

**Министерство образования и науки Российской Федерации**

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р3340

**Лабораторная работа №11**  
**“Исследование математической модели**  
**пьезоэлектрического исполнительного**  
**устройства”**  
Вариант - 5

Выполнил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

Проверил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_г. Санкт-Петербург, 20\_\_г.

Работа выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты "\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_г.

**Цель работы.** Изучение математических моделей и исследование характеристик исполнительного устройства, построенного на основе пьезоэлектрического двигателя микроперемещений.

**Исходные данные:** Представлены в таблице 1

Таблица 1 – Исходные данные

$C_p$ , Н/м	$m$ , кг	$K_0$ , Н/В	$K_d$ , Нс/м	$T_u$ , мс	$F_B$
$0.6 \cdot 10^8$	0.5	8.2	900	0.05	50

Расчет необходимых параметров модели:

$$K_u = \frac{U_{Pm}}{U_m} = \frac{300}{10} = 30$$

Коэффициенты передачи измерительных устройств:

$$K_V = 28.6$$

$$K_F = 0.0067$$

$$K_X = 1.45 \cdot 10^5$$

# 1 Получение передаточных функций двигателя и системы

Для составления передаточной функции двигателя будем рассматривать пьезоэлектрическое устройство как упругую механическую систему. Тогда математическая модель может быть получена на основе уравнения баланса сил в пьезодвигателе:

$$F_y = F_O + F_d + F_d + F_B, \quad (1)$$

где  $F_y = C_p \cdot x$ ,  $F_O = K_O \cdot U_p$ ,  $F_d = -m \frac{d^2 x}{dt^2}$ . Подставив перечисленные равенства в уравнение (1), получим:

$$m \cdot \ddot{x} + K_d \cdot \dot{x} + C_p \cdot x = K_o \cdot U_p + F_B \quad (2)$$

Следовательно, передаточная функция пьезоэлектрического двигателя при нулевом внешнем возмущении будет следующей:

$$W_{\text{ПД}}(s) = \frac{K_O}{ms^2 + K_d s + C_p}. \quad (3)$$

Управление ПД осуществляется с вольтного усилителя, который описывается аperiодическим звеном первого порядка:

$$W_{\text{ВУ}}(s) = \frac{K_u}{T_u s + 1}, \quad (4)$$

Так как ВУ и ПД соединены последовательно, то передаточная функция системы:

$$W(s) = \frac{K_u \cdot K_o}{(T_u s + 1)(ms^2 + K_d s + C_p)} \quad (5)$$

## 2 Исследование системы без возмущения

Схема моделирования представлена на рисунке 1

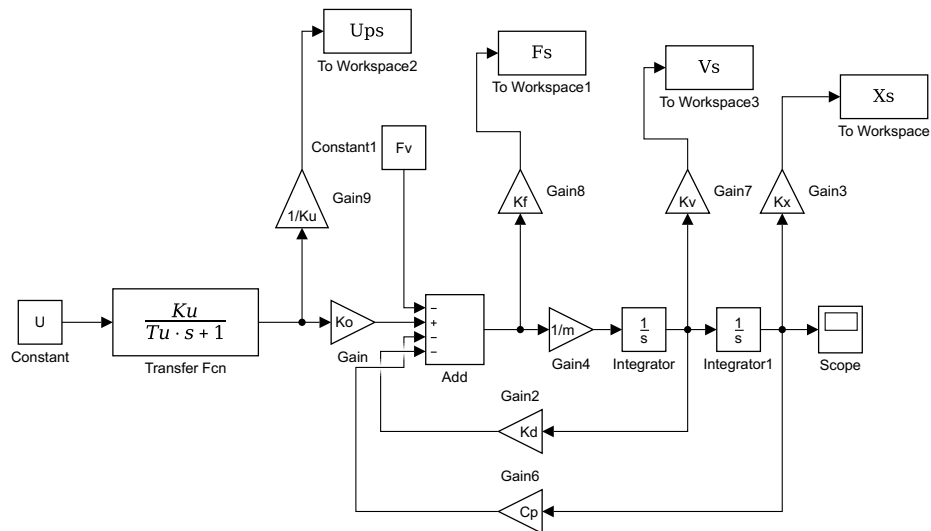
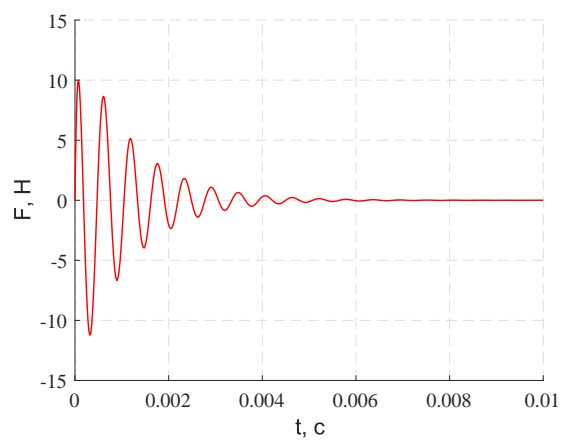
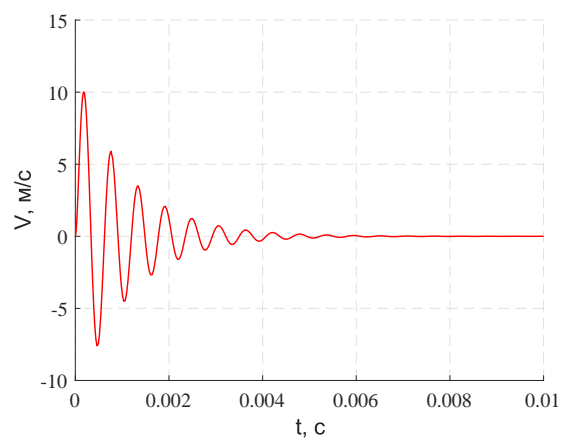


