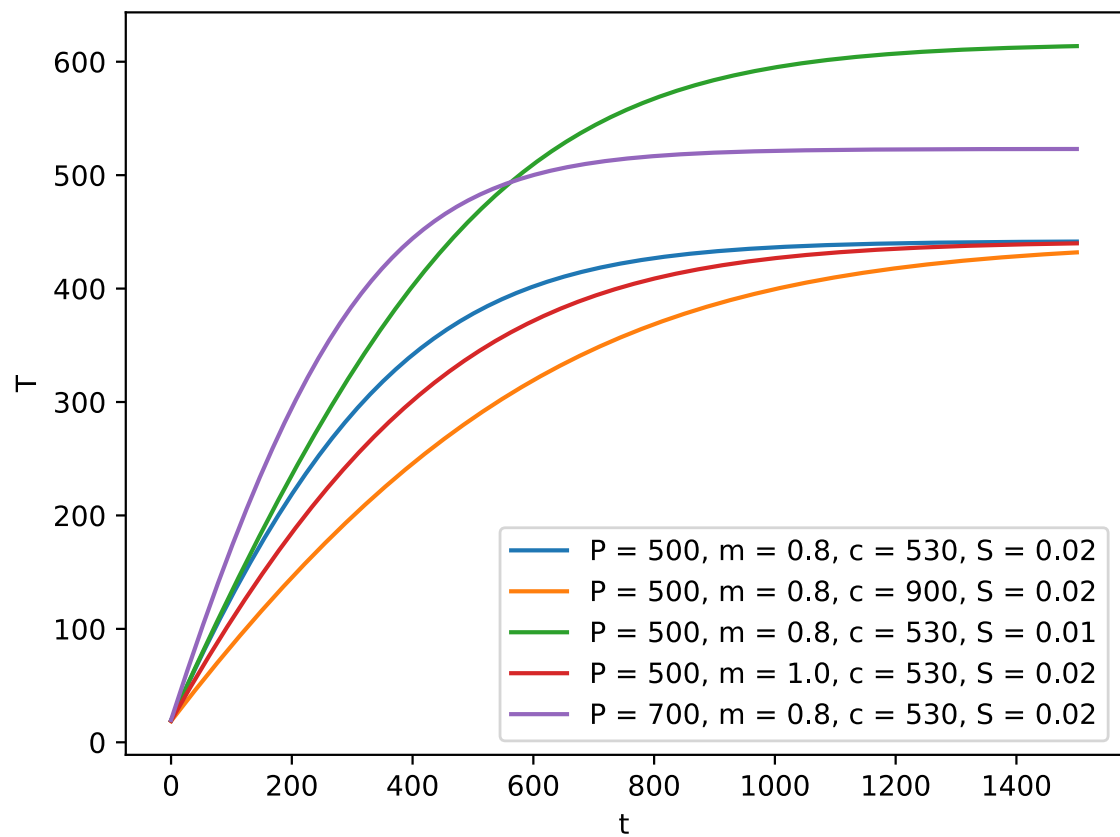


Рис. 3: График решения дифференциального уравнения (1) при разных данных

## 3.2 Утюг с терморегулятором

Код программы:

```
public class Main {
    private static final Integer COOLING = 0;
    private static final Integer HEATING = 1;
    private static final Integer T0 = 291;
    private static final Integer T_max = 483;
    private static final Integer T_min = 453;
    private static Integer state = HEATING;
    private static Integer thermostat(double T) {
        if (T >= T_max) {
            state = COOLING;
        } else if (T <= T_min) {
            state = HEATING;
        }
        return state.equals(COOLING) ? 0 : 1;
    }
    private static class Func implements Function<Double, Double> {
        @Override
        public Double apply(Double T) {
            double sigma = 5.67E-8;
            int P = 2000;
            int c = 900;
            double m = 0.8;
            double s = 0.02;
            int k = 25;
            return (P * thermostat(T) - k * s * (T - T0) - s * sigma * (Math.pow(T,
4) - Math.pow(T0, 4))) / (c * m);
        }
    }

    private static ArrayList<Double> euler(Function<Double, Double> func,
ArrayList<Integer> t) {
        ArrayList<Double> res = new ArrayList<>();

        double T = T0.doubleValue();
        for (int tValue: t) {
            T += func.apply(T);
            res.add(T);
        }
        return res;
    }

    public static void main(String[] args) throws PythonExecutionException,
IOException {
        ArrayList<Integer> t = new ArrayList<>();
        for(int i = 0; i <= 1500; ++i) {
```



```
        t.add(i);
    }

    ArrayList<Double> T = euler(new Func(), t);

    Plot plt = Plot.create();
    plt.plot().add(t, T);
    plt.xlabel("t");
    plt.ylabel("T");
    plt.savefig("fig10.svg");
    plt.show();
}

}
```

