

**Министерство образования и науки Российской Федерации**

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р3340

**Лабораторная работа №10**  
**“Исследование математической модели**  
**электро механического объекта управления”**  
Вариант - 5

Выполнил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

Проверил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_г. Санкт-Петербург, 20\_\_г.

Работа выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты "\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_г.

**Цель работы.** Изучение математических моделей и исследование характеристик электромеханического объекта управления, построенного на основе электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения.

**Исходные данные:** Представлены в таблице 1

Таблица 1 – Исходные данные

$U_H$ , В	$n_0$ , об/мин	$I_H$ , А	$M_H$ , Нм	$R$ , Ом	$T_{я}$ , мс	$J_d$ , кг·м <sup>2</sup>	$T_y$ , мс	$i_p$	$J_m$ , кг·м <sup>2</sup>
120	6000	21	4	0.53	8	$1.9 \cdot 10^{-3}$	8	40	5.75

Расчет необходимых параметров модели:

$$J_p = 0.2 \cdot J_d = 3.8 \cdot 10^{-4} \quad (1)$$

$$w_0 = n_0 \cdot \frac{2\pi}{60} = 628 \quad (2)$$

$$k_e = \frac{U_H}{w_0} = 0.191 \quad (3)$$

$$k_m = \frac{M_H}{I_H} = 0.1905 \quad (4)$$

$$J_\Sigma = J_d + J_p + \frac{J_m}{i_p^2} = 0.0059 \quad (5)$$

$$K_y = \frac{U_H}{U_m} = 12 \quad (6)$$

$$K = \frac{K_y}{k_e \cdot i_p} = 1.57 \quad (7)$$

$$K_f = \frac{R}{k_m \cdot k_e \cdot i_p^2} = 0.0091 \quad (8)$$

$$T_M = \frac{R \cdot J_\Sigma}{k_m \cdot k_e} = 0.085 \quad (9)$$

Коэффициенты передачи измерительных устройств:

$$K_u = 0.1667 \quad (10)$$

$$K_i = 0.1119 \quad (11)$$

$$K_w = 0.0318 \quad (12)$$

$$K_\alpha = 1.4047 \quad (13)$$

## 1 Исследование полной математической модели ЭМО

Схема моделирования представлена на рисунке 1

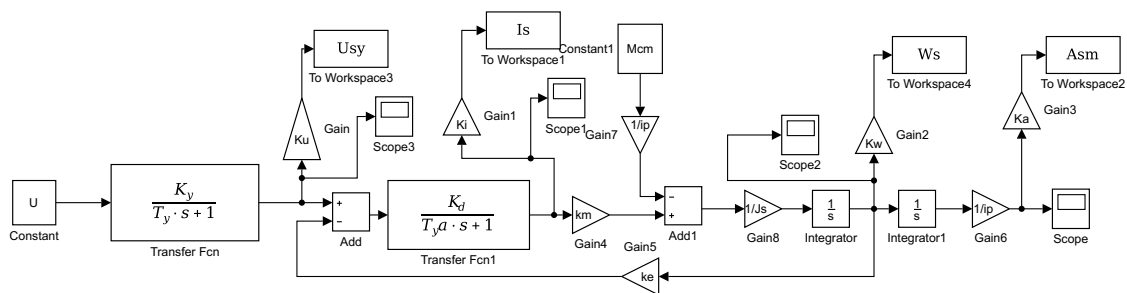


Рисунок 1 – Схема моделирования

Графики переходных процессов при  $U = 5$  и  $M_{\text{см}} = 0$  представлены на рисунке 2

