

Diplomado En Programación Básica

Universidad Autónoma de Chiapas
Centro Mesoamericano de Física Teórica

Michael Steven Paucar Rojas

MATHEMATICA



WOLFRAM

1. Introducción

El presente cuaderno constituye un recurso de apoyo para el aprendizaje de Mathematica orientado a la programación y al uso de sus principales funciones en contextos académicos y prácticos. El contenido se organiza de manera progresiva iniciando con operaciones básicas sobre listas, expresiones matemáticas y representaciones gráficas para avanzar hacia temas más complejos como manejo de entidades, conversiones de unidades, generación de visualizaciones interactivas y aplicaciones en análisis de datos.

El enfoque seguido combina teoría con ejemplos prácticos que buscan ilustrar no solo la sintaxis del lenguaje sino también la lógica detrás de cada comando. Se ha procurado mantener una estructura clara donde cada sección incluye subtítulos, descripciones y comentarios en el código para facilitar la comprensión. Esto permite que el material pueda ser utilizado tanto por estudiantes en formación como por interesados en explorar las capacidades del software en distintos escenarios.

Cabe señalar que el documento reúne apuntes propios sistematizados a partir del estudio y la práctica personal. Estos apuntes no reemplazan la documentación oficial de Mathematica pero sí constituyen un complemento útil para guiar el aprendizaje y servir como referencia en la resolución de ejercicios y proyectos futuros.

2. Tabla de contenidos

1. Introducción

2. Tabla de contenidos

3. Clase 1 — Introducción a Wolfram Mathematica

3.1. Captura y análisis de imagen

4. Clase 2 — Comandos básicos, listas y entidades

4.1. Comandos del sistema

4.2. Comandos interactivos

4.3. Entidades: países y banderas

4.4. Exploración planetaria

4.5. Conversiones de unidades y monedas

4.6. Listas: creación y operaciones básicas

4.7. Funciones para secuencias y combinación de listas

4.8. Manipulación avanzada de listas

4.9. Funciones adicionales sobre listas

5. Clase 3 — Gráficos, colores y funciones trigonométricas

5.1. Gráficas estadísticas (barras y pastel)

5.2. Selección y manipulación de datos para visualización

5.3. Colores y estilos gráficos (paletas y transformaciones)

5.4. Funciones matemáticas básicas y plots elementales

6. Clase 4 — Funciones Trascendentes

6.1. Expansión de expresiones trigonométricas

6.2. Números complejos

6.3. Logaritmos

6.4. Exponenciales

6.5. Series

6.6. Límites

6.7. Funciones

6.8. Derivadas

6.9. Integrales

6.10. Notación de Lagrange

6.11. Integración Numérica

6.12. Tablas

6.13. Gráfica de Tablas

7. Tareas

7.1. Tarea 1 — Cálculos Numéricos y Funciones en Mathematic

7.2. Tarea 2 — Formato de Notebook

8. Apéndice

8.1. Comandos comunes

3. Clase 1 — Introducción a Wolfram Mathematica

31 2025/09/17

⚡ Introducción:

Esta primera clase marca el inicio del estudio sistemático de programación y computación simbólica en Wolfram Mathematica. Su propósito es brindar al estudiante un panorama general del entorno, la sintaxis y la filosofía de trabajo del lenguaje Wolfram. Se exploran las principales características de la interfaz, los modos de evaluación de celdas, y la estructura de los cuadernos interactivos (notebooks), que permiten combinar código, texto y visualizaciones de forma dinámica.

Un aspecto distintivo de esta clase es la introducción al manejo de imágenes digitales. Mathematica permite importar, procesar y analizar imágenes utilizando herramientas integradas. Esto se convierte en una poderosa ventaja al trabajar con proyectos de visualización, visión por computadora y análisis de datos. El alumno aprenderá a extraer información visual (canales de color, bordes, histogramas, etc.) directamente desde imágenes en distintos formatos.

Con esta base, el estudiante estará preparado para abordar tareas más avanzadas en computación matemática, programación estructurada y análisis simbólico en clases posteriores.

📋 Objetivos de la clase:

- Conocer el entorno y las funcionalidades principales de Mathematica.
- Aprender a importar y manipular imágenes dentro del entorno.
- Realizar operaciones básicas de análisis sobre imágenes: extracción de color, bordes, canales, entre otros.
- Familiarizarse con la evaluación de celdas, edición de texto y estructura del cuaderno.
- Entender cómo almacenar y reutilizar resultados computacionales.

3.1. Captura y análisis de imagen

🔗 **Explicación:** se muestra cómo capturar una imagen desde la cámara (*CurrentImage*) y cómo aplicar una función de análisis facial (*FacialFeatures*). Para detalles de *CurrentImage* y *FacialFeatures* ver 'Comandos comunes'.

```
# Capturar imagen desde la cámara
```

```
yo = CurrentImage[ ]  
      |imagen actual
```

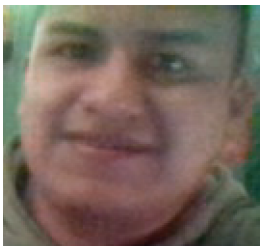
Out[*]=



```
# Detectar rasgos faciales en la imagen
```

```
FacialFeatures[yo]  
      |características faciales
```

Out[*]=

{ { Image →  , Age → 24, Gender → Female, Emotion → neutral } }

💎 **Nota:** El análisis facial proporciona una edad aproximada y puede intentar identificar el género de la persona en la imagen. Sin embargo, los resultados pueden no ser precisos, y es posible que se necesiten varios intentos para obtener una estimación más acertada.

4. Clase 2 — Comandos básicos, listas y entidades

31 2025/09/22

⚡ Introducción:

En esta clase se profundiza en los aspectos fundamentales del lenguaje de Wolfram Mathematica, con énfasis en el uso de comandos básicos, estructuras de datos esenciales como listas, y la exploración de entidades semánticas. Estos tres pilares permiten al estudiante desarrollar habilidades en la manipulación estructurada de información, automatización de tareas y acceso a bases de datos computacionales integradas.

Los comandos del sistema proporcionan acceso a configuraciones internas, mientras que las funciones interactivas permiten crear contenidos visuales dinámicos como controles deslizantes, selectores y entradas dependientes del usuario. A través de estos elementos, se introducen herramientas de visualización, modelado y simulación básica.

Por otro lado, el uso de entidades semánticas (como países, monedas, unidades físicas, cuerpos astronómicos, entre otros) permite operar con datos reales y estructurados, sin necesidad de definir cada elemento manualmente. Esta característica convierte a Mathematica en una plataforma especialmente útil para proyectos de ciencia aplicada, educación y análisis de información contextual.

Finalmente, se abordan técnicas de creación, combinación, transformación y filtrado de listas, permitiendo al alumno adquirir herramientas para el tratamiento de colecciones de datos —una habilidad clave para cualquier trabajo computacional.

📋 Objetivos de la clase:

- Dominar comandos del sistema y funciones interactivas comunes.
- Manipular listas: creación, acceso, combinaciones y transformaciones.
- Utilizar entidades integradas del sistema (países, unidades, monedas, planetas).
- Aplicar funciones para exploración astronómica y conversión de datos.
- Resolver problemas prácticos con estructuras de datos y secuencias.

4.1. Comandos del sistema

✎ **Explicación:** funciones para fijar directorio de trabajo y consultar la fecha/hora del sistema.

Ver Comandos comunes para definiciones.

Suma básica a través del teclado

In[302]:=

2 + 2

Out[302]=

4

Entrada desde la paelta de Wolfram Mathematica

In[303]:=

2^4

Out[303]=

16

Entrada fracción

In[304]:=

$\frac{6}{3}$

Out[304]=

2

Muestra la ruta del directorio de trabajo actual.

In[300]:=

Directory[]
|directorio

Out[300]=

C:\Users\IBM

Define o consulta el directorio de trabajo

SetDirectory[]
|establece directorio

Out[]=

C:\Users\IBM

Devuelve fecha y hora actual


```
Date [ ]
|fecha
```

```
Out[*]=
```

```
{2025, 9, 23, 22, 46, 39.8336576}
```

```
# Devuelve una lista de nombres de archivos en el directorio actual.
```


```
In[301]:=
```

```
FileNames [ ]
|nombres de archivo
```

```
Out[301]=
```

```
{-1.14-windows.xml, 3D Objects, .anaconda, AppData, Apple, Application Data, Autodesk,
.bash_history, .cache, Cisco Packet Tracer 8.0.1, .conda, .condarc, .config,
Contacts, Cookies, Desktop, Documents, Downloads, Dropbox, .eclipse, eclipse,
eclipse-workspace, Favorites, git, .gitconfig, .git-for-windows-updater, GNS3,
.gradle, .icesoft, IntelGraphicsProfiles, .ipython, .lessht, Links, Local Settings,
.m2, .matplotlib, MicrosoftEdgeBackups, .minttyrc, .ms-ad, Music, My Documents,
NetHood, NTUSER.DAT, NTUSER.DAT{13d239bc-378a-11ed-8537-8086f294e387}.TM.blf,
NTUSER.DAT{13d239bc-378a-11ed-8537-8086f294e387}.TMContainer000000000000000001.
  regtrans-ms,
NTUSER.DAT{13d239bc-378a-11ed-8537-8086f294e387}.TMContainer000000000000000002.
  regtrans-ms, NTUSER.DAT{3213189e-49df-11ed-853d-8086f294e387}.TM.blf,
NTUSER.DAT{3213189e-49df-11ed-853d-8086f294e387}.TMContainer000000000000000001.
  regtrans-ms,
NTUSER.DAT{3213189e-49df-11ed-853d-8086f294e387}.TMContainer000000000000000002.
  regtrans-ms, NTUSER.DAT{7099f723-d717-11ec-8523-8086f294e387}.TM.blf,
NTUSER.DAT{7099f723-d717-11ec-8523-8086f294e387}.TMContainer000000000000000001.
  regtrans-ms,
NTUSER.DAT{7099f723-d717-11ec-8523-8086f294e387}.TMContainer000000000000000002.
  regtrans-ms, NTUSER.DAT{7612446a-91d2-11eb-84e0-dd14c26d8a4b}.TM.blf,
NTUSER.DAT{7612446a-91d2-11eb-84e0-dd14c26d8a4b}.TMContainer000000000000000001.
  regtrans-ms,
NTUSER.DAT{7612446a-91d2-11eb-84e0-dd14c26d8a4b}.TMContainer000000000000000002.
  regtrans-ms, NTUSER.DAT{b6e954ee-351e-11ed-8535-8086f294e387}.TM.blf,
NTUSER.DAT{b6e954ee-351e-11ed-8535-8086f294e387}.TMContainer000000000000000001.
  regtrans-ms,
NTUSER.DAT{b6e954ee-351e-11ed-8535-8086f294e387}.TMContainer000000000000000002.
  regtrans-ms, NTUSER.DAT{fb3e151d-2771-11ee-8588-8086f294e38b}.TM.blf,
NTUSER.DAT{fb3e151d-2771-11ee-8588-8086f294e38b}.TMContainer000000000000000001.
  regtrans-ms,
NTUSER.DAT{fb3e151d-2771-11ee-8588-8086f294e38b}.TMContainer000000000000000002.
  regtrans-ms, ntuser.dat.LOG1, ntuser.dat.LOG2, ntuser.ini, OneDrive, .openjfx,
.p2, .packettracer, Pictures, PrintHood, projects, .pylint.d, Recent, .redhat,
Roaming, Saved Games, .scm_gui, .scm_guiirc, Searches, SendTo, .spss, spyder_crash.log,
Start Menu, Templates, Videos, .VirtualBox, VirtualBox VMs, .vscode, .vscode-R, zinjai}
```

4.2. Comandos interactivos

 **Explicación:** salida de voz y botones interactivos para respuestas en tiempo

```
real.
```

```
# Convierte el texto a audio y reproduce "Hola Mundo"
```

```
Speak [ "Hola Mundo" ]  
|pronuncia
```

```
# Reproduce "Hello Wolfram" mediante síntesis de voz
```

```
Speak [ "Hello Wolfram" ]  
|pronuncia
```

```
# Crea un botón que al presionarlo ejecuta Speak["Thank you"]
```

```
Button [ "Presioname", Speak [ Thank You ] ]  
|botón |pronuncia
```

```
Out[ ]=
```

```
Presioname
```

💎 **Nota:** *Button* crea controles interactivos; ejecuta la acción cuando se presiona. Ver ‘Comandos comunes’ para más usos de *Button* y *Speak*.

4.3. Entidades: países y banderas

✎ **Explicación:** uso de la Wolfram Knowledgebase *Entity* para recuperar información de países y sus banderas

```
# Crea la entidad correspondiente al país 'Ecuador'
```

```
Entity [ "Country", "Ecuador" ]  
|entidad
```

```
Out[ ]=
```

```
Ecuador
```

```
# Extrae la imagen de la bandera de la entidad país
```

```
Entity [ "Country", "Ecuador" ] [ "Flag" ]  
|entidad
```

```
Out[ ]=
```



```
# Devuelve una lista de imágenes/flags para los países listados.
```

```
EntityValue[{Entity["Country", "UnitedStates"],
|valor sobre enti... |entidad
  Entity["Country", "Brazil"], Entity["Country", "China"]}]
|entidad |entidad
```

Out[*]=

```
{ Estados Unidos , Brasil , República Popular China }
```

Obtener banderas de múltiples países

```
In[*]:= EntityValue[{Entity["Country", "UnitedStates"],
|valor sobre enti... |entidad
  Entity["Country", "Brazil"], Entity["Country", "Ecuador"],
|entidad |entidad
  Entity["Country", "China"], Entity["Country", "Mexico"]}, "Flag"]
|entidad |entidad
```

Out[*]=



4.4. Exploración planetaria

✎ **Explicación:** listar entidades de tipo planeta y recuperar sus imágenes u otras propiedades.

Lista todas las entidades que pertenecen a la clase 'Planet'

```
In[*]:= EntityList[EntityClass["Planet", All]]
|lista de entid... |clase de entidades |todo
```

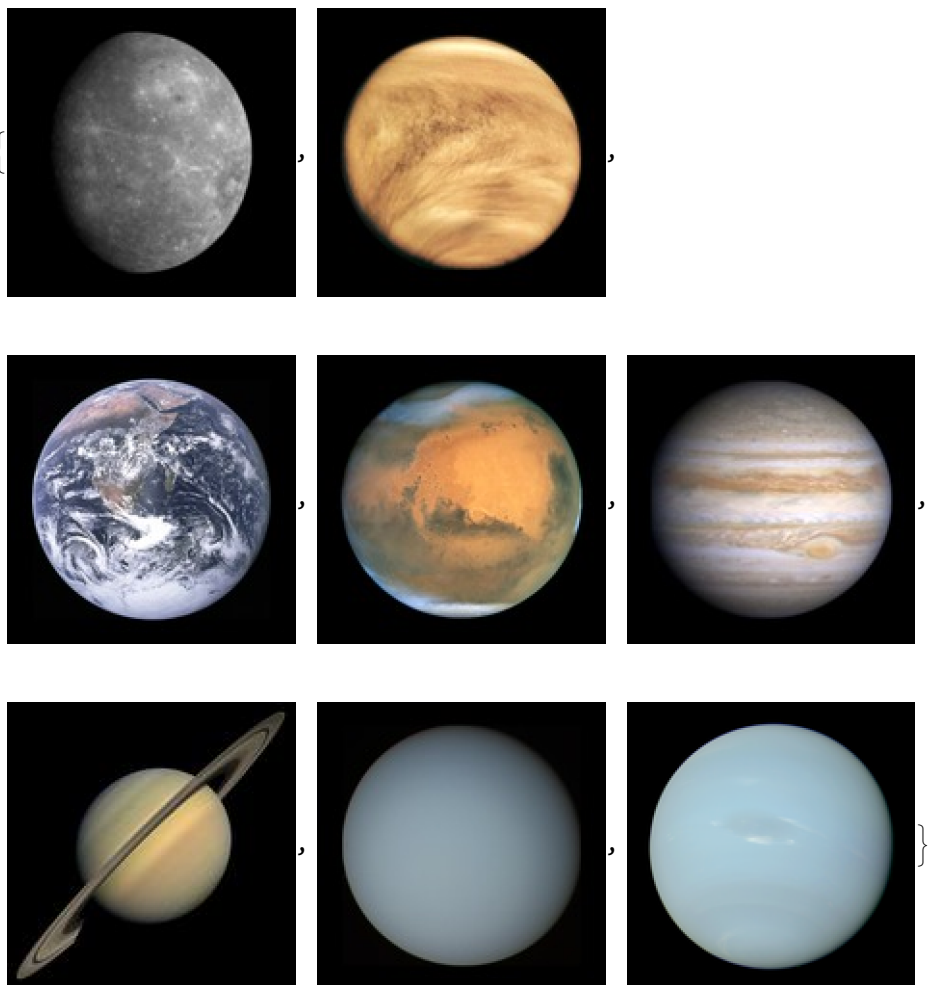
Out[*]=

```
{ Mercury , Venus , Earth , Mars , Jupiter , Saturn , Uranus , Neptune }
```

Recupera la imagen asociada a cada planeta listado

```
In[ ]:= EntityValue[EntityClass["Planet", All], "Image"]
           |valor sobre ent· |clase de entidades           |todo |imagen
```

```
Out[ ]:=
```



4.5. Conversiones de unidades y monedas

✎ **Explicación:** trabajo con *Quantity* y *UnitConvert* para convertir y simplificar unidades; *CurrencyConvert* para divisas.

```
# Convierte 2.6 horas a minutos
```

```
UnitConvert[Quantity[2.6, "Hours"], "Minutes"]
           |convierte unidad |cantidad
```

```
Out[ ]:=
```

```
156. min
```

```
# Suma cantidades con unidades distintas; Mathematica maneja la conversión interna
```

```
Quantity[7.5, "Feet"] + Quantity[14, "Centimeters"]
|cantidad |cantidad
```

```
Out[8]=
242.6 cm
```

```
# Simplifica la unidad si es posible (ej.:a metros)
```

```
UnitSimplify[Quantity[242.6, "Centimeters"]]
|simplifica unidad |cantidad
```

```
Out[9]=
2.426 m
```

```
# Convierte 100 liras turcas a USD usando tasa actual;puede requerir conexión
```

```
CurrencyConvert[Quantity[100., "TRY"], Quantity[1, "USDollars"]]
|convertidor de mon... |cantidad |cantidad
```

```
Out[10]=
$2.41
```

```
# Convierte dólares a centavos estadounidenses
```

```
UnitConvert[Quantity[5.12363, "USDollars"], "USCents"]
|convierte unidad |cantidad
```

```
Out[11]=
512.363¢
```

```
# Convierte 5 pulgadas a centímetros y devuelve número aproximado
```

```
N[UnitConvert[Quantity[5, "Inches"], "Centimeters"]]
|· |convierte unidad |cantidad
```

```
Out[12]=
12.7 cm
```

💎 **Nota:** `CurrencyConvert` puede necesitar conexión a internet para obtener tipos de cambio actualizados.

4.6. Listas: creación y operaciones básicas

🔗 **Explicación:** definición de listas, operaciones escalares, limpieza de variables y gráficas sencillas.

■ 📄 **Declaración de listas:**

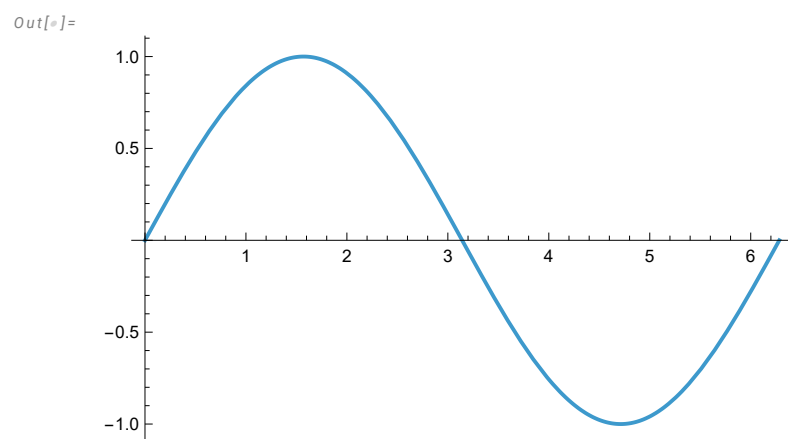
- `{ }` **(llaves)** → Sirven para definir listas.

```
In[*]:= lista = {2, 4, 6, 8}
```

```
Out[*]= {2, 4, 6, 8}
```

- **Sin llaves** → Se usa cuando una función espera un rango o expresión directamente, no un conjunto de valores.

```
In[*]:= Plot[Sin[x], {x, 0, 2 Pi}]
|repr... |seno |númer
```



- Aquí los límites $\{x, 0, 2 \text{ Pi}\}$ son un rango, no una lista de valores discretos.

■ Regla práctica:

- Usa **llaves** $\{\}$ cuando quieras pasar conjuntos de valores discretos ($\{1, 2, 3\}$).
- Usa **sin llaves** o rangos $\{\text{var}, \text{min}, \text{max}\}$ cuando definas un intervalo continuo.

```
# Elimina cualquier valor previo de la variable a
```

```
Clear[a]
|borra
```

```
# Asigna una lista a 'a'
```

```
a = {2, 6, 8, 9, 10}
```

```
Out[*]= {2, 6, 8, 9, 10}
```

```
# Asigna una lista a 'b'
```

```
b = {5, 8, 9, 5}
```

```
Out[*]= {5, 8, 9, 5}
```

```
# Escalar por lista
```

```
3 * a
```

```
Out[ ]:=
```

```
{6, 18, 24, 27, 30}
```

```
In[ ]:= Clear[a]
```

```
[borra]
```

```
In[ ]:= a
```

```
Out[ ]:=
```

```
a
```

```
In[ ]:= a * 5
```

```
Out[ ]:=
```

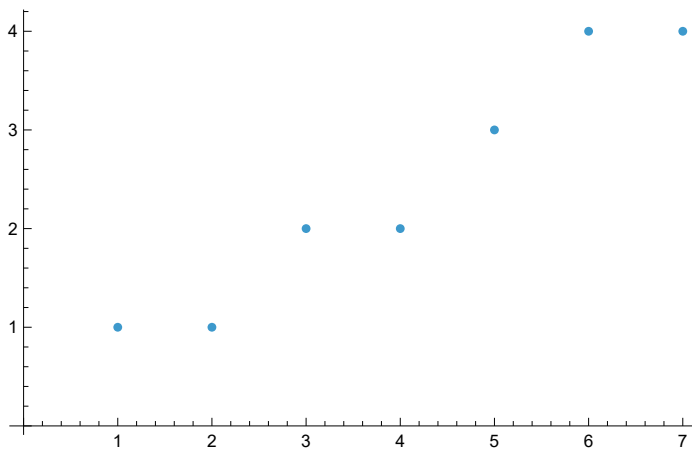
```
5 a
```

```
# Grafica los valores de la lista como puntos/serie
```

```
ListPlot[{1, 1, 2, 2, 3, 4, 4}]
```

```
[representación de lista]
```

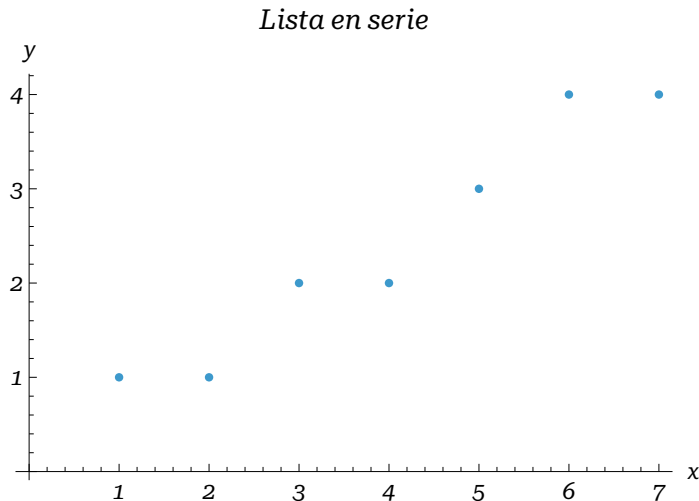
```
Out[ ]:=
```



```
# Gráfico mejorado con los valores de la lista como puntos/serie
```

```
In[ ]:= Show[%33, AxesLabel -> {HoldForm[x], HoldForm[y]}, PlotLabel -> HoldForm[Lista en serie],
[muestra [etiqueta de ejes [forma sin evalu... [forma sin evalua... [etiqueta de r... [forma sin evaluación
LabelStyle -> {FontFamily -> "Roboto Serif 20pt", 12, GrayLevel[0], Italic}]
[estilo de etiqueta [familia de tipo de letra [nivel de gris [itálica
```

Out[]:=



4.7. Funciones para secuencias y combinación de listas

✧ **Explicación:** generar rangos, invertir, unir listas y visualizar secuencias.
Ver ‘Comandos comunes’ para info sobre Range, Join y Reverse.

? Range
[rango

Out[]:=

Symbol ⓘ

Range[i_{max}] generates the list $\{1, 2, \dots, i_{max}\}$.

Range[i_{min}, i_{max}] generates the list $\{i_{min}, \dots, i_{max}\}$.

Range[i_{min}, i_{max}, di] uses step di .

▼

☆ El ‘**comando**’, muestra la ayuda o documentación para la función Range.

Genera la lista {1,2,...,25}

Range [25]
[rango

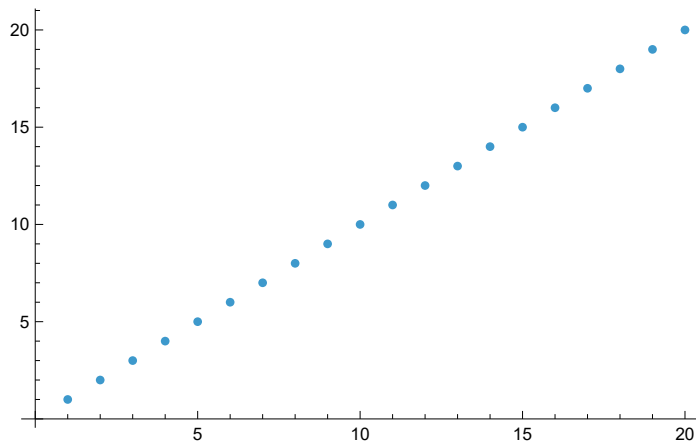
Out[]:=

{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25}

Grafica la secuencia 1..20


```
ListPlot[Range[20]]
|represent... |rango
```

Out[*]=



```
# Invierte el orden: devuelve {4,3,2,1}
```

```
Reverse[{1, 2, 3, 4}]
|invierte orden
```

Out[*]=

```
{4, 3, 2, 1}
```

```
# Une dos listas: {1,2,3,6}
```

```
Join[{1, 2, 3}, {6}]
|junta
```

Out[*]=

```
{1, 2, 3, 6}
```

✂ **Explicación:** *Join* concatena listas sin eliminar duplicados; para obtener unión única usa *Union*.

```
# Une {1,2,3} con {1,2,3,4,5} -> {1,2,3,1,2,3,4,5}
```

```
Join[Range[3], Range[5]]
|junta |rango |rango
```

Out[*]=

```
{1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, 5}
```

🎯 **Reto en clase – Listas**

Resolver los ejercicios con funciones de Listas.

- Salida esperada {1, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 1, 10, 15}

```
# Función Join:
# La función `Join` se utiliza para combinar varias listas en una sola.
```

```
# Rango de números (Range):
```

```
# `Range[5]` genera una lista de números desde 1 hasta 5, es decir, {1, 2, 3, 4, 5}.
```

```
# `Reverse[Range[3]]` primero genera la lista {1, 2, 3} y luego la invierte, resultando en {3, 2, 1}.
```

```
# `{10, 15}` es simplemente una lista con los números 10 y 15.
```

```
# Resultado:
# El resultado de `Join` es la combinación de las tres listas mencionadas:
# {1, 2, 3, 4, 5}, {3, 2, 1} y {10, 15}.
# La lista final será: {1, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 1, 10, 15}.
```

```
In[ ]:= Join[Range[5], Reverse[Range[3]], {10, 15}]
      junta rango      |invierte ... |rango
```

```
Out[ ]:=
```

```
{1, 2, 3, 4, 5, 3, 2, 1, 10, 15}
```

■ Salida esperada {5, 6, 7, 8, 1, 2, 4, 5, 4, 3}

```
# Función Join:
# La función `Join` se utiliza para combinar varias listas en una sola.

# Rango de números (Range):
# `Range[5, 8]` genera una lista de números desde 5 hasta 8, es decir, {5, 6, 7, 8}.
# `Range[5]` genera una lista de números desde 1 hasta 5, es decir, {1, 2, 3, 4, 5}.
# `{4, 3}` es una lista con los números 4 y 3.

# Resultado:
# El resultado de `Join` es la combinación de las tres listas mencionadas:
# {5, 6, 7, 8}, {1, 2, 3, 4, 5} y {4, 3}.
# La lista final será: {5, 6, 7, 8, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3}.
```

```
In[ ]:= Join[Range[5, 8], Range[5], {4, 3}]
      junta rango      |rango
```

```
Out[ ]:=
```

```
{5, 6, 7, 8, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3}
```

💎 **Nota:** También se puede ordenar, contar repeticiones (*Count*), graficar (*List-Plot*), extraer sublistas (*Take*, *Drop*).