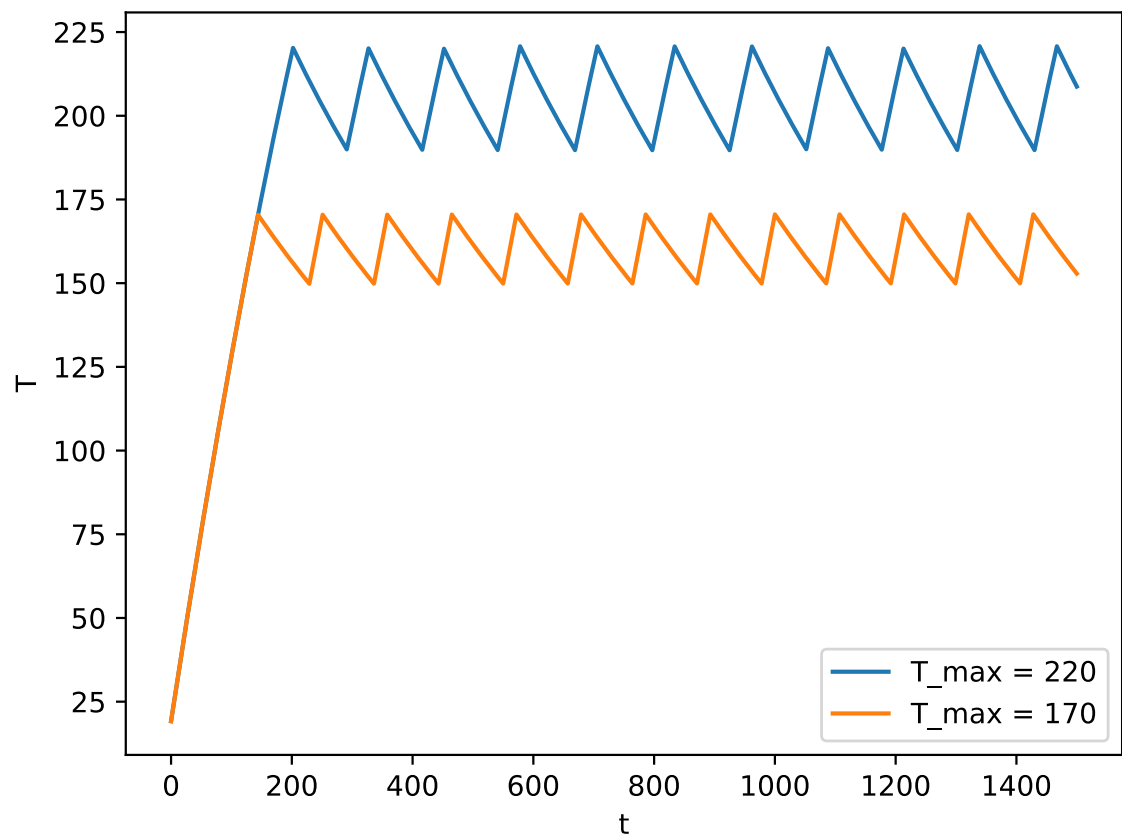


Рис. 4: График решения дифференциального уравнения (2) при  $P = 500$  Вт,  
 $m = 0.8$  кг,  $c = 530$  Дж/К,  $S = 0.02\text{м}^2$

