Einführung
in die logische Programmierung

Aufgabenblock I

Aufgabe 1

Schreiben Sie ein Prolog-Programm, das die Wohlgeformtheit von aussagenlogischen Formeln prüft. Legen Sie folgende Definition von Wohlgeformtheit zu Grunde:

a. Ein Prologatom (Atom) ist eine wohlgeformte Formel (wff)
b. Wenn U und V wffs sind dann sind auch folgende Formel wffs:
   neg(U), and(U,V), or(U,V), imp(U,V), eq(U,V), xor(U,V), nand(U,V), nor(U,V)
c. Keine weitere Formel sind wffs, d.h.: nur die Formel die nach Regeln a.-c. konstruierbar sind, gelten als wff.

Aufgabe 2

Schreibe ein Prolog-Programm, das prüft, ob eine aussagenlogische Formel (d.h. eine Formel konstruierbar nur nach regeln a.- c. aus der vorigen Aufgabe) erfüllbar ist. Eine Formel ist erfüllbar, wenn es eine boolesche Wertebelegung seiner Atome gibt, die die Gesamtformel zu Wahr evaluieren lässt. So ist z.B. die Formel and(p,q) erfüllbar (wenn p=wahr und q=wahr), aber die Formel and(p,neg(p)) ist es nicht. Generell sind Tautologien und Kontingenzen erfüllbar, aber Kontradiktionen sind es nicht (Kontradiktion lässt sich mittels Nicht-Erfüllbarkeit definieren). Idealerweise gibt Ihr Programm im Falle des Erfolgs (Formel ist erfüllbar) eine konkrete Wertbelegung der in der Formel enthaltenen Atome. Oder noch besser: Eine Liste mit sämtlichen alternativen Wertebelegungen (d.h. alle mögliche Lösungen).

Aufgabe 3

Schreibe ein Prolog Programm, das aussagenlogische Formeln (d.h. Formel konstruierbar nur nach regeln a. und c. aus Aufgabe 1) zu Konjunktivnormalform (Conjunctive Normal Form, CNF) umformt.

Hier ist eine Beschreibung des Umformungsprozesses für Aussagenlogik (α, β und γ stehen für aussagenlogische Formel):

1. Eliminiere Äquivalenz und Implikation:
   a. Eliminiere ⇔: ersetze α ⇔ β durch (α ⇒ β) ∧ (β ⇒ α).
   b. Eliminiere ⇒, ersetze α ⇒ β durch ¬α ∨ β.
2. Bringe ¬ nach innen:
   a. Ersetze ¬(α ∨ β) durch ¬α ∧ ¬β,
   b. Ersetze ¬(α ∧ β) durch ¬α ∨ ¬β,
   c. Ersetze ¬¬α durch α.
3. Distribuiere ∧ über ∨:
   a. Ersetze (α ∧ β) ∨ γ durch (α ∨ γ) ∧ (β ∨ γ)
   b. Ersetze α ∨ (β ∧ γ) durch (α ∨ β) ∧ (α ∨ γ)

Aufgabe 4

Schreibe ein Prolog Programm, das aussagenlogische Formeln zu einer Liste von Definite Clauses (Prolog Klauseln) umformt, und nur fails, wenn dies logisch nicht möglich ist.