Рисунок 1 – Схема моделирования

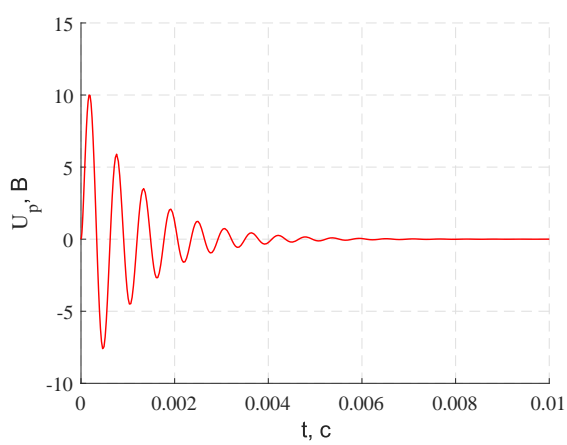
Графики переходных процессов при  $U = 10$  и  $F_b = 0$  для каждого из исследуемых значений представлены на рисунке 2



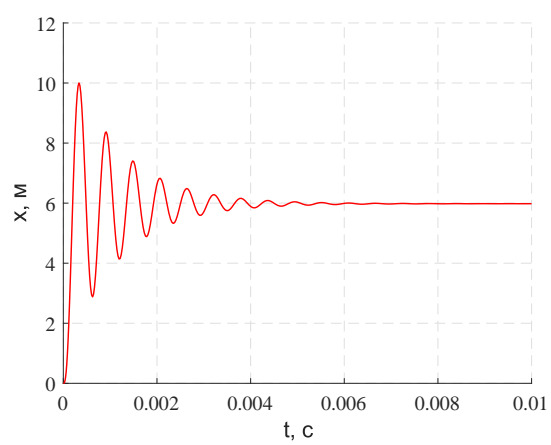
a)



b)



c)



d)

Рисунок 2 – Переходные процессы: а) динамическое усилие, б) скорость, с) напряжение, д) перемещение

### 3 Исследование влияния массы нагрузки $m$ на вид переходных процессов

Графики переходных процессов при различных  $m$  для каждого из исследуемых значений представлены на рисунке 3