4.8. Manipulación avanzada de listas

🔗 **Explicación:** técnicas para construir listas complejas y comprobar pertenencia o patrones.

```
# Crea lista combinada:{1,2,3,6}
```

```
list = Join[{1, 2, 3}, {6}]
      junta
```

```
Out[ ]:=
```

```
{1, 2, 3, 6}
```

```
# Devuelve True si 6 está en 'list'
```

```
MemberQ[list, 6]
      ¿contenido en?
```

```
Out[ ]:=
```

```
True
```

```
# Construye una lista concatenando transformaciones de Range
```

```
Join[Range[4] + 4, Range[2], Range[2] + 3, {3}]
```

|junta |rango |rango |rango

Out[8]=

```
{5, 6, 7, 8, 1, 2, 4, 5, 3}
```

```
# Variante que incluye Reverse para cambiar orden de una parte
```

```
Join[Range[4] + 4, Range[2], Range[2] + 3, Reverse[Range[2] + 2]]
```

|junta |rango |rango |rango |invierte ... |rango

Out[9]=

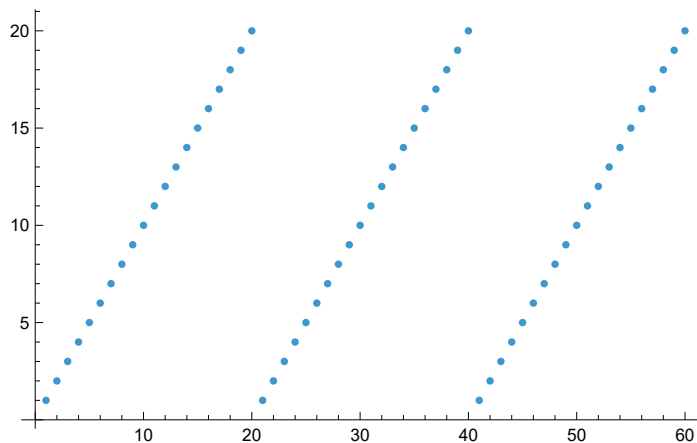
```
{5, 6, 7, 8, 1, 2, 4, 5, 4, 3}
```

```
# Grafica la concatenación de tres secuencias 1..20 (serie repetida)
```

```
ListPlot[Join[Range[20], Range[20], Range[20]]]
```

|represent... |junta |rango |rango |rango

Out[10]=



4.9. Funciones adicionales sobre listas

✎ **Explicación:** varias funciones pequeñas pero muy útiles para análisis rápido de listas y números.

Funciones útiles: *conteo*, *orden*, *extracción*.

```
# Genera la lista 1..100
```

```
Range[10^2]
|rango
```

Out[*n*]=

```
{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21,
 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41,
 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61,
 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81,
 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100}
```

Ordena la lista ascendentemente

```
Sort[{4, 2, 1, 3, 6}]
|ordena
```

Out[*n*]=

```
{1, 2, 3, 4, 6}
```

Devuelve la longitud de la lista

```
Length[{5, 4, 5, 3, 4, 5}]
|longitud
```

Out[*n*]=

```
6
```

Suma todos los elementos de la lista

```
Total[{1, 2, 2, 2}]
|total
```

Out[*n*]=

```
7
```

Suma 1..10->55

```
Total[Range[10]]
|total |rango
```

Out[*n*]=

```
55
```

Cuenta cuántas veces aparece 'b' (símbolos/elementos)

```
Count[{a, a, a, a, c, b, a}, b]
|conteo
```

Out[*n*]=

```
1
```

Devuelve el primer elemento

```
First[{7, 6, 5}]
|primero
```

Out[8]=

7

```
# Devuelve el último elemento
```

```
Last[{7, 6, 5}]
|último
```

Out[9]=

5

```
# Ordena y devuelve el primero (mínimo)
```

```
First[Sort[{6, 7, 1, 2, 4, 5}]]
|primero |ordena
```

Out[10]=

1

```
# Devuelve el mínimo de la lista
```

```
Min[{6, 7, 1, 2, 4, 5}]
|mínimo
```

Out[11]=

1

```
# Devuelve {1,9,8,8}
```

```
IntegerDigits[1988]
|dígitos de entero
```

Out[12]=

{1, 9, 8, 8}

```
# Devuelve el último dígito:8
```

```
Last[IntegerDigits[1988]]
|último |dígitos de entero
```

Out[13]=

8

```
# Crea {1,2,3,4,4,3,2,1} con Join
```

```
Join[Range[4], Reverse[Range[4]]]
|junta |rango |invierte ... |rango
```

Out[14]=

{1, 2, 3, 4, 4, 3, 2, 1}

```
# Genera una secuencia 1..k con k aleatorio entre 0 y 30
```

```
Range [ RandomInteger [ 30 ] ]  
| rango | entero aleatorio
```

Out[*n*]=

```
{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24}
```

💎 **Nota:** Estas funciones son atómicas para análisis y resumen de datos; úsalas dentro de pipelines con *Map*, *Select* y *Fold* para tareas más avanzadas.

5. Clase 3 — Gráficos, colores y funciones trigonométricas

31 2025/09/17

⚡ Introducción:

Esta clase se centra en las capacidades de Mathematica para la generación de gráficos y visualizaciones matemáticas. Se introducen tanto gráficos estadísticos como funciones matemáticas, incluyendo herramientas para la representación visual personalizada mediante estilos, colores y leyendas. El objetivo es capacitar al estudiante para producir visualizaciones claras, comprensibles y estéticamente cuidadas, integrando elementos visuales con contenido analítico.

Se estudian gráficos de barras y pastel a partir de datos simples o estructurados, destacando opciones de estilo, disposición y etiquetado. También se exploran las paletas de color, que permiten resaltar visualmente categorías, intensidades o agrupaciones. Estas herramientas son fundamentales en el diseño de presentaciones, informes técnicos y análisis exploratorio de datos.

En la segunda parte, se introducen las funciones trigonométricas (\sin , \cos , \tan) como ejemplos clave de funciones periódicas. A través de gráficos de funciones y sus respectivas áreas sombreadas, el estudiante comprenderá visualmente conceptos fundamentales como amplitud, periodo y desfase. Además, se explican herramientas para graficar múltiples funciones simultáneamente, superponer estilos diferentes y destacar intersecciones o regiones de interés.

Esta clase proporciona un puente entre el cálculo matemático y la visualización efectiva de funciones, preparando al alumno para análisis más avanzados en clases futuras.

📋 Objetivos de la clase:

- Crear gráficos estadísticos básicos con personalización visual.
- Usar paletas de color y estilos para mejorar la visualización de datos.
- Graficar funciones matemáticas básicas y trigonométricas.
- Utilizar funciones de sombreado y leyendas automáticas.
- Relacionar representaciones gráficas con propiedades analíticas.

5.1. Gráficas estadísticas (barras y pastel)

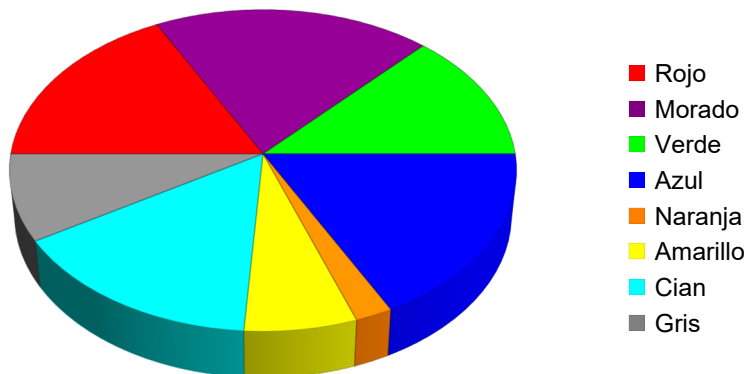
✎ **Explicación:** ejemplos con *BarChart* y *PieChart* en 2D y 3D. Útiles para visualizar distribuciones de frecuencia o categorías.

📊 Opciones de gráficos

Las funciones gráficas (*PieChart*, *BarChart*, *Plot*, etc.) aceptan opciones para personalizar estilo, etiquetas y apariencia.

```
In[*]:= PieChart3D[{8, 9, 6, 8, 1, 3, 7, 4}, ChartElementFunction -> "CylindricalSector3D",
[diagrama circular 3D] [función de elemento de diagrama]
ChartStyle -> {Red, Purple, Green, Blue, Orange, Yellow, Cyan, Gray}, ChartLegends ->
[estilo de diagrama] [rojo] [púrpura] [verde] [azul] [naranja] [amarillo] [cian] [gris] [leyendas de diagrama]
{"Rojo", "Morado", "Verde", "Azul", "Naranja", "Amarillo", "Cian", "Gris"}]
```

Out[*]=



✎ Explicación:

- **ChartElementFunction** -> "CylindricalSector3D" → Cambia la forma del sector en 3D.
- **ChartStyle** -> {...} → Aplica colores definidos a cada porción.
- **ChartLegends** -> {...} → Añade leyendas personalizadas con etiquetas.

⚙️ **Estilo de texto y fuentes:** `Style[texto, opciones]` — Cambia fuente, tamaño, color, etc.

```
In[*]:= Style["Texto en azul y grande", Blue, 18, Bold]
[estilo] [azul] [negrita]
```

Out[*]=

Texto en azul y grande

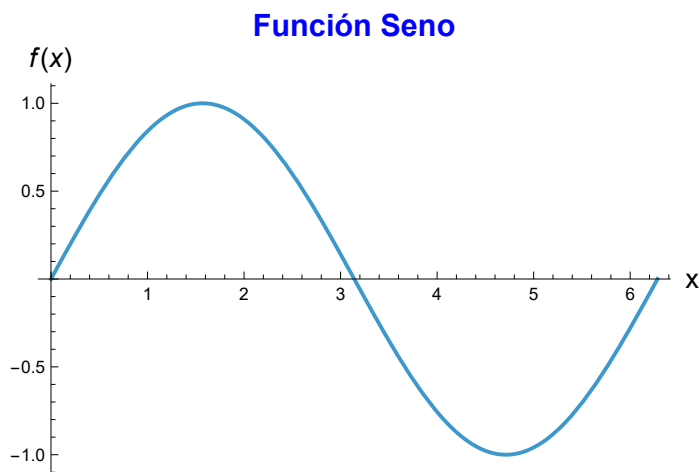
- 🔑 **Opciones comunes:**

- **FontSize** -> n
- **FontColor** -> Color
- **FontFamily** -> "Arial"
- Bold, Italic

En gráficos, puedes integrarlo en etiquetas y títulos

```
In[*]:= Plot[Sin[x], {x, 0, 2 Pi}, PlotLabel -> Style["Función Seno", 16, Bold, Blue],
  AxesLabel -> {Style["x", 14], Style["f(x)", 14, Italic]}]
  |repre... |seno          |nú... |etiqueta de r... |estilo          |negrita |azul
  |etiqueta de ejes |estilo          |estilo          |itálica
```

Out[*]=



Etiquetas en gráficos:

- **PlotLabel** -> "texto" → Título del gráfico.
- **AxesLabel** -> {"x", "y"} → Nombres de ejes.
- **ChartLegends** -> {"etiqueta1", "etiqueta2", ...} → Leyendas para gráficos de sectores o barras.
- **LabelStyle** -> {...} → Cambia estilo de todas las etiquetas del gráfico.

Mínimo de la lista;uso previo para resumen

```
Min[{8, 9, 6, 8, 1, 3, 7, 4}]
  |mínimo
```

Out[*]=

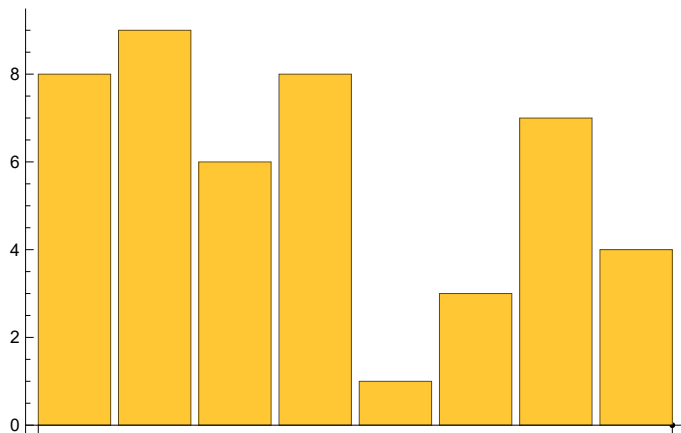
1

Gráfico de barras 2D de la lista

```
In[*]:= BarChart[{8, 9, 6, 8, 1, 3, 7, 4}]
```

diagrama de barras

Out[*]=

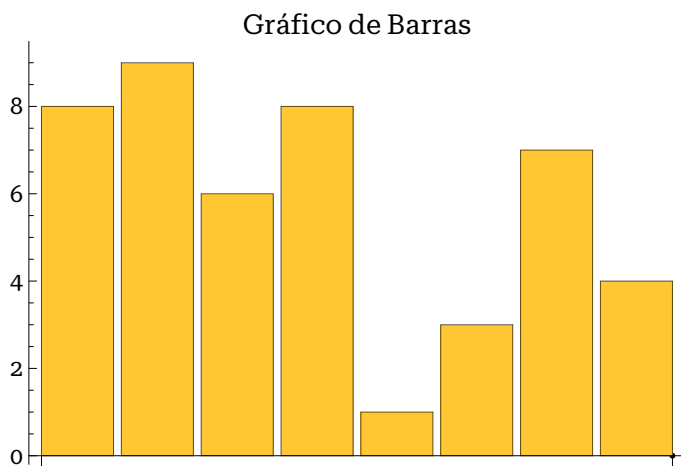


```
# Este código genera un gráfico de barras con un título y estilo de etiquetas personalizado.
# Título del gráfico: "Gráfico de Barras"
# Añade un título al gráfico usando la opción PlotLabel.
# El título es una expresión que se presenta como "Gráfico de Barras".

# Estilo de las etiquetas:
# Establece el estilo de las etiquetas con un tipo de fuente y tamaño específico.
# FontFamily -> "Roboto Serif" define el tipo de letra.
# 20pt es el tamaño de la fuente para las etiquetas.
# GrayLevel[0] establece el color de las etiquetas a un gris oscuro (nivel de gris 0 es negro).
```

```
In[*]:= Show[%1, PlotLabel -> HoldForm[Gráfico de Barras],
  {muestra, etiqueta de r..., forma sin evaluación
  LabelStyle -> {FontFamily -> "Roboto Serif 20pt", 12, GrayLevel[0]}}]
  {estilo de etiqueta, familia de tipo de letra, nivel de gris}
```

Out[*]=



```
# Gráfico de barras en 3D (visual)
```

```
In[ ]:= BarChart3D[{8, 9, 6, 8, 1, 3, 7, 4}]
```

diagrama de barras 3D

Out[]:=



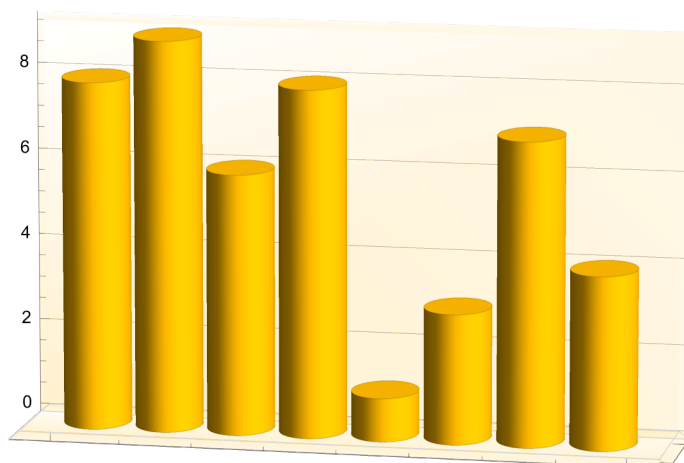
```
# Gráfico de barras 3D:
# Se genera un gráfico de barras en 3D utilizando la función `BarChart3D`.
# Los valores de las barras son: {8, 9, 6, 8, 1, 3, 7, 4}.
# Estos valores representan la altura de cada barra en el gráfico 3D.

# Configuración de la forma de las barras:
# La opción `ChartElementFunction -> "Cylinder"` modifica la forma de las barras.
# En lugar de las barras rectangulares estándar, se utiliza la forma de cilindro.
```

```
In[ ]:= BarChart3D[{8, 9, 6, 8, 1, 3, 7, 4}, ChartElementFunction -> "Cylinder"]
```

diagrama de barras 3D función de elemento de diagr... cilindro

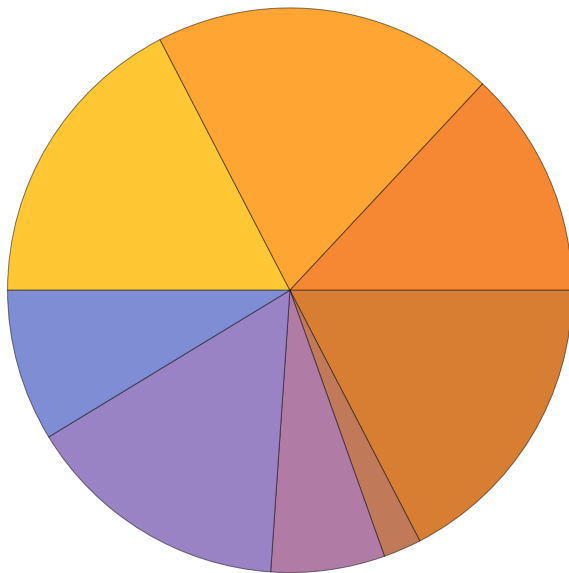
Out[]:=



```
# Gráfico de pastel 2D
```

```
In[ ]:= PieChart[{8, 9, 6, 8, 1, 3, 7, 4}]
[diagrama circular]
```

```
Out[ ]:=
```



```
# Gráfico de pastel 2D
# Se genera un gráfico de tarta (pie chart) con los valores: {8, 9, 6, 8, 1, 3, 7, 4}.
# Estos valores representan el tamaño de cada sector en la gráfica.

# Función de elementos de gráfico:
# La opción `ChartElementFunction -> "SquareWaveSector"` cambia la forma de los sectores del gráfico.
# En lugar de los sectores tradicionales, se utiliza una forma tipo "SquareWave" (onda cuadrada) para los sectores.

# Leyendas del gráfico:
# `ChartLegends` se usa para añadir leyendas a los sectores.
# Se asignan etiquetas a cada sector, como "Rojo", "Morado", "Verde", etc.
# Cada leyenda está estilizada con un color específico (Red, Purple, Green, etc.), utilizando la función `Style`
para dar formato a los textos.

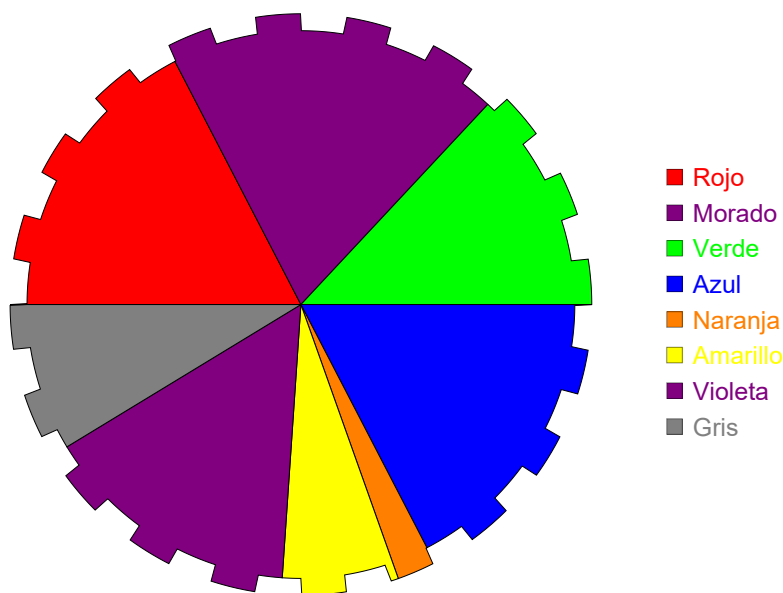
# Estilo de los sectores:
# `ChartStyle` define los colores de cada sector en el gráfico.
# Los colores asignados son: Red, Purple, Green, Blue, Orange, Yellow, Purple, Gray.
# Esto cambia el color de cada sector para que coincidan con las leyendas correspondientes.
```

```

In[*]:= PieChart[{8, 9, 6, 8, 1, 3, 7, 4}, ChartElementFunction -> "SquareWaveSector",
|diagrama circular |función de elemento de diagrama
ChartLegends -> {Style["Rojo", Red], Style["Morado", Purple],
|leyendas de diag... |estilo |rojo |estilo |púrpura
Style["Verde", Green], Style["Azul", Blue], Style["Naranja", Orange],
|estilo |verde |estilo |azul |estilo |naranja
Style["Amarillo", Yellow], Style["Violeta", Purple], Style["Gris", Gray]},
|estilo |amarillo |estilo |púrpura |estilo |gris
ChartStyle -> {Red, Purple, Green, Blue, Orange, Yellow, Purple, Gray}]
|estilo de diagrama |rojo |púrpura |verde |azul |naranja |amarillo |púrpura |gris

```

Out[*]=



```
# Gráfico de pastel 2D
```

```
# Título del gráfico:
```

```

# La opción `PlotLabel` se utiliza para asignar un título al gráfico.
# El título "Gráfico de Pastel" es mostrado en el gráfico.
# Se usa `HoldForm` para evitar que la expresión se evalúe y se muestre tal cual.

```

```
# Estilo de las etiquetas:
```

```

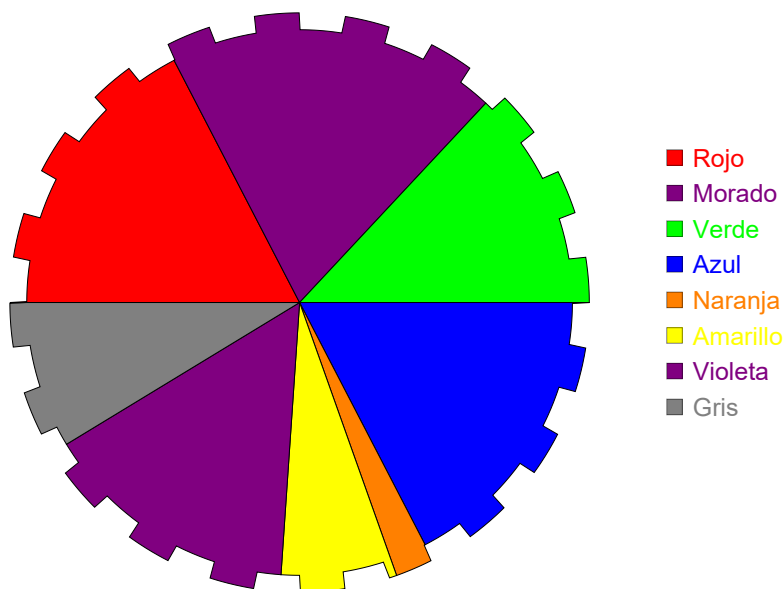
# `LabelStyle` configura el estilo visual de las etiquetas del gráfico.
# `FontFamily` -> "Roboto Serif" define la fuente a utilizar en las etiquetas.
# `20pt` es el tamaño de la fuente para las etiquetas.
# `14` es el tamaño de la fuente para el texto de las etiquetas.
# `GrayLevel[0]` define el color de las etiquetas como negro.
# `Bold` aplica el estilo en negrita a las etiquetas, haciendo que el texto se destaque.

```

```
In[*]:= Show[%11, PlotLabel -> HoldForm[Gráfico de Pastel],
[muestra [etiqueta de r... [forma sin evaluación
LabelStyle -> {FontFamily -> "Roboto Serif 20pt", 14, GrayLevel[0], Bold}]
[estilo de etiqueta [familia de tipo de letra [nivel de gris [negrita
```

```
Out[*]=
```

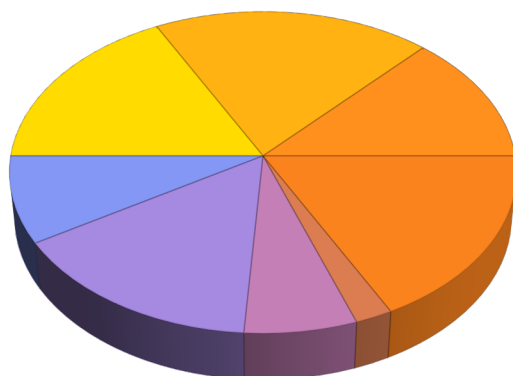
Gráfico de Pastel



```
# Gráfico de pastel en 3D;efecto visual,no recomendado para análisis
```

```
In[*]:= PieChart3D[{8, 9, 6, 8, 1, 3, 7, 4}]
[diagrama circular 3D
```

```
Out[*]=
```



```
# Gráfico de tarta 3D:
```

```
# Se genera un gráfico de tarta 3D utilizando la función `PieChart3D`.
```

```
# Los valores de las porciones son: {8, 9, 6, 8, 1, 3, 7, 4}.
```

```
# Cada valor representa el tamaño de una porción del gráfico 3D.
```

```
# Función de los elementos de gráfico:
```

```
# `ChartElementFunction -> "CylindricalSector3D"` cambia la forma de los sectores a una forma cilíndrica 3D.
```

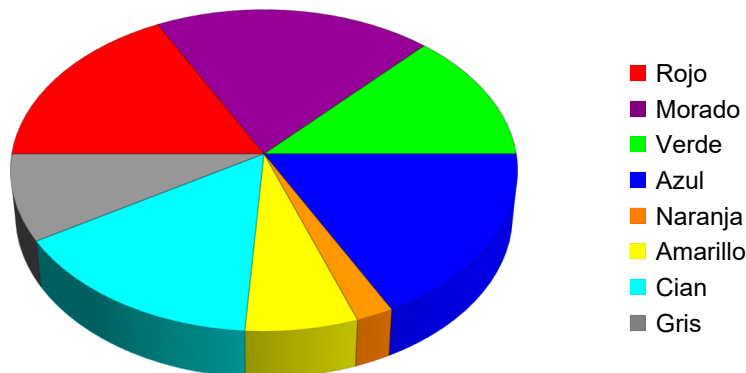
```
# Esto crea una visualización tridimensional de los sectores con una forma cilíndrica.
```

```
# Estilo de los sectores:
# `ChartStyle` define los colores de cada sector en el gráfico 3D.
# Los colores asignados son: Red, Purple, Green, Blue, Orange, Yellow, Cyan, Gray.
# Cada uno de estos colores corresponde a una de las porciones del gráfico.

# Leyendas del gráfico:
# `ChartLegends` se utiliza para agregar leyendas personalizadas.
# Las leyendas indican el color de cada sector, con los nombres: "Rojo", "Morado", "Verde", etc.
```

```
In[ ]:= PieChart3D[{8, 9, 6, 8, 1, 3, 7, 4}, ChartElementFunction -> "CylindricalSector3D",
|diagrama circular 3D |función de elemento de diagrama
ChartStyle -> {Red, Purple, Green, Blue, Orange, Yellow, Cyan, Gray}, ChartLegends ->
|estilo de diagrama |rojo |púrpura |verde |azul |naranja |amarillo |cian |gris |leyendas de diagrama
{"Rojo", "Morado", "Verde", "Azul", "Naranja", "Amarillo", "Cian", "Gris"}]
```

Out[]:=



💎 **Nota:** los gráficos 3D son vistosos pero menos precisos para interpretación cuantitativa; para reportes prefiero 2D con etiquetas claras (`ChartLabels`, `PlotLegends`).

5.2. Selección y manipulación de datos para visualización

✨ **Explicación:** funciones para preparar subconjuntos de datos antes de graficar (`Take`, `Drop`, `Reverse`) y trazados auxiliares (`NumberLinePlot`, `Column`).

```
# Devuelve la lista de dígitos de 1988:{1,9,8,8}
```

```
IntegerDigits[1988]
|dígitos de entero
```

Out[]:=

```
{1, 9, 8, 8}
```

```
# Devuelve el último dígito:8
```

```
Last[IntegerDigits[1988]]
|último |dígitos de entero
```

Out[]:=

```
8
```

```
# Invierte la lista de dígitos
```

```
Reverse[IntegerDigits[1988]]
|invierte ... |dígitos de entero
```

```
Out[8]=
```

```
{8, 8, 9, 1}
```

```
# Toma los primeros 4 elementos
```

```
Take[{101, 203, 401, 602, 332, 412}, 4]
|toma
```

```
Out[9]=
```

```
{101, 203, 401, 602}
```

```
# Elimina los primeros 4 elementos, devuelve el resto
```

```
Drop[{101, 203, 401, 602, 332, 412}, 4]
|elimina
```

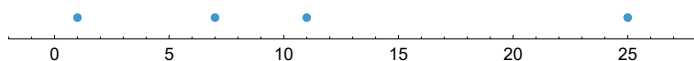
```
Out[10]=
```

```
{332, 412}
```

```
# Dibuja puntos en una recta numérica (útil para eventos)
```

```
In[11]:= NumberLinePlot[{1, 7, 11, 25}]
|representación de línea numérica
```

```
Out[11]=
```



```
# Dibuja puntos en una recta numérica (mejorado)
```

```
# Ejes del gráfico:
```

```
# La opción `AxesLabel -> {HoldForm[t], None}` se utiliza para etiquetar los ejes.
# El eje x está etiquetado con "t", mientras que el eje y no tiene etiqueta (None).
# `HoldForm` evita que el símbolo de "t" se evalúe y se presenta tal cual.
```

```
# Título del gráfico:
```

```
# La opción `PlotLabel -> HoldForm[Crecimiento Bacteriano]` añade un título al gráfico.
# El título "Crecimiento Bacteriano" es mostrado en el gráfico.
# Se usa `HoldForm` para evitar la evaluación de la expresión y se visualiza directamente.
```

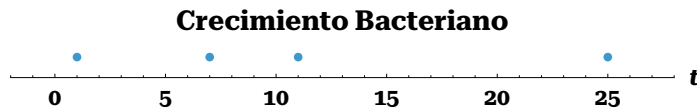
```
# Estilo de las etiquetas:
```

```
# `LabelStyle` se utiliza para definir el estilo de las etiquetas del gráfico.
# `FontFamily -> "Roboto Serif"` especifica la fuente de las etiquetas.
# `20pt` es el tamaño de la fuente para las etiquetas, haciendo que el texto sea legible.
# `GrayLevel[0]` pone el color de las etiquetas en negro.
# `Bold` hace que el texto de las etiquetas sea negrita, para darle énfasis.
```



```
In[ ]:= Show[%17, AxesLabel -> {HoldForm[t], None},
  |muestra |etiqueta de ejes |forma sin evalu... |ninguno
  PlotLabel -> HoldForm[Crecimiento Bacteriano],
  |etiqueta de r... |forma sin evaluación
  LabelStyle -> {FontFamily -> "Roboto Serif 20pt", 12, GrayLevel[0], Bold}]
  |estilo de etiqueta |familia de tipo de letra |nivel de gris |negrita
```

Out[]:=



```
# Muestra una columna simple;útil para layout de resultados
```

```
Column[{100, 350, 502, 400}]
|columna
```

Out[]:=

```
100
350
502
400
```

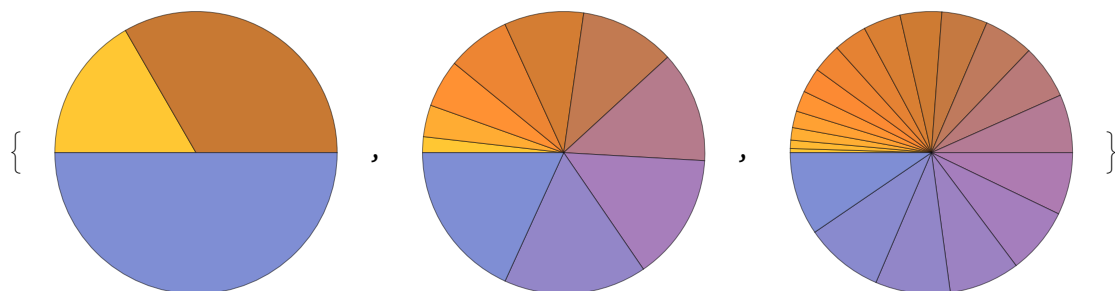
💎 **Nota:** preparar la lista (filtrar, normalizar) antes de graficar para evitar picos que deformen la escala.

