

**Министерство образования и науки Российской Федерации**

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р3340

**Лабораторная работа №8**  
**“Экспериментальное построение областей**  
**устойчивости линейной системы на плоскости**  
**двух параметров”**  
Вариант - 5

Выполнил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

Проверил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. Санкт-Петербург, 20\_\_ г.

Работа выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Цель работы.** Ознакомление с экспериментальными методами построения областей устойчивости линейных динамических систем и изучение влияния на устойчивость системы ее параметров.

**Исходные данные:**  $g = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $T_1 = \text{const} = 1.5$ ,  $T_2 = \text{var}$

# 1 Моделирование системы

Схема моделирования представлена на рисунке 1

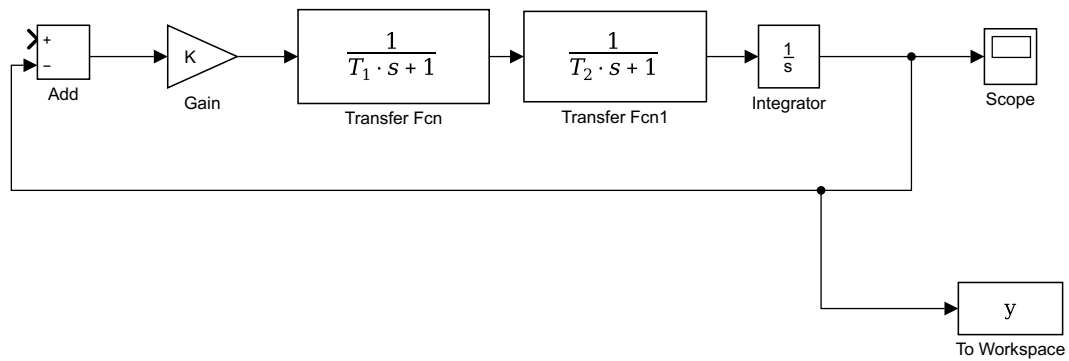


Рисунок 1 – Схема моделирования

При  $T_2 = 0.1$  и  $K = 5$  система устойчива, при  $K = 10.6$  система находится на колебательной границе, а при  $K = 15$  неустойчива. Все эти положения представлены на рисунке 2, 3 и 4 соответственно.