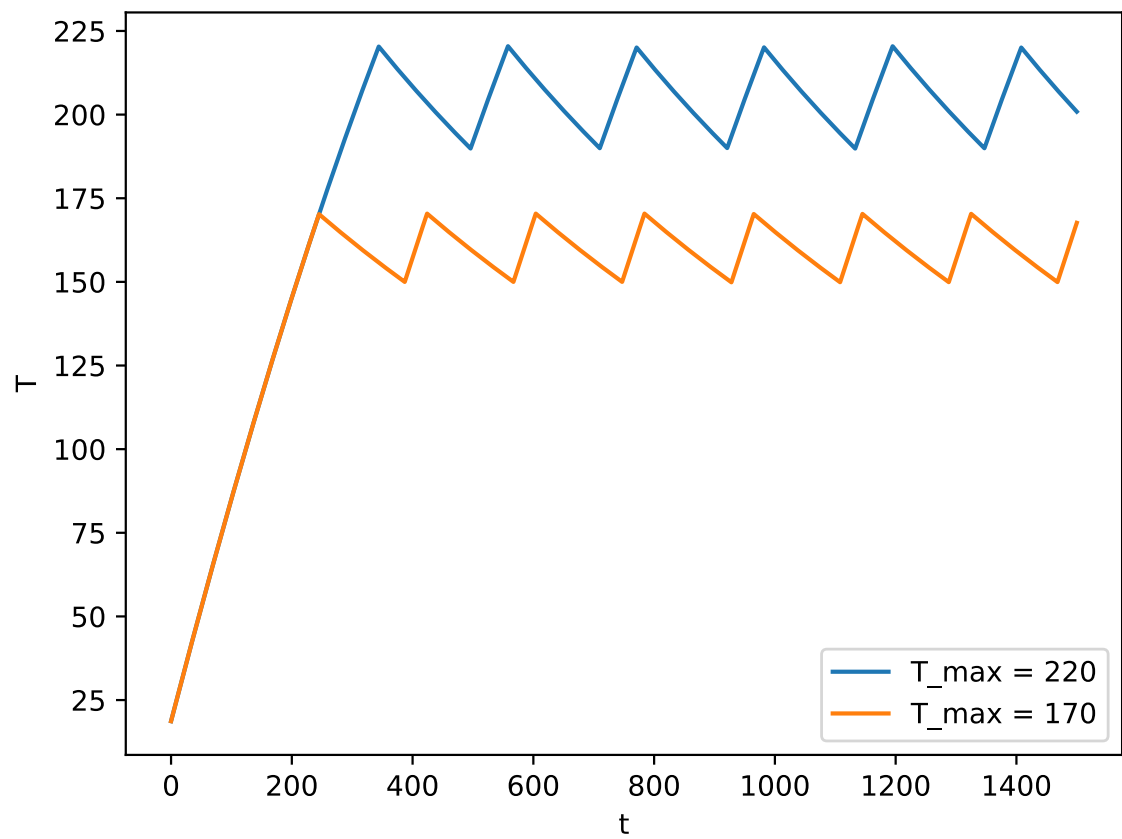


Рис. 5: График решения дифференциального уравнения (2) при  $P = 500$  Вт,  
 $m = 0.8$  кг,  $c = 900$  Дж/К,  $S = 0.02\text{м}^2$