Usa `PlotRange -> All` si quieres incluir todos los valores.

```
# Lista de tres gráficos de pastel:1 pequeño (3 sectores),2 (10 sectores), 3 (20 sectores)
# Para presentar estos gráficos lado a lado conviene usar GraphicsRow[{...}] o GraphicsGrid
```

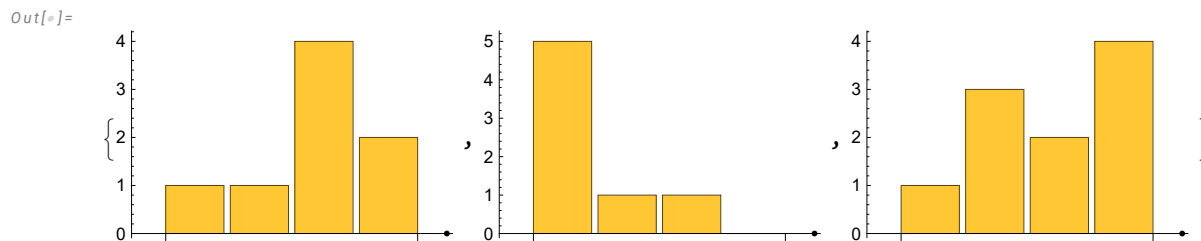
```
In[ ]:= {PieChart[Range[3]], PieChart[Range[10]], PieChart[Range[20]]}
  |diagrama ... |rango |diagrama ... |rango |diagrama ... |rango
```

Out[]:=



```
# BarChart: Lista de tres gráficos de barras
```

```
In[ ]:= {BarChart[{1, 1, 4, 2}], BarChart[{5, 1, 1, 0}], BarChart[{1, 3, 2, 4}]}
         |diagrama de barras      |diagrama de barras      |diagrama de barras
```



5.3. Colores y estilos gráficos (paletas y transformaciones)

✎ **Explicación:** funciones para generar y transformar colores: *RGBColor*, *Hue*, *Blend*, *RandomColor* y herramientas para aplicar estilos a textos y gráficos.

```
# Lista de colores predefinidos
```

```
{Red, Green, Blue, Purple, Orange, Black}
 |rojo |verde |azul |púrpura |naranja |negro
```

Out[]:=

```
# Invierte el color azul (negativo) --> Escala cromática
```

```
ColorNegate[Blue]
 |niega color |azul
```

Out[]:=

```
# *Mezcla de colores:amarillo+rojo
```

```
Blend[{Yellow, Red}]
 |mezcla... |amarillo |rojo
```

Out[]:=

```
# Color RGB puro (rojo)
```

```
RGBColor[{1, 0, 0}]
 |color RGB
```

Out[]:=

```
# Color por tono en el espacio HSL
```

```
Hue[0.5]
|tonalidad
```

Out[*]=



```
# Genera un color aleatorio;útil para pruebas
```

```
RandomColor[]
|color aleatorio
```

Out[*]=



```
# Aplica estilo de color a un texto/número
```

```
Style[100, Blue]
|estilo |azul
```

Out[*]=

100

```
# Texto con tamaño grande
```

```
Style[100, 50]
|estilo
```

Out[*]=

100

- **🔗 Reto en clase — Estilos**
Probar diferentes estilos en texto y números.

```
In[*]:= ? Style
```

```
Out[*]=
```

Symbol ⓘ

Style[*expr*, *options*] displays with *expr* formatted using the specified option settings.

Style[*expr*, "style"] uses the option settings for the specified style in the current notebook.

Style[*expr*, *color*] displays using the specified color.

Style[*expr*, Bold] displays with fonts made bold.

Style[*expr*, Italic] displays with fonts made italic.

Style[*expr*, Underlined] displays with fonts underlined.

Style[*expr*, Larger] displays with fonts made larger.

Style[*expr*, Smaller] displays with fonts made smaller.

Style[*expr*, *n*] displays with font size *n*.

Style[*expr*, Tiny], Style[*expr*, Small], etc. display with fonts that are tiny, small, etc.

```
# Aplica un estilo al número 100 con color naranja,cursiva y tamaño de fuente 32
```

```
Style[100, {Orange, Italic, 32}]
```

```
Out[*]=
```

100

```
# Aplica un estilo al número 70 con negrita,color rojo,subrayado y tamaño de fuente 20
```

```
Style[70, {Bold, Red, Underlined, 20}]
```

```
Out[*]=
```

70

```
# Estiliza el texto "Mathematics" con un tamaño de fuente mayor,color púrpura, negrita y tipo de letra
```

```
In[*]:= Style["Mathematics", {Larger, Purple, Bold, FontFamily -> "Roboto Serif 20pt"}]
```

```
Out[*]=
```

Mathematics

💎 **Nota:** define una paleta al inicio, por ejemplo pal = {RGBColor[...], RGBColor[...], ...}; y úsala en las gráficas con *ColorFunction* o *ChartStyle* para consistencia visual.

5.4. Funciones matemáticas básicas y plots elementales

✎ **Explicación:** evaluación numérica de funciones elementales (coseno, seno), uso de N para aproximaciones y graficado simple con opciones (*PlotTheme*, *PlotRange*, *AxesLabel*).

```
# Coseno de 0->1
```

```
Cos[0]  
|coseno
```

```
Out[8]=
```

```
1
```

```
# Seno de 0->0
```

```
Sin[0]  
|seno
```

```
Out[9]=
```

```
0
```

```
# Coseno de  $\pi$ ->-1
```

```
Cos[Pi]  
|co... |número pi
```

```
Out[10]=
```

```
-1
```

```
# Forma numérica de Cos[Pi]
```

```
N[Cos[ $\pi$ ]]  
|... |coseno
```

```
Out[11]=
```

```
-1.
```

```
# Aproximación numérica de 10/3
```

```
N[10 / 3]  
|valor numérico
```

```
Out[12]=
```

```
3.33333
```

```
# '%' Toma el valor del resultado anterior
```

```
% + 1
```

```
Out[13]=
```

```
4.33333
```

```
# Aproximación de Sin(pi/12) con 21 dígitos de precisión
```

```
N[Sin[ $\frac{\pi}{12}$ ], 21]
```

```
Out[8]=
```

```
0.258819045102520762349
```

```
# Usa Degree para ángulos en grados
```

```
N[Sin[45 Degree]]
```

```
Out[9]=
```

```
0.707107
```

```
# Salida en radianes
```

```
ArcCos[0]
```

```
Out[10]=
```

```
 $\frac{\pi}{2}$ 
```

```
# Transformación con para salida en grados
```

```
N[ArcCos[0] *  $\frac{180}{\pi}$ ]
```

```
Out[11]=
```

```
90.
```

■ Reto en Clase — Conversión

Input --> Output

rad --> grad (sin conversiones solo con la función Degree)

- Entregar la salida del 'Arccos[0]' en grados

```
In[12]:=
```

```
? Degree
```

```
Out[12]=
```

```
Symbol
```

Degree gives the number of radians in one degree. It has a numerical value of $\frac{\pi}{180}$.

```
# Transformación con "Degree" para salida en grados
```

```
N[ArcCos[0] / Degree]
|·| arco coseno |grado
```

Out[•]=

90.

```
# Salida de radianes --> racional
```

```
Cos[ $\frac{\pi}{6}$ ]
|coseno|
```

Out[•]=

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

```
# Salida de radianes --> irracional "N"
```

```
N[Cos[ $\frac{\pi}{6}$ ]]
|·| |coseno|
```

Out[•]=

0.866025

```
In[•]:= Tan[ $\frac{\pi}{4}$ ]
|tangente|
```

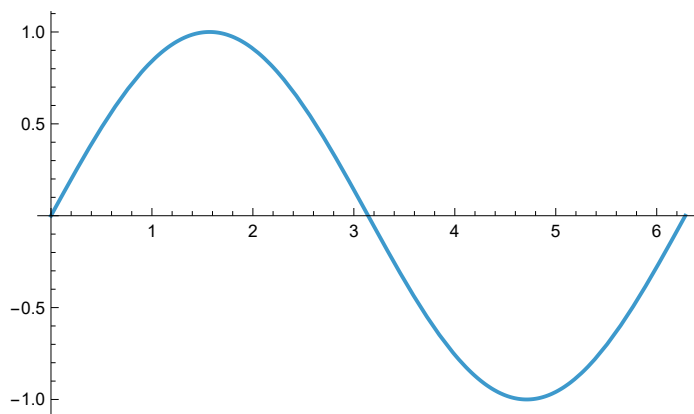
Out[•]=

1

```
# Grafica seno en 0..2π
```

```
Plot[Sin[x], {x, 0, 2 π}]
|repr·| |seno|
```

Out[•]=



```
# Título de la gráfica
# PlotLabel -> "Gráfica de la función Seno",

# Etiquetas de los ejes
# AxesLabel -> {"x", "f(x)"},
```

```

# Color de la línea de la gráfica
# PlotStyle -> Blue,

# Ticks automáticos en ambos ejes
# Ticks -> {Automatic, Automatic},

# Añadir marco alrededor de la gráfica
# Frame -> True,

# Líneas de la cuadrícula
# GridLines -> Automatic,

# Etiquetas para el marco de la gráfica
# FrameLabel -> {"x", "f(x)"},

# Ticks automáticos en el marco
# FrameTicks -> {Automatic, Automatic},

# Asegura que toda la función esté visible
# PlotRange -> All

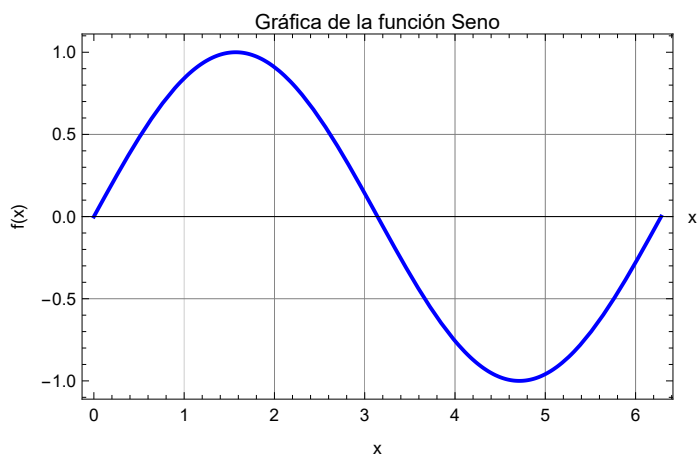
```

```

Plot[Sin[x], {x, 0, 2  $\pi$ }, PlotLabel -> "Gráfica de la función Seno",
|repr... |seno |etiqueta de representación
AxesLabel -> {"x", "f(x)"}, PlotStyle -> Blue, GridLines -> Automatic,
|etiqueta de ejes |estilo de repr... |azul |parrilla de lín... |automático
Ticks -> {Automatic, Automatic}, Frame -> True, FrameLabel -> {"x", "f(x)"},
|marcas |automático |automático |marco |verd... |etiqueta de marco
FrameTicks -> {Automatic, Automatic}, PlotRange -> All ]
|marcas del marco |automático |automático |rango de rep... |todo

```

Out[8]=



```

# Grafica coseno en 0..2 $\pi$ 

```

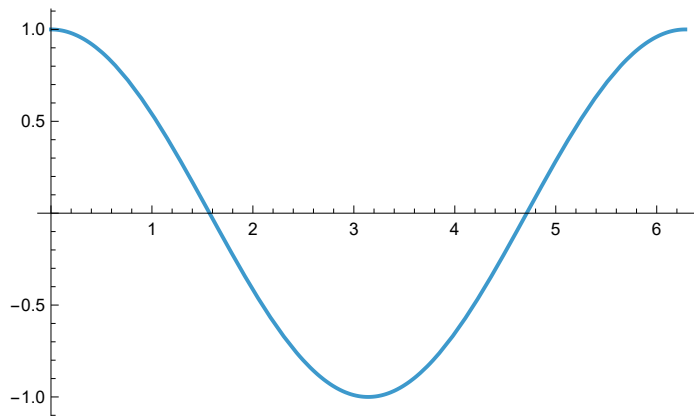


```
In[ ]:= Plot[Cos[x], {x, 0, 2 Pi}]
```

repre... coseno

númer

Out[]:=



```
# Título de la gráfica
# PlotLabel -> "Gráfica de la función Coseno",

# Etiquetas de los ejes
# AxesLabel -> {"x", "f(x)"},

# Color de la línea de la gráfica
# PlotStyle -> Red,

# Ticks automáticos en ambos ejes
# Ticks -> {Automatic, Automatic},

# Añadir marco alrededor de la gráfica
# Frame -> True,

# Líneas de la cuadrícula
# GridLines -> Automatic,

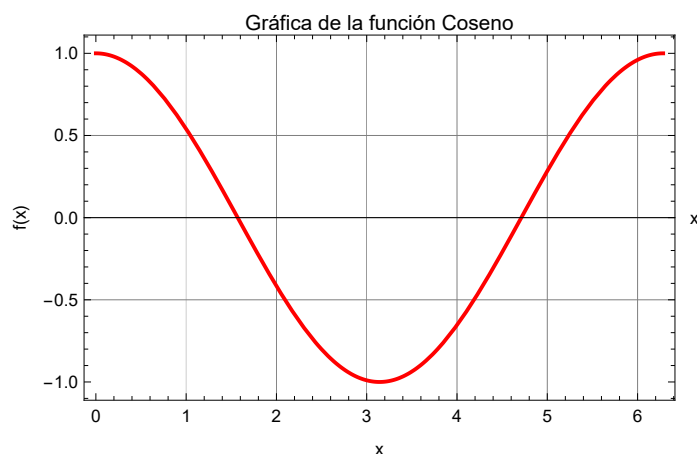
# Etiquetas para el marco de la gráfica
# FrameLabel -> {"x", "f(x)"},

# Ticks automáticos en el marco
# FrameTicks -> {Automatic, Automatic},

# Asegura que toda la función esté visible
# PlotRange -> All
```

```
In[ ]:= Plot[Cos[x], {x, 0, 2  $\pi$ }, PlotLabel -> "Gráfica de la función Coseno",
  repr... [coseno] [etiqueta de representación]
  AxesLabel -> {"x", "f(x)"}, PlotStyle -> Red, GridLines -> Automatic,
  [etiqueta de ejes] [estilo de repr... [rojo] [parrilla de lín... [automático]
  Ticks -> {Automatic, Automatic}, Frame -> True, FrameLabel -> {"x", "f(x)"},
  [marcas] [automático] [automático] [marco] [verd... [etiqueta de marco]
  FrameTicks -> {Automatic, Automatic}, PlotRange -> All]
  [marcas del marco] [automático] [automático] [rango de rep... [todo]
```

Out[]:=



💎 **Nota:** usar `AxesLabel -> {HoldForm[x], HoldForm[f(x)]}` y `ImageSize -> Large` para gráficos más presentables al exportar.

- 🎯 **Reto en clase — Funciones trigonométricas normales e inversas**
Graficar múltiples funciones trigonométricas en un solo plot; para las funciones inversas conviene limitar dominio/rango para evitar valores complejos o discontinuidades.

■ Gráficas de Funciones Trigonométricas

Definir lista de funciones trigonométricas normales

```
In[ ]:= trigonometric = {Sin[x], Cos[x], Tan[x], Sec[x], Csc[x], Cot[x]}
  [seno] [coseno] [tangente] [secante] [cosecante] [cotangente]
```

Out[]:=

```
{Sin[x], Cos[x], Tan[x], Sec[x], Csc[x], Cot[x]}
```

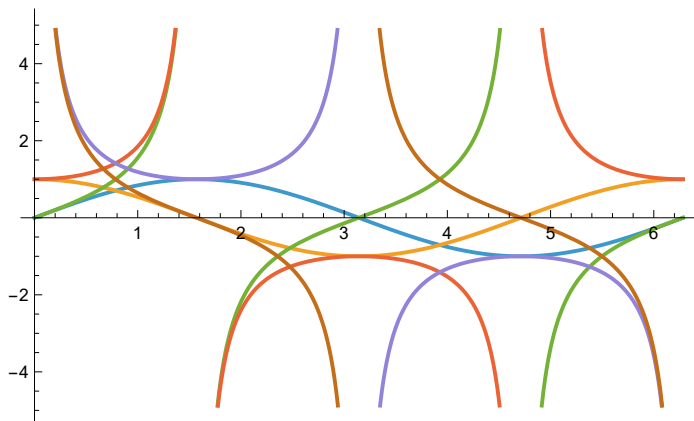
Graficar todas juntas en $0..2\pi$; `PlotRange->All` para incluir singularidades visibles

```
Plot[trigonometric, {x, 0, 2 Pi}]
```

representación gráfica

número

Out[]:=



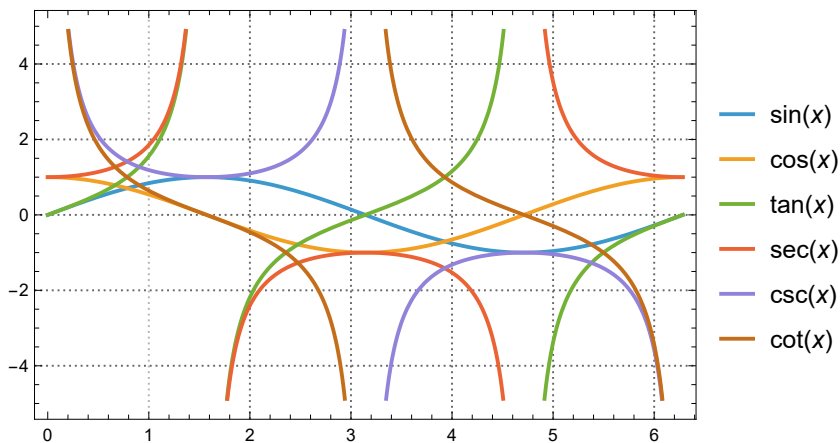
Graficar todas juntas en $0..2\pi$; PlotRange->All para incluir singularidades visibles (mejorado)

```
In[ ]:= Plot[trigonometric, {x, 0, 2 π}, PlotTheme -> "Detailed"]
```

representación gráfica

tema de representación

Out[]:=



■ Gráficas de Funciones Trigonómicas Inversas

Definir lista de funciones trigonométricas inversas

```
In[ ]:= invTri = {ArcSin[x], ArcCos[x], ArcTan[x], ArcSec[x], ArcCsc[x], ArcCot[x]}
```

arco seno

arco coseno

arco tangente

arco secante

arco cosecante

arco cotangente

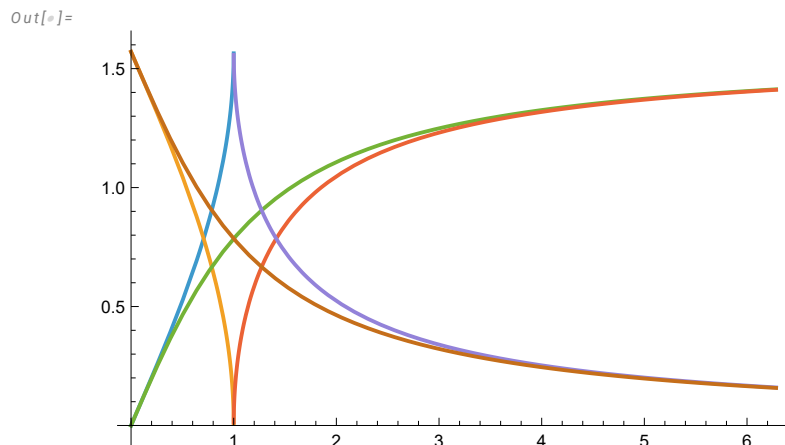
Out[]:=

```
{ArcSin[x], ArcCos[x], ArcTan[x], ArcSec[x], ArcCsc[x], ArcCot[x]}
```

Graficar todas juntas en $0..2\pi$; PlotRange->All para incluir singularidades visibles

```
In[ ]:= Plot[invTri, {x, 0, 2 Pi}]
```

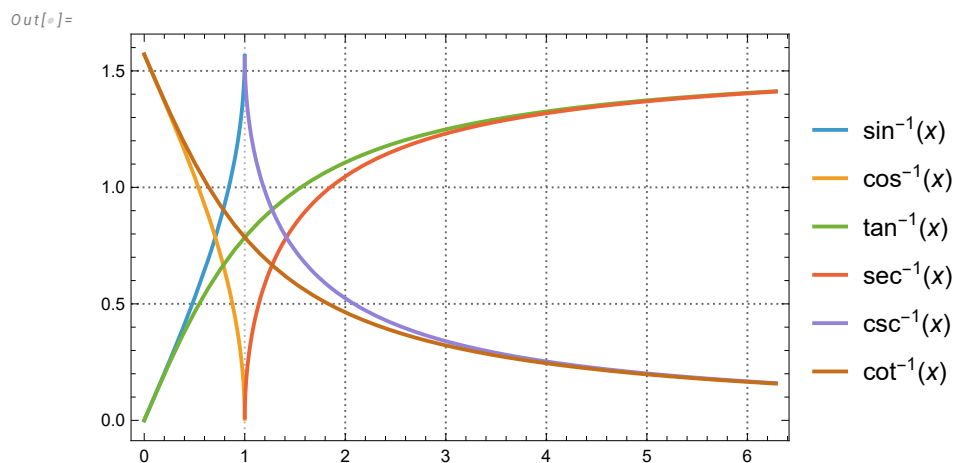
representación gráfica número



Graficar todas juntas en $0..2\pi$; PlotRange->All para incluir singularidades visibles (mejorado)

```
In[ ]:= Plot[invTri, {x, 0, 2 Pi}, PlotTheme -> "Detailed"]
```

representación gráfica tema de representación



💎 **Nota:** al exportar gráficos para informes use ImageSize->Large y Export con formato PNG o PDF; incluye títulos y etiquetas claras (AxesLabel, PlotLabel) y una leyenda (PlotLegends).

6. Clase 4 – Funciones Trascendentes

31 2025/09/29

⚡ Introducción:

En esta clase se abordará el estudio y la representación computacional de las funciones trascendentes, un conjunto fundamental de funciones que no pueden expresarse únicamente mediante operaciones algebraicas básicas. Estas funciones incluyen, entre otras, a las exponenciales, logarítmicas y trigonométricas, así como sus inversas e hiperbólicas, y tienen un papel central en el análisis matemático y en múltiples aplicaciones científicas y de ingeniería.

A través del uso del software Mathematica, se explorarán métodos para su representación simbólica, gráfica y numérica. Esto incluye la evaluación de límites, el cálculo de derivadas e integrales tanto exactas como aproximadas, y el uso de series de potencias (como las expansiones de Taylor y Maclaurin) para la aproximación local de funciones.

También se trabajará con la notación matemática formal (por ejemplo, $f'(x)$, $\int f(x) dx$ etc.), permitiendo al estudiante familiarizarse con el lenguaje riguroso del cálculo diferencial e integral, así como su implementación computacional. Finalmente, se integrarán herramientas de visualización como la graficación de funciones, sombreado de regiones e interpretación de tablas de valores, facilitando una comprensión intuitiva y profunda de estos conceptos.

📋 Objetivos de la clase:

- Identificar y clasificar las funciones trascendentes más comunes: exponenciales, logarítmicas y trigonométricas.
- Representar funciones trascendentes mediante gráficos y tablas usando Mathematica.
- Calcular y visualizar límites, derivadas e integrales simbólicas y numéricas.
- Aplicar la notación matemática formal en expresiones y resultados computacionales.
- Usar series de potencias (Taylor/Maclaurin) para aproximar funciones trascendentes.
- Implementar integración numérica sobre funciones trascendentes.

6.1. Expansión de expresiones trigonométricas

✎ **Explicación:** uso de *TrigExpand* para descomponer funciones trigonométricas en sumas o productos, aplicando identidades.

```
In[ ]:= TrigExpand[Sin[x]^2 + Cos[x]^2]
|expande fun... |seno      |coseno
```

```
Out[ ]:=
1
```

```
In[ ]:= TrigReduce[Sin[x] / Cos[x]]
|reduce funci... |seno      |coseno
```

```
Out[ ]:=
Tan[x]
```

```
In[ ]:= TrigExpand[Sin[2 x]]
|expande fun... |seno
```

```
Out[ ]:=
2 Cos[x] Sin[x]
```

```
In[306]:= ExpToTrig[Exp[-ix]]
|exponencia... |exponencial
```

```
Out[306]:=
Cosh[ix] - Sinh[ix]
```

```
In[332]:= TrigFactor[Sin[2 z]]
|factoriza func... |seno
```

```
Out[332]:=
2 Cos[z] Sin[z]
```

In[338]:=

```
TrigToExp[{Sin[z], Cosh[z]}]
|trigonométric... |seno |coseno hiperb
```

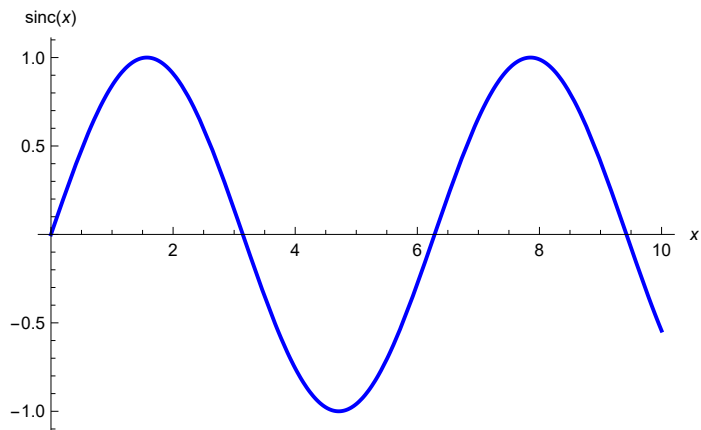
Out[338]=

$$\left\{ \frac{1}{2} i e^{-i z} - \frac{1}{2} i e^{i z}, \frac{e^{-z}}{2} + \frac{e^z}{2} \right\}$$

In[345]:=

```
Plot[Sin[x], {x, 0, 10}, AxesLabel -> {x, Sinc[x]}, PlotStyle -> {Blue}]
|repr... |seno |etiqueta de ejes |función sinc |estilo de repre... |azul
```

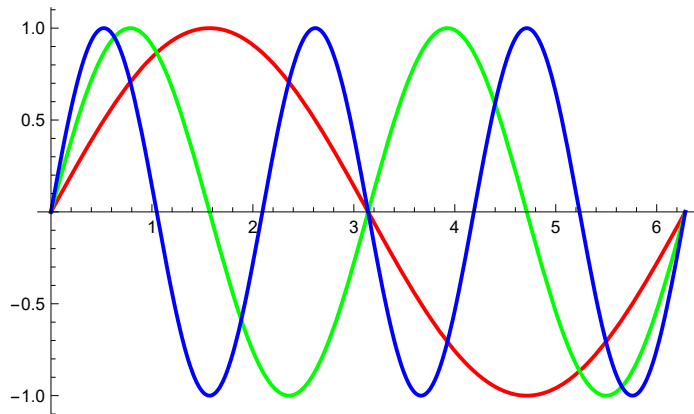
Out[345]=



In[346]:=

```
Plot[{Sin[x], Sin[2 x], Sin[3 x]}, {x, 0, 2 Pi}, PlotStyle -> {Red, Green, Blue}]
|repr... |seno |seno |seno |núm... |estilo de repre... |rojo |verde |azul
```

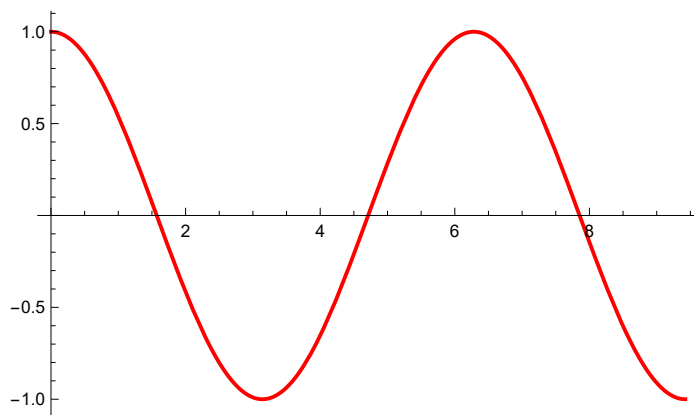
Out[346]=



In[351]:=

```
Plot[Cos[x], {x, 0, 3 Pi}, PlotStyle -> Red]
|repr... |coseno          |número |estilo de repr... |rojo
```

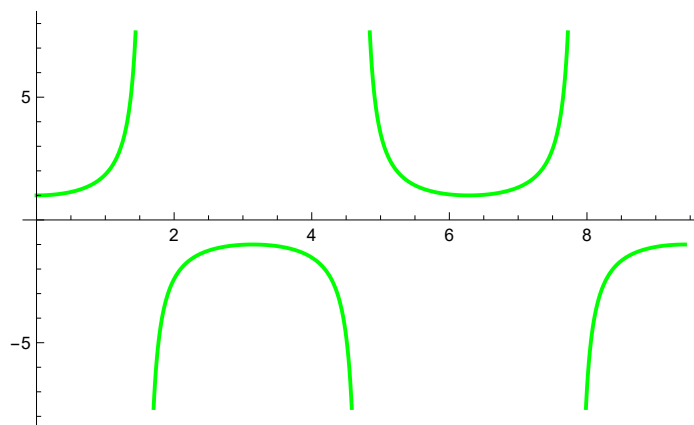
Out[351]=



In[352]:=

```
Plot[Sec[x], {x, 0, 3 Pi}, PlotStyle -> Green]
|repr... |secante          |número |estilo de repr... |verde
```

Out[352]=



💎 **Nota:** también se puede usar *TrigReduce* o *TrigFactor* para otros tipos de simplificación según convenga..

