Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа P3340

Лабораторная работа №12 "Анализ линейных непрерывных систем с использованием прикладного пакета MATLAB CONTROL SYSTEM TOOLBOX"

Вариант - 5

Выполнил ________________________ (подпись)
(фамилия, и.о.)

Проверил ________________________ (подпись)
(фамилия, и.о.)

"___" _________ 20___г. Санкт-Петербург, 20___г.

Работа выполнена с оценкой ________________________

Дата защиты "___" _________ 20___г.

Цель работы. Исследование динамических и частотных характеристик, анализ структурных свойств и устойчивости линейных непрерывных систем с помощью прикладного пакета Matlab Control System Toolbox

Исходные данные: Исходная модель разомкнутой системы представляется в форме вход-выход и описывается передаточной функцией вида:

$$W(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s(a_2 s^2 + a_1 s + a_0)} \tag{1}$$

Выберем следующие коэффициенты: $b_1 = 1, b_0 = 0, a_2 = 1, a_1 = 2, a_0 = 3$
В итоге передаточная функция примет вид:

$$W(s) = \frac{s}{s^3 + 2s^2 + 3s} \tag{2}$$

1 Анализ исходной разомкнутой системы

1.1 Нули и полюса передаточной функции разомкнутой системы

Схема расположения нулей и полюсов представлена на рисунке 1.

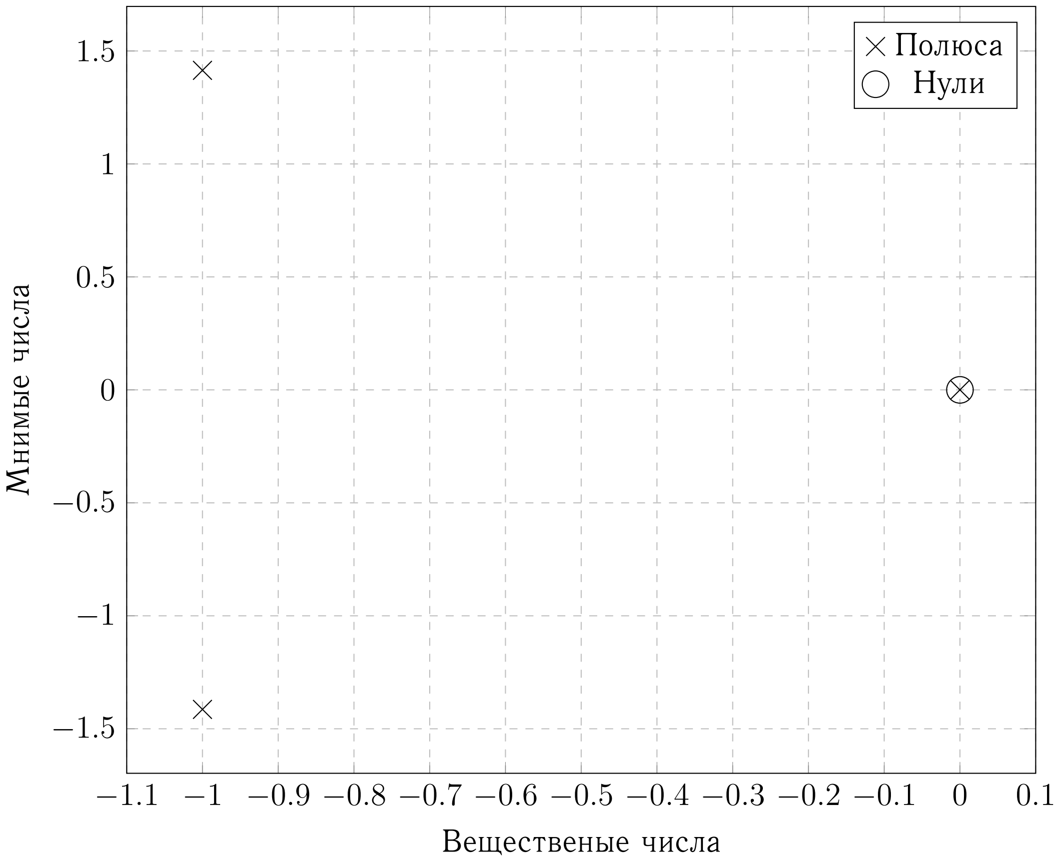

Рисунок 1 – Схема расположения нулей и полюсов на комплексной плоскости

Данная система находится на апериодической границе устойчивости, т.к один из полюсов(корень характеристического уравнения) равен 0, а остальные имеют отрицательную вещественную часть.

