

Štátne skúšky DAV 2026

Obsahová náplň štátnej skúšky (podľa informačného listu):

Základy diskrétnej matematiky, matematickej analýzy, algebry, pravdepodobnosti a štatistiky.

Programovanie. Tvorba a analýza algoritmov a dátových štruktúr. Metódy dátovej vedy.

Podrobný sylabus:

Diskrétna matematika

1. **Základy matematickej logiky** [logické operácie, formuly, výrokové funkcie, kvantifikácia výrokov, tautológia, spor]
2. **Matematický dôkaz** [logický dôsledok, základné typy matematických dôkazov]
3. **Intuitívny pojem množiny** [základné pojmy a označenia, množinové operácie, množinové identity, potenčná množina]
4. **Karteziánsky súčin množín** [usporiadaná dvojica, karteziánsky súčin dvoch a viacerých množín, množinové identity s karteziánskym súčinom, použitie karteziánskeho súčinu]
5. **Relácie** [skladanie relácií, inverzná relácia, relácie na množinách, relácia ekvivalencie, rozklad množiny, tranzitívny uzáver relácie, reflexívno-tranzitívny uzáver – definície, vlastnosti]
6. **Usporiadania** [definícia čiastočného a úplného usporiadania množiny, ostré a neostré usporiadanie, minimálny, maximálny, prvy (najmenší) a posledný (najväčší) prvk množiny, lexikografické usporiadanie karteziánskeho súčinu]
7. **Zobrazenia** [definícia pomocou relácií, injektívne, surjektívne a bijektívne zobrazenia a ich skladanie]
8. **Spočítateľné a nespočítateľné množiny** [konečné a nekonečné množiny, zjednotenie a karteziánsky súčin spočítateľných množín, existencia nespočítateľných množín, znenie Cantor-Bernsteinovej vety, Cantorova diagonálna metóda]
9. **Prirodzené čísla a matematická indukcia, Dirichletov princíp** [dôkaz matematickou indukciou, využitie Dirichletovho princípu pri riešení optimalizačných úloh]
10. **Základné pravidlá kombinatorického počítania** [pravidlo súčtu, súčinu, umocnenia, počítanie prvkov množiny dvoma spôsobmi]
11. **Variácie a enumerácia zobrazení** [variácie s opakováním a bez opakovania, permutácie, určenie ich počtu]
12. **Kombinácie a enumerácia podmnožín** [kombinácie bez opakovania a s opakováním a určenie ich počtu, príklady kombinácií s opakovaniami]
13. **Binomická a polynomická veta** [znenie a dôkaz, dôsledky]
14. **Rovnosti a nerovnosti s kombinačnými číslami** [identity zahŕňajúce kombinačné čísla, metódy dokazovania identít]
15. **Princíp zapojenia a vypojenia** [formulácia, dôkaz a aplikácie, enumerácia surjektívnych zobrazení, počet permutácií bez pevných bodov]