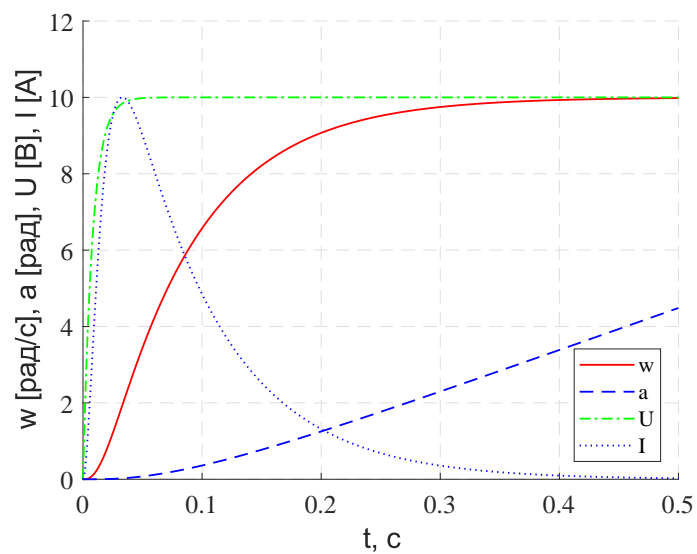


Рисунок 2 – Переходные процессы

## 1.1 Исследование влияния момента сопротивления $M_{cm}$ на вид переходных процессов

Графики переходных процессов при различных  $M_{cm}$  для каждого из исследуемых значений представлены на рисунке 3

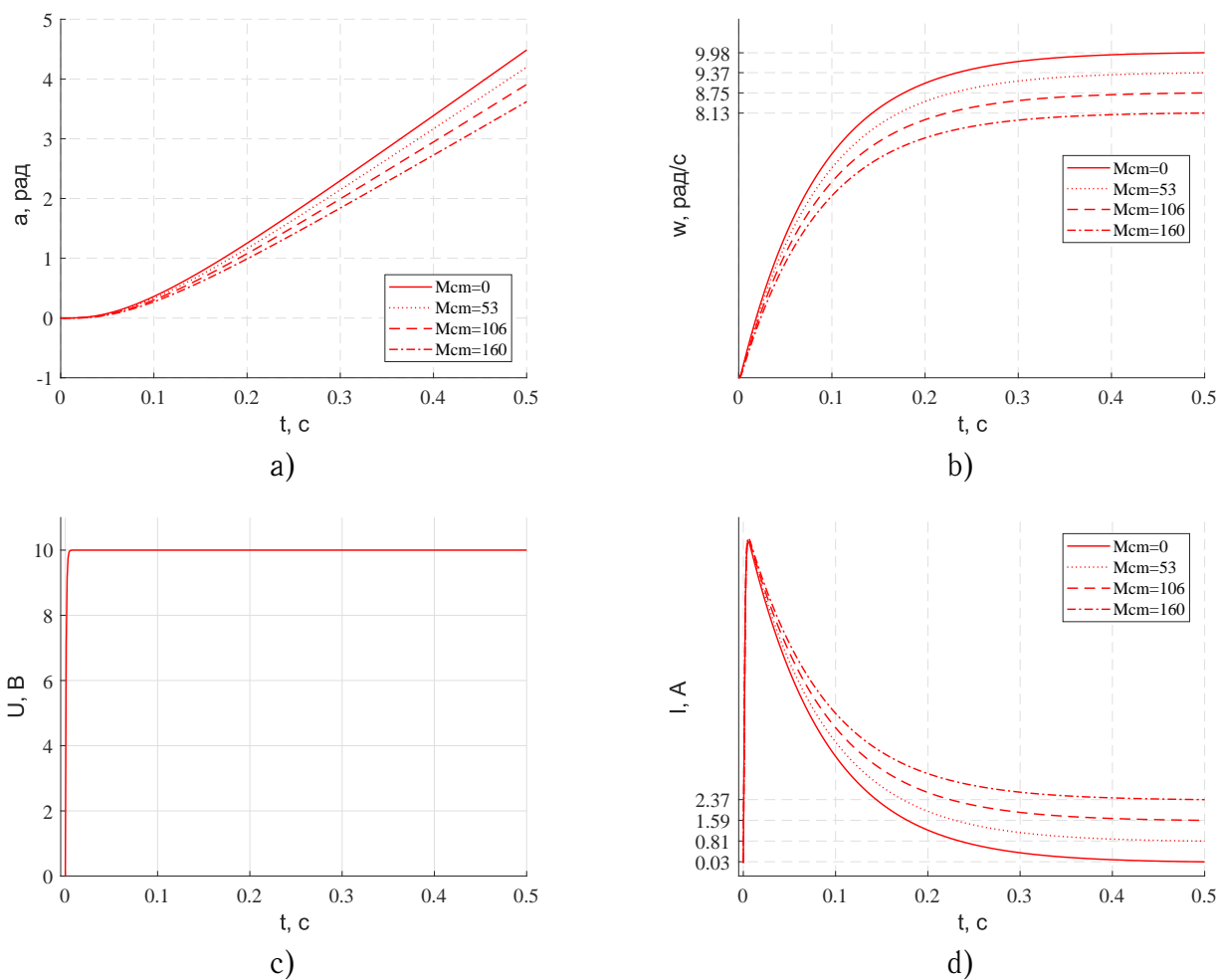


Рисунок 3 – Переходные процессы: а) угол поворота, б) скорость вращения, в) напряжение, д) сила тока