1.2 Получение графиков логарифмических амплитудночастотной и фазочастотной характеристик

Графики представлены на рисунке 2

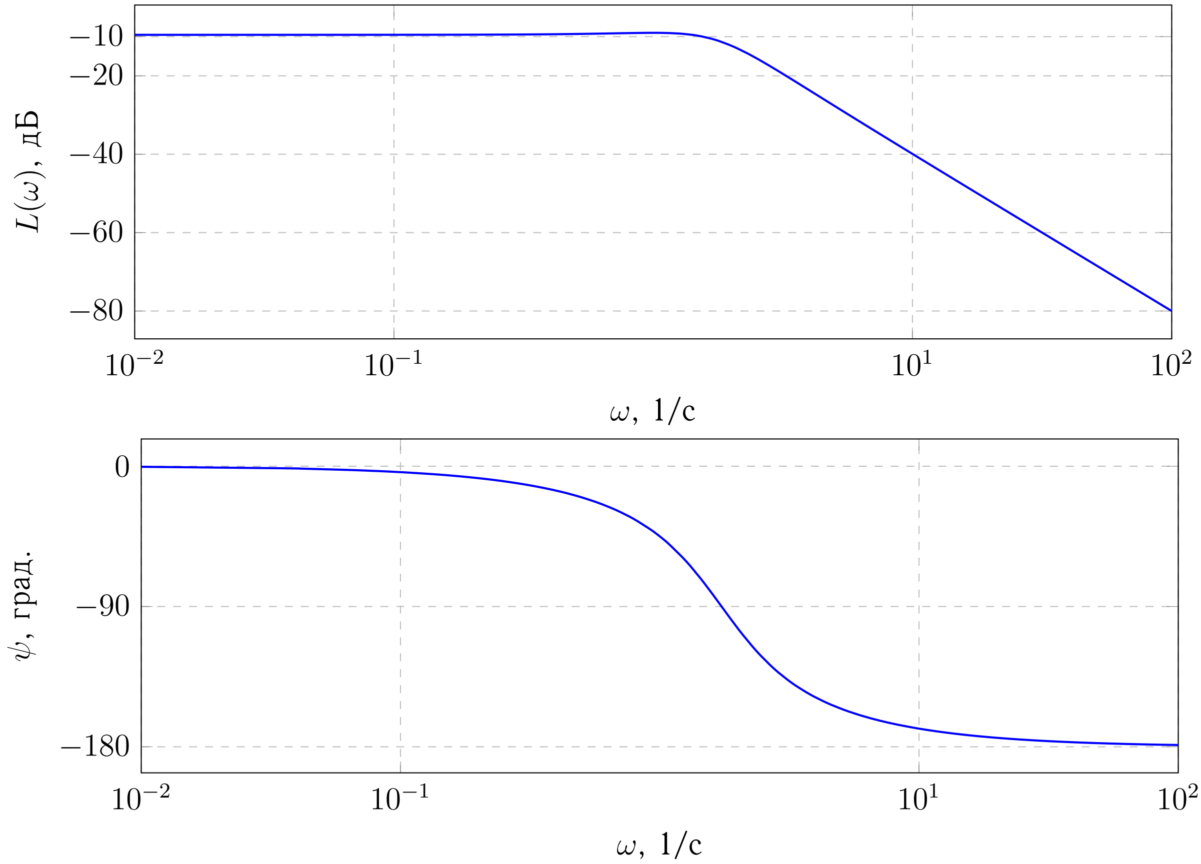

Рисунок 2 – ЛАЧХ и ЛФЧХ

Запас устойчивости по амплитуде, как и по фазе, бесконечный.

1.3 Построение амплитуднофазочастотной характеристики системы

График представлены на рисунке 3.