Matematická analýza

1. **Funkcia** [pojem funkcie, inverzná funkcia, skladanie funkcií, párne a nepárne funkcie, základné elementárne funkcie a ich vlastnosti]
2. **Limita funkcie** [limita funkcie v nekonečne a v konečnom bode, pojem limity, pojem spojitej funkcie, veta o strednej hodnote, číslo e, limita $\sin x/x$ v nule]
3. **Komplexné čísla** [vlastnosti komplexných čísel, polárny a exponenciálny zápis, logaritmus komplexného čísla, Moivrova veta, odmocniny komplexných čísel, trigonometrické identity pomocou komplexných čísel]
4. **Derivácia** [definícia derivácie a jej geometrická interpretácia, derivácie rôznych typov elementárnych funkcií, pravidla pre deriváciu súčtu, podielu a zloženia funkcií, derivácia inverznej funkcie, derivácia implicitnej funkcie, geometrická interpretácia druhej derivácie]
5. **Aplikácie derivácií** [L'Hospitalovo pravidlo, Newton-Raphsonova metóda hľadania koreňov, hľadanie maximá a minimá funkcií jednej premennej, vyšetrovanie priebehu funkcie]
6. **Geometria derivácií** [rovnica priamky, tangenciálne a normálové priamky, kolmosť vektorov, krivosť, stred krivosti, lineárna aproximácia]
7. **Neurčitý integrál** [integrál ako inverzny proces k derivovaniu, primitívna funkcia (antiderivácia), integrály jednoduchých elementárnych funkcií, metóda parciálnych zlomkov, integrácia per partes, univerzálne trigonometrické substitúcie]
8. **Určitý (Riemannov) integrál** [integrál ako plocha pod krivkou, Leibnitzov vzorec, výpočet jednoduchých obsahov pod krivkou, horný, dolný, ľavý, pravý a všeobecný integrálny súčet, určitý integrál ako limita integrálnych súčtov, nevlastný integrál]
9. **Číselné postupnosti a rady** [rekurentne definované postupnosti, limita postupnosti, geometrické a mocninové rady, pojem konvergentného a divergentného radu, nutná podmienka konvergencie radu. porovnávanie (Weierstrassovo) kritérium. D'Alambertovo a Cauchyho kritérium, integrálne kritérium, relatívna a absolútна konvergencia]
10. **Taylorov rad** [rozvoj funkcie do radu, MacLaurinov rad, interval konvergencie, výpočet približných hodnôt funkcií, dôkaz L'Hospitalovo pravidla pomocou Taylorovho radu, Taylorova veta o aproximácii a veta zvyšku Taylorovho radu, približný výpočet určitého integrálu, numerické integrovanie pomocou Taylorovho rozvoja, Simpsonovo pravidlo]
11. **Parciálne derivácie** [Parciálne derivácie, pojem gradientu a divergencie, Taylorov rozvoj funkcie viacerých premenných]
12. **Optimalizácia pomocou diferenciálneho počtu** [Maximum a minimum funkcie viacerých premenných, sedlový bod, Lagrangeova metóda na hľadanie viazaných extrémov]
13. **Fourierove rady** [Ortogonalita sínusov a kosínusov, definícia a výpočet Fourierovho radu, Gibbsov fenomén, Fourierov rad párnej a nepárnej funkcie]
14. **Fourierova transformácia** [Motivácia a odvodenie cez komplexný Fourierov rad, inverzná Fourierova transformácia, základné vlastnosti - linearita, frekvenčný posun, škálovanie času, derivovanie, konvolučná veta]
15. **Dynamické systémy** [Dynamický systém v 1D a 2D, fázový diagram, ekvilibrium a jeho stabilita]
16. **Obyčajné diferenciálne rovnice** [Riešenie ODR pomocou priamej integrácie, separácie premenných, riešenie lineárnych ODR prvého a druhého rádu homogénnych aj nehomogénnych]

Algebra

1. **Vektorové priestory** [priestor, podpriestor, lineárna závislosť, báza a dimenzia, Steinitzova veta, súčty a prieniky podpriestorov, Grassmannova veta],
2. **Lineárne zobrazenia** [lineárne zobrazenia, kompozícia lineárnych zobrazení, inverzné lineárne zobrazenia, matica lineárneho zobrazenia, jadro a obraz lineárneho zobrazenia, matica lineárneho zobrazenia vzhľadom na bázu, injektívne a surjektívne lineárne zobrazenia]
3. **Matice a riešenia lineárnych rovníc** [matice, operácie s maticami (násobenie, sčítanie), elementárne riadkové operácie, trojuholníkový a redukovaný trojuholníkový tvar matice, hodnosť matice, systémy lineárnych rovníc, množina riešení homogénnych a nehomogénnych systémov lineárnych rovníc, existencia a štruktúra množiny riešení]
4. **Determinanty** [determinant matice, vlastnosti determinantov, výpočet determinantu, použitie determinantov pri riešení lineárnych systémov a hľadaní inverznej matice, charakteristický polynom a jeho vlastnosti]
5. **Podobnosť matíc** [zmena súradníc, matica prechodu, podobnosť matíc/konjugácia, nutné podmienky podobnosti, vlastné hodnoty, vlastné vektory, diagonálny tvar matice]
6. **Základy algebry** [grupy, podgrupy, rozklad grupy podľa podgrupy, rád grupy, rád prvku, Lagrangeova veta, polia, okruhy, grupa automorfizmov vektorového priestoru, symetrická a alternujúca grupa]
7. **Euklidovské a affiné priestory** [dĺžka vektora, skalárny súčin, ortogonalita, uhly, ortogonálny doplnok, vzťah medzi dimensiou priestoru a dimensiou jeho ortogonálneho doplnku, Gram-Schmidtova ortogonalizácia, vzdialenosť medzi podpriestormi, projekcie]

Pravdepodobnosť a Štatistika

(predmety Základy pravdepodobnosti a Štatistiky, Štatistické metódy)