6.2. Números complejos

✎ **Explicación:** manipulación de números de la forma $a+bi$, incluyendo módulo (*Abs*), argumento (*Arg*), conjugado (*Conjugate*).

Ingreso de un complejo con la paleta

In[309]:=

 i^2

Out[309]=

 -1

Número complejo con parte real 3 y parte imaginaria 4

In[310]:=

 $z1 = 3 + 4i$

Out[310]=

 $3 + 4i$

Número puramente imaginario, ingreso con teclado I (imaginario sin paleta)

In[311]:=

 $z3 = 0 + 5I$

Out[311]=

 $5i$

Forma explícita de definir un número complejo

In[313]:=

 $z4 = \text{Complex}[1.5, -3.2]$

Out[313]=

 $1.5 - 3.2i$

Número real (también válido como número complejo con parte imaginaria 0)

In[314]:=

 $z5 = 6$

Out[314]=

 6

Parte real

In[353]:=

 $\text{Re}[-2I]$

Out[353]=

 0

Parte imaginaria

In[354]:=

```
Im[3 - 9 I]
|parte i... |númer
```

Out[354]=

-9

```
# Módulo:sqrt[(Re^2+Im^2)
```

In[355]:=

```
Abs[2 - I]
|valor a... |númer
```

Out[355]=

 $\sqrt{5}$

```
# Argumento o ángulo
```

In[356]:=

```
Arg[7 - 3 I]
|argumen... |númer
```

Out[356]=

 $-\text{ArcTan}\left[\frac{3}{7}\right]$

```
# Conjugado:3-4 I
```

In[357]:=

```
Conjugate[3 + 4 I]
|conjugado |númer
```

Out[357]=

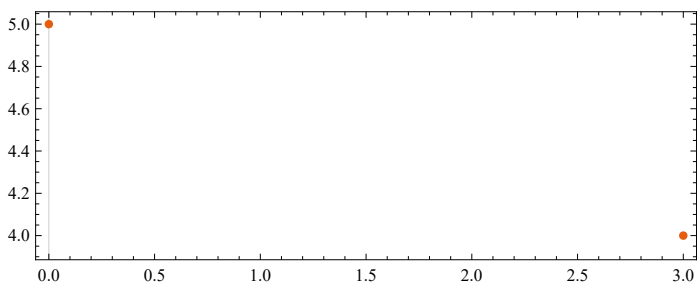
 $3 - 4 i$

```
# Gráfica muestra de complejos en el plano
```

In[341]:=

```
ComplexListPlot[{z1, z2, z3}, PlotTheme -> "Scientific"]
|representación compleja de lista |tema de representación
```

Out[341]=



💎 **Nota:** se pueden graficar en el plano complejo con `ComplexPlot`, o usar `Re/Im` para separar partes reales e imaginarias.

6.3. Logaritmos

✎ **Explicación:** uso de $\text{Log}[x]$ para logaritmo natural. Se puede cambiar la base con $\text{Log}[b, x]$.

```
In[ ]:= N[Log[2], 20]
      ↳ logaritmo
```

```
Out[ ]= 0.69314718055994530942
```

```
In[ ]:= N[π, 85]
      ↳ valor numérico
```

```
Out[ ]= 3.141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307816406286208998628
```

```
In[333]:= N[Log[10, 11]]
          ↳ logaritmo
```

```
Out[333]= 1.04139
```

```
In[334]:= Log[%]
          ↳ logaritmo
```

```
Out[334]= 0.0405589
```

```
In[343]:= Log[π, e]
          ↳ logaritmo
```

```
Out[343]= 
$$\frac{1}{\text{Log}[\pi]}$$

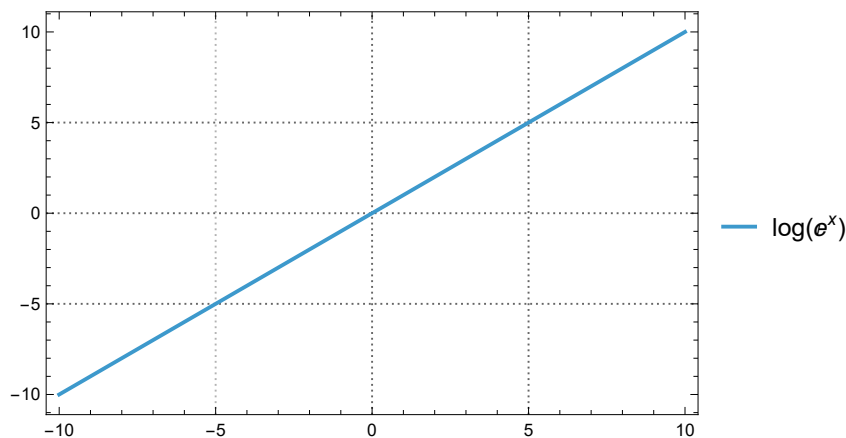
```

In[339]:=

```
Plot[Log[E^x], {x, -10, 10}, PlotTheme -> "Detailed"]
```

`|repr...` `|o...` `|número e` `|tema de representación`

Out[339]=



💎 **Nota:** recordar que $\text{Log}[0]$ y $\text{Log}[\text{negativo}]$ no están definidos para números reales

6.4. Exponenciales

✂ **Explicación:** uso de $\text{Exp}[x]$ para e^x , con capacidad de manipular exponenciales complejos o combinarlos con otras funciones.

In[308]:=

```
Exp[1]
```

`|exponencial`

Out[308]=

e

In[335]:=

```
E^6
```

`|número e`

Out[335]=

 e^6

In[384]:=

```
Exp[Infinity]
```

`|ex...` `|infinito`

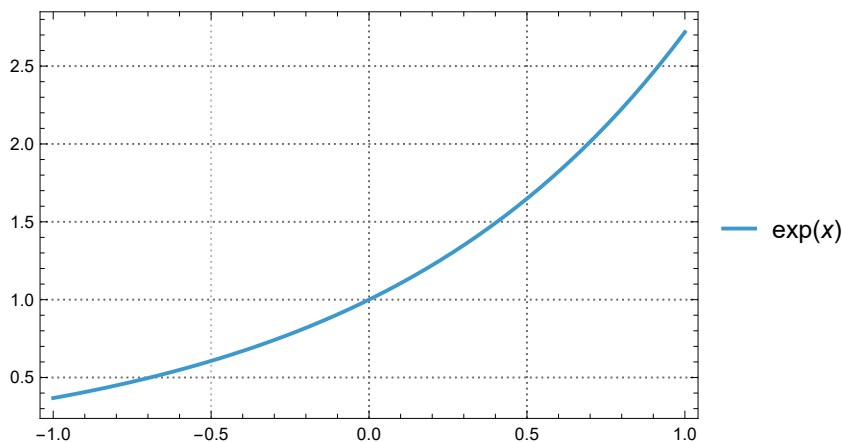
Out[384]=

 ∞

In[342]:=

```
Plot[Exp[x], {x, -1, 1}, PlotTheme -> "Detailed"]
|repr... |exponencial |tema de representación
```

Out[342]=



💎 **Nota:** E^x también es válido, pero $\text{Exp}[x]$ es más claro para composición.

6.5. Series

✂ **Explicación:** $\text{Series}[f[x], \{x, a, n\}]$ da la expansión de Taylor en torno a $x = a$; si $a = 0$, se llama Maclaurin.

In[]:=

```
Series[Exp[x], {x, -10, 10}]
|serie |exponencial
```

Out[]:=

$$\frac{1}{e^{10}} + \frac{x+10}{e^{10}} + \frac{(x+10)^2}{2e^{10}} + \frac{(x+10)^3}{6e^{10}} + \frac{(x+10)^4}{24e^{10}} + \frac{(x+10)^5}{120e^{10}} + \frac{(x+10)^6}{720e^{10}} + \frac{(x+10)^7}{5040e^{10}} + \frac{(x+10)^8}{40320e^{10}} + \frac{(x+10)^9}{362880e^{10}} + \frac{(x+10)^{10}}{3628800e^{10}} + O[x+10]^{11}$$

In[]:=

```
Normal[%]
|normal
```

Out[]:=

$$\frac{1}{e^{10}} + \frac{10+x}{e^{10}} + \frac{(10+x)^2}{2e^{10}} + \frac{(10+x)^3}{6e^{10}} + \frac{(10+x)^4}{24e^{10}} + \frac{(10+x)^5}{120e^{10}} + \frac{(10+x)^6}{720e^{10}} + \frac{(10+x)^7}{5040e^{10}} + \frac{(10+x)^8}{40320e^{10}} + \frac{(10+x)^9}{362880e^{10}} + \frac{(10+x)^{10}}{3628800e^{10}}$$

Serie de Potencia manual

In[324]:=

```
Sum[a[n] (x - x0) ^ n, {n, 0, Infinity}]
```

suma infinito

Out[324]=

$$\sum_{n=0}^{\infty} (x - x_0)^n a[n]$$

```
# Define una función por tramos tipo onda cuadrada
# Calcula la serie de Fourier hasta el 5to término
# Se usa la variable x como independiente
# La función es impar → solo aparecen senos
# El resultado es una suma trigonométrica que aproxima la función periódica
```

In[365]:=

```
FourierSeries[Piecewise[{ {1, 0 < x < Pi}, {-1, -Pi < x < 0} }], x, 5]
```

serie de Fourier función a trozos número pi número pi

Out[365]=

$$\frac{2i}{\pi} e^{-ix} - \frac{2i}{\pi} e^{ix} + \frac{2i}{3\pi} e^{-3ix} - \frac{2i}{3\pi} e^{3ix} + \frac{2i}{5\pi} e^{-5ix} - \frac{2i}{5\pi} e^{5ix}$$

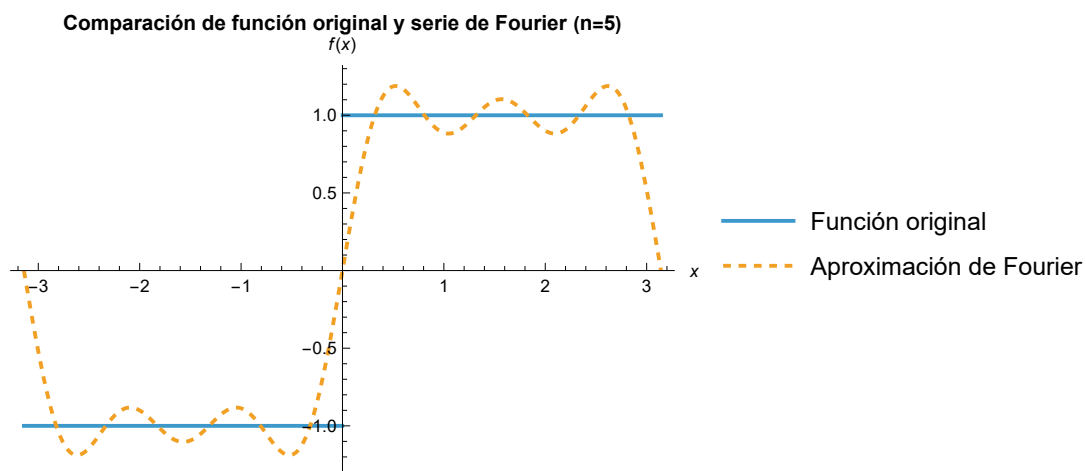
```
# f[x_] define la función tipo onda cuadrada con valores -1 y 1 *)
# fs guarda la serie de Fourier truncada al quinto término *)
# Plot dibuja tanto la función original como su aproximación por Fourier *)
# PlotStyle usa línea gruesa para la original y línea discontinua para la serie *)
# PlotLegends muestra etiquetas para cada curva *)
# PlotLabel da un título explicativo al gráfico *)
# AxesLabel nombra los ejes con notación matemática *)
```

In[375]:=

```
f[x_] := Piecewise[{{1, 0 < x < Pi}, {-1, -Pi < x < 0}}]
fs = FourierSeries[f[x], x, 5];

Plot[{f[x], fs}, {x, -Pi, Pi}, PlotStyle -> {Thick, Dashed},
PlotLegends -> {"Función original", "Aproximación de Fourier"},
PlotLabel -> "Comparación de función original y serie de Fourier (n=5)",
AxesLabel -> {HoldForm[x], HoldForm[f[x]]}]
```

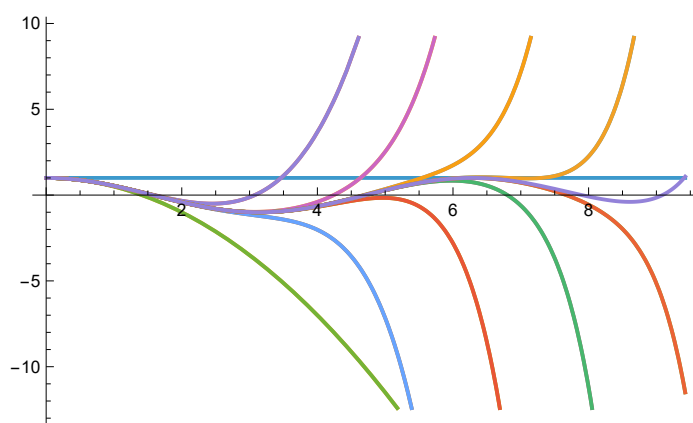
Out[377]=



In[349]:=

```
Plot[Evaluate[Table[Normal[Series[Cos[x], {x, 0, n}]], {n, 20}], {x, 0, 3 Pi}]
```

Out[349]=



💎 **Nota:** *Normal* elimina el término $O[x]^n$ para obtener la expresión truncada. También se pueden construir series de potencias más generales. Series útiles para aproximaciones locales o resolver ecuaciones diferenciales.

Piecewise permite definir funciones por tramos (**muy útil en Fourier**).

Las series de Fourier aproximan funciones periódicas usando sumas de senos y cosenos.

Esta función es impar, por eso la serie contiene solo senos.

El parámetro 5 determina la cantidad de términos incluidos (mayor n = mejor aproximación).

6.6. Límites

✎ **Explicación:** `Limit[f[x], x -> a]` evalúa el comportamiento de una función cerca de un punto.

```
In[*]:= Limit[Sin[x] / x, x -> 0]
|límite |seno
```

```
Out[*]=
1
```

```
In[*]:= Limit[Tan[x] / Sin[x], x -> 0]
|límite |tangente |seno
```

```
Out[*]=
1
```

```
In[*]:= Limit[Sqrt[(2 + 5 x - 3 x^3) / (x^2 - 1)], x -> 3]
|límite |raíz cuadrada
```

```
Out[*]=
2 i √2
```

```
In[378]:= Limit[(1 + Sinh[x]) / (Exp[x]), x -> Infinity]
|límite |seno hiperbólico |exponencial |infinito
```

```
Out[378]=
1
—
2
```

```
In[379]:= Limit[(1 + Sinh[x]) / (Exp[x]), x -> -Infinity]
|límite |seno hiperbólico |exponencial |infinito
```

```
Out[379]=
-∞
```


In[380]:=

```
Limit[(x^2 - 3 x + 2) (x - 3), x -> -3]
```

Out[380]=

-120

In[381]:=

```
f[x_] = (x^2 - 3 x + 2) (x - 3)
f[-3]
```

Out[381]=

$$(-3 + x) (2 - 3 x + x^2)$$

Out[382]=

-120

In[385]:=

```
Limit[5 / (x + 3)^3, x -> -3]
```

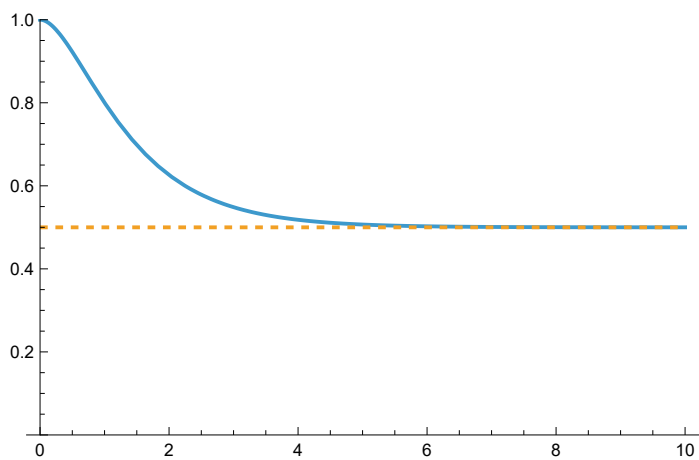
Out[385]=

Indeterminate

In[388]:=

```
Plot[{(1 + Sinh[x]) / Exp[x], 1 / 2}, {x, 0, 10},
PlotStyle -> {Automatic, Dashed}, PlotRange -> {0, 1}]
```

Out[388]=



In[389]:=

```
Limit[1 / (x - 2^2), x -> 2]
```

|límite

Out[389]=

$$-\frac{1}{2}$$

💎 **Nota:** puedes usar *Direction* -> “FromAbove” o “FromBelow” para límites laterales. Útil para detectar discontinuidades.

6.7. Funciones

✦ **Explicación:** definición de funciones con $f[x_] := \dots$. Permite reutilizar cálculos o construir modelos matemáticos.

In[390]:=

```
f[x_] = x^2
```

Out[390]=

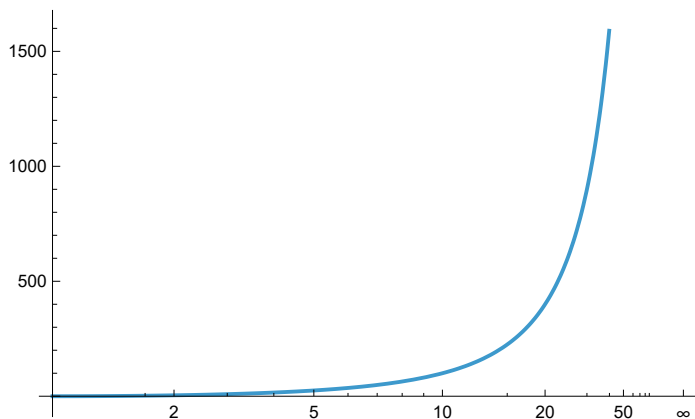
$$x^2$$

In[391]:=

```
Plot[f[x], {x, 0, Infinity}]
```

|representación gráfica |infinito

Out[391]=



In[*]:=

```
f[x_] = (x^2 - 3 x + 2) (x - 3)
```

Out[*]=

$$(-3 + x) (2 - 3 x + x^2)$$

In[363]:=

```
f[x_] := x
FourierSeries[f[x], x, 5]
|serie de Fourier
```

Out[364]=

$$i e^{-ix} - i e^{ix} - \frac{1}{2} i e^{-2ix} + \frac{1}{2} i e^{2ix} + \frac{1}{3} i e^{-3ix} - \frac{1}{3} i e^{3ix} - \frac{1}{4} i e^{-4ix} + \frac{1}{4} i e^{4ix} + \frac{1}{5} i e^{-5ix} - \frac{1}{5} i e^{5ix}$$



Nota: se pueden definir funciones de varias variables o incluso condicionales.

FourierSeries solo puede aplicarse a funciones matemáticas continuas c definidas por tramos en un intervalo. No opera sobre listas de números ni sobre expresiones que no dependan de una variable.

6.8. Derivadas



Explicación: $D[f[x], x]$ calcula la derivada simbólica; $N[D[...]]$ evalúa el valor numérico.

In[]:=

```
D[x^n, x]
|deriva
```

Out[]:=

$$n x^{-1+n}$$

In[]:=

```
D[Cos[x], x]
|coseno
```

Out[]:=

$$-\sin[x]$$

In[]:=

```
D[%, x]
|deriva
```

Out[]:=

$$-\cos[x]$$



Nota: también se puede usar la notación de Lagrange con $'$, por ejemplo, $f'[x]$, o $f''[x]$.

6.9. Integrales



Explicación: $\text{Integrate}[f[x], \{x, a, b\}]$ y $\text{Integrate}[f[x], x]$ calcula integrales

definidas e indefinidas.

$$\text{In}[*]:= \int x \, dx$$

$$\text{Out}[*]= \frac{x^2}{2}$$

$$\text{In}[*]:= \int_0^1 \frac{x^2}{2} \, dx$$

$$\text{Out}[*]= \frac{1}{6}$$

$$\text{In}[*]:= \int_1^0 \frac{x^2}{2} \, dx$$

$$\text{Out}[*]= -\frac{1}{6}$$

$$\text{In}[*]:= \int dF$$

$$\text{Out}[*]= F$$

💎 **Nota:** si no es posible resolver simbólicamente, usar *NIntegrate* para una aproximación numérica.

6.10. Notación de Lagrange

✎ **Explicación:** $f'[x]$, $f''[x]$, etc., representan derivadas de primer y segundo orden.

$$\text{In}[*]:= g'[t]$$

$$\text{Out}[*]= g'[t]$$

```
In[*]:= f[x_] * x^2
```

```
Out[*]= x^2 (-3 + x_) (2 - 3 x_ + x_^2)
```

```
In[*]:= f[x_] = x^2
```

```
Out[*]= x^2
```

```
In[*]:= f'[x]
```

```
Out[*]= 2 x
```

```
In[*]:= f''[x]
```

```
Out[*]= 2
```

💎 **Nota:** puede combinarse con Plot, Table o integrales para mostrar resultados analíticos y gráficos fácilmente.

6.11. Integración Numérica

✎ **Explicación:** Uso de *NIntegrate* para resolver integrales que no tienen solución simbólica exacta.

```
In[*]:= NIntegrate[Sin[x], {x, 0, π}]
```

|integra numé...|seno

```
Out[*]= 2.
```

```
In[*]:= NIntegrate[Sin[Sin[x]], {x, 0, π}]
```

|integra numé...|seno|seno

💎 **Nota:** muy útil cuando se trabaja con funciones definidas por datos o con funciones especiales.

6.12. Tablas

✎ **Explicación:** creación de listas con *Table*, formateadas con *TableForm*, *Grid* o *TableView*.

```
In[ ]:= Table[{x, x^2}, {x, 0, 10}]
```

```
Out[ ]:= { {0, 0}, {1, 1}, {2, 4}, {3, 9}, {4, 16},
           {5, 25}, {6, 36}, {7, 49}, {8, 64}, {9, 81}, {10, 100} }
```

```
In[ ]:= TableForm[Table[{i, i*10}, {i, 1, 10}]]
```

```
Out[ ]//TableForm=
  1    10
  2    20
  3    30
  4    40
  5    50
  6    60
  7    70
  8    80
  9    90
 10   100
```

numeros pares impares, primos

primera columna numeros pares y otra columna numeros impares


```
In[358]:= Table[{x, N[Cos[x]], N[Sin[x]], N[Tan[x]]}, {x, 0, 100}]
```

```
Out[358]= { {0, 1., 0., 0.}, {1, 0.540302, 0.841471, 1.55741}, {2, -0.416147, 0.909297, -2.18504},
            {3, -0.989992, 0.14112, -0.142547}, {4, -0.653644, -0.756802, 1.15782},
            {5, 0.283662, -0.958924, -3.38052}, {6, 0.96017, -0.279415, -0.291006},
            {7, 0.753902, 0.656987, 0.871448}, {8, -0.1455, 0.989358, -6.79971},
            {9, -0.91113, 0.412118, -0.452316}, {10, -0.839072, -0.544021, 0.648361},
            {11, 0.0044257, -0.99999, -225.951}, {12, 0.843854, -0.536573, -0.63586},
```

```
{13, 0.907447, 0.420167, 0.463021}, {14, 0.136737, 0.990607, 7.24461},
{15, -0.759688, 0.650288, -0.855993}, {16, -0.957659, -0.287903, 0.300632},
{17, -0.275163, -0.961397, 3.49392}, {18, 0.660317, -0.750987, -1.13731},
{19, 0.988705, 0.149877, 0.151589}, {20, 0.408082, 0.912945, 2.23716},
{21, -0.547729, 0.836656, -1.5275}, {22, -0.999961, -0.00885131, 0.00885166},
{23, -0.532833, -0.84622, 1.58815}, {24, 0.424179, -0.905578, -2.1349},
{25, 0.991203, -0.132352, -0.133526}, {26, 0.646919, 0.762558, 1.17875},
{27, -0.292139, 0.956376, -3.2737}, {28, -0.962606, 0.270906, -0.28143},
{29, -0.748058, -0.663634, 0.887143}, {30, 0.154251, -0.988032, -6.40533},
{31, 0.914742, -0.404038, -0.441696}, {32, 0.834223, 0.551427, 0.661006},
{33, -0.0132767, 0.999912, -75.313}, {34, -0.84857, 0.529083, -0.623499},
{35, -0.903692, -0.428183, 0.473815}, {36, -0.127964, -0.991779, 7.75047},
{37, 0.765414, -0.643538, -0.840771}, {38, 0.955074, 0.296369, 0.31031},
{39, 0.266643, 0.963795, 3.61455}, {40, -0.666938, 0.745113, -1.11721},
{41, -0.987339, -0.158623, 0.160657}, {42, -0.399985, -0.916522, 2.29139},
{43, 0.555113, -0.831775, -1.49839}, {44, 0.999843, 0.0177019, 0.0177047},
{45, 0.525322, 0.850904, 1.61978}, {46, -0.432178, 0.901788, -2.08661},
{47, -0.992335, 0.123573, -0.124528}, {48, -0.640144, -0.768255, 1.20013},
{49, 0.300593, -0.953753, -3.17291}, {50, 0.964966, -0.262375, -0.271901},
{51, 0.742154, 0.670229, 0.903086}, {52, -0.162991, 0.986628, -6.05327},
{53, -0.918283, 0.395925, -0.431158}, {54, -0.82931, -0.558789, 0.6738},
{55, 0.0221268, -0.999755, -45.1831}, {56, 0.85322, -0.521551, -0.611274},
{57, 0.899867, 0.436165, 0.484699}, {58, 0.11918, 0.992873, 8.33086},
{59, -0.77108, 0.636738, -0.825774}, {60, -0.952413, -0.304811, 0.32004},
{61, -0.258102, -0.966118, 3.74317}, {62, 0.673507, -0.739181, -1.09751},
{63, 0.985897, 0.167356, 0.16975}, {64, 0.391857, 0.920026, 2.34786},
{65, -0.562454, 0.826829, -1.47004}, {66, -0.999647, -0.0265512, 0.0265605},
{67, -0.51777, -0.85552, 1.65232}, {68, 0.440143, -0.897928, -2.04008},
{69, 0.99339, -0.114785, -0.115549}, {70, 0.633319, 0.773891, 1.22196},
{71, -0.309023, 0.951055, -3.07762}, {72, -0.967251, 0.253823, -0.262417},
{73, -0.736193, -0.676772, 0.919286}, {74, 0.171717, -0.985146, -5.73702},
{75, 0.921751, -0.387782, -0.420701}, {76, 0.824331, 0.566108, 0.686748},
{77, -0.030975, 0.99952, -32.2686}, {78, -0.857803, 0.513978, -0.59918},
{79, -0.895971, -0.444113, 0.495678}, {80, -0.110387, -0.993889, 9.00365},
{81, 0.776686, -0.629888, -0.810994}, {82, 0.949678, 0.313229, 0.329826},
{83, 0.24954, 0.968364, 3.8806}, {84, -0.680023, 0.73319, -1.07818},
{85, -0.984377, -0.176076, 0.17887}, {86, -0.383698, -0.923458, 2.40673},
{87, 0.56975, -0.821818, -1.44242}, {88, 0.999373, 0.0353983, 0.0354205},
{89, 0.510177, 0.860069, 1.68583}, {90, -0.448074, 0.893997, -1.9952},
{91, -0.994367, 0.105988, -0.106588}, {92, -0.626444, -0.779466, 1.24427},
{93, 0.317429, -0.948282, -2.98739}, {94, 0.969459, -0.245252, -0.252978},
{95, 0.730174, 0.683262, 0.935752}, {96, -0.18043, 0.983588, -5.45134},
{97, -0.925148, 0.379608, -0.410321}, {98, -0.819288, -0.573382, 0.699854},
{99, 0.0398209, -0.999207, -25.0925}, {100, 0.862319, -0.506366, -0.587214}}
```

💎 **Nota:** se pueden usar encabezados personalizados y aplicar estilos con Style, FontSize, Alignment, etc..