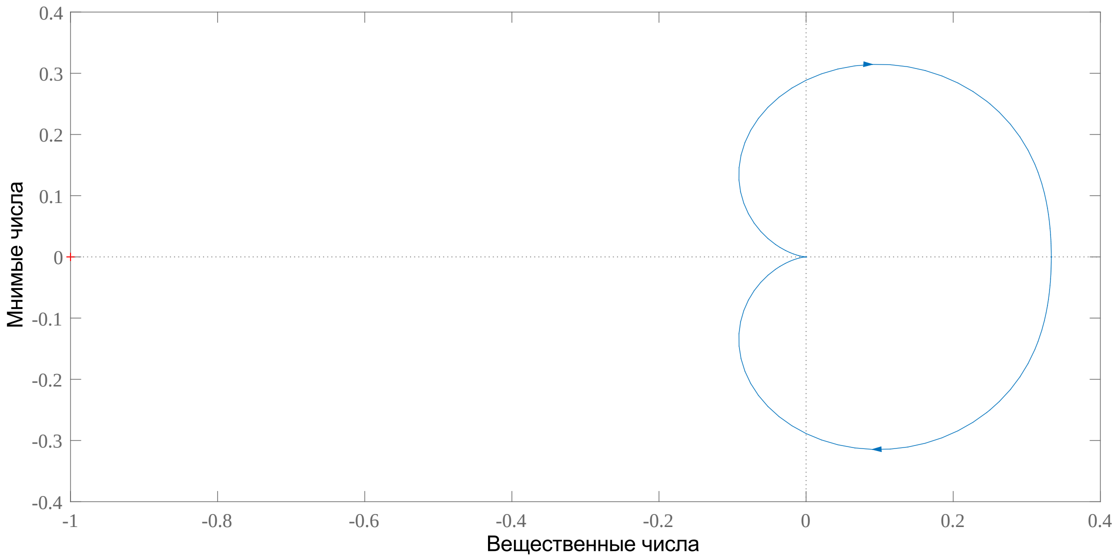

Рисунок 3 – Диаграмма Найквиста

По критерию Найквиста система устойчива, так как точка (-1,0j) не охватывается.

2 Анализ замкнутой системы

2.1 Анализ влияния коэффициентов обратной связи на устойчивость замкнутой системы и схема расположения нулей и полюсов системы

После охватывания системы (2) обратной связью с коэффициентом K получившаяся замкнутая система имеет передаточную функцию вида:

$$W(s) = \frac{s}{s^3 + 2s^2 + s(3+K)} \tag{3}$$

Анализируя эту функцию на устойчивость по критерию Гурвица можно сделать вывод, что данная система находится на апериодической границе устойчивости, т.к свободный член характеристического полинома тождественно равен нулю. А для того, чтобы система не выходила за границы устойчивости, требуется, чтобы $K \geq -3$

Выберем $K = -1$. Тогда передаточная функция системы будет равна:

$$W(s) = \frac{s}{s^3 + 2s^2 + 2s} \tag{4}$$

Схема расположения нулей и полюсов представлена на рисунке 4.