Рассчитаем значения времени переходного процесса  $t_{\text{п}}$  и установившееся значение при различных  $M_{\text{см}}$  для  $w$  и  $I$ . Результаты представлены в таблице 2

Таблица 2 – Данные моделирования

$M_{\text{см}}, \text{ Нм}$	$t_{\text{п}}, \text{ с}$		Установившееся значение	
	$w$	$I$	$w$	$I$
0	0.25	0.5	9.98	0.03
53	0.25	0.43	9.36	0.8
106	0.25	0.39	8.75	1.6
160	0.25	0.36	8.13	2.37

## 1.2 Исследование влияния момента инерции механизма $J_M$ на вид переходных процессов

Графики переходных процессов при различных  $J_M$  для каждого из исследуемых значений представлены на рисунке 4

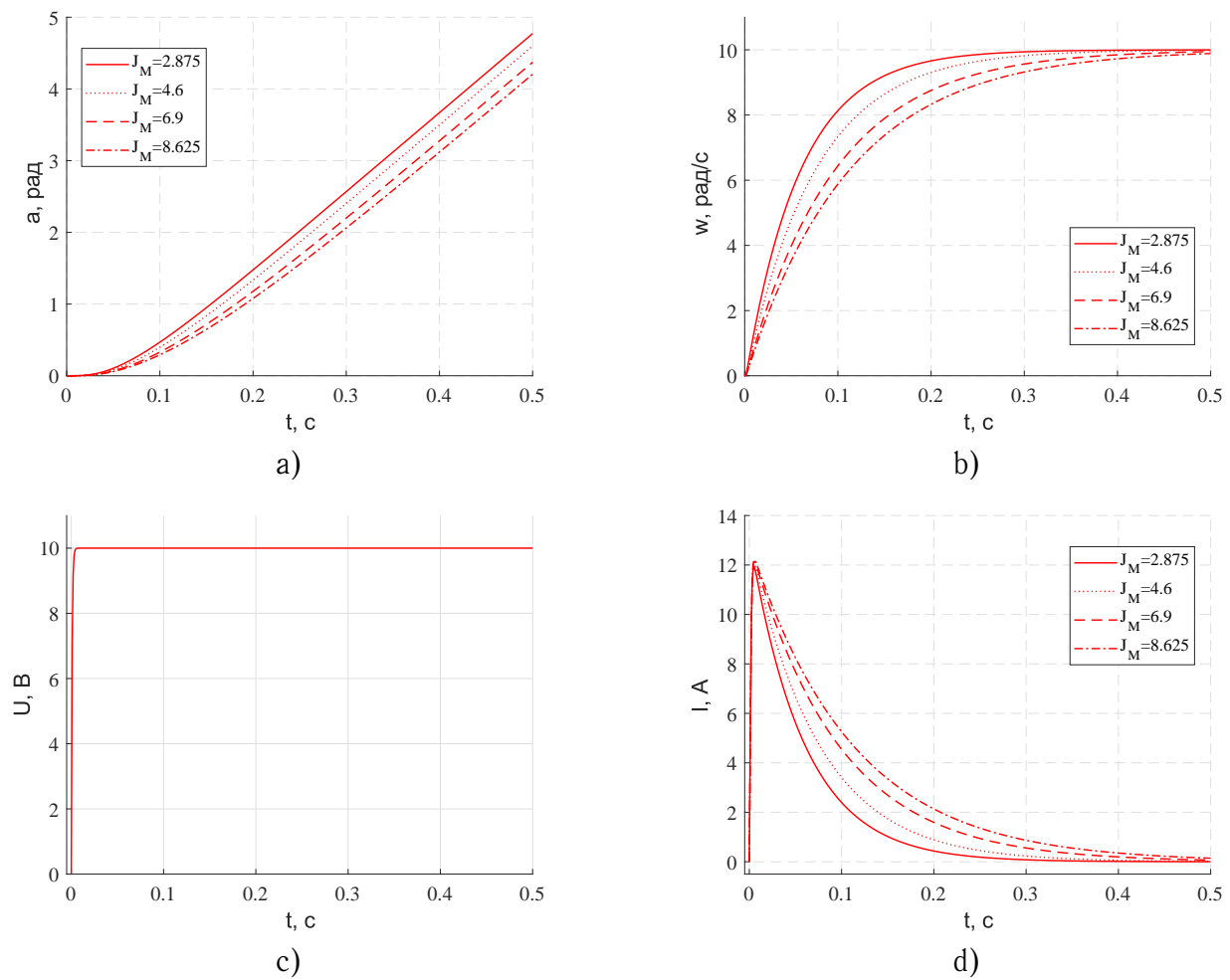


Рисунок 4 – Переходные процессы: а) угол поворота, б) скорость вращения, с) напряжение, д) сила тока

Рассчитаем значения времени переходного процесса  $t_{\pi}$  и установившееся значение при различных  $J_m$  для  $w$  и  $I$ . Результаты представлены в таблице 3

Таблица 3 – Данные моделирования

$J_m, \text{ кг} \cdot \text{м}^2$	$t_{\pi}, \text{ с}$		Установившееся значение	
	$w$	$I$	$w$	$I$
2.875	0.17	0.49	9.99	0
4.6	0.22	0.49	9.99	0
6.9	0.27	0.49	9.96	0.06
8.625	0.31	0.49	9.13	0.12

### 1.3 Исследование влияния передаточного числа $i_p$ на вид переходных процессов при $M_{cm} = 0$ и $M_{cm} = 80$

При  $M_{cm} = 0$

Графики переходных процессов при различных  $i_p$  для каждого из исследуемых значений представлены на рисунке 5