6.13. Gráfica de Tablas

 **Explicación:** uso de ListPlot, ListLinePlot o BarChart para representar datos tabulados.

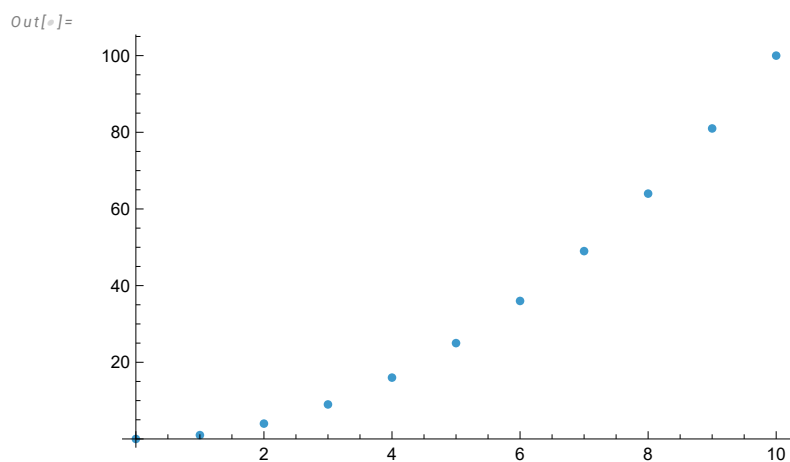
```
In[ ]:= Tabla1 = Table[{x, x^2}, {x, 0, 10}]
```

[|tabla](#)

```
Out[ ]:= {{0, 0}, {1, 1}, {2, 4}, {3, 9}, {4, 16},  
          {5, 25}, {6, 36}, {7, 49}, {8, 64}, {9, 81}, {10, 100}}
```

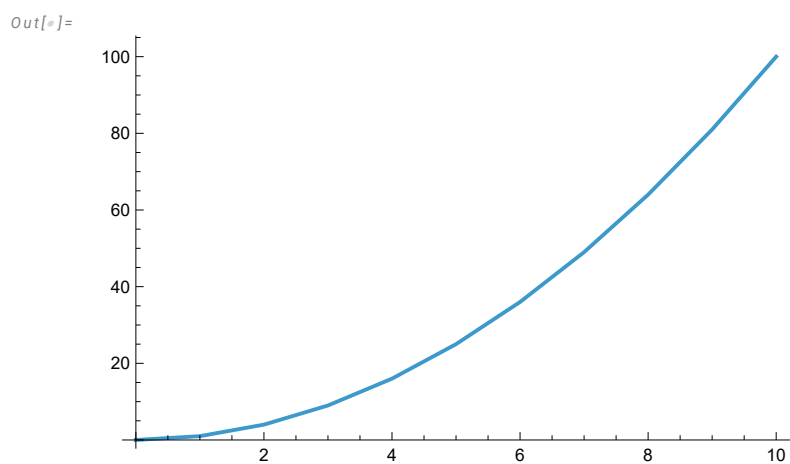
```
In[ ]:= ListPlot[Tabla1]
```

[|representación de lista](#)



```
In[ ]:= ListLinePlot[Tabla1]
```

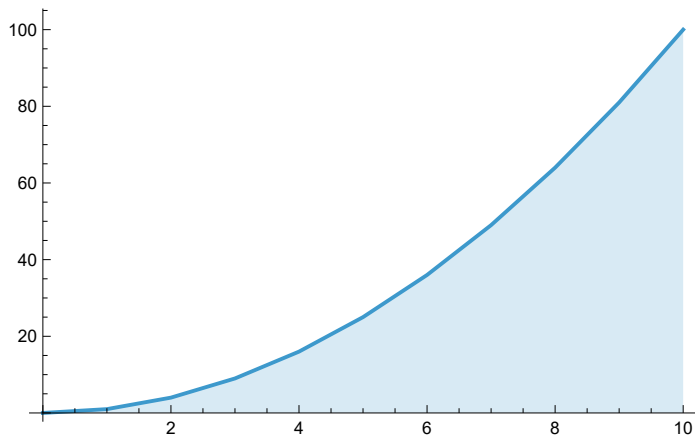
[|gráfico de línea de una lista](#)




```
In[*]:= ListLinePlot[Tabla1, Filling -> Axis]
```

gráfico de línea de una lista relleno eje

Out[*]=



- **🔗 Reto en clase – Gráfica con listas**
 Graficar múltiples puntos rojos de la **lista1** y una línea azul que una los mismos.

```
In[*]:= ?ListLinePlot
```

gráfico de línea de una lista

Out[*]=

Symbol i

ListLinePlot[{y₁, ..., y_n}] plots a line through the points {1, y₁}, ..., {n, y_n}.

ListLinePlot[{x₁, y₁}, ..., {x_n, y_n}] plots a line through the points {x₁, y₁}, ..., {x_n, y_n}.

ListLinePlot[{data₁, data₂, ...}] plots lines from all the data_i.

ListLinePlot[{..., w[data_i, ...], ...}] plots data_i with features defined by the symbolic wrapper w.

▼

```
In[*]:= ?PlotStyle
```

estilo de representación

Out[*]=

Symbol i

PlotStyle is an option for plotting and related functions that specifies styles in which objects are to be drawn.

▼

```
In[*]:= ?Epilog
```

epílogo

Out[*]=

Symbol i

Epilog is an option for graphics functions that gives a list of graphics primitives to be rendered after the main part of the graphics is rendered.

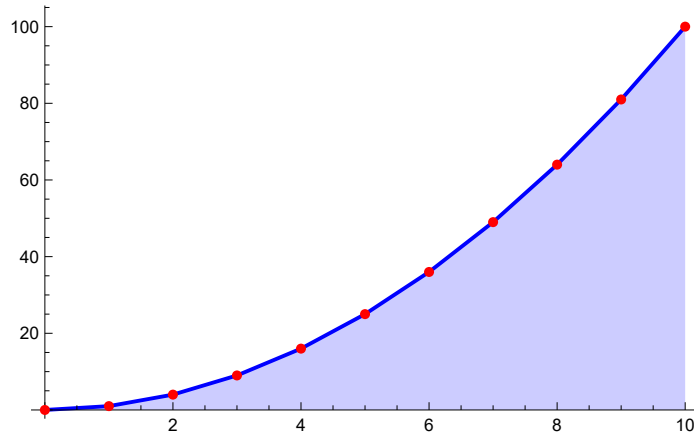
▼

```
# ListLinePlot -> crea una gráfica de líneas conectando puntos de datos.
# Tabla1 -> contiene los datos a graficar (debe ser una lista de pares {x, y}).
# Filling -> Axis -> sombrea el área entre la curva y el eje horizontal.
```

```
# PlotStyle -> {Blue, Thick} -> define el color azul y grosor de la línea.
# Epilog -> {Red, PointSize[0.015], Point[Tabla1]} -> sobrepone los puntos de datos en rojo encima de la línea para resaltarlos.
```

```
ListLinePlot[Tabla1, Filling -> Axis, PlotStyle -> {Blue, Thick},
|gráfico de línea de una lista |relleno |eje |estilo de repre... |azul |grueso
Epilog -> {Red, PointSize[0.015], Point[Tabla1]}]
|epílogo |rojo |tamaño de punto |punto
```

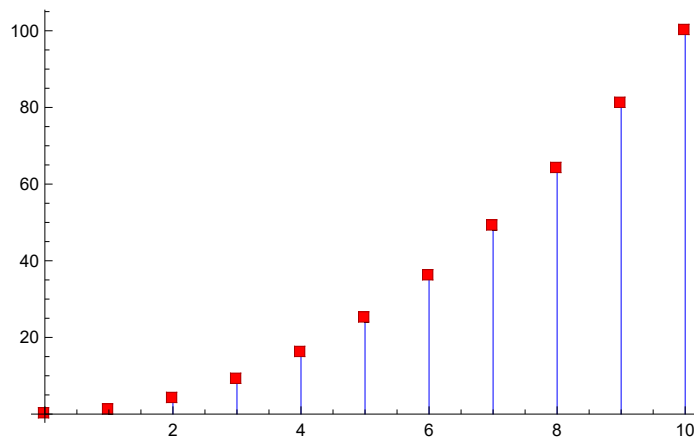
Out[8]=



```
# ListPlot -> crea una gráfica de puntos sin conectar líneas.
# Tabla1 -> lista de pares {x, y} que se van a graficar.
# PlotStyle -> {Blue, PointSize[0.015]} -> define el color azul para los elementos y el tamaño de los puntos.
# Filling -> Axis -> sombrea el área entre cada punto y el eje horizontal (efecto visual de "relleno").
# PlotMarkers -> {Red, 10} -> cambia el color de los marcadores (puntos) a rojo y el tamaño a 10.
```

```
ListPlot[Tabla1, PlotStyle -> {Blue, PointSize[0.015]},
|representación de lista |estilo de repre... |azul |tamaño de punto
Filling -> Axis, PlotMarkers -> {Red, 10}]
|relleno |eje |marcadores de re... |rojo
```

Out[9]=

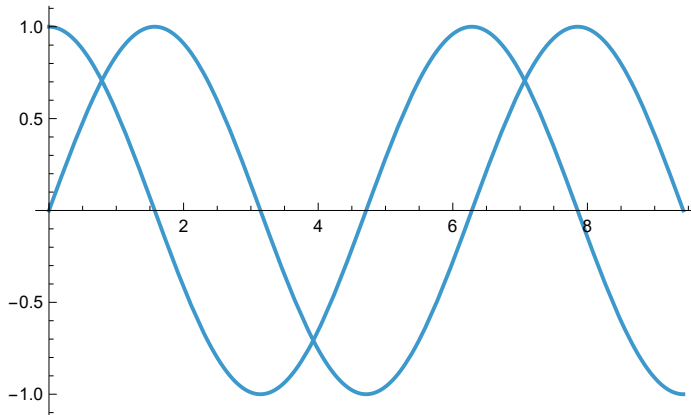


- **🔗 Reto en clase – Funciones trigonométricas**
Graficar sombras bajo cada curva de diferentes colores y adicionalmente otra gráfica que sombree la intersección de las mismas.

In[245]:=

```
Show[Plot[Sin[x], {x, 0, 3 Pi}], Plot[Cos[x], {x, 0, 3 Pi}]]
```

Out[245]=

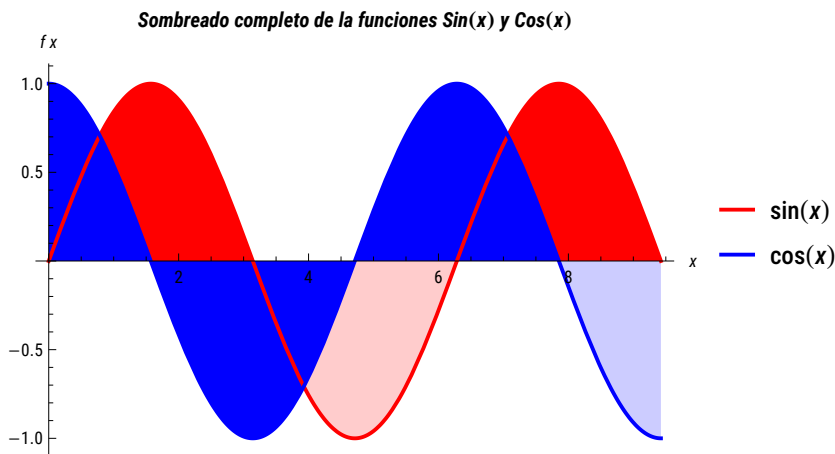


```
#Plot -> Grafica Sin[x] y Cos[x] de 0 a 3π
#Filling -> Axis -> Sombreado desde cada curva hasta el eje x
#PlotStyle -> {Red, Blue} -> Color rojo para Sin[x], azul para Cos[x]
#PlotLegends -> "Expressions" -> Añade leyenda automática con funciones
#AxesLabel -> {x, f(x)} -> Etiquetas personalizadas en los ejes
#PlotLabel -> título con estilo (negrita, cursiva)
#LabelStyle -> Fuente Roboto Condensed para texto del gráfico
```

In[257]:=

```
Plot[{Sin[x], Cos[x]}, {x, 0, 3 Pi}, Filling -> Axis, PlotStyle -> {Red, Blue},
  PlotLegends -> "Expressions", AxesLabel -> {HoldForm[x], HoldForm[f (x)]},
  PlotLabel -> "Sombreado completo de la funciones Sin(x) y Cos(x)",
  LabelStyle -> {FontFamily -> "Roboto Condensed"}]
```

Out[257]=

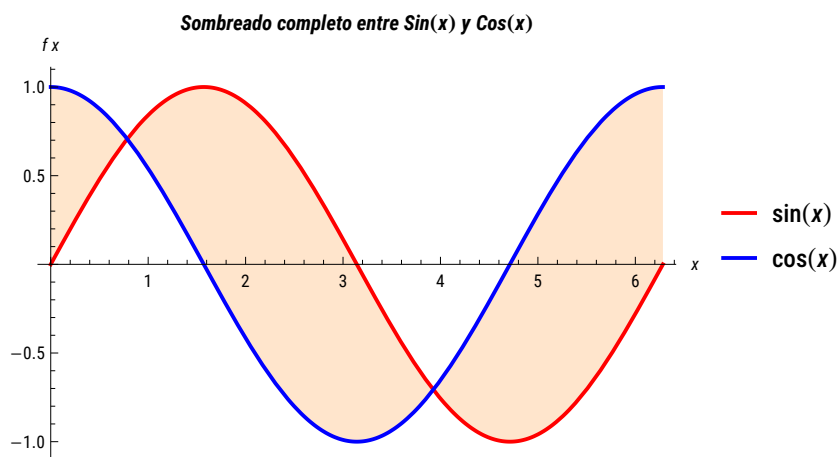


```
#Filling -> {1 -> {2}} -> Sombrea entre Sin[x] y Cos[x]
#FillingStyle -> LightOrange -> Color naranja claro para el relleno
#PlotStyle -> {Red, Blue} -> Color de las curvas
#PlotLegends -> "Expressions" -> Leyenda automática
#AxesLabel -> etiquetas personalizadas en los ejes
#PlotLabel -> título estilizado
#LabelStyle -> Fuente Roboto Condensed
```

In[258]:=

```
Plot[ {Sin[x], Cos[x]}, {x, 0, 2 Pi}, Filling -> {1 -> {2}},
  |repre... |seno |coseno |nú... |relleno
  FillingStyle -> LightOrange, PlotStyle -> {Red, Blue}, PlotLegends -> "Expressions",
  |estilo de relleno |naranja claro |estilo de repre... |rojo |azul |leyendas de representación
  PlotLabel -> "Sombreado completo entre Sin(x) y Cos(x)",
  |etiqueta de representación |seno |coseno
  AxesLabel -> {HoldForm[x], HoldForm[f (x)]},
  |etiqueta de ejes |forma sin evalu... |forma sin evaluación
  LabelStyle -> {FontFamily -> "Roboto Condensed"} ]
  |estilo de etiqueta |familia de tipo de letra
```

Out[258]=

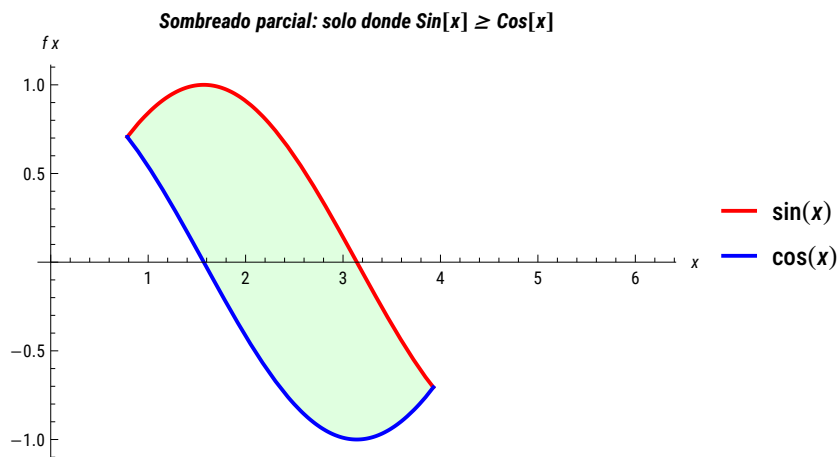


```
#RegionFunction -> Function[{x,y}, Sin[x]>=Cos[x]] -> Sombrea solo donde Sin[x] ≥ Cos[x]
#FillingStyle -> LightGreen -> Color verde claro para relleno parcial
#Filling -> {1 -> {2}} -> Sombrea entre ambas funciones
#PlotStyle -> {Red, Blue} -> Colores de las curvas
#PlotLegends -> "Expressions" -> Leyenda automática
#AxesLabel -> etiquetas personalizadas
#PlotLabel -> título con estilo
#LabelStyle -> Fuente Roboto Condensed
```

In[260]:=

```
Plot[{Sin[x], Cos[x]}, {x, 0, 2 Pi}, Filling -> {1 -> {2}},
  FillingStyle -> LightGreen, PlotStyle -> {Red, Blue}, PlotLegends -> "Expressions",
  RegionFunction -> Function[{x, y}, Sin[x] >= Cos[x]],
  PlotLabel -> "Sombreado parcial: solo donde Sin[x] >= Cos[x]",
  AxesLabel -> {HoldForm[x], HoldForm[f(x)]},
  LabelStyle -> {FontFamily -> "Roboto Condensed"}]
```

Out[260]=

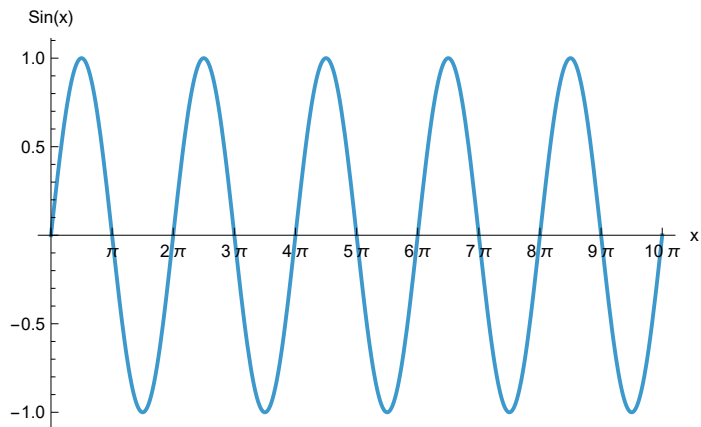


💎 **Nota:** Para sombreadar la región entre dos funciones, se usa *Filling* -> {1 -> 2}, donde 1 y 2 indican las curvas a conectar con relleno. Cuando se sombrea solo la intersección, es útil *RegionFunction* para limitar la zona según condiciones entre funciones (ejemplo: $\sin(x) \geq \cos(x)$).

In[348]:=

```
Plot[Sin[x], {x, 0, 10 Pi},
  Ticks → {Table[{n Pi, n Pi}, {n, 0, 10}], Automatic}, AxesLabel → {"x", "Sin(x)"}]
```

Out[348]=



grafica Tabla d elos numeros pares e impares

💎 **Nota:** agregar PlotMarkers, Filling, Epilog y leyendas mejora mucho la presentación visual.

7. Tareas

⚡ **Instrucciones:** En esta sección se agrupan las tareas asignadas.

7.1. Tarea 1 – Cálculos Numéricos y Funciones en Mathematica

📅 2025/09/22

1. Calcular $1 + 2 + 3$.

In[]:= $1 + 2 + 3$

Out[]:=
6

2. Sumar los números 1, 2, 3, 4, 5.

In[]:= Total [Range [5]]
total rango

Out[]:=
15

3. Multiplicar los números 1, 2, 3, 4, 5.

In[]:= $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$

Out[]:=
120

4. Calcular 5 al cuadrado.

In[]:= 5^2

Out[]:=
25

5. Calcular 3 elevado a la cuarta potencia.

In[]:= 3^4

Out[]:=
81

6. Calcular 10 elevado a la potencia 12.

In[]:= 10^{12}

Out[]:=
1 000 000 000 000

7. Calcular 3 elevado a la potencia 7×8 .

```
In[ ]:= 37×8
```

```
Out[ ]:= 523 347 633 027 360 537 213 511 521
```

8. Colocar los paréntesis necesarios para que $4 - 2 \times 3 + 4$ sea igual a 14.

```
In[ ]:= (4 - 2) × (3 + 4)
```

```
Out[ ]:= 14
```

9. Calcular veintinueve mil multiplicado por setenta y tres.

```
In[ ]:= 29 000 * 73
```

```
Out[ ]:= 2 117 000
```

10. Sumar los enteros entre -3 y +3.

```
In[ ]:= Total[Range[-3, 3]]
```

```
Out[ ]:= 0
```

11. Calcule $7+6+5$ usando la función *Plus*.

```
In[ ]:= Plus[7, 6, 5]
```

```
Out[ ]:= 18
```

12. Calcule $2 \times (3+4)$ usando *Times* y *Plus*.

```
In[ ]:= Times[2, Plus[3, 4]]
```

```
Out[ ]:= 14
```

13. Utilice *Max* para encontrar el máximo entre 6×8 y 5×9 .

```
In[ ]:= Max[Times[6, 8], Times[5, 9]]
```

```
Out[ ]:= 48
```

14. Use *RandomInteger* para generar un número aleatorio entre 0 y 1000.

```
In[ ]:= RandomInteger[{0, 1000}]
```

```
Out[ ]:= 880
```

15. Use *Plus* y *RandomInteger* para generar un número entre 10 y 20.


```
In[*]:= Plus[10, RandomInteger[{0, 10}]]
```

suma entero aleatorio

```
Out[*]=
```

13

16. Calcule $5 \times 4 \times 3 \times 2$ usando *Times*.

```
In[*]:= Times[5, 4, 3, 2]
```

multiplicación

```
Out[*]=
```

120

17. Calcule $2 - 3$ usando *Subtract*.

```
In[*]:= Subtract[2, 3]
```

resta

```
Out[*]=
```

-1

18. Calcule $(8+7) \times (9+2)$ usando *Times* y *Plus*.

```
In[*]:= Times[Plus[8, 7], Plus[9, 2]]
```

multip· suma suma

```
Out[*]=
```

165

19. Calcule $(26 - 89) / 9$ usando *Subtract* y *Divide*.

```
In[*]:= Divide[Subtract[26, 89], 9]
```

divide resta

```
Out[*]=
```

-7

20. Calcule $100 - 5^2$ usando *Subtract* y *Power*.

```
In[*]:= Subtract[100, Power[5, 2]]
```

resta potencia

```
Out[*]=
```

75

21. Encuentre el mayor entre 3^5 y 5^3 .


```
In[*]:= Max[Power[3, 5], Power[5, 3]]
```

má· potencia potencia

```
Out[*]=
```

243

7.2. Tarea 2 – Formato de Notebook

 2025/09/24

La Tarea 2 consiste en dar formato al cuaderno de Mathematica y mejorar la presentación de las gráficas. El objetivo es aplicar estilos a las celdas, como la personalización de fuentes, colores y márgenes, para hacer el documento más legible y profesional. Además, se deben mejorar las gráficas añadiendo etiquetas a los ejes, títulos, leyendas y ajustando el estilo de las líneas para facilitar su interpretación. Se debe asegurar que las funciones sean visibles y claras, utilizando un formato visual coherente y atractivo en todo el cuaderno.

7.3. Tarea 3 – Aplicaciones de Funciones Trascendentes

📅 2025/09/29

1. Calcular las siguientes operaciones:

1.1. $\sin(45^\circ)$

```
In[3]:= Sin [ 45 Degree ]
      |seno |grado
```

```
Out[3]=  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 
```

1.2. $\cos(90^\circ)$

```
In[4]:= N [ Cos [ 90 Degree ] ]
      |· |coseno |grado
```

```
Out[4]= 0.
```

1.3. $\tan(\pi/2)$

```
# Indeterminación: tangente no está definida en x =  $\pi/2$ 
```

```
In[5]:= Tan  $\left[\frac{\pi}{2}\right]$ 
      |tangente
```

```
Out[5]= ComplexInfinity
```

1.4. $\exp(0)$

```
In[6]:= Exp [ 0 ]
      |exponencial
```

```
Out[6]= 1
```

1.5. $\arccos(0)$

```
In[19]:= N [ ArcCos [ 0 ] / Degree ]
      |· |arco coseno |grado
```

```
Out[19]= 90.
```

1.6. $\sin(\pi/2)$

```
In[16]:= Sin [  $\pi / 2$  ]
      |seno
```

```
Out[16]= 1
```

1.7. $\tan(0)$

```
In[17]:= Tan[0]
```

```
tangente
```

```
Out[17]=
```

```
0
```

1.8. $e^{i\theta}$

```
In[20]:= N[Exp[i\theta]]
```

```
exponencial
```

```
Out[20]=
```

```
2.71828i\theta
```

1.9. $\frac{1}{e^x}$

```
In[23]:= N[1 / Exp[x]]
```

```
valor exponencial
```

```
Out[23]=
```

```
2.71828-1. x
```

1.10. log[10]

```
In[28]:= N[Log[10]]
```

```
logaritmo
```

```
Out[28]=
```

```
2.30259
```

1.11. log[50]

```
In[27]:= N[Log[50]]
```

```
logaritmo
```

```
Out[27]=
```

```
3.91202
```

1.12. log(0)

```
In[29]:= Log[0]
```

```
logaritmo
```

```
Out[29]=
```

```
-∞
```

1.13. sec(4°)

```
In[41]:= N[1 / Cos[4]]
```

```
valor numérico
```

```
Out[41]=
```

```
-1.52989
```

1.14. 1/0

```
# Infinito no está definido en los reales: división por cero no es válida
```

In[37]:= 1 / 0

Power: Infinite expression $\frac{1}{0}$ encountered. [i](#)

Out[37]=

ComplexInfinity

1.15. sin(90°)

In[39]:= Sin [90 Degree]
|seno |grado

Out[39]=

1

1.16. $\sqrt{8769}$

In[46]:= N[Sqrt [8769]]
|· |raíz cuadrada

Out[46]=

93.6429

2. Expandir las siguientes expresiones usando el comando *TrigExpand*:

2.1. sin(2x)

In[52]:= TrigExpand [Sin [2 x]]
|expande fun... |seno

Out[52]=

2 Cos [x] Sin [x]

2.2. sin(3x)

In[53]:= TrigExpand [Sin [3 x]]
|expande fun... |seno

Out[53]=

3 Cos [x]² Sin [x] - Sin [x]³

2.3. cos(2x)

In[54]:= TrigExpand [Cos [2 x]]
|expande fun... |coseno

Out[54]=

Cos [x]² - Sin [x]²

2.4. tanh(2x)

In[55]:= TrigExpand [Tanh [2 x]]
|expande fun... |tangente hiper

Out[55]=

$\frac{2 \cosh [x] \sinh [x]}{\cosh [x]^2 + \sinh [x]^2}$

2.5. sin(x + y)

```
In[56]:= TrigExpand[Sin[x + y]]
|expande fun... |seno
```

```
Out[56]= Cos[y] Sin[x] + Cos[x] Sin[y]
```

2.6. $\cos(x + y)$

```
In[57]:= TrigExpand[Cos[x + y]]
|expande fun... |coseno
```

```
Out[57]= Cos[x] Cos[y] - Sin[x] Sin[y]
```

3. Graficar todas las funciones Trigonómicas de 0 a 10π .

■ Funciones trigonométricas circulares estándar

```
# Rango para mejor visibilidad [0 a  $10\pi$ ]
```

```
In[216]:=
```

```
circulares = {Sin[x], Cos[x], Tan[x], Csc[x], Sec[x], Cot[x]}
|seno |coseno |tangente |cosecante |secante |cotangente
```

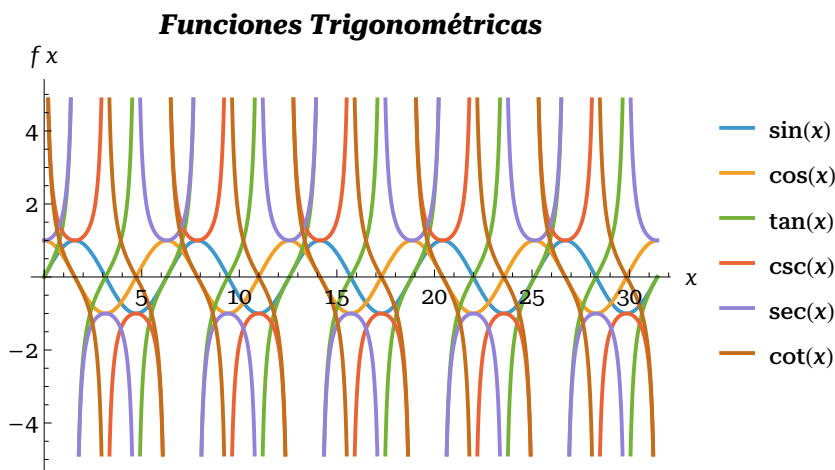
```
Out[216]=
```

```
{Sin[x], Cos[x], Tan[x], Csc[x], Sec[x], Cot[x]}
```

```
In[238]:=
```

```
Plot[circulares, {x, 0, 10  $\pi$ }, PlotLabel -> "Funciones Trigonómicas",
|representación gráfica |etiqueta de representación
PlotLegends -> "Expressions", AxesLabel -> {HoldForm[x], HoldForm[f(x)]},
|leyendas de representación |etiqueta de ejes |forma sin evalu... |forma sin evaluación
LabelStyle -> {FontFamily -> "Roboto Serif 20pt", 12, GrayLevel[0]}]
|estilo de etiqueta |familia de tipo de letra |nivel de gris
```

```
Out[238]=
```



