

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р3340

Лабораторная работа №8
“Экспериментальное построение областей
устойчивости линейной системы на плоскости
двух параметров”
Вариант - 5

Выполнил _____ (подпись)
(фамилия, и.о.)

Проверил _____ (подпись)
(фамилия, и.о.)

"__" _____ 20__г. Санкт-Петербург, 20__г.

Работа выполнена с оценкой _____

Дата защиты "__" _____ 20__г.

Цель работы. Ознакомление с экспериментальными методами построения областей устойчивости линейных динамических систем и изучение влияния на устойчивость системы ее параметров.

Исходные данные: $g = 0$, $y(0) = 1$, $T_1 = \text{const} = 1.5$, $T_2 = \text{var}$

1 Моделирование системы

Схема моделирования представлена на рисунке 1

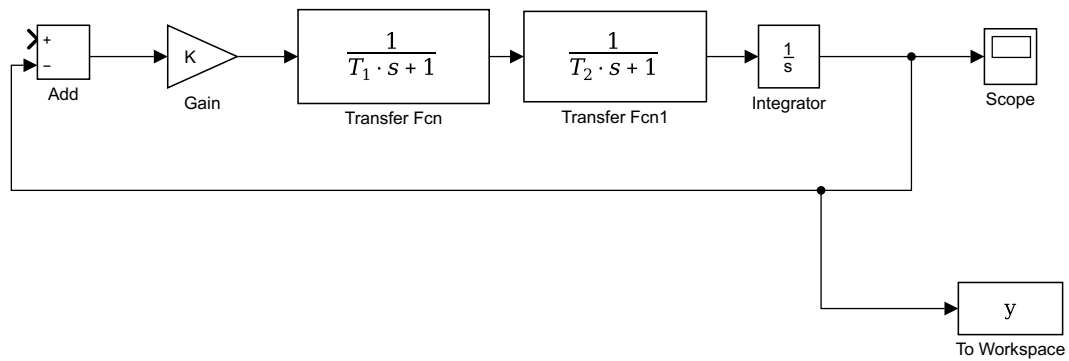


Рисунок 1 – Схема моделирования

При $T_2 = 0.1$ и $K = 5$ система устойчива, при $K = 10.6$ система находится на колебательной границе, а при $K = 15$ неустойчива. Все эти положения представлены на рисунке 2, 3 и 4 соответственно.