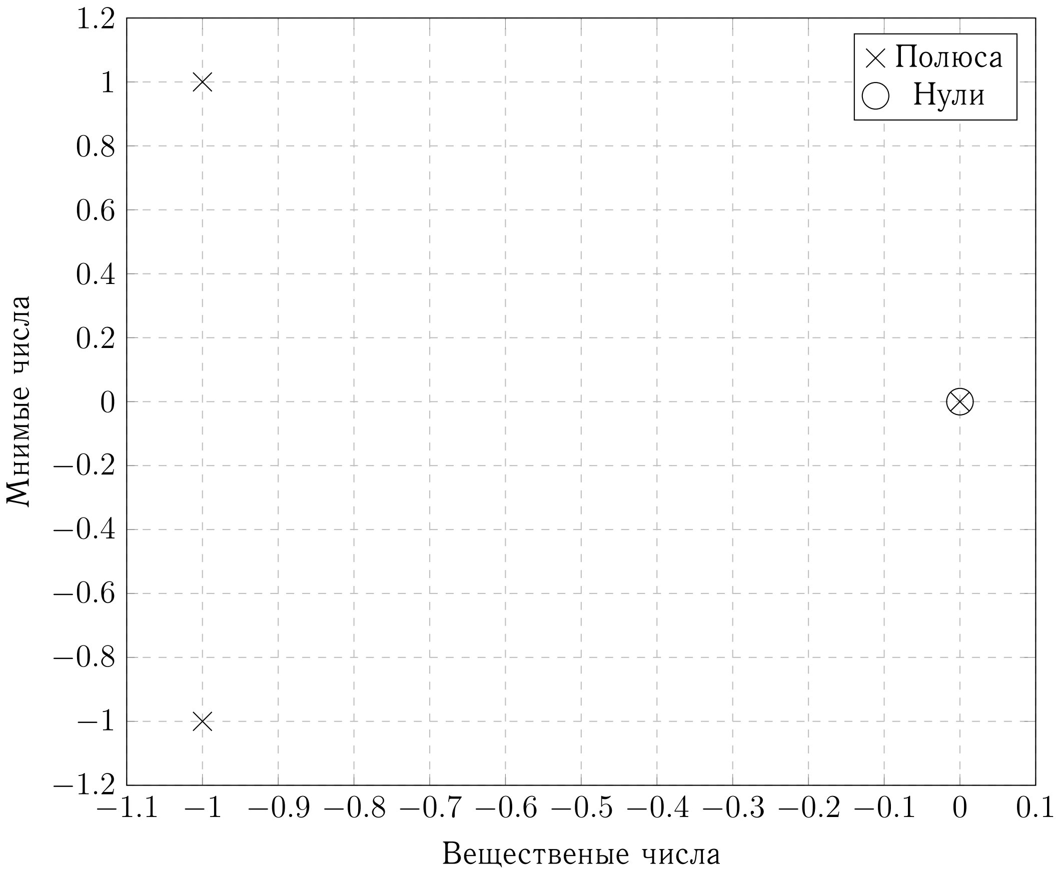

Рисунок 4 – Схема расположения нулей и полюсов на комплексной плоскости

Степень устойчивости системы η - абсолютное значение вещественной части ближайшего к мнимой оси корня. В данном случае η=0

2.2 Получение графика переходной и весовой функций замкнутой системы

График переходной функции представлен на рисунке 5

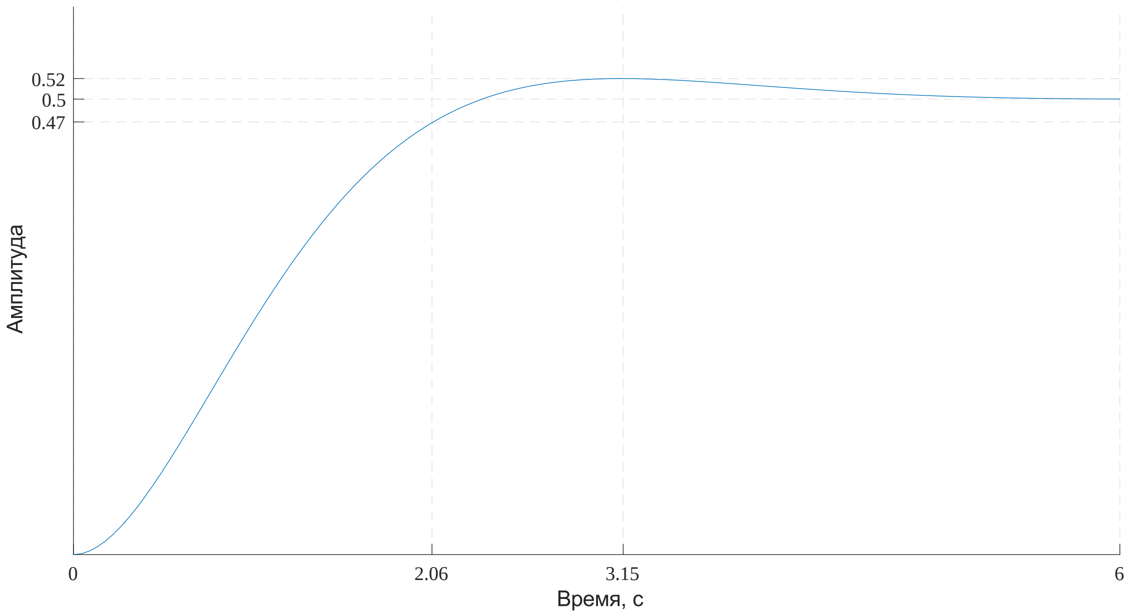

Рисунок 5 – Переходная функция

Перерегулирование $\sigma = 4\%$, Время переходного процесса $t_{\text{п}} = 2.06$с