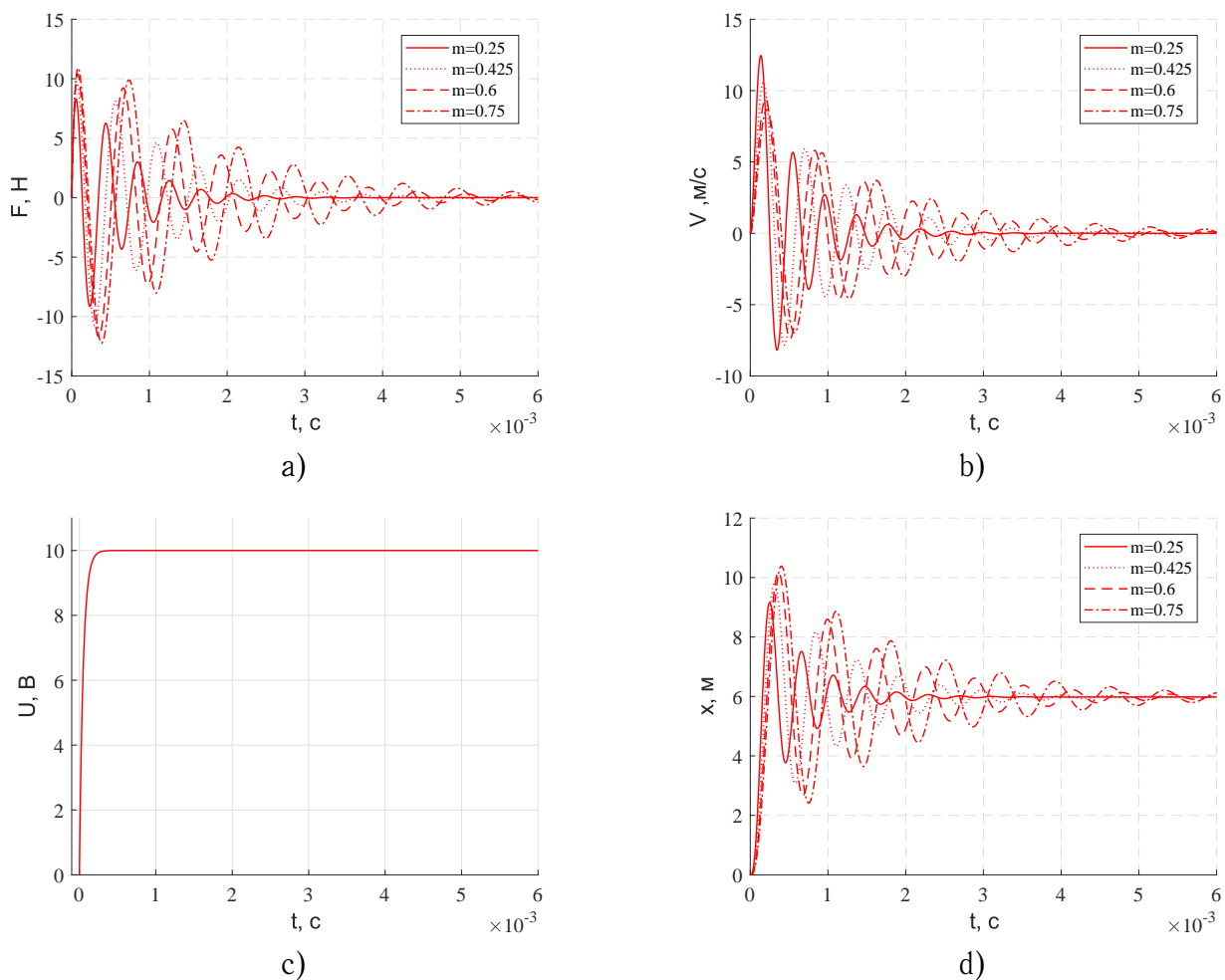


Рисунок 3 – Переходные процессы: а) динамическое усилие, б) скорость, в) напряжение, г) перемещение

Рассчитаем значения времени переходного процесса  $t_{\text{п}}$ , установившееся значение  $x_y$  и перерегулирование  $\sigma$  при различных  $m$  для  $x$ . Результаты представлены в таблице 2

Таблица 2 – Данные моделирования

$m$ , кг	$t_{\text{п}} \cdot 10^4$ ,с	$x_y \cdot K_x$ ,м	$\sigma(\%)$
0.25	15	6	53
0.425	27	6	64
0.6	39	6	69
0.75	57	6	70

## 4 Исследование влияния постоянной времени ВУ $T_u$ на вид переходных процессов

Графики переходных процессов при различных  $T_u$  для каждого из исследуемых значений представлены на рисунке 4

