

## 0.0.1 Еволюційні задачі з неоднорідним рівнянням або неоднорідними межовими умовами: стаціонарні неоднорідності

### Задача №3

У стержні довжиною  $l$  з непроникною бічною поверхнею відбувається дифузія частинок (коефіцієнт дифузії  $D$ ), що мають час життя  $\tau$ . Через правий кінець всередину стержня подається постійний потік частинок  $I_0$ . Знайти стаціонарний розподіл концентрації та розв'язок, що задовольняє нульову початкову умову, якщо через лівий кінець частинки вільно виходять назовні й назад не вертаються. Знайти вигляд стаціонарного розв'язку в граничних випадках великих і малих  $\tau$  та нарисувати графіки. Указівка. Рівняння дифузії частинок зі скінченим часом життя має вигляд:  $u_t = Du_{xx} - u/\tau$ . Його зручно переписати через так звану довжину дифузійного зміщення  $L = \sqrt{D\tau}$ :

$$\tau u_t = L^2 u_{xx} - u$$

Величина  $L$  має смисл характерної відстані, на яку частинки встигають зміститися (в середньому) за час свого життя. «Великі» й «малі»  $\tau$  означають у дійсності  $L \gg l$  і  $L \ll l$  відповідно. Останній випадок фактично означає перехід до наближення півнескінченного стержня  $-\infty < x \leq l$