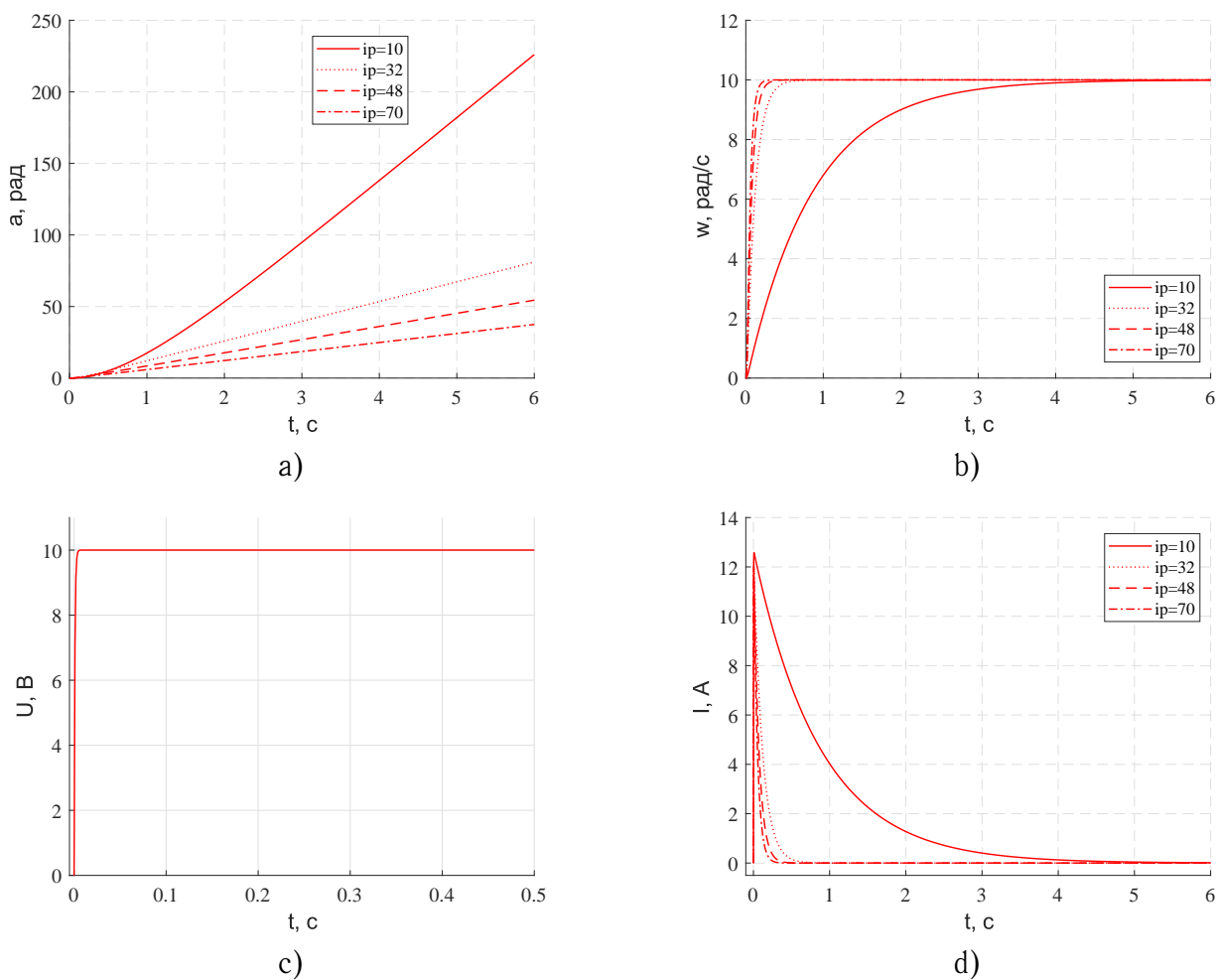


Рисунок 5 – Переходные процессы: а) угол поворота, б) скорость вращения, в) напряжение, г) сила тока



Рассчитаем значения времени переходного процесса  $t_{\pi}$  и установившееся значение при различных  $i_p$  для  $w$  и  $I$ . Результаты представлены в таблице 4

Таблица 4 – Данные моделирования

$i_p$	$t_{\pi}, \text{ с}$		Установившееся значение	
	$w$	$I$	$w$	$I$
10	2.58	5.95	10	0
32	0.34	3.45	10	0
48	0.2	2	10	0
70	0.14	1.37	10	0

При  $M_{cm} = 80$

Графики переходных процессов при различных  $i_p$  для каждого из исследуемых значений представлены на рисунках 6, 7 и 8