■ Funciones trigonométricas inversas

```
# Rango para mejor visibilidad [ $-2\pi$  a  $2\pi$ ]
```

In[217]:=

```
inversas = {ArcSin[x], ArcCos[x], ArcTan[x], ArcSec[x], ArcCsc[x], ArcCot[x]}
           |arco seno      |arco coseno   |arco tangente |arco secante |arco cosecante |arco cotangente
```

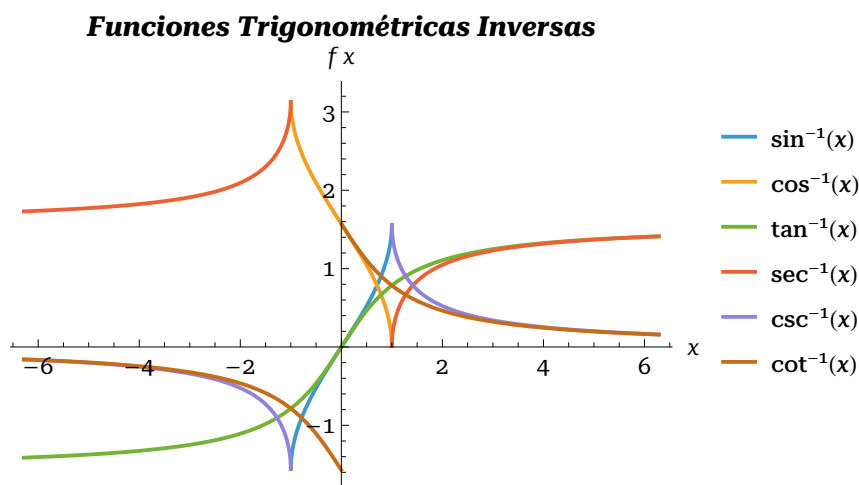
Out[217]=

```
{ArcSin[x], ArcCos[x], ArcTan[x], ArcSec[x], ArcCsc[x], ArcCot[x]}
```

In[237]:=

```
Plot[inversas, {x, -2 π, 2 π}, PlotLabel → "Funciones Trigonómicas Inversas",
     |representación gráfica      |etiqueta de representación
     PlotLegends → "Expressions", AxesLabel → {HoldForm[x], HoldForm[f (x)]},
     |leyendas de representación |etiqueta de ejes |forma sin evalu... |forma sin evaluación
     LabelStyle → {FontFamily → "Roboto Serif 20pt", 12, GrayLevel[0]}]
     |estilo de etiqueta |familia de tipo de letra |nivel de gris
```

Out[237]=



■ Funciones trigonométricas hiperbólicas

Rango para mejor visibilidad $[-2\pi$ a $2\pi]$

In[218]:=

```
hiperbolicas = {Sinh[x], Cosh[x], Tanh[x], Sech[x], CsCh[x], Coth[x]}
               |seno hipe... |coseno hi... |tangente h... |secante h... |cosecante... |cotangente f
```

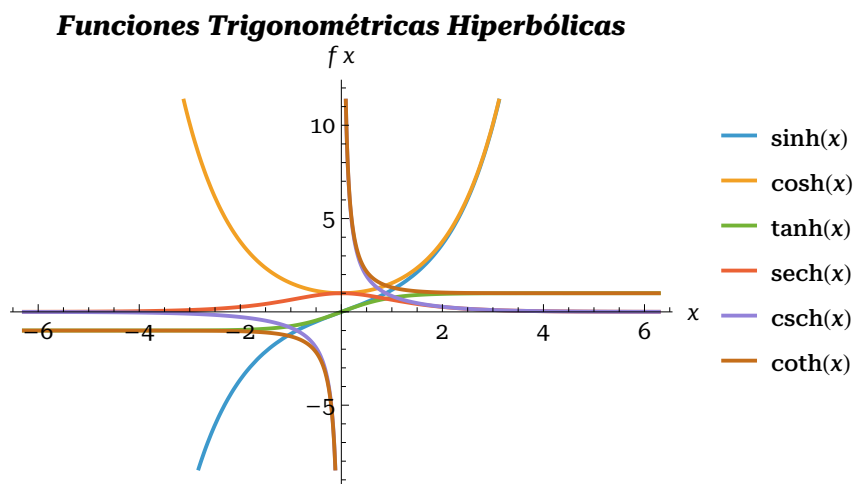
Out[218]=

```
{Sinh[x], Cosh[x], Tanh[x], Sech[x], CsCh[x], Coth[x]}
```

In[236]:=

```
Plot[hiperbolicas, {x, -2  $\pi$ , 2  $\pi$ },
  representación gráfica
  PlotLabel → "Funciones Trigonométricas Hiperbólicas",
  etiqueta de representación
  PlotLegends → "Expressions", AxesLabel → {HoldForm[x], HoldForm[f (x)]},
  leyendas de representación etiqueta de ejes forma sin evalu... forma sin evaluación
  LabelStyle → {FontFamily → "Roboto Serif 20pt", 12, GrayLevel[0]}]
  estilo de etiqueta familia de tipo de letra nivel de gris
```

Out[236]=

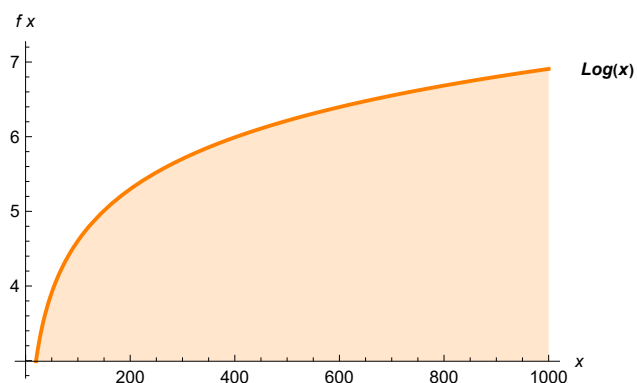


4. Graficar el log(x) de 0 a 1000.

In[299]:=

```
Plot[Labeled[Log[x], "Log(x)", After],
  repr... etiquetado logaritmo logaritmo después
  {x, 1, 1000}, Filling → Bottom, FillingStyle → LightOrange,
  relleno abajo estilo de relleno naranja claro
  PlotStyle → Orange, AxesLabel → {HoldForm[x], HoldForm[f (x)]}]
  estilo de repr... naranja etiqueta de ejes forma sin evalu... forma sin evaluación
```

Out[299]=

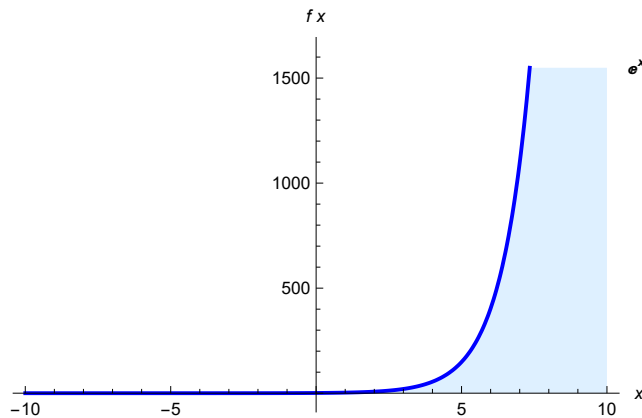


5. Graficar e^x de -10 a 10.

In[169]:=

```
Plot[Labeled[Exp[x], "e^x", After],
  {x, -10, 10}, Filling -> Bottom, FillingStyle -> LightBlue,
  PlotStyle -> Blue, AxesLabel -> {HoldForm[x], HoldForm[f(x)]}]
```

Out[169]=

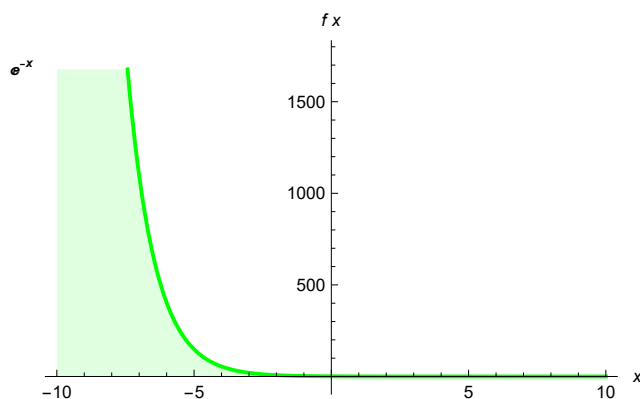


6. Graficar e^{-x} de -10 a 10.

In[172]:=

```
Plot[Labeled[Exp[-x], "e^-x", Before],
  {x, -10, 10}, Filling -> Bottom, FillingStyle -> LightGreen,
  PlotStyle -> Green, AxesLabel -> {HoldForm[x], HoldForm[f(x)]}]
```

Out[172]=



7. Hacer una expansión de potencias de todas las funciones trigonométricas alrededor de cero con 10 términos cada una.

Series de Maclaurin para el desarrollo alrededor de $x=0$

- *Funciones trigonométricas circulares estándar*

In[261]:=

```
Normal[Series[Sin[x], {x, 0, 10}]]
```

|normal |serie |seno

Out[261]=

$$x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \frac{x^7}{5040} + \frac{x^9}{362880}$$

In[262]:=

```
Normal[Series[Cos[x], {x, 0, 10}]]
```

|normal |serie |coseno

Out[262]=

$$1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^6}{720} + \frac{x^8}{40320} - \frac{x^{10}}{3628800}$$

In[263]:=

```
Normal[Series[Tan[x], {x, 0, 10}]]
```

|normal |serie |tangente

Out[263]=

$$x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \frac{62x^9}{2835}$$

In[264]:=

```
Normal[Series[Sec[x], {x, 0, 10}]]
```

|normal |serie |secante

Out[264]=

$$1 + \frac{x^2}{2} + \frac{5x^4}{24} + \frac{61x^6}{720} + \frac{277x^8}{8064} + \frac{50521x^{10}}{3628800}$$

In[265]:=

```
Normal[Series[Csc[x], {x, 0, 10}]]
```

|normal |serie |cosecante

Out[265]=

$$\frac{1}{x} + \frac{x}{6} + \frac{7x^3}{360} + \frac{31x^5}{15120} + \frac{127x^7}{604800} + \frac{73x^9}{3421440}$$

In[266]:=

```
Normal[Series[Cot[x], {x, 0, 10}]]
```

|normal |serie |cotangente

Out[266]=

$$\frac{1}{x} - \frac{x}{3} + \frac{x^3}{45} - \frac{2x^5}{945} + \frac{x^7}{4725} - \frac{2x^9}{93555}$$

■ Funciones trigonométricas inversas

In[268]:=

```
Normal[Series[ArcSin[x], {x, 0, 10}]]
```

|normal |serie |arco seno

Out[268]=

$$x + \frac{x^3}{6} + \frac{3x^5}{40} + \frac{5x^7}{112} + \frac{35x^9}{1152}$$

In[267]:=

```
Normal[Series[ArcCos[x], {x, 0, 10}]]
```

[normal](#) [serie](#) [arco coseno](#)

Out[267]=

$$\frac{\pi}{2} - x - \frac{x^3}{6} - \frac{3x^5}{40} - \frac{5x^7}{112} - \frac{35x^9}{1152}$$

In[269]:=

```
Normal[Series[ArcTan[x], {x, 0, 10}]]
```

[normal](#) [serie](#) [arco tangente](#)

Out[269]=

$$x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9}$$

In[270]:=

```
Normal[Series[ArcSec[x], {x, 0, 10}]]
```

[normal](#) [serie](#) [arco secante](#)

Out[270]=

$$-\frac{1}{4} \sqrt{-\frac{1}{x^2}} x^3 - \frac{3}{32} \sqrt{-\frac{1}{x^2}} x^5 - \frac{5}{96} \sqrt{-\frac{1}{x^2}} x^7 - \frac{35}{1024} \sqrt{-\frac{1}{x^2}} x^9 - \frac{63}{2560} \sqrt{-\frac{1}{x^2}} x^{11} + \frac{1}{2} \left(\pi + \sqrt{-\frac{1}{x^2}} x \operatorname{Log}\left[-\frac{4}{x^2}\right] \right)$$

In[271]:=

```
Normal[Series[ArcCsc[x], {x, 0, 10}]]
```

[normal](#) [serie](#) [arco cosecante](#)

Out[271]=

$$\frac{1}{4} \sqrt{-\frac{1}{x^2}} x^3 + \frac{3}{32} \sqrt{-\frac{1}{x^2}} x^5 + \frac{5}{96} \sqrt{-\frac{1}{x^2}} x^7 + \frac{35}{1024} \sqrt{-\frac{1}{x^2}} x^9 + \frac{63}{2560} \sqrt{-\frac{1}{x^2}} x^{11} - \frac{1}{2} \sqrt{-\frac{1}{x^2}} x \operatorname{Log}\left[-\frac{4}{x^2}\right]$$

In[272]:=

```
Normal[Series[ArcCot[x], {x, 0, 10}]]
```

[normal](#) [serie](#) [arco cotangente](#)

Out[272]=

$$-x + \frac{1}{2} \pi \sqrt{\frac{1}{x^2}} x + \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} - \frac{x^9}{9}$$

■ Funciones trigonométricas hiperbólicas

In[273]:=

```
Normal[Series[Sinh[x], {x, 0, 10}]]
```

[normal](#) [serie](#) [seno hiperbólico](#)

Out[273]=

$$x + \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + \frac{x^7}{5040} + \frac{x^9}{362880}$$

In[274]:=

```
Normal[Series[Cosh[x], {x, 0, 10}]]
```

[normal](#) [serie](#) [coseno hiperbólico](#)

Out[274]=

$$1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^6}{720} + \frac{x^8}{40320} + \frac{x^{10}}{3628800}$$

In[275]:=

```
Normal[Series[Tanh[x], {x, 0, 10}]]
```

[normal](#) [serie](#) [tangente hiperbólica](#)

Out[275]=

$$x - \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} - \frac{17x^7}{315} + \frac{62x^9}{2835}$$

In[276]:=

```
Normal[Series[Sech[x], {x, 0, 10}]]
```

[normal](#) [serie](#) [secante hiperbólica](#)

Out[276]=

$$1 - \frac{x^2}{2} + \frac{5x^4}{24} - \frac{61x^6}{720} + \frac{277x^8}{8064} - \frac{50521x^{10}}{3628800}$$

In[277]:=

```
Normal[Series[Csch[x], {x, 0, 10}]]
```

[normal](#) [serie](#) [cosecante hiperbólica](#)

Out[277]=

$$\frac{1}{x} - \frac{x}{6} + \frac{7x^3}{360} - \frac{31x^5}{15120} + \frac{127x^7}{604800} - \frac{73x^9}{3421440}$$

In[278]:=

```
Normal[Series[Coth[x], {x, 0, 10}]]
```

[normal](#) [serie](#) [cotangente hiperbólica](#)

Out[278]=

$$\frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \frac{2x^5}{945} - \frac{x^7}{4725} + \frac{2x^9}{93555}$$

8. Repetir el ejercicio anterior alrededor de $x_0 = a$.

Series de Taylor para el desarrollo alrededor de un punto arbitrario $x=a$

■ Funciones trigonométricas circulares estándar

In[279]:=

```
Normal[Series[Sin[x], {x, a, 10}]]
```

[normal](#) [serie](#) [seno](#)

Out[279]=

$$\begin{aligned} & (-a+x) \cos[a] - \frac{1}{6} (-a+x)^3 \cos[a] + \frac{1}{120} (-a+x)^5 \cos[a] - \\ & \frac{(-a+x)^7 \cos[a]}{5040} + \frac{(-a+x)^9 \cos[a]}{362880} + \sin[a] - \frac{1}{2} (-a+x)^2 \sin[a] + \\ & \frac{1}{24} (-a+x)^4 \sin[a] - \frac{1}{720} (-a+x)^6 \sin[a] + \frac{(-a+x)^8 \sin[a]}{40320} - \frac{(-a+x)^{10} \sin[a]}{3628800} \end{aligned}$$

In[280]:=

```
Normal[Series[Cos[x], {x, a, 10}]]
|normal |serie |coseno
```

Out[280]=

$$\begin{aligned} & \cos[a] - \frac{1}{2}(-a+x)^2 \cos[a] + \frac{1}{24}(-a+x)^4 \cos[a] - \\ & \frac{1}{720}(-a+x)^6 \cos[a] + \frac{(-a+x)^8 \cos[a]}{40320} - \frac{(-a+x)^{10} \cos[a]}{3628800} - (-a+x) \sin[a] + \\ & \frac{1}{6}(-a+x)^3 \sin[a] - \frac{1}{120}(-a+x)^5 \sin[a] + \frac{(-a+x)^7 \sin[a]}{5040} - \frac{(-a+x)^9 \sin[a]}{362880} \end{aligned}$$

In[281]:=

```
Normal[Series[Tan[x], {x, a, 10}]]
|normal |serie |tangente
```

Out[281]=

$$\begin{aligned} & (-a+x) \sec[a]^2 + \tan[a] + (-a+x)^2 \sec[a]^2 \tan[a] + \\ & (-a+x)^3 \left(\frac{1}{3} + \frac{\tan[a]^2}{2} + \tan[a] \left(\frac{5 \tan[a]}{6} + \tan[a]^3 \right) \right) + (-a+x)^4 \\ & \left(\frac{17 \tan[a]}{24} + \tan[a]^3 - \frac{1}{2} \tan[a] \left(\frac{1}{2} + \tan[a]^2 \right) + \tan[a] \left(\frac{5}{24} + \frac{7 \tan[a]^2}{6} + \tan[a]^4 \right) \right) + \\ & (-a+x)^5 \left(\frac{13}{60} + \frac{29 \tan[a]^2}{24} + \tan[a]^4 + \frac{1}{6} \left(-\frac{1}{2} - \tan[a]^2 \right) - \right. \\ & \quad \left. \frac{1}{2} \tan[a] \left(\frac{5 \tan[a]}{6} + \tan[a]^3 \right) + \tan[a] \left(\frac{61 \tan[a]}{120} + \frac{3 \tan[a]^3}{2} + \tan[a]^5 \right) \right) + \\ & (-a+x)^6 \left(\frac{371 \tan[a]}{720} + \frac{3 \tan[a]^3}{2} + \tan[a]^5 + \frac{1}{24} \tan[a] \left(\frac{1}{2} + \tan[a]^2 \right) + \right. \\ & \quad \left. \frac{1}{6} \left(-\frac{5 \tan[a]}{6} - \tan[a]^3 \right) - \frac{1}{2} \tan[a] \left(\frac{5}{24} + \frac{7 \tan[a]^2}{6} + \tan[a]^4 \right) + \right. \\ & \quad \left. \tan[a] \left(\frac{61}{720} + \frac{331 \tan[a]^2}{360} + \frac{11 \tan[a]^4}{6} + \tan[a]^6 \right) \right) + \\ & (-a+x)^7 \left(\frac{71}{840} + \frac{661 \tan[a]^2}{720} + \frac{11 \tan[a]^4}{6} + \tan[a]^6 + \frac{1}{120} \left(\frac{1}{2} + \tan[a]^2 \right) + \right. \\ & \quad \left. \frac{1}{24} \tan[a] \left(\frac{5 \tan[a]}{6} + \tan[a]^3 \right) + \frac{1}{6} \left(-\frac{5}{24} - \frac{7 \tan[a]^2}{6} - \tan[a]^4 \right) - \right. \\ & \quad \left. \frac{1}{2} \tan[a] \left(\frac{61 \tan[a]}{120} + \frac{3 \tan[a]^3}{2} + \tan[a]^5 \right) + \right. \\ & \quad \left. \tan[a] \left(\frac{277 \tan[a]}{1008} + \frac{173 \tan[a]^3}{120} + \frac{13 \tan[a]^5}{6} + \tan[a]^7 \right) \right) + \\ & (-a+x)^8 \left(\frac{3691 \tan[a]}{13440} + \frac{173 \tan[a]^3}{120} + \frac{13 \tan[a]^5}{6} + \tan[a]^7 - \right. \\ & \quad \left. \frac{1}{720} \tan[a] \left(\frac{1}{2} + \tan[a]^2 \right) + \frac{1}{120} \left(\frac{5 \tan[a]}{6} + \tan[a]^3 \right) + \right. \\ & \quad \left. \frac{1}{24} \tan[a] \left(\frac{5}{24} + \frac{7 \tan[a]^2}{6} + \tan[a]^4 \right) + \frac{1}{6} \left(-\frac{61 \tan[a]}{120} - \frac{3 \tan[a]^3}{2} - \tan[a]^5 \right) - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} \tan[a] \left(\frac{61}{720} + \frac{331 \tan[a]^2}{360} + \frac{11 \tan[a]^4}{6} + \tan[a]^6 \right) + \\
& \tan[a] \left(\frac{277}{8064} + \frac{3071 \tan[a]^2}{5040} + \frac{83 \tan[a]^4}{40} + \frac{5 \tan[a]^6}{2} + \tan[a]^8 \right) + \\
& (-a+x)^9 \left(\frac{6233}{181440} + \frac{24569 \tan[a]^2}{40320} + \frac{83 \tan[a]^4}{40} + \frac{5 \tan[a]^6}{2} + \tan[a]^8 + \frac{-\frac{1}{2} - \tan[a]^2}{5040} - \right. \\
& \frac{1}{720} \tan[a] \left(\frac{5 \tan[a]}{6} + \tan[a]^3 \right) + \frac{1}{120} \left(\frac{5}{24} + \frac{7 \tan[a]^2}{6} + \tan[a]^4 \right) + \frac{1}{24} \tan[a] \\
& \left. \left(\frac{61 \tan[a]}{120} + \frac{3 \tan[a]^3}{2} + \tan[a]^5 \right) + \frac{1}{6} \left(-\frac{61}{720} - \frac{331 \tan[a]^2}{360} - \frac{11 \tan[a]^4}{6} - \tan[a]^6 \right) - \right. \\
& \frac{1}{2} \tan[a] \left(\frac{277 \tan[a]}{1008} + \frac{173 \tan[a]^3}{120} + \frac{13 \tan[a]^5}{6} + \tan[a]^7 \right) + \\
& \left. \tan[a] \left(\frac{50521 \tan[a]}{362880} + \frac{3403 \tan[a]^3}{3024} + \frac{203 \tan[a]^5}{72} + \frac{17 \tan[a]^7}{6} + \tan[a]^9 \right) \right) + \\
& (-a+x)^{10} \left(\frac{505219 \tan[a]}{3628800} + \frac{3403 \tan[a]^3}{3024} + \frac{203 \tan[a]^5}{72} + \frac{17 \tan[a]^7}{6} + \right. \\
& \tan[a]^9 + \frac{\tan[a] \left(\frac{1}{2} + \tan[a]^2 \right)}{40320} + \frac{-\frac{5 \tan[a]}{6} - \tan[a]^3}{5040} - \\
& \frac{1}{720} \tan[a] \left(\frac{5}{24} + \frac{7 \tan[a]^2}{6} + \tan[a]^4 \right) + \frac{1}{120} \left(\frac{61 \tan[a]}{120} + \frac{3 \tan[a]^3}{2} + \tan[a]^5 \right) + \\
& \frac{1}{24} \tan[a] \left(\frac{61}{720} + \frac{331 \tan[a]^2}{360} + \frac{11 \tan[a]^4}{6} + \tan[a]^6 \right) + \\
& \frac{1}{6} \left(-\frac{277 \tan[a]}{1008} - \frac{173 \tan[a]^3}{120} - \frac{13 \tan[a]^5}{6} - \tan[a]^7 \right) - \\
& \frac{1}{2} \tan[a] \left(\frac{277}{8064} + \frac{3071 \tan[a]^2}{5040} + \frac{83 \tan[a]^4}{40} + \frac{5 \tan[a]^6}{2} + \tan[a]^8 \right) + \tan[a] \\
& \left. \left(\frac{50521}{3628800} + \frac{94723 \tan[a]^2}{259200} + \frac{28121 \tan[a]^4}{15120} + \frac{147 \tan[a]^6}{40} + \frac{19 \tan[a]^8}{6} + \tan[a]^{10} \right) \right)
\end{aligned}$$

In[282]:=

```
Normal[Series[Sec[x], {x, a, 10}]]
|normal |serie |secante
```

Out[282]=

$$\begin{aligned}
& \sec[a] + (-a+x) \sec[a] \tan[a] + (-a+x)^2 \sec[a] \left(\frac{1}{2} + \tan[a]^2 \right) + \\
& (-a+x)^3 \sec[a] \left(\frac{5 \tan[a]}{6} + \tan[a]^3 \right) + (-a+x)^4 \sec[a] \left(\frac{5}{24} + \frac{7 \tan[a]^2}{6} + \tan[a]^4 \right) + \\
& (-a+x)^5 \sec[a] \left(\frac{61 \tan[a]}{120} + \frac{3 \tan[a]^3}{2} + \tan[a]^5 \right) + \\
& (-a+x)^6 \sec[a] \left(\frac{61}{720} + \frac{331 \tan[a]^2}{360} + \frac{11 \tan[a]^4}{6} + \tan[a]^6 \right) + \\
& (-a+x)^7 \sec[a] \left(\frac{277 \tan[a]}{1008} + \frac{173 \tan[a]^3}{120} + \frac{13 \tan[a]^5}{6} + \tan[a]^7 \right) + \\
& (-a+x)^8 \sec[a] \left(\frac{277}{8064} + \frac{3071 \tan[a]^2}{5040} + \frac{83 \tan[a]^4}{40} + \frac{5 \tan[a]^6}{2} + \tan[a]^8 \right) + (-a+x)^9 \sec[a] \\
& \left(\frac{50521 \tan[a]}{362880} + \frac{3403 \tan[a]^3}{3024} + \frac{203 \tan[a]^5}{72} + \frac{17 \tan[a]^7}{6} + \tan[a]^9 \right) + (-a+x)^{10} \sec[a] \\
& \left(\frac{50521}{3628800} + \frac{94723 \tan[a]^2}{259200} + \frac{28121 \tan[a]^4}{15120} + \frac{147 \tan[a]^6}{40} + \frac{19 \tan[a]^8}{6} + \tan[a]^{10} \right)
\end{aligned}$$

In[283]:=

Normal[Series[Csc[x], {x, a, 10}]]
[normal](#) [serie](#) [cosecante](#)

Out[283]=

$$\begin{aligned}
& \csc[a] - (-a+x) \cot[a] \csc[a] + (-a+x)^2 \left(\frac{1}{2} + \cot[a]^2 \right) \csc[a] + \\
& (-a+x)^3 \left(-\frac{5 \cot[a]}{6} - \cot[a]^3 \right) \csc[a] + (-a+x)^4 \left(\frac{5}{24} + \frac{7 \cot[a]^2}{6} + \cot[a]^4 \right) \csc[a] + \\
& (-a+x)^5 \left(-\frac{61 \cot[a]}{120} - \frac{3 \cot[a]^3}{2} - \cot[a]^5 \right) \csc[a] + \\
& (-a+x)^6 \left(\frac{61}{720} + \frac{331 \cot[a]^2}{360} + \frac{11 \cot[a]^4}{6} + \cot[a]^6 \right) \csc[a] + \\
& (-a+x)^7 \left(-\frac{277 \cot[a]}{1008} - \frac{173 \cot[a]^3}{120} - \frac{13 \cot[a]^5}{6} - \cot[a]^7 \right) \csc[a] + \\
& (-a+x)^8 \left(\frac{277}{8064} + \frac{3071 \cot[a]^2}{5040} + \frac{83 \cot[a]^4}{40} + \frac{5 \cot[a]^6}{2} + \cot[a]^8 \right) \csc[a] + (-a+x)^9 \\
& \left(-\frac{50521 \cot[a]}{362880} - \frac{3403 \cot[a]^3}{3024} - \frac{203 \cot[a]^5}{72} - \frac{17 \cot[a]^7}{6} - \cot[a]^9 \right) \csc[a] + (-a+x)^{10} \\
& \left(\frac{50521}{3628800} + \frac{94723 \cot[a]^2}{259200} + \frac{28121 \cot[a]^4}{15120} + \frac{147 \cot[a]^6}{40} + \frac{19 \cot[a]^8}{6} + \cot[a]^{10} \right) \csc[a]
\end{aligned}$$

In[284]:=

Normal[Series[Cot[x], {x, a, 10}]]
[normal](#) [serie](#) [cotangente](#)

