

### 0.0.1 Вільні коливання поля в резонаторі для заданих початкових умов. Ряд Фур'є по системі ортогональних функцій.

#### Задача №3

Знайти коливання струни завдовжки  $0 \leq x \leq l$  із закріпленими кінцями, якщо початкове відхилення  $\varphi(x) = hx/l$ , а початкова швидкість  $\psi(x) = \nu_0$ . Обчислити інтеграл ортогональності власних функцій і знайти квадрат норми. Чи є рух струни періодичним (тобто повторюється початковий стан струни через деякий проміжок часу?) Чи буде рух періодичним, якщо він описується рівнянням  $u_{tt} = v^2 u_{xx} - \omega_0^2 u$

#### Розв'язок

Формальна постановка задачі:

$$\left\{ \begin{array}{l} u = u(x, t), \\ u_{tt} = v^2 u_{xx}, \\ 0 \leq x \leq l, t \in \mathbb{R}, \\ u(0, t) = u(l, t) = 0, \\ u(x, 0) = \varphi(x) = \frac{hx}{l}, \\ u_t(x, 0) = \psi(x) = \nu_0. \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{початкові умови задають} \\ \text{— механічний стан} \\ \text{системи при } t = 0 \end{array} \quad (1)$$