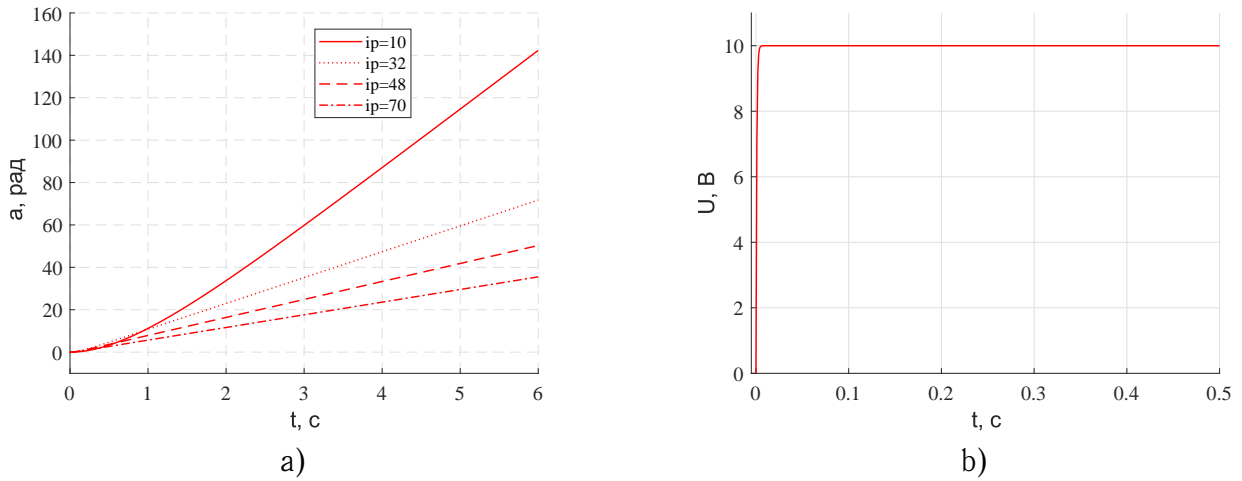


Рисунок 6 – Переходные процессы: а) угол поворота, б) напряжение

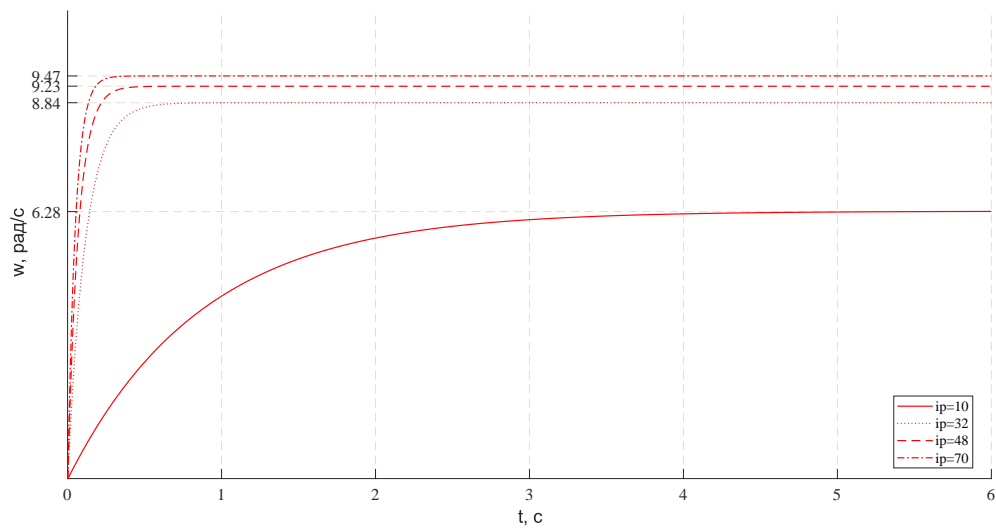


Рисунок 7 – Переходной процесс скорости

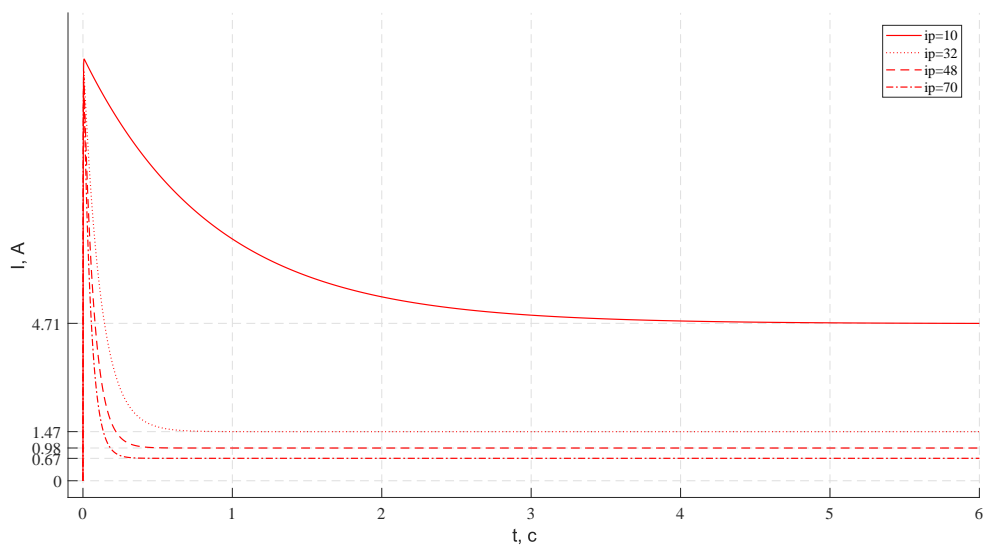


Рисунок 8 – Переходной процесс тока

Рассчитаем значения времени переходного процесса  $t_{\pi}$  и установившееся значение при различных  $i_p$  для  $w$  и  $I$ . Результаты представлены в таблице 5

Таблица 5 – Данные моделирования

$i_p$	$t_{\pi}, \text{ c}$		Установившееся значение	
	$w$	$I$	$w$	$I$
10	2.59	3	6.28	4.71
32	0.34	0.56	8.84	1.47
48	0.2	0.36	9.23	0.98
70	0.14	0.27	9.47	0.67

