МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

**«Дальневосточный федеральный университет»**
**(ДВФУ)**

---

# ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

**Кафедра информатики, математического и компьютерного моделирования**

# ОТЧЕТ

к лабораторной работе №3 по дисциплине
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Направление подготовки
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»


Выполнил студент
гр. Б9120-01.03.02
Агличеев А.О. ________
*(ФИО)* *(подпись)*

« 26 » мая 2022 г.


**г. Владивосток**
**2022**

# Содержание

# 1 Введение

В данной лабораторной работе мне нужно решить с помощью систем компьютерной математики 5 дифференциальных уравнение 1-го порядка и 3 2-го порядка, реализовать метод Эйлера на ЯП «Kotlin».

# 2 Задание 1

## 2.1 Постановка задачи

Для следующих дифференциальных уравнений указать вид, дать характеристику, найти общее решение с помощью программ компьютерной математики:

1. $y' + e^{y'} = \ln x$
2. $y = xy' - x^2 \cdot y'^3$
3. $\tan \dfrac{y}{y'} = \ln y$
4. $xy'^3 - yy'^2 + 1 = 0$
5. $xy' \cdot (y' + 2) = y$

## 2.2 Решение

Поиск решения будет проводиться в системе компьютерной математики Wolfram Mathematica.

1. $y' + e^{y'} = \ln x$

   *Вид уравнения:* $x = F(y')$

   *Характеристика:* Неразрешенное относительно производной, не содержит функцию

   *Ответ:* $\begin{cases} x = e^{p+e^p}, \\ y = e^{e^p}(1 + e^p) + C; \end{cases}$

2. $y = xy' - x^2 \cdot y'^3$

   *Вид уравнения:* $y = F(x, y')$

   *Характеристика:* Неразрешенное относительно производной

   *Ответ:* $\begin{cases} x = Cp^{-\frac{3}{2}} - p^{-2}, \\ y = xp(1 - x); \end{cases}$

3. $\tan \dfrac{y}{y'} = \ln y$

   *Вид уравнения:* $y' = F(y)$

   *Характеристика:* Уравнение с разделяющимся переменными

   *Ответ:* $2 \ln y \cdot \arctan \ln y - \ln \left( \ln^2 y + 1 \right) - 2x = C$

4. $xy'^3 - yy'^2 + 1 = 0$

   *Вид уравнения:* $y = F(x, y')$

   *Характеристика:* Уравнение Клеро

   *Ответ:* $y = Cx + \dfrac{1}{C^2}$

5. $xy' \cdot (y' + 2) = y$

   *Вид уравнения:* $y = F(x, y')$

   *Характеристика:* Квадратное относительно $y'$

   *Ответ:* $\begin{cases} x = \dfrac{C}{p^2}, \\ y = xp(p+2); \end{cases}$

# 3 Задание 2

## 3.1 Постановка задачи

Разрешить следующие уравнения относительно производной и, используя метод Эйлера, найти значение функции в точке. Нарисовать график искомой функции. Реализацию решения проводить на языке «Kotlin»:

1. $e^{x-y} = \cos\big(y' \sin x - \tan^2(\sec xy) - \tan y\big);$

   $y\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \ln 7,\ y(1) =?$

2. $xy' - y^2 \cdot e^{-y^2} = \sin \pi x; \quad y(1) = \ln 2,\ y(\pi) =?$

## 3.2 Решение

1. $e^{x-y} = \cos\big(y' \sin x - \tan^2(\sec xy) - \tan y\big);$

   $y\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \ln 7,\ y(1) =?$

   $y' = \dfrac{\arccos(e^{x-y}) + \tan^2(\sec xy) + \tan y}{\sin x}$

   $y\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \ln 7,\ y(1) \approx 1.97059$

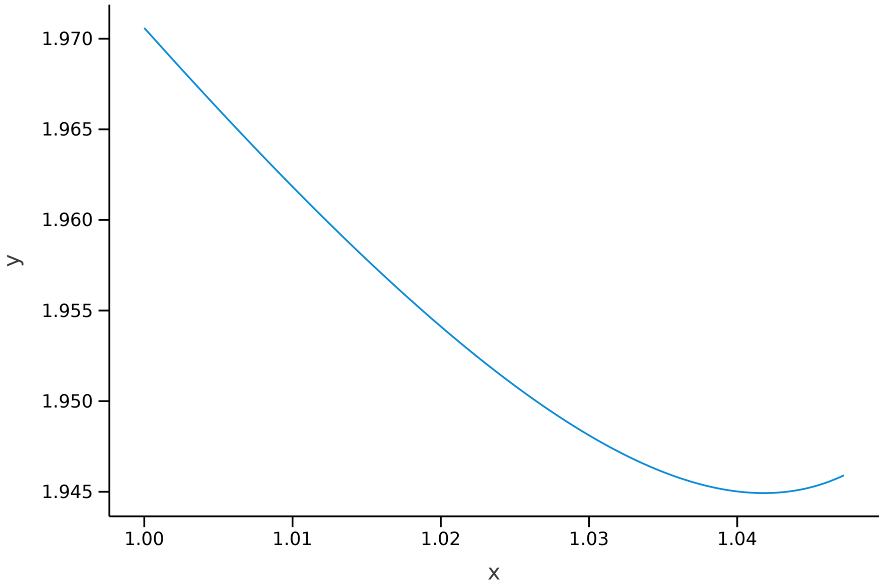


Рис. 1: Метод Эйлера для
$e^{x-y} = \cos\left(y' \sin x - \tan^2(\sec xy) - \tan y\right)$