График весовой функции представлен на рисунке 5

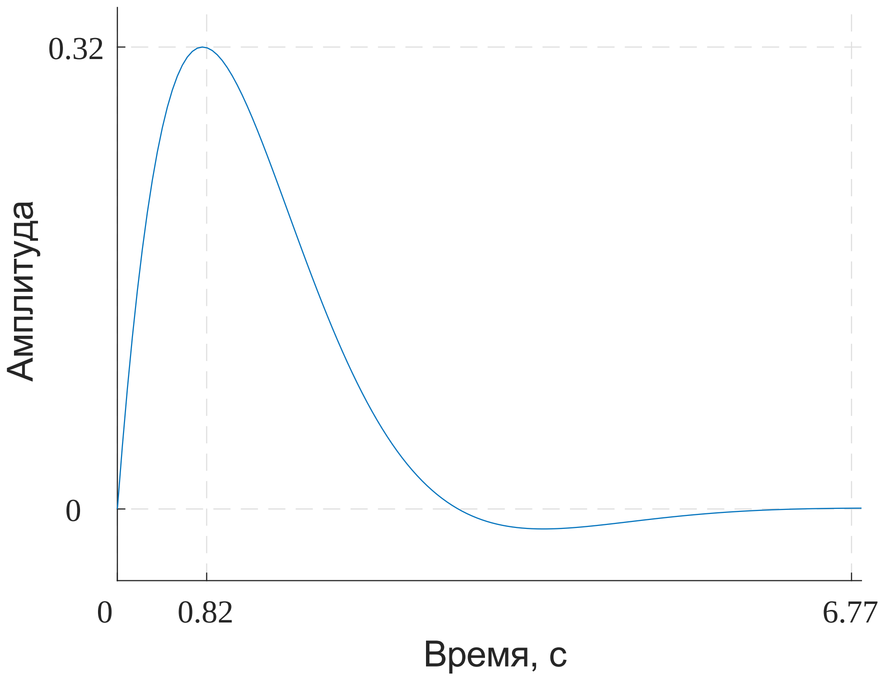

Рисунок 6 – Весовая функция

2.3 Переход к представлению замкнутой системы в форме ВСВ

Дифференциальное уравнение, описывающее систему имеет вид:

$$\dot{g} = \dddot{y} + 2\ddot{y} + 2\dot{y} \tag{5}$$

Представим систему в матричной форме:

$$\begin{cases} \dot{X} = A \cdot X + B \cdot u \\ y = C \cdot X + D \cdot u \end{cases} \tag{6}$$

Возьмем в качестве вектора состояния $X = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \end{bmatrix}$ а за вектор возмущающих воздействий $u = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{g} \end{bmatrix}$

Выходная величина $y = y \;\Rightarrow\; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D = 0$

Матрицы A и B тогда равны:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

Оценим управляемость и наблюдаемость системы.

Матрица управляемости:

$$K_y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix} \tag{9}$$

Матрица наблюдаемости:

$$K_{\text{н}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{10}$$

Так как $rank(K_y) = 3$ а $rank(K_{\text{н}}) = 1$ то система является только полностью управляемой.

Вывод

В данной работе с помощью пакета Matlab Control System Toolbox был проведен анализ разомкнутой и замкнутой систем. Были найдены полюса и нули характеристических уравнений для обеих систем и отображены на комплексную плоскость, по которым можно судь об устойчивости системы, также были получена диаграмма Найквиста, которая показывает устойчивость системы, и ЛАЧХ и ЛФЧХ, по которым можно определить устойчивость по фазе и амплитуде.

Для замкнутой системы были получены переходная и весовая функции и определены значения перерегулирования и времени переходного процесса. Также система была представлена в матричной форме, для который были найдены матрицы управляемости и наблюдаемости.