## 2 Исследование упрощенной математической модели ЭМО

Схема моделирования представлена на рисунке 9

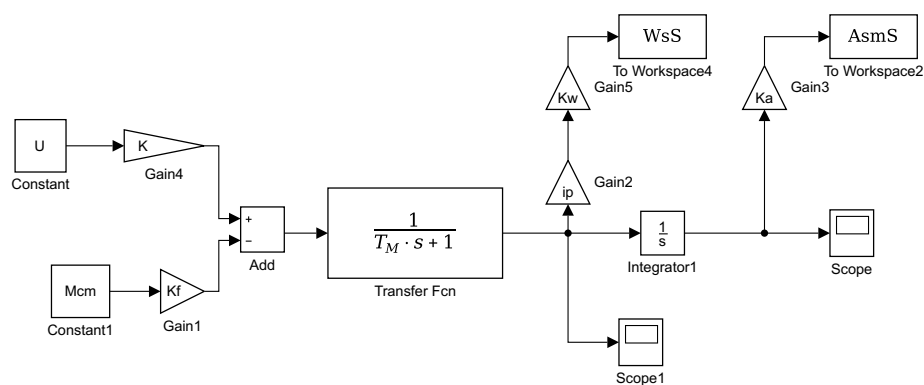


Рисунок 9 – Схема моделирования

Графики переходных процессов для  $w$  и  $\alpha$  при  $U = 5$  и  $M_{\text{см}} = 0$  для упрощенной модели и полной при различных значениях  $T_y$  и  $T_\gamma$  представлены на рисунках 10 и 11 соответственно.

