

### 3. laboratorijska vaja

Čeprav je bil Gaston Julia (1893 - 1978) v svojih časih svetovno znan matematik, je njegovo delo padlo v pozabo, dokler ga ni nekaj desetletij kasneje oživel poljski matematik Mandelbrot. S pomočjo računalniške grafike je pokazal, da je Juliajevo delo vir nekaterih najlepših danes znanih fraktalov.

Juliajeve množice živijo v kompleksni ravnini. Vzemimo za primer enostaven polinom

$$P_c(z) = z^2 + c,$$

kjer sta  $z$  in  $c$  kompleksni števili. Izberimo nek konstanten  $c$  in začetno točko  $z_0$  in opazujemo zaporedje

$$z_0, z_1 = P_c(z_0), z_2 = P_c(z_1), \dots, z_{n+1} = P_c(z_n), \dots$$

To pomeni, da najprej izračunamo vrednost polinoma  $z^2 + c$  za neko začetno vrednost spremenljivke  $z$ . Dobljeno vrednost nato uporabimo za novo vrednost spremenljivke  $z$ . Z uporabo te nove vrednosti spremenljivke  $z$  spet izračunamo vrednost polinoma  $z^2 + c$  in dobljeno vrednost spet priredimo spremenljivki  $z$ , in tako naprej. Gornjemu zaporedju pravimo orbita točke  $z_0$ .

Možna sta dva dogodka:

1. Orbita točke  $z_0$  sčasoma pobegne daleč od izhodišča.
2. Orbita ostane v nekem omejenem področju kompleksne ravnine.

Množica vseh točk, katerih orbita ostane v omejenem področju kompleksne ravnine, se imenuje Juliajeva množica.

#### Besedilo naloge:

Funkcije za izvajanje računskih operacij nad kompleksnimi števili iz prejšnje vaje uporabite za risanje Juliajevih množic.

#### Postopek:

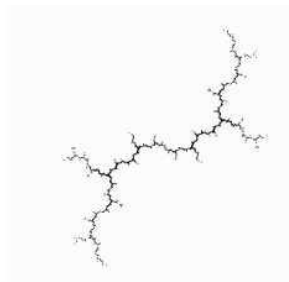
Sistematično preglejte orbite vseh točk kompleksne ravnine v območju  $-1,7 < \text{Re}(z_0) < 1,7$  in  $-1,7 < \text{Im}(z_0) < 1,7$  ter narišite točko  $z_0$  v barvi, ki ustreza številu točk v orbiti, preden ta pobegne iz območja  $|z_n| < 2$ .

Za pomoč boste dobili funkcijo `shraniBMP`, ki vam bo ustvarila bitno sliko. Funkciji boste kot prvi parameter podali dvodimenzionalno tabelo celoštevilskih vrednosti med 0 in 255, kjer bo vsaka vrednost predstavljala določeno barvo ustrezne točke v končni sliki. Drugi in tretji parameter funkcije bosta širina in višina podane tabele, četrti parameter pa ime datoteke, kamor želite, da se slika shrani. Na primer:

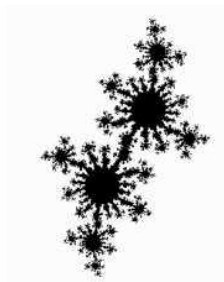
```
#define DIM 500
unsigned char slika[DIM][DIM];
//...
```

```
shraniBMP(slika, DIM, DIM, "slikca.bmp");
```

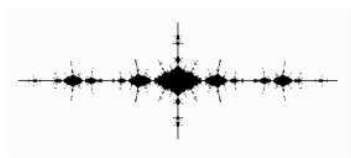
Naslednja slika prikazuje Juliajeve množice za 4 različne vrednosti konstante  $c$ :



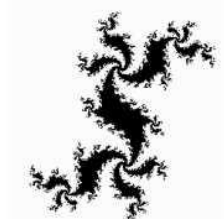
$c = i$



$c = -0,55 + 0,50i$



$c = -1,35$



$c = 0,31 + 0,50i$

### Vprašanja za pomoč:

- Če želimo v območju od  $-1,7$  do  $1,7$  pregledati `DIM` vrednosti, kolikšen je razmik med posameznimi vrednostmi?
- Na kakšen način lahko proizvedemo vse možne kombinacije dveh vrednosti med 0 in 499 (to pomeni  $(0, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(0, 2)$  ...  $(0, 499)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(1, 2)$  ...  $(1, 499)$  ...  $(499, 0)$ ,  $(499, 1)$ ,  $(499, 2)$  ...  $(499, 499)$ )?
- Kako lahko z uporabo funkcij iz 2. laboratorijske vaje izračunamo vrednost polinoma  $z^2 + c$ ?
- Več o Juliajevih množicah si lahko preberete na [www.presek.si/24/1320-Potocnik.pdf](http://www.presek.si/24/1320-Potocnik.pdf).