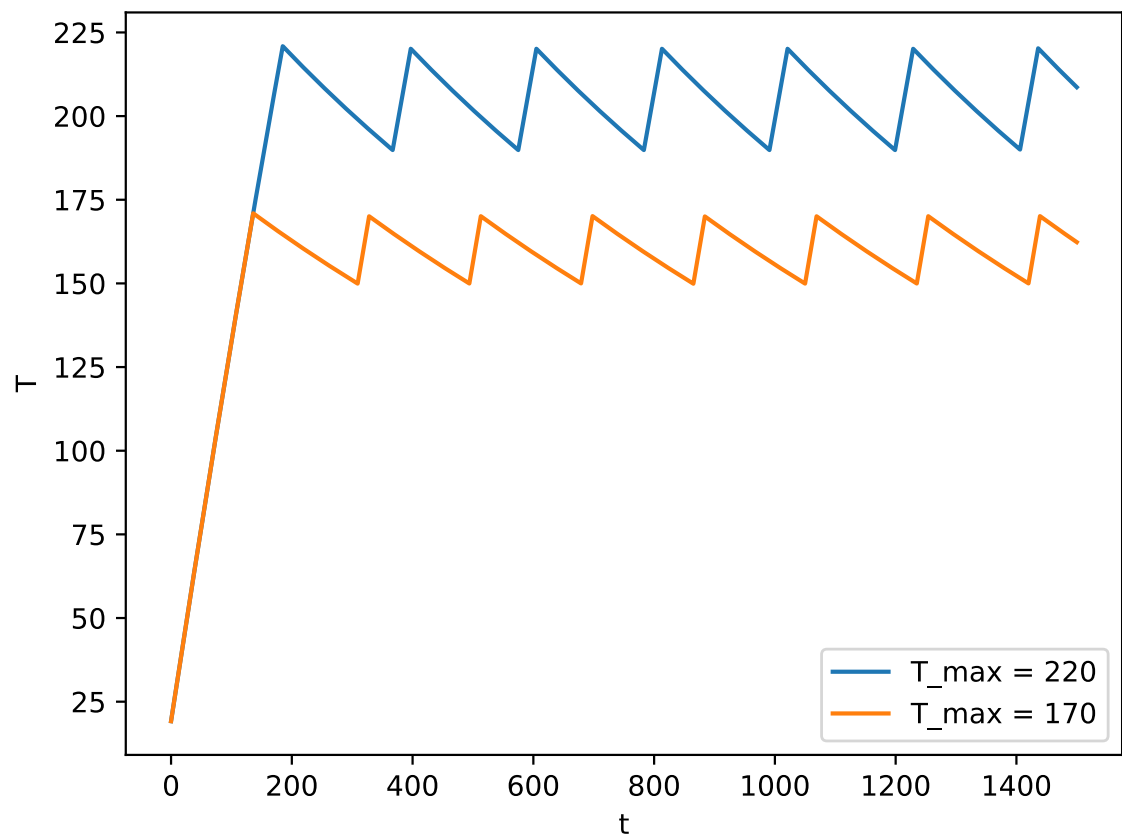


Рис. 6: График решения дифференциального уравнения (2) при  $P = 500$  Вт,  
 $m = 0.8$  кг,  $c = 530$  Дж/К,  $S = 0.01\text{м}^2$