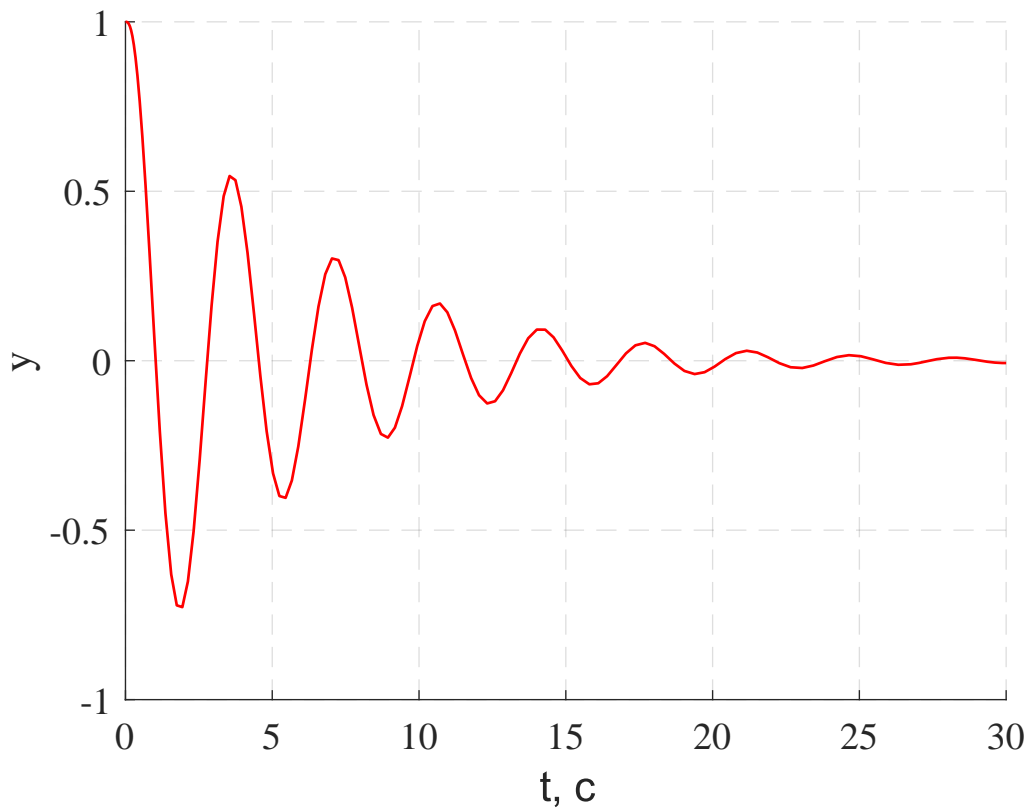


Рисунок 2 – Устойчивая система

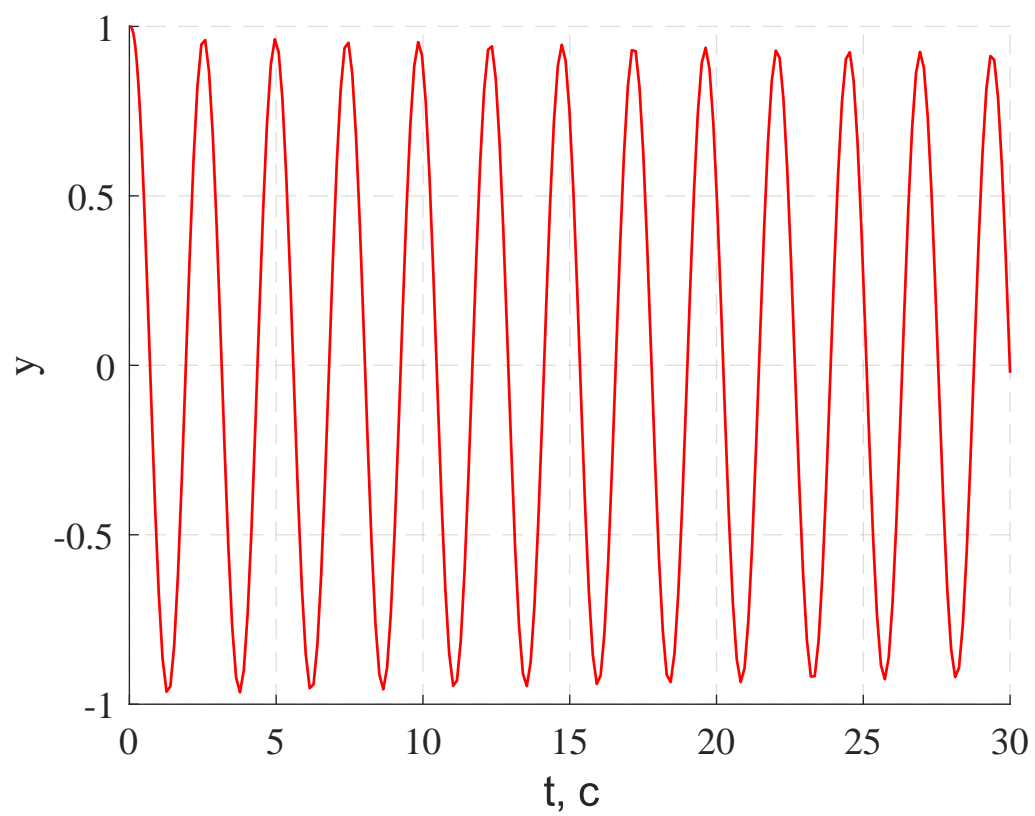


Рисунок 3 – Система на колебательной границе устойчивости

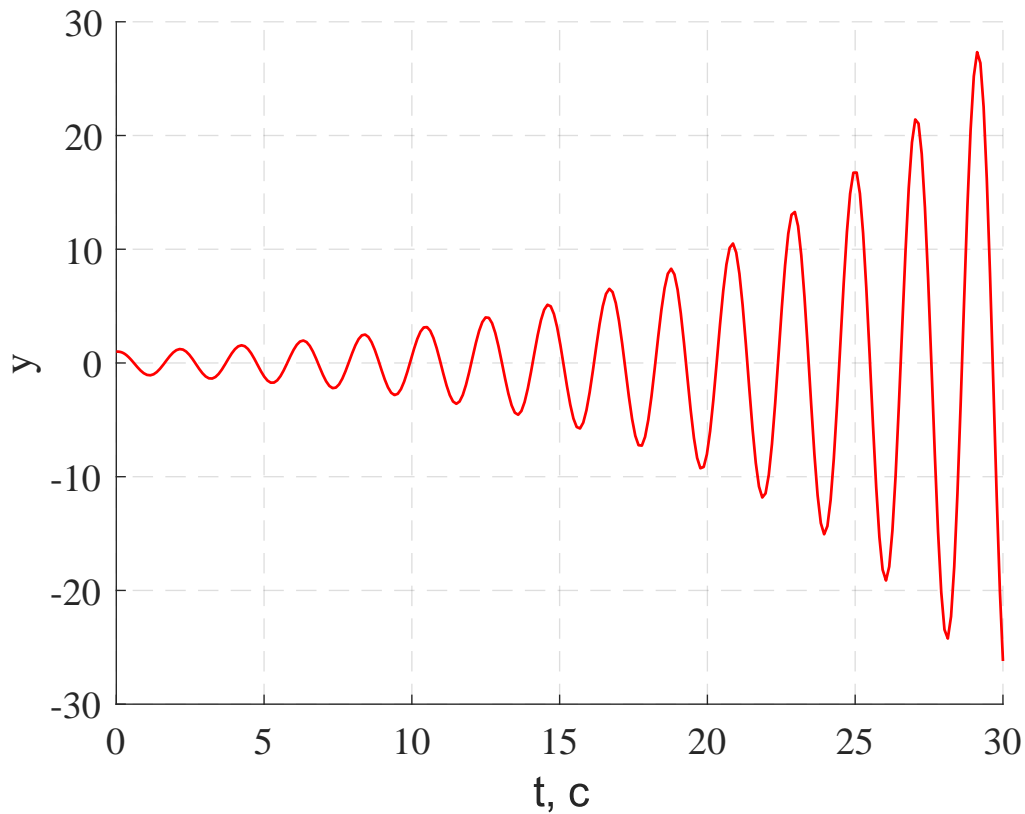


Рисунок 4 – Неустойчивая система

Будем изменять значение T_2 и искать значение K при котором система находится на границе. Значения представлены в таблице 1, а получившаяся граница устойчивости - на рисунке 5

Таблица 1 – Данные моделирования

| | | | | | | | | | | |
|-----------------|------|-----|-----|------|-----|-----|---|------|-----|------|
| $T_2, \text{с}$ | 0.1 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4 | 4.5 |
| K | 10.6 | 2.7 | 1.7 | 1.35 | 1.2 | 1.1 | 1 | 0.95 | 0.9 | 0.85 |

Корни характеристического уравнения (1) при соответствующих параметрах:

$$T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2) s^2 + s + K = 0 \quad (1)$$

- При $T_1 = 1.5$, $T_2 = 0.1$, $K = 10.67$: $s_1 = -10.67$; $s_{2,3} = \pm 2.65i$
- При $T_1 = 1.5$, $T_2 = 0.1$, $K = 15$: $s_1 = -10.9$; $s_{2,3} = 0.12 \pm 3.03i$
- При $T_1 = 1.5$, $T_2 = 0.1$, $K = 5$: $s_1 = -10.33$; $s_{2,3} = -0.17 \pm 1.79i$