1. **Pravdepodobnostný model** (sigma algebra, pravdepodobnostná miera, princíp inklúzie-exklúzie)
2. **Podmieňovanie a nezávislosť udalostí** (veta o úplnej pravdepodobnosti, Bayesova veta, združená nezávislosť udalostí, binomická a multinomická formula)
3. **Diskrétné náhodné premenné** (distribučná funkcia, stredná hodnota, rozptyl, binomické, Poissonovo a geometrické rozdelenie)
4. **Spojité náhodné premenné** (distribučná funkcia, hustota, stredná hodnota, rozptyl, rovnomerné, exponenciálne a normálne rozdelenie)
5. **Zákon veľkých čísel a limitné vety** (Markovova a Čebyševova nerovnosť, slabý zákon veľkých čísel, centrálna limitná veta)
6. **Náhodné vektory** (distribučná funkcia, nezávislosť náhodných premenných, kovariancia, korelačný koeficient, stredná hodnota, multinomické a viacrozmerné normálne rozdelenie)
7. Studentove t-testy pre 1 súbor, 2 súbory a párové dátá. F-test rovnosti disperzií.

8. Intervaly spoločahlivosti pre strednú hodnotu a vzťah k testom o strednej hodnote. Bonferroniho korekcia.
9. Pravdepodobnosť chyby 1. druhu. Silofunkcia testu a čo na ňu vplýva. Rovnomerne najsilnejšie testy.
10. Testy pomerom vieročnosti pre jednoduché i zložené hypotézy a ich sila.
11. Meranie kvality odhadov. Cramér-Raova nerovnosť. Najlepší odhad strednej hodnoty.
12. Odhad metódou maximálnej vieročnosti a jeho asymptotické vlastnosti. Waldov test.

Tvorba a analýza algoritmov a dátových štruktúr

(predmety Programovanie, Algoritmy a dátové štruktúry, Tvorba efektívnych algoritmov)

1. **Analýza časovej zložitosti algoritmov.** (Definícia časovej zložitosti. O-notácia. Odhad časovej zložitosti rekurzívnych algoritmov používajúcich metódu rozdeľ a panuj.)
2. **Algoritmy pre triedenie.** (Efektívne algoritmy triedenia porovnávaním. Triedenie v lineárnom čase. Dolný odhad časovej zložitosti každého triedenia porovnávaním.)
3. **Dátové štruktúry v poli.** (Pole s dynamickou veľkosťou – vektor. Zásobník, fronta. Binárna halda a implementácia prioritnej fronty pomocou nej.)
4. **Usporiadane dátové štruktúry.** (Binárne vyhľadávacie stromy. Usporiadaná množina, usporiadane asociatívne pole – slovník. Vyvažovanie binárnych stromov.)
5. **Hešovanie.** (Kolízie a rôzne spôsoby ich riešenia. Narodeninový paradox. Množina, asociatívne pole.)
6. **Základné grafové algoritmy.** (Reprezentácie grafu v pamäti. Prehľadávanie do hĺbky a do šírky. Topologické triedenie.)
7. **Najkratšie cesty v grafe.** (Dijkstrov algoritmus, Floydov-Warshallov algoritmus.)
8. **Najlacnejšia kostra grafu.** (Algoritmus Union-FindSet. Kruskalov algoritmus.)
9. **Násobenie matíc.** (Naivný algoritmus. Strassenov algoritmus. Efektívne umocňovanie matice.)
10. **Dynamické programovanie** (Konkrétne príklady použitia. Charakterizácia problémov riešiteľných dynamickým programovaním. Porovnanie iteratívneho prístupu a rekurzie s memoizáciou.)
11. **Ďalšie princípy tvorby efektívnych algoritmov.** (Rozdeľuj a panuj, pažravé algoritmy, voľba vhodnej dátovej štruktúry. Konkrétnie príklady použitia.)
12. **Algoritmy na analýzu textu.** (Písmenkový strom. Algoritmus KMP.)