2. $xy' - y^2 \cdot e^{-y^2} = \sin \pi x; \quad y(1) = \ln 2,\ y(\pi) = ?$

   $$y' = \frac{\sin \pi x + y^2 \cdot e^{-y^2}}{x}$$

   $y(1) = \ln 2,\ y(\pi) \approx 0.78616$

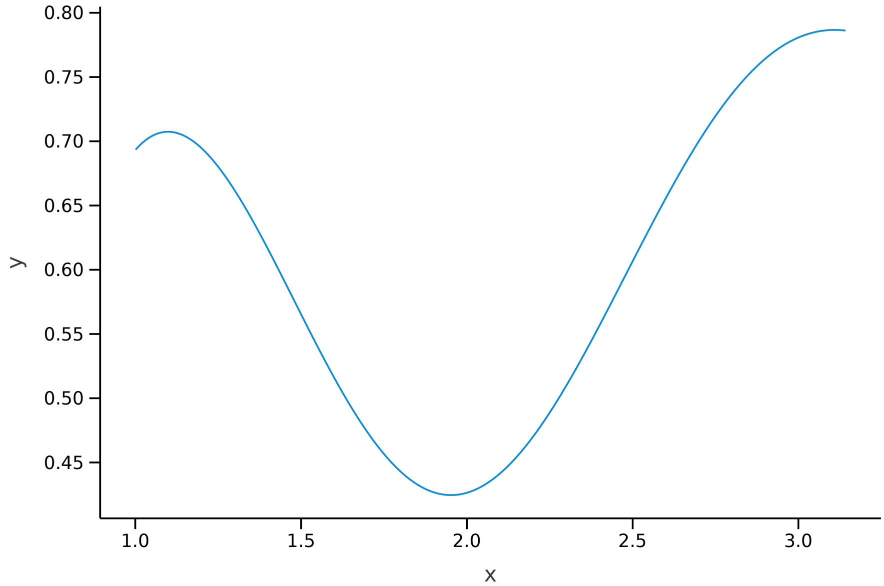


Рис. 2: Метод Эйлера для $xy' - y^2 \cdot e^{-y^2} = \sin \pi x$

## 3.3 Код программы

```
import jetbrains.letsPlot.export.ggsave
import jetbrains.letsPlot.geom.*
import jetbrains.letsPlot.letsPlot
import kotlin.math.ln

data class Point (
    var x: Double,
    var y: Double,
)

fun task_1(x: Double, y: Double): Double {
    return ((Math.sin(Math.PI*x) + Math.pow(y, 2.0)
            * Math.pow(Math.E, -1 * Math.pow(y, 2.0)))/x)
}

fun task_2(x: Double, y: Double): Double {
    return (Math.acos(Math.pow(Math.E, x-y))
            + Math.pow(Math.tan(1/Math.cos(x*y)), 2.0)
            + Math.tan(y))/Math.sin(x)
```

```
}

fun plot(function: (Double, Double) -> Double,
         p: Point, plot_name: String,
            x_end: Double, n: Int){
    val xs = mutableListOf<Double>()
    val ys = mutableListOf<Double>()
    val h = (x_end - p.x) / n
    for (i in 0..n) {
        p.y += h * function(p.x, p.y)
        p.x += h
        xs.add(p.x)
        ys.add(p.y)
    }
    print(p.y)
    val data = mapOf<String, Any>(
        "x" to xs,
        "y" to ys,
    )
    val fig = letsPlot(data) {x = "x"; y="y"}
+ geomLine()
    ggsave(fig, plot_name)
}

fun main() {
    val p_1 = Point(1.0, ln(2.0))
    val p_2 = Point(Math.PI/3, ln(7.0))
    plot(::task_1, p_1, "plot1.svg", Math.PI, 1000000)
    plot(::task_2, p_2, "plot2.svg", 1.0, 1000000)
}
```

# 4 Задание 3

## 4.1 Постановка задачи

Для следующих дифференциальных уравнений определить тип, дать характеристику и найти общее решение с помощью программ компьютерной математики:

1. $xy'' - y' \cdot (xy' \cdot \tan y + 1) = 0$
2. $y'^3 = e^{\frac{1}{y'}} y''$
3. $y'' \cdot e^y + 2y' = y'^2 \cdot e^y$

## 4.2 Решение

Поиск решения будет проводиться в системе компьютерной математики Wolfram Mathematica.

1. $xy'' - y' \cdot (xy' \cdot \tan y + 1) = 0$

   *Вид уравнения:* $F(x, y, y', y'') = 0$

   *Характеристика:* Уравнение в полных производных

   *Ответ:* $2 \sin y = C_1 - C_2 x^2$

2. $y'^3 = e^{\frac{1}{y'}} y''$

   *Вид уравнения:* $F(y', y'') = 0$

   *Характеристика:* Интегрируемое уравнение

   *Ответ:* $x = (y - C_1) \cdot \ln (C_1 - y) - y + C_2$

3. $y'' \cdot e^y + 2y' = y'^2 \cdot e^y$

   *Вид уравнения:* $F(y, y', y'') = 0$

   *Характеристика:* Общее уравнение

   *Ответ:* $y = \ln \dfrac{\tan \big(C_1(x + C_2)\big)}{C_1}$

# 5 Заключение

Я с помощью Wolfram Mathematica решил 5 дифференциальных уравнений 1-го порядка и 3 2-го, написал программу на языке «Kotlin», реализующую метод Эйлера. Оформлял отчёт по работе в «TeX Live».