

Заняття 4

Рівняння теплопровідності з однорідними межевими умовами

Задача № 4.1

Одну і ту ж функцію, наприклад $f(x) = \alpha x$, можна представити на проміжку $0 \leq x \leq l$ узагальненим рядом Фур'є по кожній із систем власних функцій чотирьох задач Штурма-Ліувілля, одержаних у задачах 1.1, 1.2, 1.3, 2.1. Користуючись явним виглядом власних функцій і не обчислюючи коефіцієнтів рядів, дайте відповіді на такі запитання.

1. Який вигляд матиме графік суми кожного з таких рядів на всій числовій осі? Якою є парність суми ряду відносно точок $x = nl$, де n – ціле число, і як це пов'язано з виглядом крайових умов задачі Штурма-Ліувілля?
2. Покажіть, що кожний з рядів є частинним випадком класичного тригонометричного ряду Фур'є, сума якого є періодичною функцією. Які саме періоди відповідають кожному з рядів? Яка саме частина повного тригонометричного базису використовується в кожному з розкладань, а які коефіцієнти Фур'є дорівнюють нулю і чому?
3. Як пов'язаний характер збіжності вказаних рядів з крайовими умовами, які задовольняє функція $f(x)$ у точках $x = 0, l$? Чи дорівнює сума ряду Фур'є функції $f(x)$ на відкритому проміжку $0 < x < l$? на закритому проміжку $0 \leq x \leq l$?

Розв'язок

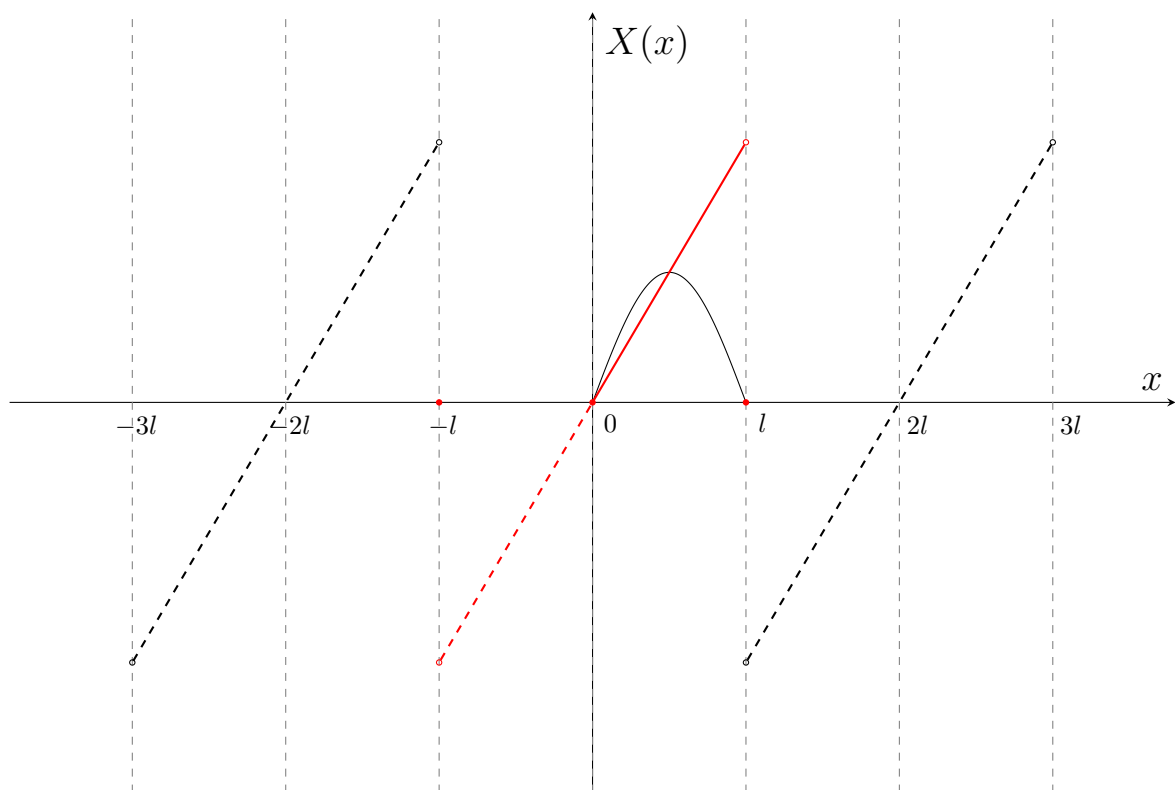


Рис. 4.1: Розклад по системі власних функцій із задачі 1.1