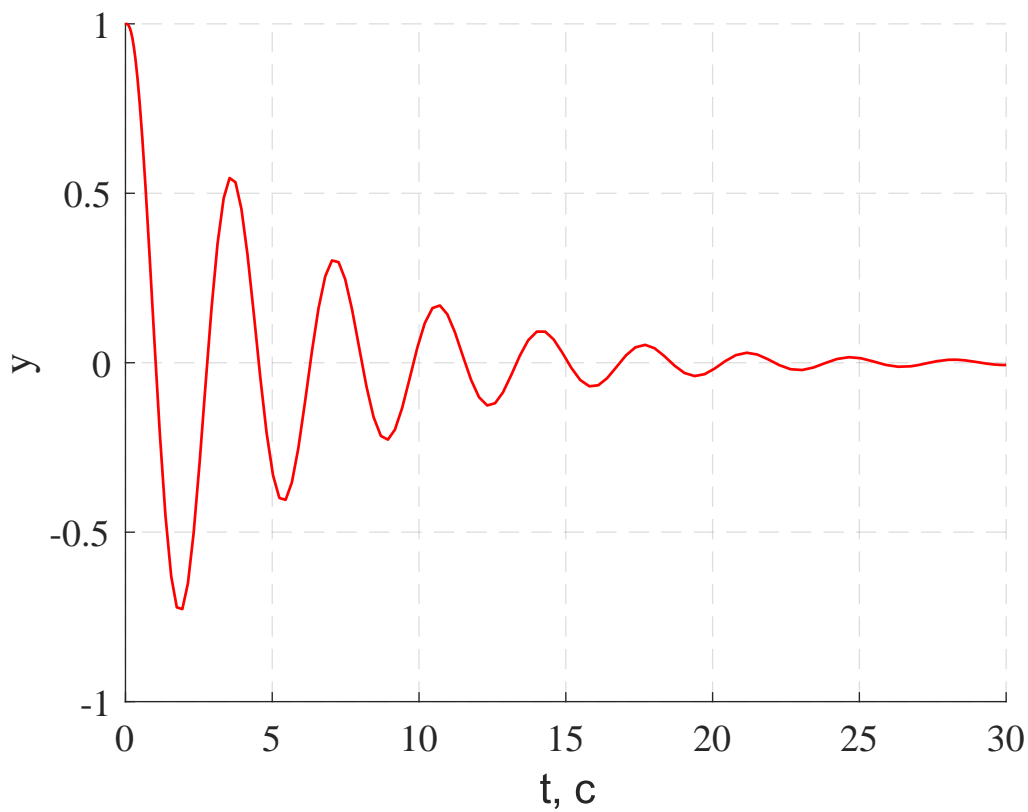


Рисунок 2 – Устойчивая система

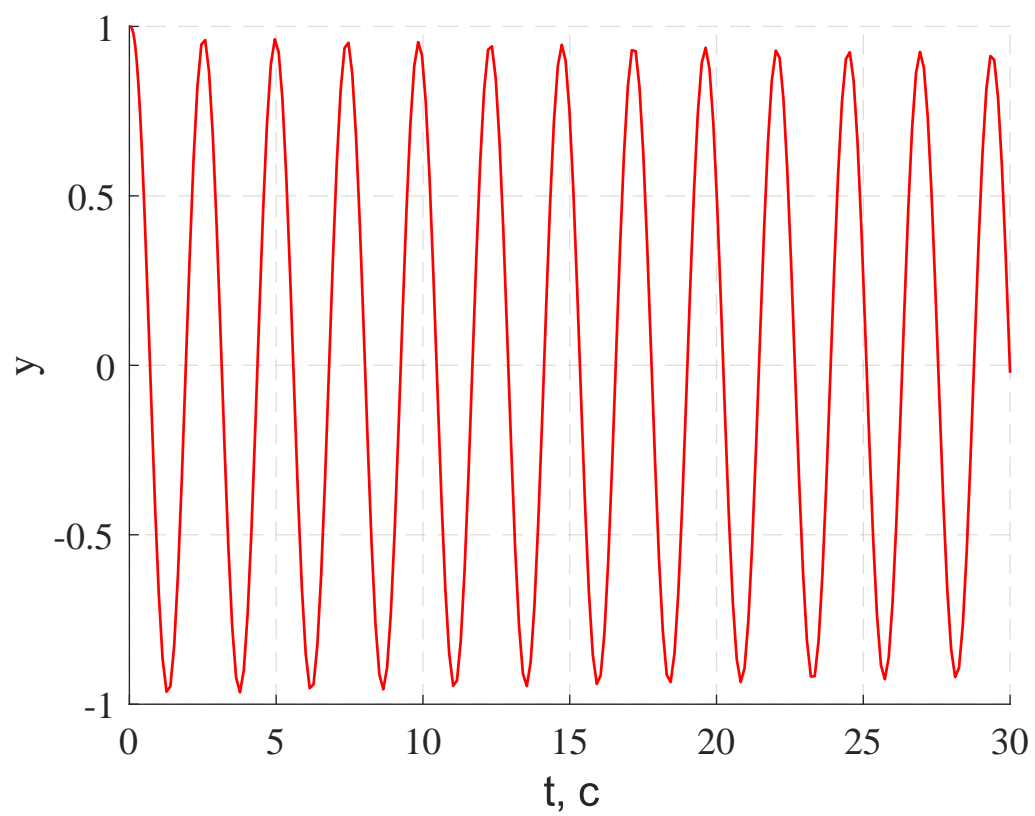


Рисунок 3 – Система на колебательной границе устойчивости

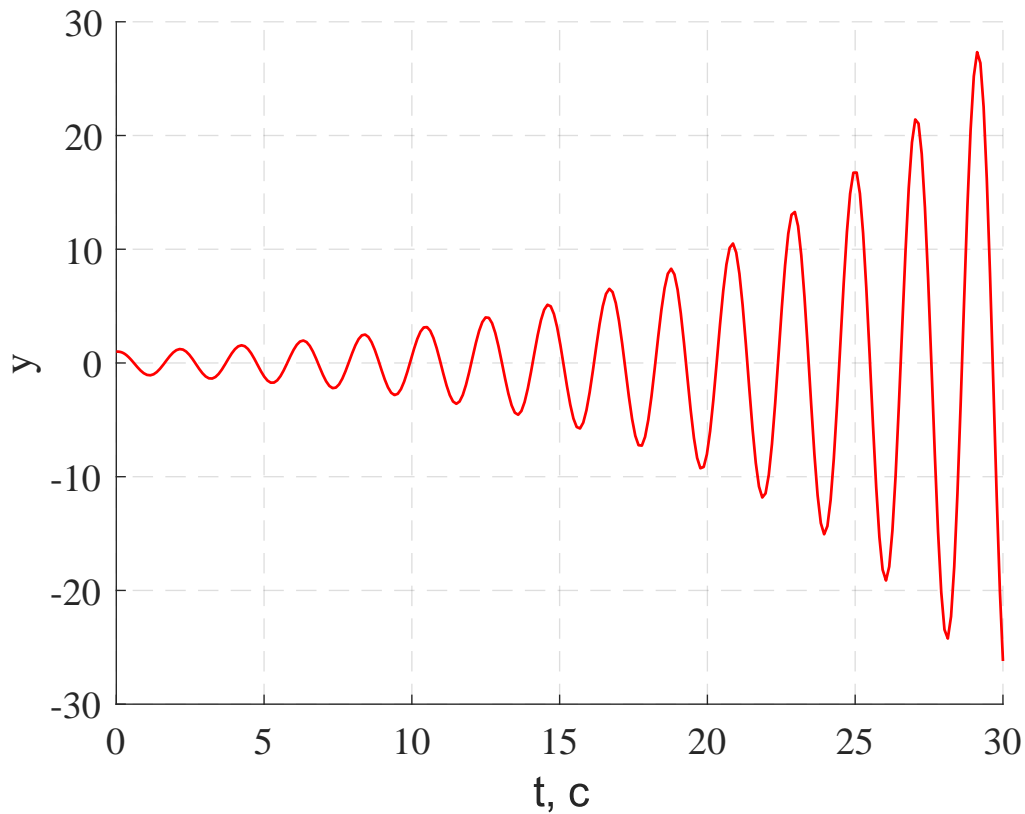


Рисунок 4 – Неустойчивая система

Будем изменять значение  $T_2$  и искать значение  $K$  при котором система находится на границе. Значения представлены в таблице 1, а получившаяся граница устойчивости - на рисунке 5

Таблица 1 – Данные моделирования

$T_2, \text{с}$	0.1	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5
$K$	10.6	2.7	1.7	1.35	1.2	1.1	1	0.95	0.9	0.85

Корни характеристического уравнения (1) при соответствующих параметрах:

$$T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2) s^2 + s + K = 0 \quad (1)$$

- При  $T_1 = 1.5$ ,  $T_2 = 0.1$ ,  $K = 10.67$  :  $s_1 = -10.67$ ;  $s_{2,3} = \pm 2.65i$
- При  $T_1 = 1.5$ ,  $T_2 = 0.1$ ,  $K = 15$  :  $s_1 = -10.9$ ;  $s_{2,3} = 0.12 \pm 3.03i$
- При  $T_1 = 1.5$ ,  $T_2 = 0.1$ ,  $K = 5$  :  $s_1 = -10.33$ ;  $s_{2,3} = -0.17 \pm 1.79i$