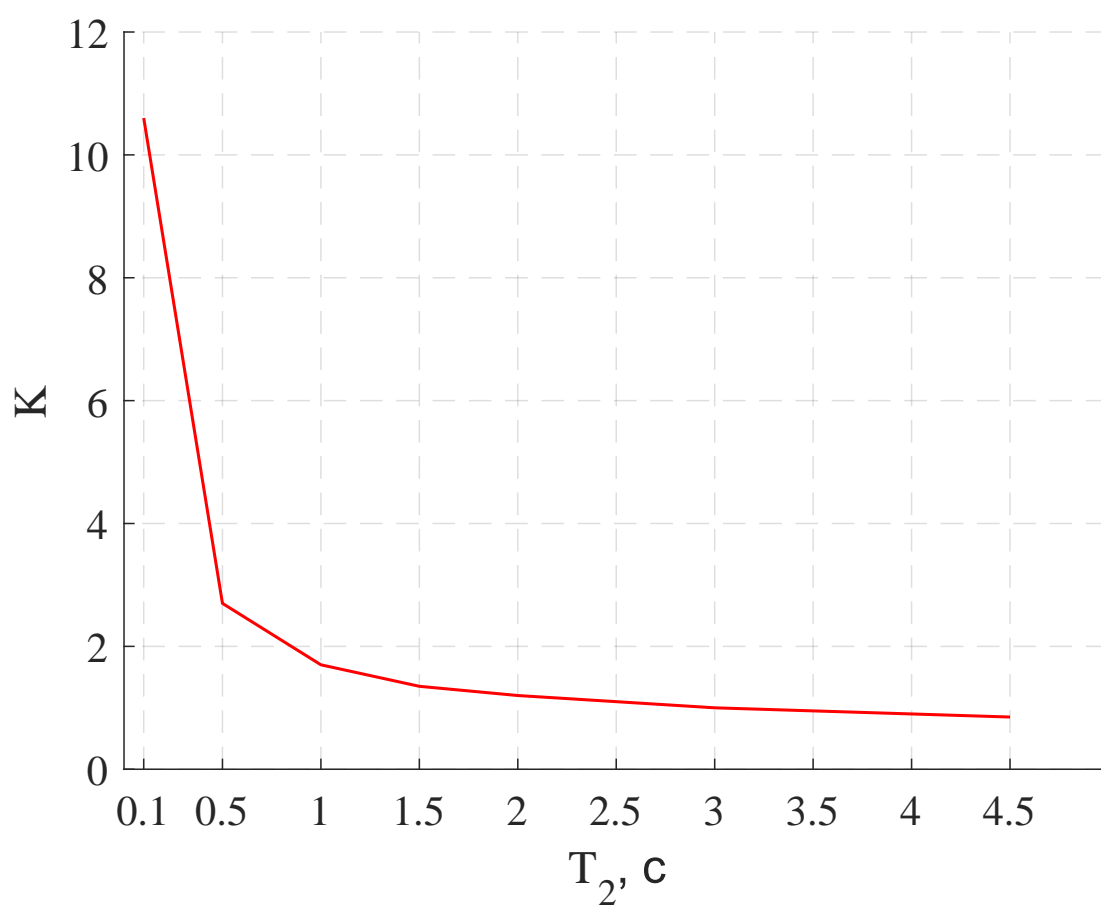


Рисунок 5 – Граница устойчивости

2 Теоретический расчет границы устойчивости с использованием критерия Гурвица

Рассмотрим характеристический многочлен системы:

$$T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2) s^2 + s + K \quad (2)$$

Составим матрицу Гурвица:

$$\begin{pmatrix} T_1 + T_2 & K & 0 \\ T_1 T_2 & 1 & 0 \\ 0 & T_1 + T_2 & K \end{pmatrix} \quad (3)$$