Out[284]=

$$\cot[a] + (-a+x)^3 \left(-\frac{1}{3} - \frac{\cot[a]^2}{2} + \cot[a] \left(-\frac{5 \cot[a]}{6} - \cot[a]^3 \right) \right) + (-a+x)^4$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{17 \cot[a]}{24} + \cot[a]^3 - \frac{1}{2} \cot[a] \left(\frac{1}{2} + \cot[a]^2 \right) + \cot[a] \left(\frac{5}{24} + \frac{7 \cot[a]^2}{6} + \cot[a]^4 \right) \right) + \\
& (-a+x)^5 \left(-\frac{13}{60} - \frac{29 \cot[a]^2}{24} - \cot[a]^4 + \frac{1}{6} \left(\frac{1}{2} + \cot[a]^2 \right) - \right. \\
& \quad \left. \frac{1}{2} \cot[a] \left(-\frac{5 \cot[a]}{6} - \cot[a]^3 \right) + \cot[a] \left(-\frac{61 \cot[a]}{120} - \frac{3 \cot[a]^3}{2} - \cot[a]^5 \right) \right) + \\
& (-a+x)^6 \left(\frac{371 \cot[a]}{720} + \frac{3 \cot[a]^3}{2} + \cot[a]^5 + \frac{1}{24} \cot[a] \left(\frac{1}{2} + \cot[a]^2 \right) + \right. \\
& \quad \frac{1}{6} \left(-\frac{5 \cot[a]}{6} - \cot[a]^3 \right) - \frac{1}{2} \cot[a] \left(\frac{5}{24} + \frac{7 \cot[a]^2}{6} + \cot[a]^4 \right) + \\
& \quad \cot[a] \left(\frac{61}{720} + \frac{331 \cot[a]^2}{360} + \frac{11 \cot[a]^4}{6} + \cot[a]^6 \right) \Bigg) + \\
& (-a+x)^7 \left(-\frac{71}{840} - \frac{661 \cot[a]^2}{720} - \frac{11 \cot[a]^4}{6} - \cot[a]^6 + \frac{1}{120} \left(-\frac{1}{2} - \cot[a]^2 \right) + \right. \\
& \quad \frac{1}{24} \cot[a] \left(-\frac{5 \cot[a]}{6} - \cot[a]^3 \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{5}{24} + \frac{7 \cot[a]^2}{6} + \cot[a]^4 \right) - \\
& \quad \frac{1}{2} \cot[a] \left(-\frac{61 \cot[a]}{120} - \frac{3 \cot[a]^3}{2} - \cot[a]^5 \right) + \\
& \quad \cot[a] \left(-\frac{277 \cot[a]}{1008} - \frac{173 \cot[a]^3}{120} - \frac{13 \cot[a]^5}{6} - \cot[a]^7 \right) \Bigg) + \\
& (-a+x)^8 \left(\frac{3691 \cot[a]}{13440} + \frac{173 \cot[a]^3}{120} + \frac{13 \cot[a]^5}{6} + \cot[a]^7 - \right. \\
& \quad \frac{1}{720} \cot[a] \left(\frac{1}{2} + \cot[a]^2 \right) + \frac{1}{120} \left(\frac{5 \cot[a]}{6} + \cot[a]^3 \right) + \\
& \quad \frac{1}{24} \cot[a] \left(\frac{5}{24} + \frac{7 \cot[a]^2}{6} + \cot[a]^4 \right) + \frac{1}{6} \left(-\frac{61 \cot[a]}{120} - \frac{3 \cot[a]^3}{2} - \cot[a]^5 \right) - \\
& \quad \frac{1}{2} \cot[a] \left(\frac{61}{720} + \frac{331 \cot[a]^2}{360} + \frac{11 \cot[a]^4}{6} + \cot[a]^6 \right) + \\
& \quad \cot[a] \left(\frac{277}{8064} + \frac{3071 \cot[a]^2}{5040} + \frac{83 \cot[a]^4}{40} + \frac{5 \cot[a]^6}{2} + \cot[a]^8 \right) \Bigg) + \\
& (-a+x)^9 \left(-\frac{6233}{181440} - \frac{24569 \cot[a]^2}{40320} - \frac{83 \cot[a]^4}{40} - \frac{5 \cot[a]^6}{2} - \cot[a]^8 + \frac{\frac{1}{2} + \cot[a]^2}{5040} - \right. \\
& \quad \frac{1}{720} \cot[a] \left(-\frac{5 \cot[a]}{6} - \cot[a]^3 \right) + \frac{1}{120} \left(-\frac{5}{24} - \frac{7 \cot[a]^2}{6} - \cot[a]^4 \right) + \frac{1}{24} \cot[a] \\
& \quad \left(-\frac{61 \cot[a]}{120} - \frac{3 \cot[a]^3}{2} - \cot[a]^5 \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{61}{720} + \frac{331 \cot[a]^2}{360} + \frac{11 \cot[a]^4}{6} + \cot[a]^6 \right) - \\
& \quad \frac{1}{2} \cot[a] \left(-\frac{277 \cot[a]}{1008} - \frac{173 \cot[a]^3}{120} - \frac{13 \cot[a]^5}{6} - \cot[a]^7 \right) + \\
& \quad \cot[a] \left(-\frac{50521 \cot[a]}{362880} - \frac{3403 \cot[a]^3}{3024} - \frac{203 \cot[a]^5}{72} - \frac{17 \cot[a]^7}{6} - \cot[a]^9 \right) \Bigg) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (-a+x)^{10} \left(\frac{505\,219 \cot[a]}{3\,628\,800} + \frac{3403 \cot[a]^3}{3024} + \frac{203 \cot[a]^5}{72} + \frac{17 \cot[a]^7}{6} + \right. \\
& \cot[a]^9 + \frac{\cot[a] \left(\frac{1}{2} + \cot[a]^2 \right)}{40\,320} + \frac{-\frac{5 \cot[a]}{6} - \cot[a]^3}{5040} - \\
& \frac{1}{720} \cot[a] \left(\frac{5}{24} + \frac{7 \cot[a]^2}{6} + \cot[a]^4 \right) + \frac{1}{120} \left(\frac{61 \cot[a]}{120} + \frac{3 \cot[a]^3}{2} + \cot[a]^5 \right) + \\
& \frac{1}{24} \cot[a] \left(\frac{61}{720} + \frac{331 \cot[a]^2}{360} + \frac{11 \cot[a]^4}{6} + \cot[a]^6 \right) + \\
& \frac{1}{6} \left(-\frac{277 \cot[a]}{1008} - \frac{173 \cot[a]^3}{120} - \frac{13 \cot[a]^5}{6} - \cot[a]^7 \right) - \\
& \frac{1}{2} \cot[a] \left(\frac{277}{8064} + \frac{3071 \cot[a]^2}{5040} + \frac{83 \cot[a]^4}{40} + \frac{5 \cot[a]^6}{2} + \cot[a]^8 \right) + \cot[a] \\
& \left. \left(\frac{50\,521}{3\,628\,800} + \frac{94\,723 \cot[a]^2}{259\,200} + \frac{28\,121 \cot[a]^4}{15\,120} + \frac{147 \cot[a]^6}{40} + \frac{19 \cot[a]^8}{6} + \cot[a]^{10} \right) \right) - \\
& (-a+x) \csc[a]^2 + (-a+x)^2 \cot[a] \csc[a]^2
\end{aligned}$$

■ Funciones trigonométricas inversas

In[285]:=

```
Normal[Series[ArcSin[x], {x, a, 10}]]
|normal |serie |arco seno
```

Out[285]=

$$\begin{aligned}
& \frac{-a+x}{\sqrt{1-a^2}} + \frac{a(-a+x)^2}{2(1-a^2)^{3/2}} + \frac{(1+2a^2)(-a+x)^3}{6(1-a^2)^{5/2}} + \frac{a(3+2a^2)(-a+x)^4}{8(1-a^2)^{7/2}} + \\
& \frac{(3+24a^2+8a^4)(-a+x)^5}{40(1-a^2)^{9/2}} + \frac{a(15+40a^2+8a^4)(-a+x)^6}{48(1-a^2)^{11/2}} + \\
& \frac{(5+90a^2+120a^4+16a^6)(-a+x)^7}{112(1-a^2)^{13/2}} + \frac{a(35+210a^2+168a^4+16a^6)(-a+x)^8}{128(1-a^2)^{15/2}} + \\
& \frac{(35+1120a^2+3360a^4+1792a^6+128a^8)(-a+x)^9}{1152(1-a^2)^{17/2}} - \\
& \frac{a(315+3360a^2+6048a^4+2304a^6+128a^8)(-a+x)^{10}}{1280\sqrt{1-a^2}(-1+a^2)^9} + \text{ArcSin}[a]
\end{aligned}$$

In[286]:=

```
Normal[Series[ArcCos[x], {x, a, 10}]]
|normal |serie |arco coseno
```

Out[286]=

$$\begin{aligned}
& -\frac{-a+x}{\sqrt{1-a^2}} - \frac{a(-a+x)^2}{2(1-a^2)^{3/2}} - \frac{(1+2a^2)(-a+x)^3}{6(1-a^2)^{5/2}} - \frac{a(3+2a^2)(-a+x)^4}{8(1-a^2)^{7/2}} - \\
& \frac{(3+24a^2+8a^4)(-a+x)^5}{40(1-a^2)^{9/2}} - \frac{a(15+40a^2+8a^4)(-a+x)^6}{48(1-a^2)^{11/2}} - \\
& \frac{(5+90a^2+120a^4+16a^6)(-a+x)^7}{112(1-a^2)^{13/2}} - \frac{a(35+210a^2+168a^4+16a^6)(-a+x)^8}{128(1-a^2)^{15/2}} - \\
& \frac{(35+1120a^2+3360a^4+1792a^6+128a^8)(-a+x)^9}{1152(1-a^2)^{17/2}} + \\
& \frac{a(315+3360a^2+6048a^4+2304a^6+128a^8)(-a+x)^{10}}{1280\sqrt{1-a^2}(-1+a^2)^9} + \text{ArcCos}[a]
\end{aligned}$$

In[287]:=

```
Normal[Series[ArcTan[x], {x, a, 10}]]
|normal |serie |arco tangente
```

Out[287]=

$$\begin{aligned}
& \frac{-a+x}{1+a^2} - \frac{a(-a+x)^2}{(1+a^2)^2} + \frac{\left(\frac{4a^2}{(1+a^2)^2} - \frac{1}{1+a^2}\right)(-a+x)^3}{3(1+a^2)} + \frac{\left(-\frac{8a^3}{(1+a^2)^3} + \frac{4a}{(1+a^2)^2}\right)(-a+x)^4}{4(1+a^2)} + \\
& \frac{\left(\frac{16a^4}{(1+a^2)^4} - \frac{12a^2}{(1+a^2)^3} + \frac{1}{(1+a^2)^2}\right)(-a+x)^5}{5(1+a^2)} + \frac{\left(-\frac{32a^5}{(1+a^2)^5} + \frac{32a^3}{(1+a^2)^4} - \frac{6a}{(1+a^2)^3}\right)(-a+x)^6}{6(1+a^2)} + \\
& \frac{\left(\frac{64a^6}{(1+a^2)^6} - \frac{80a^4}{(1+a^2)^5} + \frac{24a^2}{(1+a^2)^4} - \frac{1}{(1+a^2)^3}\right)(-a+x)^7}{7(1+a^2)} + \frac{\left(-\frac{128a^7}{(1+a^2)^7} + \frac{192a^5}{(1+a^2)^6} - \frac{80a^3}{(1+a^2)^5} + \frac{8a}{(1+a^2)^4}\right)(-a+x)^8}{8(1+a^2)} + \\
& \frac{\left(\frac{256a^8}{(1+a^2)^8} - \frac{448a^6}{(1+a^2)^7} + \frac{240a^4}{(1+a^2)^6} - \frac{40a^2}{(1+a^2)^5} + \frac{1}{(1+a^2)^4}\right)(-a+x)^9}{9(1+a^2)} + \\
& \frac{\left(-\frac{512a^9}{(1+a^2)^9} + \frac{1024a^7}{(1+a^2)^8} - \frac{672a^5}{(1+a^2)^7} + \frac{160a^3}{(1+a^2)^6} - \frac{10a}{(1+a^2)^5}\right)(-a+x)^{10}}{10(1+a^2)} + \text{ArcTan}[a]
\end{aligned}$$

In[288]:=

```
Normal[Series[ArcSec[x], {x, a, 10}]]
|normal |serie |arco secante
```

Out[288]=

$$\begin{aligned}
& \frac{-a+x}{\sqrt{1-\frac{1}{a^2}} a^2} + \frac{(1-2a^2)(-a+x)^2}{2a^3(-1+a^2)\sqrt{\frac{-1+a^2}{a^2}}} + \frac{1}{6} \left(\frac{3}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{5/2} a^8} + \frac{7}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{3/2} a^6} + \frac{6}{\sqrt{1-\frac{1}{a^2}} a^4} \right) (-a+x)^3 + \\
& \frac{1}{24} \left(-\frac{15}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{7/2} a^{11}} - \frac{45}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{5/2} a^9} - \frac{48}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{3/2} a^7} - \frac{24}{\sqrt{1-\frac{1}{a^2}} a^5} \right) (-a+x)^4 + \\
& \frac{1}{120} \left(\frac{105}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{9/2} a^{14}} + \frac{390}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{7/2} a^{12}} + \frac{549}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{5/2} a^{10}} + \frac{360}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{3/2} a^8} + \frac{120}{\sqrt{1-\frac{1}{a^2}} a^6} \right) (-a+x)^5 + \\
& \frac{1}{720} \left(-\frac{945}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{11/2} a^{17}} - \frac{4200}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{9/2} a^{15}} - \frac{7425}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{7/2} a^{13}} - \right. \\
& \quad \left. \frac{6570}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{5/2} a^{11}} - \frac{3000}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{3/2} a^9} - \frac{720}{\sqrt{1-\frac{1}{a^2}} a^7} \right) (-a+x)^6 + \\
& \left(\frac{10395}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{13/2} a^{20}} + \frac{53865}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{11/2} a^{18}} + \frac{114975}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{9/2} a^{16}} + \frac{129375}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{7/2} a^{14}} + \frac{81270}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{5/2} a^{12}} + \frac{27720}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{3/2} a^{10}} + \frac{5040}{\sqrt{1-\frac{1}{a^2}} a^8} \right) (-a+x)^7 + \\
& \frac{5040}{40320} \left(-\frac{135135}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{15/2} a^{23}} - \frac{800415}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{13/2} a^{21}} - \frac{2004345}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{11/2} a^{19}} - \frac{2745225}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{9/2} a^{17}} - \right. \\
& \quad \left. \frac{2217600}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{7/2} a^{15}} - \frac{1058400}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{5/2} a^{13}} - \frac{282240}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{3/2} a^{11}} - \frac{40320}{\sqrt{1-\frac{1}{a^2}} a^9} \right) (-a+x)^8 + \frac{1}{362880} \\
& \left(\frac{2027025}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{17/2} a^{26}} + \frac{13513500}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{15/2} a^{24}} + \frac{38856510}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{13/2} a^{22}} + \frac{62789580}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{11/2} a^{20}} + \frac{62192025}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{9/2} a^{18}} + \right. \\
& \quad \left. \frac{38556000}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{7/2} a^{16}} + \frac{14605920}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{5/2} a^{14}} + \frac{3144960}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{3/2} a^{12}} + \frac{362880}{\sqrt{1-\frac{1}{a^2}} a^{10}} \right) (-a+x)^9 - \\
& \left((-128 + 1216a^2 - 5168a^4 + 12920a^6 - 20995a^8 + 23126a^{10} - 16032a^{12} + 14016a^{14} + \right. \\
& \quad \left. 1920a^{16} + 1280a^{18}) (-a+x)^{10} \right) / \left(1280a^{11}(-1+a^2)^9 \sqrt{\frac{-1+a^2}{a^2}} \right) + \text{ArcSec}[a]
\end{aligned}$$

In[289]:=

```
Normal[Series[ArcCsc[x], {x, a, 10}]]
|normal |serie |arco cosecante
```

Out[289]=

$$\begin{aligned}
& -\frac{-a+x}{\sqrt{1-\frac{1}{a^2}}a^2} + \frac{(-1+2a^2)(-a+x)^2}{2a^3(-1+a^2)\sqrt{\frac{-1+a^2}{a^2}}} + \frac{1}{6} \left(-\frac{3}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{5/2}a^8} - \frac{7}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{3/2}a^6} - \frac{6}{\sqrt{1-\frac{1}{a^2}}a^4} \right) (-a+x)^3 + \\
& \frac{1}{24} \left(\frac{15}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{7/2}a^{11}} + \frac{45}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{5/2}a^9} + \frac{48}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{3/2}a^7} + \frac{24}{\sqrt{1-\frac{1}{a^2}}a^5} \right) (-a+x)^4 + \\
& \frac{1}{120} \left(-\frac{105}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{9/2}a^{14}} - \frac{390}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{7/2}a^{12}} - \frac{549}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{5/2}a^{10}} - \frac{360}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{3/2}a^8} - \frac{120}{\sqrt{1-\frac{1}{a^2}}a^6} \right) (-a+x)^5 + \\
& \frac{1}{720} \left(\frac{945}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{11/2}a^{17}} + \frac{4200}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{9/2}a^{15}} + \frac{7425}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{7/2}a^{13}} + \right. \\
& \quad \left. \frac{6570}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{5/2}a^{11}} + \frac{3000}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{3/2}a^9} + \frac{720}{\sqrt{1-\frac{1}{a^2}}a^7} \right) (-a+x)^6 + \\
& \left(-\frac{10395}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{13/2}a^{20}} - \frac{53865}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{11/2}a^{18}} - \frac{114975}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{9/2}a^{16}} - \frac{129375}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{7/2}a^{14}} - \frac{81270}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{5/2}a^{12}} - \frac{27720}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{3/2}a^{10}} - \frac{5040}{\sqrt{1-\frac{1}{a^2}}a^8} \right) (-a+x)^7 \\
& \quad + \frac{5040}{40320} \left(\frac{135135}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{15/2}a^{23}} + \frac{800415}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{13/2}a^{21}} + \frac{2004345}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{11/2}a^{19}} + \frac{2745225}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{9/2}a^{17}} + \right. \\
& \quad \left. \frac{2217600}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{7/2}a^{15}} + \frac{1058400}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{5/2}a^{13}} + \frac{282240}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{3/2}a^{11}} + \frac{40320}{\sqrt{1-\frac{1}{a^2}}a^9} \right) (-a+x)^8 + \frac{1}{362880} \\
& \left(-\frac{2027025}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{17/2}a^{26}} - \frac{13513500}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{15/2}a^{24}} - \frac{38856510}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{13/2}a^{22}} - \frac{62789580}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{11/2}a^{20}} - \frac{62192025}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{9/2}a^{18}} - \right. \\
& \quad \left. \frac{38556000}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{7/2}a^{16}} - \frac{14605920}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{5/2}a^{14}} - \frac{3144960}{\left(1-\frac{1}{a^2}\right)^{3/2}a^{12}} - \frac{362880}{\sqrt{1-\frac{1}{a^2}}a^{10}} \right) (-a+x)^9 + \\
& \left((-128+1216a^2-5168a^4+12920a^6-20995a^8+23126a^{10}-16032a^{12}+14016a^{14}+ \right. \\
& \quad \left. 1920a^{16}+1280a^{18}) (-a+x)^{10} \right) / \left(1280a^{11}(-1+a^2)^9 \sqrt{\frac{-1+a^2}{a^2}} \right) + \text{ArcCsc}[a]
\end{aligned}$$

In[290]:=

```
Normal[Series[ArcCot[x], {x, a, 10}]]
|normal |serie |arco cotangente
```

Out[290]=

$$\begin{aligned}
& \frac{-a+x}{-1-a^2} + \frac{a(-a+x)^2}{(1+a^2)^2} + \frac{1}{3} \left(\frac{4}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^2a^6} - \frac{3}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)a^4} - \frac{\frac{4}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^2a^6} - \frac{3}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)a^4}}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)a^2} \right) (-a+x)^3 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{4} \left(-\frac{6}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^7} + \frac{4}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^5} + \frac{2 \left(\frac{4}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^6} - \frac{3}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^4} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^3} - \frac{\frac{8}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^9} - \frac{12}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^7} + \frac{4}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^5}}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^2} \right) \\
& (-a + x)^4 + \frac{1}{5} \left(\frac{8}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^8} - \frac{5}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^6} - \frac{3 \left(\frac{4}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^6} - \frac{3}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^4} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^4} + \right. \\
& \left. \frac{2 \left(\frac{8}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^9} - \frac{12}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^7} + \frac{4}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^5} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^3} - \frac{\frac{16}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^4 a^{12}} - \frac{36}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^{10}} + \frac{25}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^8} - \frac{5}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^6}}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^2} \right) (-a + x)^5 + \\
& \frac{1}{6} \left(-\frac{10}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^9} + \frac{6}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^7} + \frac{4 \left(\frac{4}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^6} - \frac{3}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^4} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^5} - \frac{3 \left(\frac{8}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^9} - \frac{12}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^7} + \frac{4}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^5} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^4} + \right. \\
& \left. \frac{2 \left(\frac{16}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^4 a^{12}} - \frac{36}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^{10}} + \frac{25}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^8} - \frac{5}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^6} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^3} - \right. \\
& \left. \frac{\frac{32}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^5 a^{15}} - \frac{96}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^4 a^{13}} + \frac{102}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^{11}} - \frac{44}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^9} + \frac{6}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^7}}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^2} \right) (-a + x)^6 + \\
& \frac{1}{7} \left(\frac{12}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^{10}} - \frac{7}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^8} - \frac{5 \left(\frac{4}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^6} - \frac{3}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^4} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^6} + \frac{4 \left(\frac{8}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^9} - \frac{12}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^7} + \frac{4}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^5} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^5} - \right. \\
& \left. \frac{3 \left(\frac{16}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^4 a^{12}} - \frac{36}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^{10}} + \frac{25}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^8} - \frac{5}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^6} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^4} + \right. \\
& \left. \frac{2 \left(\frac{32}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^5 a^{15}} - \frac{96}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^4 a^{13}} + \frac{102}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^{11}} - \frac{44}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^9} + \frac{6}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^7} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^3} - \right. \\
& \left. \frac{\frac{64}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^6 a^{18}} - \frac{240}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^5 a^{16}} + \frac{344}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^4 a^{14}} - \frac{231}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^{12}} + \frac{70}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^{10}} - \frac{7}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^8}}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^2} \right) (-a + x)^7 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{8} \left(-\frac{14}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^{11}} + \frac{8}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^9} + \frac{6 \left(\frac{4}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^6} - \frac{3}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^4} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^7} - \frac{5 \left(\frac{8}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^9} - \frac{12}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^7} + \frac{4}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^5} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^6} + \right. \\
& \frac{4 \left(\frac{16}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^4 a^{12}} - \frac{36}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^{10}} + \frac{25}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^8} - \frac{5}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^6} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^5} - \\
& \frac{3 \left(\frac{32}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^5 a^{15}} - \frac{96}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^4 a^{13}} + \frac{102}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^{11}} - \frac{44}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^9} + \frac{6}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^7} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^4} + \\
& \frac{2 \left(\frac{64}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^6 a^{18}} - \frac{240}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^5 a^{16}} + \frac{344}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^4 a^{14}} - \frac{231}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^{12}} + \frac{70}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^{10}} - \frac{7}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^8} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^3} - \\
& \left. \frac{\frac{128}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^7 a^{21}} - \frac{576}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^6 a^{19}} + \frac{1040}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^5 a^{17}} - \frac{952}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^4 a^{15}} + \frac{456}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^{13}} - \frac{104}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^{11}} + \frac{8}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^9}}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^2} \right) (-a + x)^8 + \\
& \frac{1}{9} \left(\frac{16}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^{12}} - \frac{9}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^{10}} - \frac{7 \left(\frac{4}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^6} - \frac{3}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^4} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^8} + \frac{6 \left(\frac{8}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^9} - \frac{12}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^7} + \frac{4}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^5} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^7} - \right. \\
& \frac{5 \left(\frac{16}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^4 a^{12}} - \frac{36}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^{10}} + \frac{25}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^8} - \frac{5}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^6} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^6} + \\
& \frac{4 \left(\frac{32}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^5 a^{15}} - \frac{96}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^4 a^{13}} + \frac{102}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^{11}} - \frac{44}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^9} + \frac{6}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^7} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^5} - \\
& \frac{3 \left(\frac{64}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^6 a^{18}} - \frac{240}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^5 a^{16}} + \frac{344}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^4 a^{14}} - \frac{231}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^{12}} + \frac{70}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^{10}} - \frac{7}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^8} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^4} + \\
& \left. \frac{2 \left(\frac{128}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^7 a^{21}} - \frac{576}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^6 a^{19}} + \frac{1040}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^5 a^{17}} - \frac{952}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^4 a^{15}} + \frac{456}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^3 a^{13}} - \frac{104}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right)^2 a^{11}} + \frac{8}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^9} \right)}{\left(1 + \frac{1}{a^2}\right) a^3} \right) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\frac{256}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^8 a^{24}} - \frac{1344}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^7 a^{22}} + \frac{2928}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^6 a^{20}} - \frac{3400}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^5 a^{18}} + \frac{2241}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^4 a^{16}} - \frac{819}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^3 a^{14}} + \frac{147}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^2 a^{12}} - \frac{9}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right) a^{10}}}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right) a^2} \right) \\
& (-a+x)^9 + \frac{1}{10} \left(-\frac{18}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^2 a^{13}} + \frac{10}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right) a^{11}} + \frac{8 \left(\frac{4}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^2 a^6} - \frac{3}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right) a^4} \right)}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right) a^9} - \right. \\
& \frac{7 \left(\frac{8}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^3 a^9} - \frac{12}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^2 a^7} + \frac{4}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right) a^5} \right)}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right) a^8} + \frac{6 \left(\frac{16}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^4 a^{12}} - \frac{36}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^3 a^{10}} + \frac{25}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^2 a^8} - \frac{5}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right) a^6} \right)}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right) a^7} - \\
& \frac{5 \left(\frac{32}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^5 a^{15}} - \frac{96}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^4 a^{13}} + \frac{102}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^3 a^{11}} - \frac{44}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^2 a^9} + \frac{6}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right) a^7} \right)}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right) a^6} + \\
& \frac{4 \left(\frac{64}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^6 a^{18}} - \frac{240}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^5 a^{16}} + \frac{344}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^4 a^{14}} - \frac{231}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^3 a^{12}} + \frac{70}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^2 a^{10}} - \frac{7}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right) a^8} \right)}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right) a^5} - \\
& \frac{3 \left(\frac{128}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^7 a^{21}} - \frac{576}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^6 a^{19}} + \frac{1040}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^5 a^{17}} - \frac{952}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^4 a^{15}} + \frac{456}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^3 a^{13}} - \frac{104}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^2 a^{11}} + \frac{8}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right) a^9} \right)}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right) a^4} + \\
& \frac{2 \left(\frac{256}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^8 a^{24}} - \frac{1344}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^7 a^{22}} + \frac{2928}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^6 a^{20}} - \frac{3400}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^5 a^{18}} + \frac{2241}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^4 a^{16}} - \frac{819}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^3 a^{14}} + \frac{147}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^2 a^{12}} - \frac{9}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right) a^{10}} \right)}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right) a^3} - \\
& \frac{1}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right) a^2} \left(\frac{512}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^9 a^{27}} - \frac{3072}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^8 a^{25}} + \frac{7840}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^7 a^{23}} - \frac{11040}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^6 a^{21}} + \frac{9290}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^5 a^{19}} - \right. \\
& \left. \frac{4712}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^4 a^{17}} + \frac{1372}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^3 a^{15}} - \frac{200}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right)^2 a^{13}} + \frac{10}{\left(1+\frac{1}{a^2}\right) a^{11}} \right) \left((-a+x)^{10} + \text{ArcTan}\left[\frac{1}{a}\right] \right)
\end{aligned}$$

■ Funciones trigonométricas hiperbólicas

In[291]:=

```
Normal[Series[Sinh[x], {x, a, 10}]]
normal serie seno hiperbólico
```

Out[291]=

$$\begin{aligned}
& (-a+x) \cosh[a] + \frac{1}{6} (-a+x)^3 \cosh[a] + \frac{1}{120} (-a+x)^5 \cosh[a] + \\
& \frac{(-a+x)^7 \cosh[a]}{5040} + \frac{(-a+x)^9 \cosh[a]}{362880} + \sinh[a] + \frac{1}{2} (-a+x)^2 \sinh[a] + \\
& \frac{1}{24} (-a+x)^4 \sinh[a] + \frac{1}{720} (-a+x)^6 \sinh[a] + \frac{(-a+x)^8 \sinh[a]}{40320} + \frac{(-a+x)^{10} \sinh[a]}{3628800}
\end{aligned}$$

In[292]:=

```
Normal[Series[Cosh[x], {x, a, 10}]]
normal serie coseno hiperbólico
```

Out[292]=

$$\begin{aligned}
& \cosh[a] + \frac{1}{2} (-a+x)^2 \cosh[a] + \frac{1}{24} (-a+x)^4 \cosh[a] + \frac{1}{720} (-a+x)^6 \cosh[a] + \\
& \frac{(-a+x)^8 \cosh[a]}{40320} + \frac{(-a+x)^{10} \cosh[a]}{3628800} + (-a+x) \sinh[a] + \frac{1}{6} (-a+x)^3 \sinh[a] + \\
& \frac{1}{120} (-a+x)^5 \sinh[a] + \frac{(-a+x)^7 \sinh[a]}{5040} + \frac{(-a+x)^9 \sinh[a]}{362880}
\end{aligned}$$

In[293]:=

```
Normal[Series[Tanh[x], {x, a, 10}]]
normal serie tangente hiperbólica
```