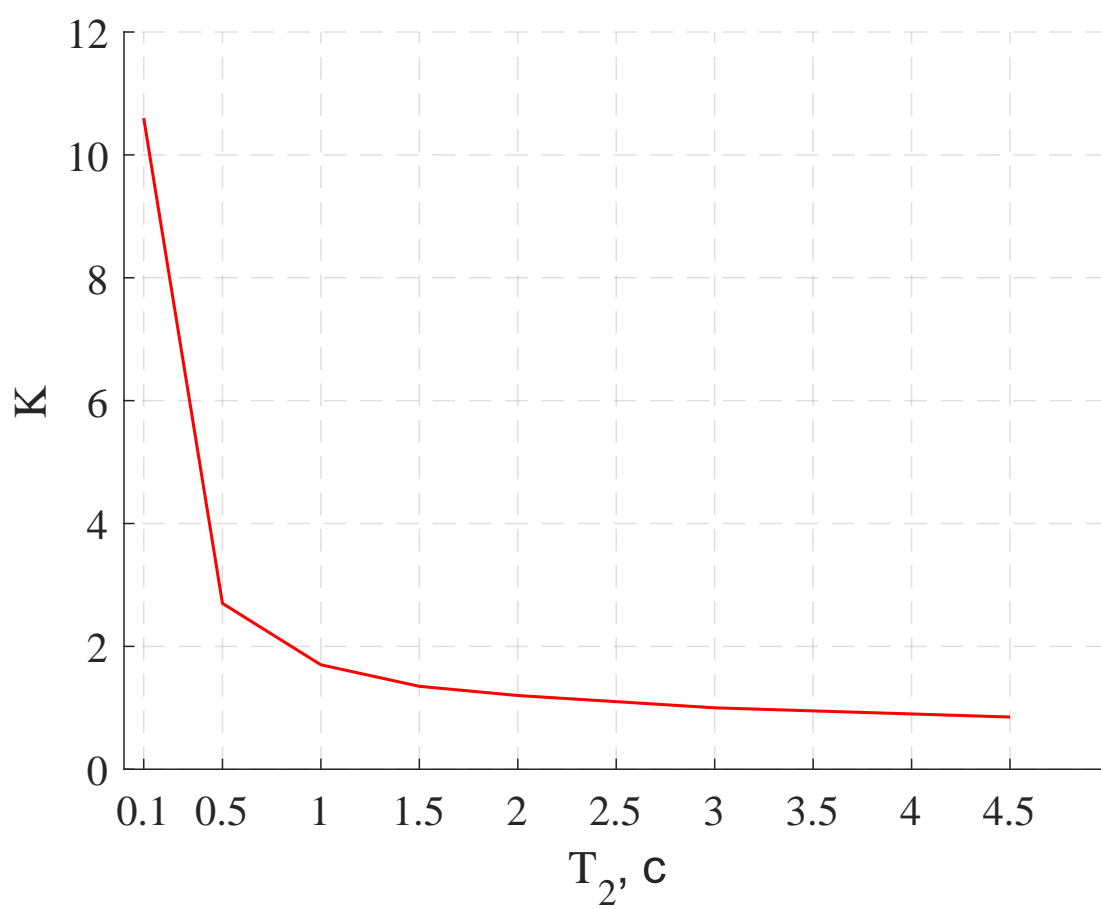


Рисунок 5 – Граница устойчивости

## 2 Теоретический расчет границы устойчивости с использованием критерия Гурвица

Рассмотрим характеристический многочлен системы:

$$T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2) s^2 + s + K \quad (2)$$