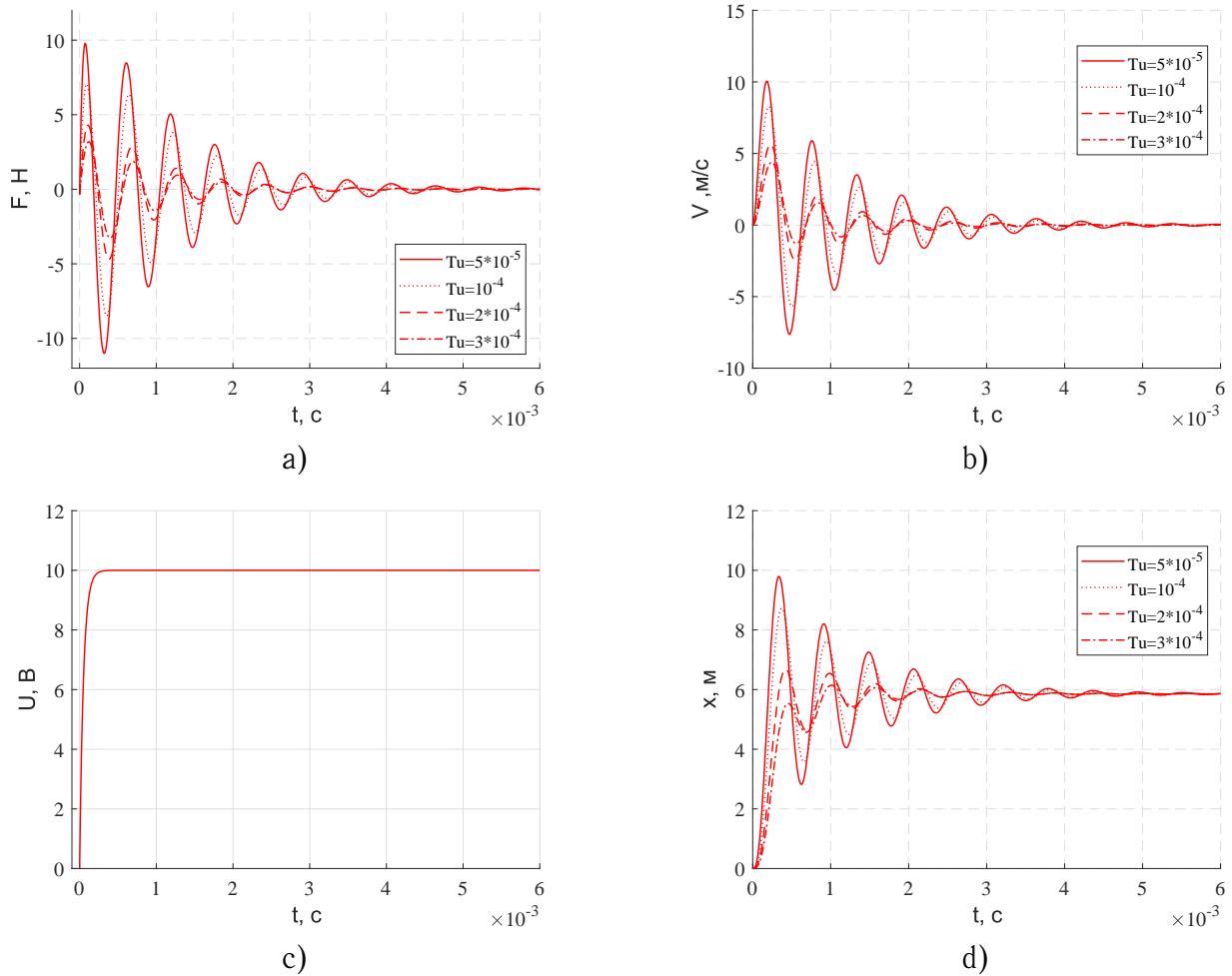


Рисунок 4 – Переходные процессы: а) динамическое усилие, б) скорость, в) напряжение, г) перемещение



Рассчитаем значения времени переходного процесса  $t_n$ , установившееся значение  $x_y$  и перерегулирование  $\sigma$  при различных  $T_u$  для  $x$ . Результаты представлены в таблице 3