Lineárne programovanie a metódy voľnej optimalizácie

1. **Lineárne programovanie** (polyedrické množiny a geometrický prístup k riešeniam úloh lineárneho programovania, transformácie úloh a formulovanie praktických problémov v tvare LP)
2. **Metódy riešenia úloh lineárneho programovania** (pojem bázického riešenia a súvis s krajnými bodmi množiny prípustných riešení, Simplexová metóda)

3. **Teória duality v lineárnom programovaní** (vety o dualite a komplementarite, aplikácie a interpretácia)
4. **Gradientná metóda s optimálnym krokom** – iteračná schéma, definícia smeru a optimálneho kroku, vlastnosti smerov a konvergenčné vlastnosti metódy aplikovanej na rýdzo konvexnú kvadratickú funkciu.
5. **Newtonova metóda** – jednorozmerný a viacrozmerný prípad, iteračná schéma a hlavná myšlienka Newtonovského smeru, konvergenčné vlastnosti metódy, nevýhody a možné modifikácie.
6. **Kvázinewtonovské metódy** – priamy a nepriamy prístup, iteračná schéma, definícia smeru a dĺžky kroku, nepriama DFP, BFGS a SR1 metóda, výhody oproti priamym metódam a Newtonovej metóde, konvergenčné vlastnosti metód aplikovaných na rýdzo konvexnú kvadratickú funkciu.

Databázy

1. **Jazyk SQL** [dotazy, join, antijoin, vyjadrenie negácie, všeobecného kvantifikátora a rovnosti množín, agregácia, CTE, rekurzia, DDL, DML]
2. **Výpočet dotazov v relačnom modeli** [relačná algebra, fyzické operátory (podrobne merge sort a hash join), plán výpočtu dotazu, základné princípy optimalizácie výpočtu dotazu (rozdiely oproti bežnej algoritmickej zložitosti), využitie indexov (B-tree, hash index)]
3. **Teória navrhovania a normálne formy** [atribúty, funkčné závislosti, uzáver a pokrytie množiny funkčných závislostí, kľúče a nadkľúče, 3NF, BCNF, bezstratovosť dekompozície a zachovanie funkčných závislostí, redundancia a súvisiace anomálie, entitno-relačný model]

Princípy dátovej vedy

(predmety Princípy dátovej vedy, Veda o sieťach)

1. **Metódy redukcie dimenzionality** (metóda PCA a jej geometria, súvis s vlastnými číslami a vlastnými vektormi matíc, interpretácia vlastných vektorov)
2. **Pravdepodobnostné rozdelenia** (binomické, Poissonovo, Gaussovské normálne, Paretovo - ich predpisy, kedy ich používať a aké majú vlastnosti; Erdos-Polzov a Barabasi-Albertov model náhodných grafov).
3. **Korelácia vs. kauzalita** (kovariancia náhodných premenných, Pearsonov a Spearmanov korelačný koeficient, súvislosť s nezávislosťou náhodných premenných, testy korelácie dát, rozdiely medzi koreláciou a kauzalitou, demonštrácia na konkrétnych príkladoch)
4. **Lineárna regresia** (čo je lineárna regresia a na čo je dobrá, vektorový/maticový zápis, metóda najmenších štvorcov a geometria lineárnej regresie, transformácie premenných a kategorické premenné)
5. **Kvalita predikčných modelov** (podučenie a preučenie; trénovacia, validačná a testovacia vzorka; krosvalidácia; metriky kvality predikčných modelov - accuracy apod.)
6. **Zhlukovanie dát** (zhlukovanie pomocou metódy k-means, hierarchické zhlukovanie)

7. **Základné metódy klasifikačnej analýzy** (logistická regresia, metóda najbližších susedov, rozhodovacie stromy, náhodné lesy, bagging a boosting)
8. **Základy neurónových sietí** (sieť bez skrytej vrstvy a porovnanie s logistickou regresiou, pridanie skrytých vrstiev, aktivačné funkcie, trénovanie neurónovej siete a stochastic gradient descent, aplikácie)
9. **Pravdepodobnostné modelovanie** (modelovanie pomocou Bayesovských sietí, inferencia v Bayesovských sieťach, naivný Bayesovský klasifikátor, aplikácie)
10. **Metódy spracovania veľkých dát** (použitie sumárnych štatistik, vzorkovanie, cloudové počítanie)
11. **Štatistická charakterizácia sietí** (rozdelenie stupňa vrcholov, centrality blízkosti, prepojenosti, vlastnej hodnoty, tranzitivita, zhľukovosť, podobnosť, assortativita)
12. **Vlastnosti reálnych sietí** (komponenty súvislosti, fenomén malého sveta, rozdelenie stupňa vrcholov, centrality)
13. **Náhodné sietové modely** (Erdős-Rényi, vlastnosti gigantického komponentu a iné)