Составим матрицу Гурвица:

$$\begin{pmatrix} T_1 + T_2 & K & 0 \\ T_1 T_2 & 1 & 0 \\ 0 & T_1 + T_2 & K \end{pmatrix} \quad (3)$$

Для колебательной границы устойчивости должно выполняться равенство:

$$K = \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \quad (4)$$

Рассчитаем значения  $K$  при полученных ранее  $T_2$ . Результаты представлены в таблице 2, получившаяся граница устойчивости представлена на рисунке 6

Таблица 2 – Расчетные данные

$T_2, \text{с}$	0.1	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5
$K$	10.67	2.67	1.67	1.34	1.17	1.07	1	0.95	0.92	0.89

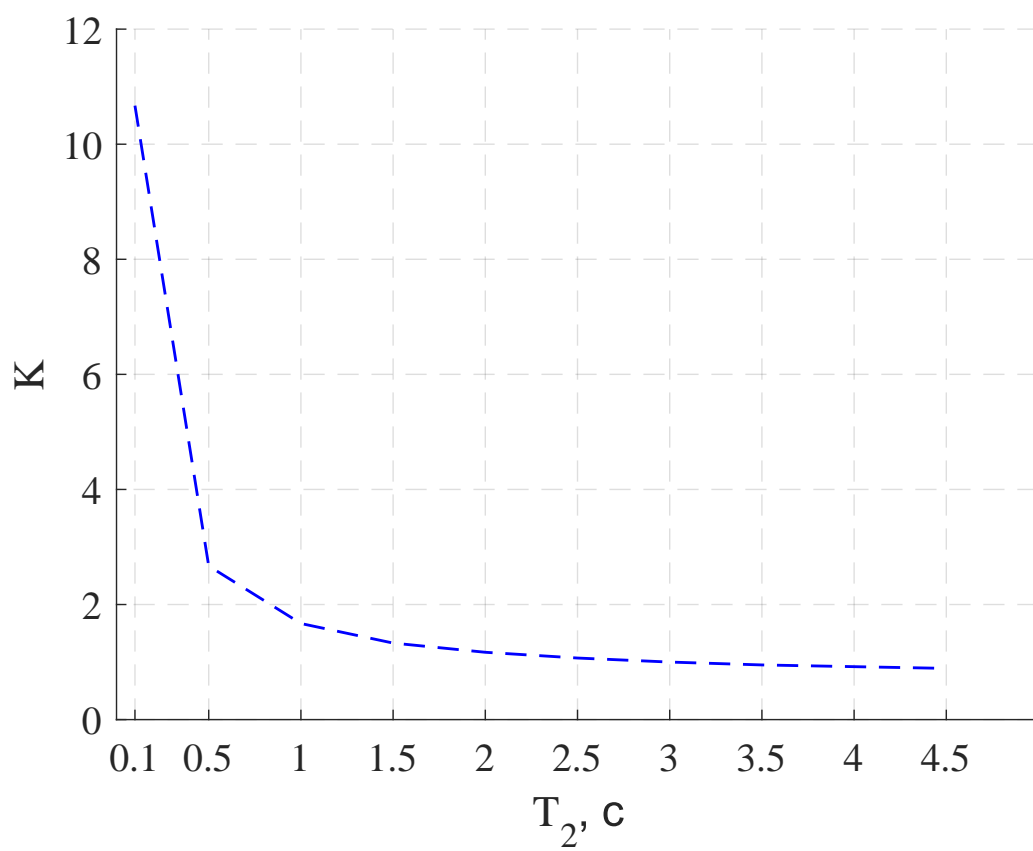


Рисунок 6 – Граница устойчивости



## Вывод

В данной работе была построена область устойчивости системы с помощью моделирования и аналитически: параметр  $T$  оставался неизменным и для каждого  $T_2$  находилось значение  $K$ , при котором система будет на границе.

Также был произведен теоретический расчет границы устойчивости с помощью критерия Гурвица, результат которого совпал с результатом моделирования.