Таблица 3 – Данные моделирования

$T_u \cdot 10^4, \text{с}$	$t_n \cdot 10^4, \text{с}$	$x_y \cdot K_x, \text{м}$	$\sigma(\%)$
0.5	30	6	67
1	27	6	49
2	16	6	14
3	14	6	5

Корни характеристического уравнения (6) при  $m = 0.5$ ,  $C_p = 0.6 \cdot 10^8$ ,  $K_d = 900$  и различных  $T_u$ :

$$(T_u s + 1)(ms^2 + K_d + C_p) = 0 \quad (6)$$

- При  $T_u = 0.5 \cdot 10^{-4}$  :  $s_1 = -2 \cdot 10^4$ ;  $s_{2,3} = -900 \pm 10917.42i$
- При  $T_u = 1 \cdot 10^{-4}$  :  $s_1 = -10^4$ ;  $s_{2,3} = -900 \pm 10917.42i$
- При  $T_u = 2 \cdot 10^{-4}$  :  $s_1 = -0.5 \cdot 10^4$ ;  $s_{2,3} = -900 \pm 10917.42i$
- При  $T_u = 3 \cdot 10^{-4}$  :  $s_1 = -0.33 \cdot 10^4$ ;  $s_{2,3} = -900 \pm 10917.42i$

## 5 Исследование переходных процессов по возмущению

Графики переходных процессов  $V$  и  $x$  при  $F_b$  и  $U = 0$  для различных значений коэффициента упругости  $C_p$  представлены на рисунках 5 и 6 соответственно

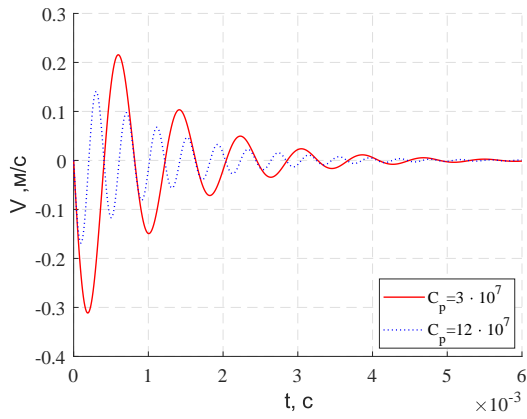


Рисунок 5 – Переходные процессы для  $V$

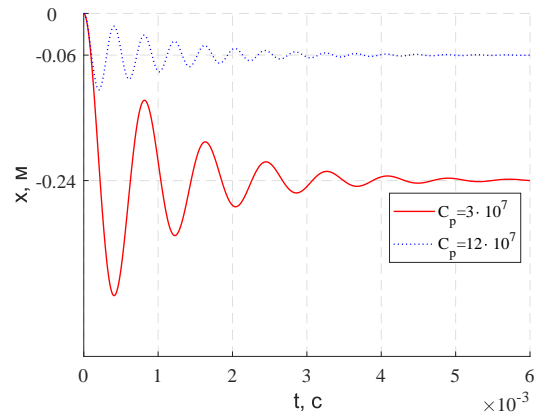


Рисунок 6 – Переходные процессы для  $x$

## 6 Асимптотическая ЛАЧХ исполнительного устройства

Передаточная функция системы имеет вид, как было показано в 1 разделе(см. (5)):

$$W(s) = \frac{K_u \cdot K_o}{(T_u s + 1)(m s^2 + K_d s + C_p)}$$

Чтобы получить модуль частотной характеристики нужно взять отношение модулей числителя и знаменателя. В последнем в качестве второго множителя для приближенного анализа можно оставить только  $C_p$ . В итоге:

$$A(w) = \frac{K_u \cdot K_o}{C_p \cdot \sqrt{T_u^2 w^2 + 1}} \quad (7)$$

Асимптотическая ЛАЧХ представлена на рисунке 7

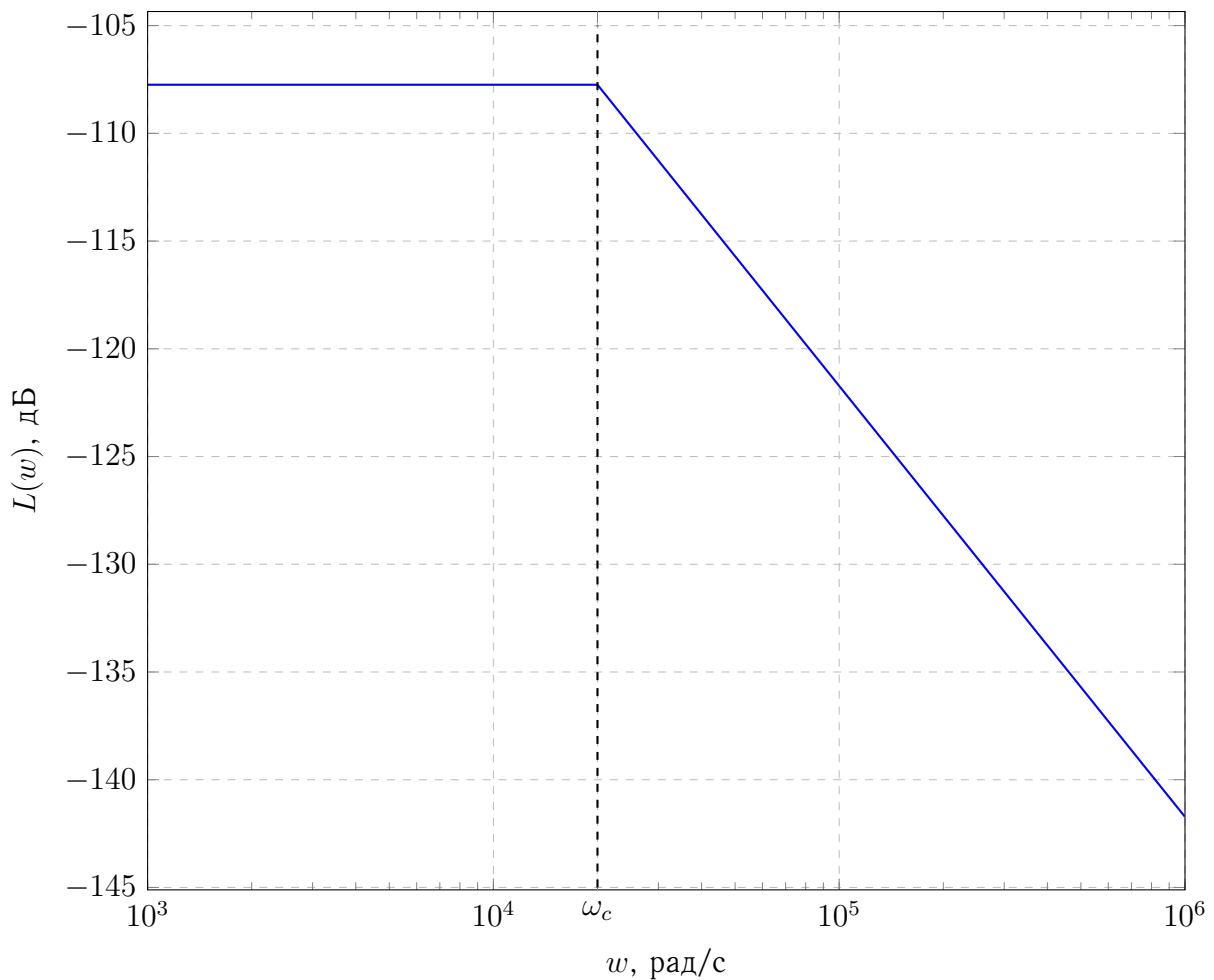


Рисунок 7 – ЛАЧХ исполнительного устройства

Сопрягающая частота  $\omega_c = \frac{1}{T_u} = 2 \cdot 10^4$

## Вывод

В данной работе была исследована математическая модель пьезоэлектрического исполнительного устройства. Были исследованы переходные характеристики некоторых величин и их зависимость от параметров системы.

Было выявлено, что при увеличении массы нагрузки перерегулирование и время переходного процесса перемещения  $x$  механизма. А при увеличении постоянной времени  $T_u$  - наоборот. Установившееся значение остается неизменным.

Также были найдены значения корней характеристического многочлена при различных значениях  $T_u$ , которые подтверждают характер переходного процесса - система устойчива (все 3 корня имеют отрицательную вещественную часть) и имеет склонность к колебаниям, так как есть пара комплексно-сопряженных корней.

При возмущающем воздействии увеличение коэффициента упругости  $C_p$  ведет к снижению амплитуды колебаний и уменьшению установившегося значения  $x$ .