Out[293]=

$$\begin{aligned}
& (-a+x) \operatorname{sech}[a]^2 + \tanh[a] - (-a+x)^2 \operatorname{sech}[a]^2 \tanh[a] + \\
& (-a+x)^3 \left(-\frac{1}{3} + \frac{\tanh[a]^2}{2} + \tanh[a] \left(\frac{5 \tanh[a]}{6} - \tanh[a]^3 \right) \right) + \\
& (-a+x)^4 \left(\frac{17 \tanh[a]}{24} - \tanh[a]^3 + \right. \\
& \quad \left. \frac{1}{2} \tanh[a] \left(-\frac{1}{2} + \tanh[a]^2 \right) + \tanh[a] \left(\frac{5}{24} - \frac{7 \tanh[a]^2}{6} + \tanh[a]^4 \right) \right) + \\
& (-a+x)^5 \left(\frac{13}{60} - \frac{29 \tanh[a]^2}{24} + \tanh[a]^4 + \frac{1}{6} \left(-\frac{1}{2} + \tanh[a]^2 \right) + \right. \\
& \quad \left. \frac{1}{2} \tanh[a] \left(\frac{5 \tanh[a]}{6} - \tanh[a]^3 \right) + \tanh[a] \left(-\frac{61 \tanh[a]}{120} + \frac{3 \tanh[a]^3}{2} - \tanh[a]^5 \right) \right) + \\
& (-a+x)^6 \left(-\frac{371 \tanh[a]}{720} + \frac{3 \tanh[a]^3}{2} - \tanh[a]^5 + \frac{1}{24} \tanh[a] \left(-\frac{1}{2} + \tanh[a]^2 \right) + \right. \\
& \quad \left. \frac{1}{6} \left(\frac{5 \tanh[a]}{6} - \tanh[a]^3 \right) + \frac{1}{2} \tanh[a] \left(\frac{5}{24} - \frac{7 \tanh[a]^2}{6} + \tanh[a]^4 \right) + \right. \\
& \quad \left. \tanh[a] \left(-\frac{61}{720} + \frac{331 \tanh[a]^2}{360} - \frac{11 \tanh[a]^4}{6} + \tanh[a]^6 \right) \right) + \\
& (-a+x)^7 \left(-\frac{71}{840} + \frac{661 \tanh[a]^2}{720} - \frac{11 \tanh[a]^4}{6} + \tanh[a]^6 + \frac{1}{120} \left(-\frac{1}{2} + \tanh[a]^2 \right) + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{24} \tanh[a] \left(\frac{5 \tanh[a]}{6} - \tanh[a]^3 \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{5}{24} - \frac{7 \tanh[a]^2}{6} + \tanh[a]^4 \right) + \\
& \frac{1}{2} \tanh[a] \left(-\frac{61 \tanh[a]}{120} + \frac{3 \tanh[a]^3}{2} - \tanh[a]^5 \right) + \\
& \tanh[a] \left(\frac{277 \tanh[a]}{1008} - \frac{173 \tanh[a]^3}{120} + \frac{13 \tanh[a]^5}{6} - \tanh[a]^7 \right) \Bigg) + \\
& (-a+x)^8 \left(\frac{3691 \tanh[a]}{13440} - \frac{173 \tanh[a]^3}{120} + \frac{13 \tanh[a]^5}{6} - \tanh[a]^7 + \right. \\
& \frac{1}{720} \tanh[a] \left(-\frac{1}{2} + \tanh[a]^2 \right) + \frac{1}{120} \left(\frac{5 \tanh[a]}{6} - \tanh[a]^3 \right) + \\
& \frac{1}{24} \tanh[a] \left(\frac{5}{24} - \frac{7 \tanh[a]^2}{6} + \tanh[a]^4 \right) + \frac{1}{6} \left(-\frac{61 \tanh[a]}{120} + \frac{3 \tanh[a]^3}{2} - \tanh[a]^5 \right) + \\
& \frac{1}{2} \tanh[a] \left(-\frac{61}{720} + \frac{331 \tanh[a]^2}{360} - \frac{11 \tanh[a]^4}{6} + \tanh[a]^6 \right) + \\
& \left. \tanh[a] \left(\frac{277}{8064} - \frac{3071 \tanh[a]^2}{5040} + \frac{83 \tanh[a]^4}{40} - \frac{5 \tanh[a]^6}{2} + \tanh[a]^8 \right) \right) + \\
& (-a+x)^9 \left(\frac{6233}{181440} - \frac{24569 \tanh[a]^2}{40320} + \frac{83 \tanh[a]^4}{40} - \frac{5 \tanh[a]^6}{2} + \tanh[a]^8 + \right. \\
& \frac{-\frac{1}{2} + \tanh[a]^2}{5040} + \frac{1}{720} \tanh[a] \left(\frac{5 \tanh[a]}{6} - \tanh[a]^3 \right) + \\
& \frac{1}{120} \left(\frac{5}{24} - \frac{7 \tanh[a]^2}{6} + \tanh[a]^4 \right) + \frac{1}{24} \tanh[a] \left(-\frac{61 \tanh[a]}{120} + \frac{3 \tanh[a]^3}{2} - \tanh[a]^5 \right) + \\
& \frac{1}{6} \left(-\frac{61}{720} + \frac{331 \tanh[a]^2}{360} - \frac{11 \tanh[a]^4}{6} + \tanh[a]^6 \right) + \\
& \frac{1}{2} \tanh[a] \left(\frac{277 \tanh[a]}{1008} - \frac{173 \tanh[a]^3}{120} + \frac{13 \tanh[a]^5}{6} - \tanh[a]^7 \right) + \\
& \left. \tanh[a] \left(-\frac{50521 \tanh[a]}{362880} + \frac{3403 \tanh[a]^3}{3024} - \frac{203 \tanh[a]^5}{72} + \frac{17 \tanh[a]^7}{6} - \tanh[a]^9 \right) \right) + \\
& (-a+x)^{10} \left(-\frac{505219 \tanh[a]}{3628800} + \frac{3403 \tanh[a]^3}{3024} - \frac{203 \tanh[a]^5}{72} + \frac{17 \tanh[a]^7}{6} - \right. \\
& \tanh[a]^9 + \frac{\tanh[a] \left(-\frac{1}{2} + \tanh[a]^2 \right)}{40320} + \frac{\frac{5 \tanh[a]}{6} - \tanh[a]^3}{5040} + \\
& \frac{1}{720} \tanh[a] \left(\frac{5}{24} - \frac{7 \tanh[a]^2}{6} + \tanh[a]^4 \right) + \frac{1}{120} \left(-\frac{61 \tanh[a]}{120} + \frac{3 \tanh[a]^3}{2} - \tanh[a]^5 \right) + \\
& \frac{1}{24} \tanh[a] \left(-\frac{61}{720} + \frac{331 \tanh[a]^2}{360} - \frac{11 \tanh[a]^4}{6} + \tanh[a]^6 \right) + \\
& \left. \frac{1}{6} \left(\frac{277 \tanh[a]}{1008} - \frac{173 \tanh[a]^3}{120} + \frac{13 \tanh[a]^5}{6} - \tanh[a]^7 \right) + \frac{1}{2} \tanh[a] \right)
\end{aligned}$$

$$\left(\frac{277}{8064} - \frac{3071 \tanh[a]^2}{5040} + \frac{83 \tanh[a]^4}{40} - \frac{5 \tanh[a]^6}{2} + \tanh[a]^8 \right) + \tanh[a] \left(-\frac{50521}{3628800} + \frac{94723 \tanh[a]^2}{259200} - \frac{28121 \tanh[a]^4}{15120} + \frac{147 \tanh[a]^6}{40} - \frac{19 \tanh[a]^8}{6} + \tanh[a]^{10} \right)$$

In[294]:=

```
Normal[Series[Sech[x], {x, a, 10}]]
normal  serie  secante hiperbólica
```

Out[294]=

$$\begin{aligned} & \text{Sech}[a] - (-a+x) \text{Sech}[a] \tanh[a] + (-a+x)^2 \text{Sech}[a] \left(-\frac{1}{2} + \tanh[a]^2 \right) + \\ & (-a+x)^3 \text{Sech}[a] \left(\frac{5 \tanh[a]}{6} - \tanh[a]^3 \right) + (-a+x)^4 \text{Sech}[a] \left(\frac{5}{24} - \frac{7 \tanh[a]^2}{6} + \tanh[a]^4 \right) + \\ & (-a+x)^5 \text{Sech}[a] \left(-\frac{61 \tanh[a]}{120} + \frac{3 \tanh[a]^3}{2} - \tanh[a]^5 \right) + \\ & (-a+x)^6 \text{Sech}[a] \left(-\frac{61}{720} + \frac{331 \tanh[a]^2}{360} - \frac{11 \tanh[a]^4}{6} + \tanh[a]^6 \right) + \\ & (-a+x)^7 \text{Sech}[a] \left(\frac{277 \tanh[a]}{1008} - \frac{173 \tanh[a]^3}{120} + \frac{13 \tanh[a]^5}{6} - \tanh[a]^7 \right) + \\ & (-a+x)^8 \text{Sech}[a] \left(\frac{277}{8064} - \frac{3071 \tanh[a]^2}{5040} + \frac{83 \tanh[a]^4}{40} - \frac{5 \tanh[a]^6}{2} + \tanh[a]^8 \right) + \\ & (-a+x)^9 \text{Sech}[a] \left(-\frac{50521 \tanh[a]}{362880} + \frac{3403 \tanh[a]^3}{3024} - \frac{203 \tanh[a]^5}{72} + \frac{17 \tanh[a]^7}{6} - \tanh[a]^9 \right) + \\ & (-a+x)^{10} \text{Sech}[a] \left(-\frac{50521}{3628800} + \frac{94723 \tanh[a]^2}{259200} - \frac{28121 \tanh[a]^4}{15120} + \frac{147 \tanh[a]^6}{40} - \frac{19 \tanh[a]^8}{6} + \tanh[a]^{10} \right) \end{aligned}$$

In[295]:=

Normal[Series[Csch[x], {x, a, 10}]]
 [normal] [serie] [cosecante hiperbólica]

Out[295]=

$$\begin{aligned}
 & \text{Csch}[a] - (-a + x) \text{Coth}[a] \text{Csch}[a] + (-a + x)^2 \left(-\frac{1}{2} + \text{Coth}[a]^2 \right) \text{Csch}[a] + \\
 & (-a + x)^3 \left(\frac{5 \text{Coth}[a]}{6} - \text{Coth}[a]^3 \right) \text{Csch}[a] + (-a + x)^4 \left(\frac{5}{24} - \frac{7 \text{Coth}[a]^2}{6} + \text{Coth}[a]^4 \right) \text{Csch}[a] + \\
 & (-a + x)^5 \left(-\frac{61 \text{Coth}[a]}{120} + \frac{3 \text{Coth}[a]^3}{2} - \text{Coth}[a]^5 \right) \text{Csch}[a] + \\
 & (-a + x)^6 \left(-\frac{61}{720} + \frac{331 \text{Coth}[a]^2}{360} - \frac{11 \text{Coth}[a]^4}{6} + \text{Coth}[a]^6 \right) \text{Csch}[a] + \\
 & (-a + x)^7 \left(\frac{277 \text{Coth}[a]}{1008} - \frac{173 \text{Coth}[a]^3}{120} + \frac{13 \text{Coth}[a]^5}{6} - \text{Coth}[a]^7 \right) \text{Csch}[a] + \\
 & (-a + x)^8 \left(\frac{277}{8064} - \frac{3071 \text{Coth}[a]^2}{5040} + \frac{83 \text{Coth}[a]^4}{40} - \frac{5 \text{Coth}[a]^6}{2} + \text{Coth}[a]^8 \right) \text{Csch}[a] + \\
 & (-a + x)^9 \left(-\frac{50521 \text{Coth}[a]}{362880} + \frac{3403 \text{Coth}[a]^3}{3024} - \frac{203 \text{Coth}[a]^5}{72} + \frac{17 \text{Coth}[a]^7}{6} - \text{Coth}[a]^9 \right) \text{Csch}[a] + \\
 & (-a + x)^{10} \left(-\frac{50521}{3628800} + \frac{94723 \text{Coth}[a]^2}{259200} - \frac{28121 \text{Coth}[a]^4}{15120} + \frac{147 \text{Coth}[a]^6}{40} - \frac{19 \text{Coth}[a]^8}{6} + \text{Coth}[a]^{10} \right) \text{Csch}[a]
 \end{aligned}$$

In[296]:=

Normal[Series[Coth[x], {x, a, 10}]]
 [normal] [serie] [cotangente hiperbólica]

Out[296]=

$$\begin{aligned}
 & \text{Coth}[a] + (-a + x)^3 \left(-\frac{1}{3} + \frac{\text{Coth}[a]^2}{2} + \text{Coth}[a] \left(\frac{5 \text{Coth}[a]}{6} - \text{Coth}[a]^3 \right) \right) + \\
 & (-a + x)^4 \left(\frac{17 \text{Coth}[a]}{24} - \text{Coth}[a]^3 + \right. \\
 & \quad \left. \frac{1}{2} \text{Coth}[a] \left(-\frac{1}{2} + \text{Coth}[a]^2 \right) + \text{Coth}[a] \left(\frac{5}{24} - \frac{7 \text{Coth}[a]^2}{6} + \text{Coth}[a]^4 \right) \right) + \\
 & (-a + x)^5 \left(\frac{13}{60} - \frac{29 \text{Coth}[a]^2}{24} + \text{Coth}[a]^4 + \frac{1}{6} \left(-\frac{1}{2} + \text{Coth}[a]^2 \right) + \right. \\
 & \quad \left. \frac{1}{2} \text{Coth}[a] \left(\frac{5 \text{Coth}[a]}{6} - \text{Coth}[a]^3 \right) + \text{Coth}[a] \left(-\frac{61 \text{Coth}[a]}{120} + \frac{3 \text{Coth}[a]^3}{2} - \text{Coth}[a]^5 \right) \right) + \\
 & (-a + x)^6 \left(-\frac{371 \text{Coth}[a]}{720} + \frac{3 \text{Coth}[a]^3}{2} - \text{Coth}[a]^5 + \frac{1}{24} \text{Coth}[a] \left(-\frac{1}{2} + \text{Coth}[a]^2 \right) + \right. \\
 & \quad \left. \frac{1}{6} \left(\frac{5 \text{Coth}[a]}{6} - \text{Coth}[a]^3 \right) + \frac{1}{2} \text{Coth}[a] \left(\frac{5}{24} - \frac{7 \text{Coth}[a]^2}{6} + \text{Coth}[a]^4 \right) + \right. \\
 & \quad \left. \text{Coth}[a] \left(-\frac{61}{720} + \frac{331 \text{Coth}[a]^2}{360} - \frac{11 \text{Coth}[a]^4}{6} + \text{Coth}[a]^6 \right) \right) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (-a+x)^7 \left(-\frac{71}{840} + \frac{661 \operatorname{Coth}[a]^2}{720} - \frac{11 \operatorname{Coth}[a]^4}{6} + \operatorname{Coth}[a]^6 + \frac{1}{120} \left(-\frac{1}{2} + \operatorname{Coth}[a]^2 \right) + \right. \\
& \quad \frac{1}{24} \operatorname{Coth}[a] \left(\frac{5 \operatorname{Coth}[a]}{6} - \operatorname{Coth}[a]^3 \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{5}{24} - \frac{7 \operatorname{Coth}[a]^2}{6} + \operatorname{Coth}[a]^4 \right) + \\
& \quad \frac{1}{2} \operatorname{Coth}[a] \left(-\frac{61 \operatorname{Coth}[a]}{120} + \frac{3 \operatorname{Coth}[a]^3}{2} - \operatorname{Coth}[a]^5 \right) + \\
& \quad \left. \operatorname{Coth}[a] \left(\frac{277 \operatorname{Coth}[a]}{1008} - \frac{173 \operatorname{Coth}[a]^3}{120} + \frac{13 \operatorname{Coth}[a]^5}{6} - \operatorname{Coth}[a]^7 \right) \right) + \\
& (-a+x)^8 \left(\frac{3691 \operatorname{Coth}[a]}{13440} - \frac{173 \operatorname{Coth}[a]^3}{120} + \frac{13 \operatorname{Coth}[a]^5}{6} - \operatorname{Coth}[a]^7 + \right. \\
& \quad \frac{1}{720} \operatorname{Coth}[a] \left(-\frac{1}{2} + \operatorname{Coth}[a]^2 \right) + \frac{1}{120} \left(\frac{5 \operatorname{Coth}[a]}{6} - \operatorname{Coth}[a]^3 \right) + \\
& \quad \frac{1}{24} \operatorname{Coth}[a] \left(\frac{5}{24} - \frac{7 \operatorname{Coth}[a]^2}{6} + \operatorname{Coth}[a]^4 \right) + \frac{1}{6} \left(-\frac{61 \operatorname{Coth}[a]}{120} + \frac{3 \operatorname{Coth}[a]^3}{2} - \operatorname{Coth}[a]^5 \right) + \\
& \quad \frac{1}{2} \operatorname{Coth}[a] \left(-\frac{61}{720} + \frac{331 \operatorname{Coth}[a]^2}{360} - \frac{11 \operatorname{Coth}[a]^4}{6} + \operatorname{Coth}[a]^6 \right) + \\
& \quad \left. \operatorname{Coth}[a] \left(\frac{277}{8064} - \frac{3071 \operatorname{Coth}[a]^2}{5040} + \frac{83 \operatorname{Coth}[a]^4}{40} - \frac{5 \operatorname{Coth}[a]^6}{2} + \operatorname{Coth}[a]^8 \right) \right) + \\
& (-a+x)^9 \left(\frac{6233}{181440} - \frac{24569 \operatorname{Coth}[a]^2}{40320} + \frac{83 \operatorname{Coth}[a]^4}{40} - \frac{5 \operatorname{Coth}[a]^6}{2} + \operatorname{Coth}[a]^8 + \right. \\
& \quad \frac{-\frac{1}{2} + \operatorname{Coth}[a]^2}{5040} + \frac{1}{720} \operatorname{Coth}[a] \left(\frac{5 \operatorname{Coth}[a]}{6} - \operatorname{Coth}[a]^3 \right) + \\
& \quad \frac{1}{120} \left(\frac{5}{24} - \frac{7 \operatorname{Coth}[a]^2}{6} + \operatorname{Coth}[a]^4 \right) + \frac{1}{24} \operatorname{Coth}[a] \left(-\frac{61 \operatorname{Coth}[a]}{120} + \frac{3 \operatorname{Coth}[a]^3}{2} - \operatorname{Coth}[a]^5 \right) + \\
& \quad \frac{1}{6} \left(-\frac{61}{720} + \frac{331 \operatorname{Coth}[a]^2}{360} - \frac{11 \operatorname{Coth}[a]^4}{6} + \operatorname{Coth}[a]^6 \right) + \\
& \quad \frac{1}{2} \operatorname{Coth}[a] \left(\frac{277 \operatorname{Coth}[a]}{1008} - \frac{173 \operatorname{Coth}[a]^3}{120} + \frac{13 \operatorname{Coth}[a]^5}{6} - \operatorname{Coth}[a]^7 \right) + \\
& \quad \left. \operatorname{Coth}[a] \left(-\frac{50521 \operatorname{Coth}[a]}{362880} + \frac{3403 \operatorname{Coth}[a]^3}{3024} - \frac{203 \operatorname{Coth}[a]^5}{72} + \frac{17 \operatorname{Coth}[a]^7}{6} - \operatorname{Coth}[a]^9 \right) \right) + \\
& (-a+x)^{10} \left(-\frac{505219 \operatorname{Coth}[a]}{3628800} + \frac{3403 \operatorname{Coth}[a]^3}{3024} - \frac{203 \operatorname{Coth}[a]^5}{72} + \frac{17 \operatorname{Coth}[a]^7}{6} - \right. \\
& \quad \operatorname{Coth}[a]^9 + \frac{\operatorname{Coth}[a] \left(-\frac{1}{2} + \operatorname{Coth}[a]^2 \right)}{40320} + \frac{\frac{5 \operatorname{Coth}[a]}{6} - \operatorname{Coth}[a]^3}{5040} + \\
& \quad \frac{1}{720} \operatorname{Coth}[a] \left(\frac{5}{24} - \frac{7 \operatorname{Coth}[a]^2}{6} + \operatorname{Coth}[a]^4 \right) + \frac{1}{120} \left(-\frac{61 \operatorname{Coth}[a]}{120} + \frac{3 \operatorname{Coth}[a]^3}{2} - \operatorname{Coth}[a]^5 \right) + \\
& \quad \left. \frac{1}{24} \operatorname{Coth}[a] \left(-\frac{61}{720} + \frac{331 \operatorname{Coth}[a]^2}{360} - \frac{11 \operatorname{Coth}[a]^4}{6} + \operatorname{Coth}[a]^6 \right) \right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{6} \left(\frac{277 \operatorname{Coth}[a]}{1008} - \frac{173 \operatorname{Coth}[a]^3}{120} + \frac{13 \operatorname{Coth}[a]^5}{6} - \operatorname{Coth}[a]^7 \right) + \\ & \frac{1}{2} \operatorname{Coth}[a] \left(\frac{277}{8064} - \frac{3071 \operatorname{Coth}[a]^2}{5040} + \frac{83 \operatorname{Coth}[a]^4}{40} - \frac{5 \operatorname{Coth}[a]^6}{2} + \operatorname{Coth}[a]^8 \right) + \\ & \operatorname{Coth}[a] \left(-\frac{50521}{3628800} + \frac{94723 \operatorname{Coth}[a]^2}{259200} - \frac{28121 \operatorname{Coth}[a]^4}{15120} + \frac{147 \operatorname{Coth}[a]^6}{40} - \right. \\ & \quad \left. \frac{19 \operatorname{Coth}[a]^8}{6} + \operatorname{Coth}[a]^{10} \right) \Bigg) - (-a+x) \operatorname{Csch}[a]^2 + (-a+x)^2 \operatorname{Coth}[a] \operatorname{Csch}[a]^2 \end{aligned}$$

9. Hacer una tabla con los valores de x y cos(x) de 0 a 10.

In[75]:= ? Table

Out[75]=

Symbol

Table[*expr*, *n*] generates a list of *n* copies of *expr*.

Table[*expr*, {*i*, *i*_{max}}] generates a list of the values of *expr* when *i* runs from 1 to *i*_{max}.

Table[*expr*, {*i*, *i*_{min}, *i*_{max}}] starts with *i* = *i*_{min}.

Table[*expr*, {*i*, *i*_{min}, *i*_{max}, *di*}] uses steps *di*.

Table[*expr*, {*i*, {*i*₁, *i*₂, ...}}] uses the successive values *i*₁, *i*₂, ...

Table[*expr*, {*i*, *i*_{min}, *i*_{max}}, {*j*, *j*_{min}, *j*_{max}}, ...] gives a nested list. The list associated with *i* is outermost.

In[129]:=

? TableForm

Out[129]=

Symbol

TableForm[*list*] prints with the elements of *list* arranged in an array of rectangular cells.

```
# Table[{x, N[Cos[x]]}, {x, 0, 10}]
# → Genera una tabla con dos columnas:
#   - La primera columna es x desde 0 hasta 10
#   - La segunda columna es el valor numérico de coseno de x

# TableForm[... , TableHeadings -> {None, {...}}]
# → Da formato de tabla para presentación
# → La opción TableHeadings especifica encabezados solo para las columnas (ningún encabezado en filas)
# → Los encabezados están escritos con StyleBox para mostrarlos en negrita

# TableAlignments -> Center
# → Centra horizontalmente el contenido en cada celda

# Style[... , FontSize -> 14, FontFamily -> "Times New Roman"]
# → Aplica un estilo general a toda la tabla:
#   - Tamaño de fuente 14 puntos
#   - Fuente Times New Roman para todo el texto (incluidos encabezados y datos)
```

In[128]:=

```
Style[TableForm[Table[{x, N[Cos[x]]}, {x, 0, 10}],
  |estilo |forma de ta... |tabla |· |coseno
  TableHeadings → {None, {"x", "Cos(x)"}, TableAlignments → Center},
  |cabeceras de tabla |ninguno |coseno |alineamientos de tabla |centro
  FontSize → 14, FontFamily → "Times New Roman"]
  |tamaño de tipo de· |familia de tipo de· |multiplicación
```

Out[128]=

x	Cos(x)
0	1.
1	0.540302
2	-0.416147
3	-0.989992
4	-0.653644
5	0.283662
6	0.96017
7	0.753902
8	-0.1455
9	-0.91113
10	-0.839072

10. Hacer una tabla de los valores de x y log(x) de 0 a 100.

In[298]:=

```
Table[{x, Log[x]}, {x, 0, 100}]
|tabla |logaritmo
```

Out[298]=

```
{ {0, -∞}, {1, 0}, {2, Log[2]}, {3, Log[3]}, {4, Log[4]}, {5, Log[5]},
  {6, Log[6]}, {7, Log[7]}, {8, Log[8]}, {9, Log[9]}, {10, Log[10]},
  {11, Log[11]}, {12, Log[12]}, {13, Log[13]}, {14, Log[14]}, {15, Log[15]},
  {16, Log[16]}, {17, Log[17]}, {18, Log[18]}, {19, Log[19]}, {20, Log[20]},
  {21, Log[21]}, {22, Log[22]}, {23, Log[23]}, {24, Log[24]}, {25, Log[25]},
  {26, Log[26]}, {27, Log[27]}, {28, Log[28]}, {29, Log[29]}, {30, Log[30]},
  {31, Log[31]}, {32, Log[32]}, {33, Log[33]}, {34, Log[34]}, {35, Log[35]},
  {36, Log[36]}, {37, Log[37]}, {38, Log[38]}, {39, Log[39]}, {40, Log[40]},
  {41, Log[41]}, {42, Log[42]}, {43, Log[43]}, {44, Log[44]}, {45, Log[45]},
  {46, Log[46]}, {47, Log[47]}, {48, Log[48]}, {49, Log[49]}, {50, Log[50]},
  {51, Log[51]}, {52, Log[52]}, {53, Log[53]}, {54, Log[54]}, {55, Log[55]},
  {56, Log[56]}, {57, Log[57]}, {58, Log[58]}, {59, Log[59]}, {60, Log[60]},
  {61, Log[61]}, {62, Log[62]}, {63, Log[63]}, {64, Log[64]}, {65, Log[65]},
  {66, Log[66]}, {67, Log[67]}, {68, Log[68]}, {69, Log[69]}, {70, Log[70]},
  {71, Log[71]}, {72, Log[72]}, {73, Log[73]}, {74, Log[74]}, {75, Log[75]},
  {76, Log[76]}, {77, Log[77]}, {78, Log[78]}, {79, Log[79]}, {80, Log[80]},
  {81, Log[81]}, {82, Log[82]}, {83, Log[83]}, {84, Log[84]}, {85, Log[85]},
  {86, Log[86]}, {87, Log[87]}, {88, Log[88]}, {89, Log[89]}, {90, Log[90]},
  {91, Log[91]}, {92, Log[92]}, {93, Log[93]}, {94, Log[94]}, {95, Log[95]},
  {96, Log[96]}, {97, Log[97]}, {98, Log[98]}, {99, Log[99]}, {100, Log[100]} }
```

8. Apéndice

8.1 Comandos Comunes

Capturas de imagen

- `CurrentImage[]` — Captura una imagen desde la cámara y devuelve un objeto `Image`.
- `FacialFeatures[imagen]` — Detecta y devuelve los rasgos faciales de una imagen.

Sistema y directorios

- `SetDirectory["path"]` — Cambia el directorio de trabajo.
- Sin argumentos abre un selector o muestra el directorio actual.
- `Date[]` — Devuelve la fecha y hora actual del sistema.

Interactividad

- `Speak["texto"]` — Convierte texto a voz (requiere soporte de audio).
- `Button["etiqueta", acción]` — Crea un botón interactivo que ejecuta una acción al presionar.

Entidades (Knowledgebase)

- `Entity["Country", "Cod"]` — Representa un país en la base de conocimiento.
- `EntityValue[entidad, "Flag"]` — Extrae información asociada (ej. banderas).
- `EntityList[EntityClass["Planet", All]]` — Lista todas las entidades de tipo planeta.

Magnitudes y conversiones

- `Quantity[v, "Units"]` — Representa magnitudes físicas con unidades.
- `UnitConvert[Quantity[...], u1], u2]` — Convierte entre unidades compatibles.
- `UnitSimplify[Quantity[...]]` — Simplifica una expresión con unidades.
- `CurrencyConvert[Quantity[x, "From"], Quantity[1, "To"]]` — Conversión monetaria (requiere conectividad).

Listas

- `Clear[símbolo]` — Limpia la definición de un símbolo.
- `Range[n]` — Genera una lista del 1 al n.
- `Join[list1, list2, ...]` — Une listas.
- `Reverse[list]` — Invierte una lista.
- `MemberQ[list, elem]` — Verifica si un elemento está en la lista.
- `Sort[list]` — Ordena los elementos.
- `Length[list]` — Devuelve la longitud de la lista.
- `Total[list]` — Suma los elementos de la lista.

- `Count[list, patrón]` — Cuenta cuántos elementos cumplen un patrón.
- `First[list]`, `Last[list]` — Extrae el primer o último elemento.

Gráficas

- `ListPlot[list]` — Representa gráficamente valores de una lista.
- `BarChart[list]`, `BarChart3D[list]` — Barras en 2D/3D.
- `PieChart[list]`, `PieChart3D[list]` — Gráficos de pastel en 2D/3D.
- `NumberLinePlot[list]` — Marca valores en una recta numérica.
- `Column[{...}]` — Organiza elementos en columna.

Funciones matemáticas

- `Cos[x]`, `Sin[x]`, `Tan[x]`, `Sec[x]`, `Csc[x]`, `Cot[x]` — Funciones trigonométricas.
- `ArcSin[x]`, `ArcCos[x]`, `ArcTan[x]`, `ArcSec[x]`, `ArcCsc[x]`, `ArcCot[x]` — Funciones trigonométricas inversas.
- `Plot[expr, {x, a, b}]` — Grafica una función en un intervalo.
- `Show[graf1, graf2, ...]` — Superpone gráficos, permite etiquetas.
- `N[expr]` — Evalúa en forma numérica (decimal). Ej.: `N[10/3] → 3.3333`.
- `%` — Hace referencia a la salida anterior.

Números y dígitos

- `IntegerDigits[n]` — Devuelve los dígitos de un número en lista.
- `Min[list]`, `Max[list]` — Extrae el mínimo o máximo de una lista.
- `RandomInteger[n]` — Genera un entero aleatorio.

Estilos y colores

- `RandomColor[]` — Genera un color aleatorio.
- `Style[expr, opts]` — Cambia estilo de un objeto (color, tamaño, etc.).
- `RGBColor[{r, g, b}]`, `Hue[h]`, `Blend[{c1, c2}]`, `ColorNegate[c]` — Definición y manipulación de colores.

■ Notas adicionales

- Cuando se suman o combinan **Quantity** con diferentes unidades, Mathematica intenta convertir automáticamente al sistema más coherente.
- `N` es muy útil para obtener valores decimales en lugar de fracciones exactas.
- La variable `%` guarda el último output y se puede encadenar en cálculos.