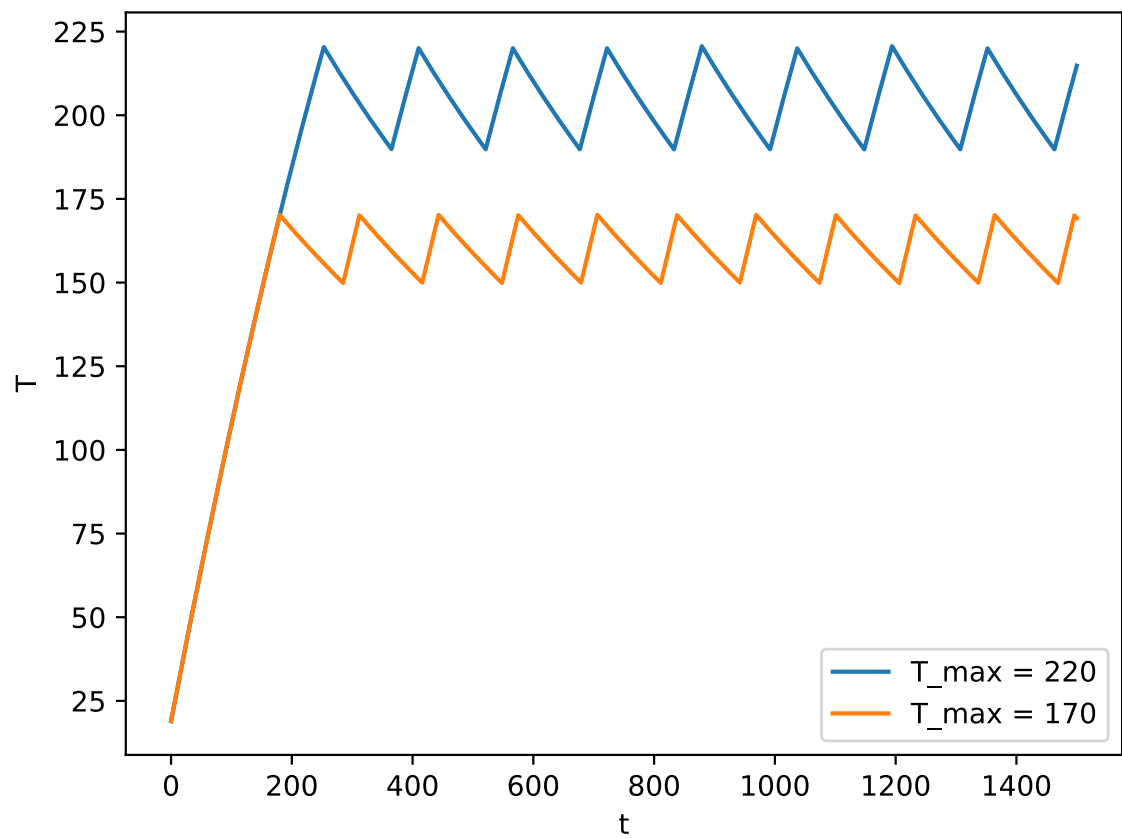


Рис. 7: График решения дифференциального уравнения (2) при  $P = 500$  Вт,  
 $m = 1$  кг,  $c = 530$  Дж/К,  $S = 0.02\text{м}^2$

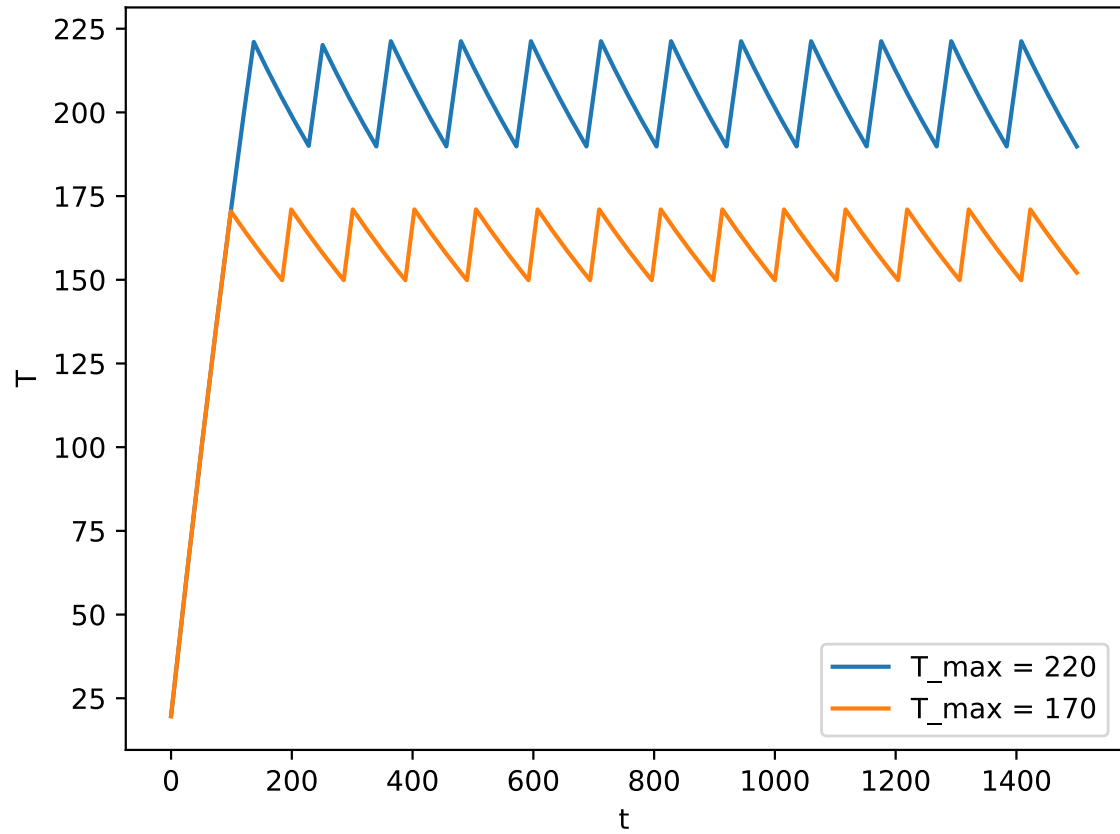


Рис. 8: График решения дифференциального уравнения (2) при  $P = 700$  Вт,  $m = 0.8$  кг,  $c = 530$  Дж/К,  $S = 0.02\text{м}^2$

## 4 Вывод

Таким образом, построена математическая модель утюга с терморегулятором и без него. Она позволяет получить график температур от времени для утюгов с различными площадями подошвы, теплопроводностями и мощностями.