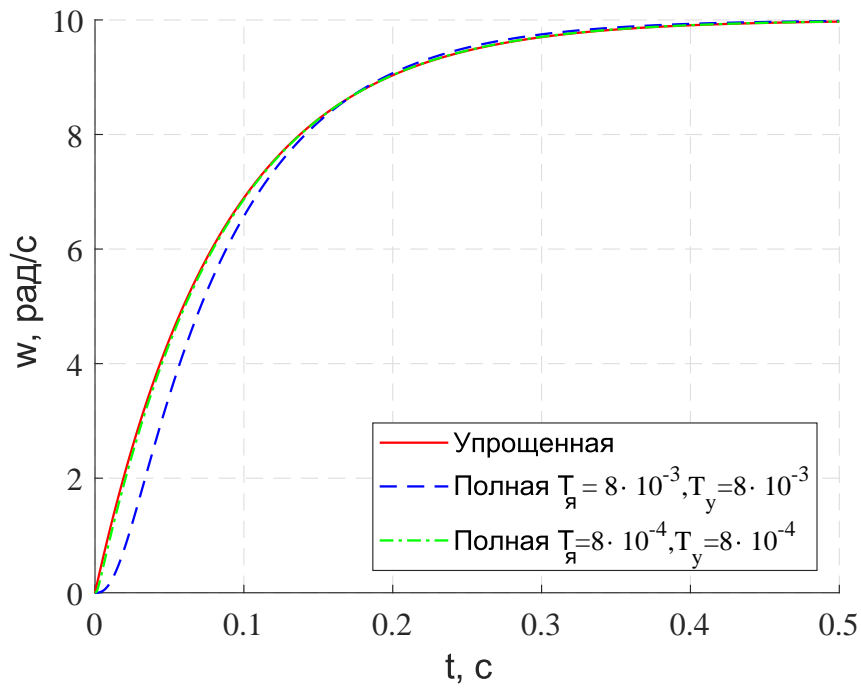


Рисунок 10 – Переходные процессы  $w$

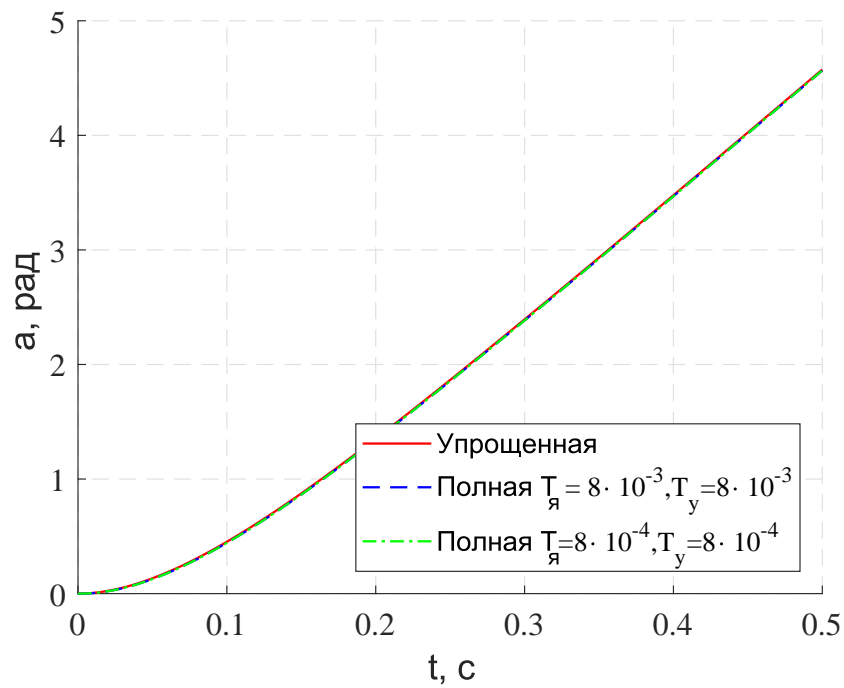


Рисунок 11 – Переходные процессы  $\alpha$

### 3 Вывод математических моделей вход-состояние-выход

#### Полная модель

Полная модель данного ЭМО может быть описана следующей системой:

$$\begin{cases} \dot{X} = A \cdot X + B \cdot u \\ y = C \cdot X + D \cdot u \end{cases} \quad (14)$$

Возьмем в качестве вектора состояния  $X = \begin{bmatrix} U_y \\ I \\ w \\ \alpha \end{bmatrix}$ , а за вектор возмущающих воздей-

ствий  $u = \begin{bmatrix} U \\ M_{\text{см}} \end{bmatrix}$

Выходная величина  $y = \alpha \Rightarrow C = [0 \ 0 \ 0 \ 1] \ D = 0$

Матрицы  $A$  и  $B$  найдем, используя схему модели. Получаем:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_y} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_A}{T_A} & -\frac{1}{T_A} & -\frac{K_e \cdot K_A}{T_A} & 0 \\ 0 & \frac{K_M}{J_\Sigma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{K_y}{T_y} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{i_p \cdot J_\Sigma} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

#### Упрощенная модель

Упрощенная модель данного ЭМО может быть описана следующей системой:

$$\begin{cases} \dot{X} = A \cdot X + B \cdot u \\ y = C \cdot X + D \cdot u \end{cases} \quad (17)$$

Возьмем в качестве вектора состояния  $X = \begin{bmatrix} w \\ \alpha \end{bmatrix}$ , а за вектор возмущающих воздей-

ствий  $u = \begin{bmatrix} U \\ M_{\text{см}} \end{bmatrix}$

Выходная величина  $y = \alpha \Rightarrow C = [0 \ 1] \ D = 0$

Матрицы  $A$  и  $B$  найдем, используя схему упрощенной модели. Получаем:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_M} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{K}{T_M} & -\frac{K_f}{T_M} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

## Вывод

В данной работе была исследована математическая модель электромеханического объекта управления. Были выявлены зависимости переходных процессов от различных параметров. Так, при увеличении момента сопротивления установившееся значение тока якоря увеличивается, а скорости - уменьшается. При увеличении момента инерции механизма время переходного процесса скорости вращения двигателя и среднее значение тока за время своего переходного процесса увеличиваются. При уменьшении передаточного числа редуктора при нулевом моменте сопротивления увеличивается время переходных процессов. А при ненулевом моменте сопротивления увеличивается значение установившегося тока и уменьшается значение скорости.

Также было произведено сравнение упрощенной и полной модели ЭМО. Было показано при моделировании, что если электрические постоянные времени малы по сравнению с механическими, то ими можно пренебречь и перейти от полной к упрощенной модели ЭМО. Также был произведен расчет математических моделей вход-состояние-выход полной и упрощенной модели ЭМО.