Для колебательной границы устойчивости должно выполняться равенство:

$$K = \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \quad (4)$$

Рассчитаем значения K при полученных ранее T_2 . Результаты представлены в таблице 2, получившаяся граница устойчивости представлена на рисунке 6

Таблица 2 – Расчетные данные

| | | | | | | | | | | |
|------------------|-------|------|------|------|------|------|---|------|------|------|
| $T_2, \text{ с}$ | 0.1 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4 | 4.5 |
| K | 10.67 | 2.67 | 1.67 | 1.34 | 1.17 | 1.07 | 1 | 0.95 | 0.92 | 0.89 |

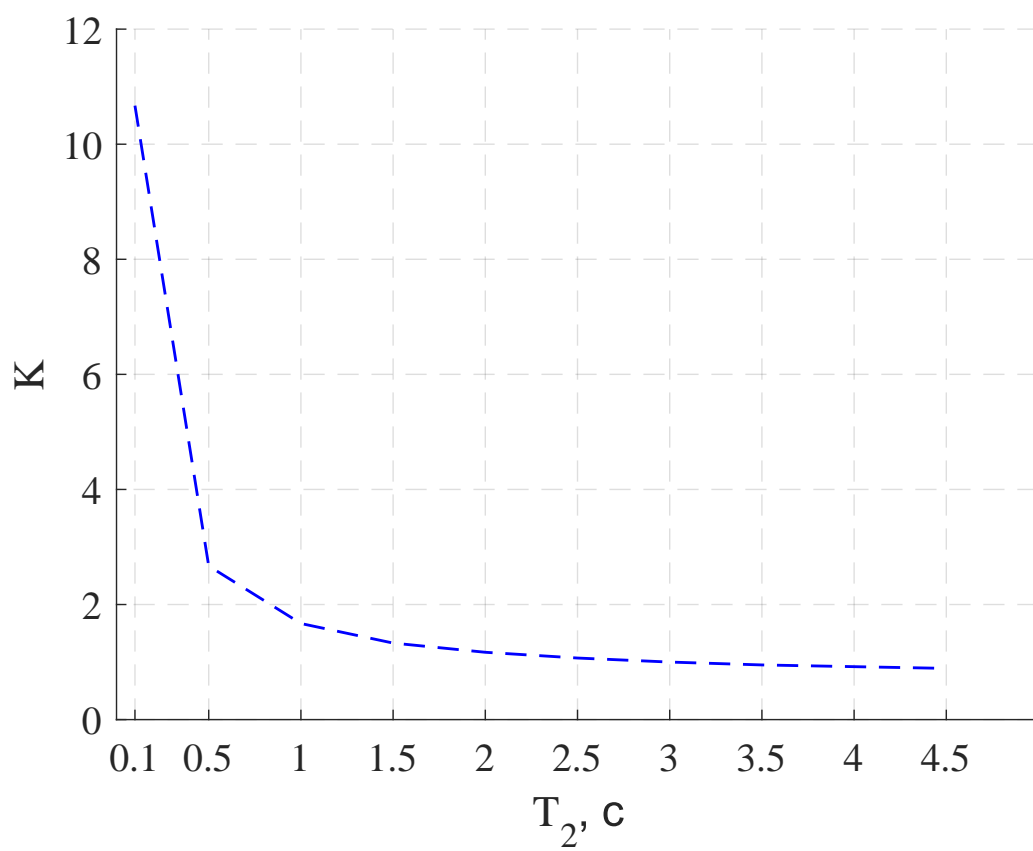


Рисунок 6 – Граница устойчивости

Вывод

В данной работе была построена область устойчивости системы с помощью моделирования и аналитически: параметр T оставался неизменным и для каждого T_2 находилось значение K , при котором система будет на границе.

Также был произведен теоретический расчет границы устойчивости с помощью критерия Гурвица, результат которого совпал с результатом моделирования.