

**Министерство образования и науки Российской Федерации**

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

Кафедра

Систем Управления и Информатики

Группа P3340

**Лабораторная работа №7**  
**“Анализ точности систем управления”**  
Вариант - 5

Выполнил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

Проверил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_г.

Санкт-Петербург,

20\_\_г.

Работа выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты "\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_г.

**Цель работы.** Исследование точностных свойств систем управления.

**Исходные данные:** Представлены в таблице 1

Таблица 1 – Исходные данные

Система с нулевым порядком астатизма			Система с первым порядком астатизма	
$W(s)$	$g = A$	$g = Vt$	$W(s)$	$g = \frac{at^2}{2}$
$\frac{1}{s^2+s+2}$	2	$2t$	$\frac{s+1}{s^2+s+2}$	$0.3t^2$
Исследование влияния возмущений			Исследование установившейся ошибки	
Структура системы	$f_1$	$f_2$	Сигнал задания	
б	-0.5	0.25	$t + 0.5 \cos 0.5t$	

# 1 Исследование системы с астатизмом нулевого порядка

## 1.1 Исследование стационарного режима работы: $g(t) = A$

Схема моделирования представлена на рисунке 1

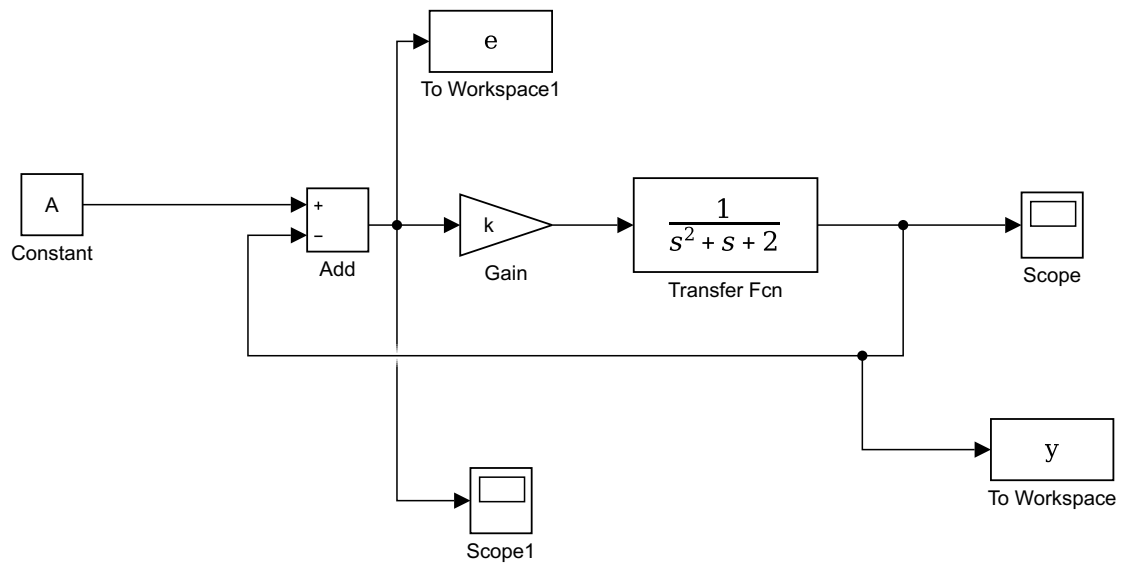


Рисунок 1 – Схема моделирования

Переходные процессы и график ошибки при различных значениях  $k$  представлены на рисунках 2 и 3 соответственно

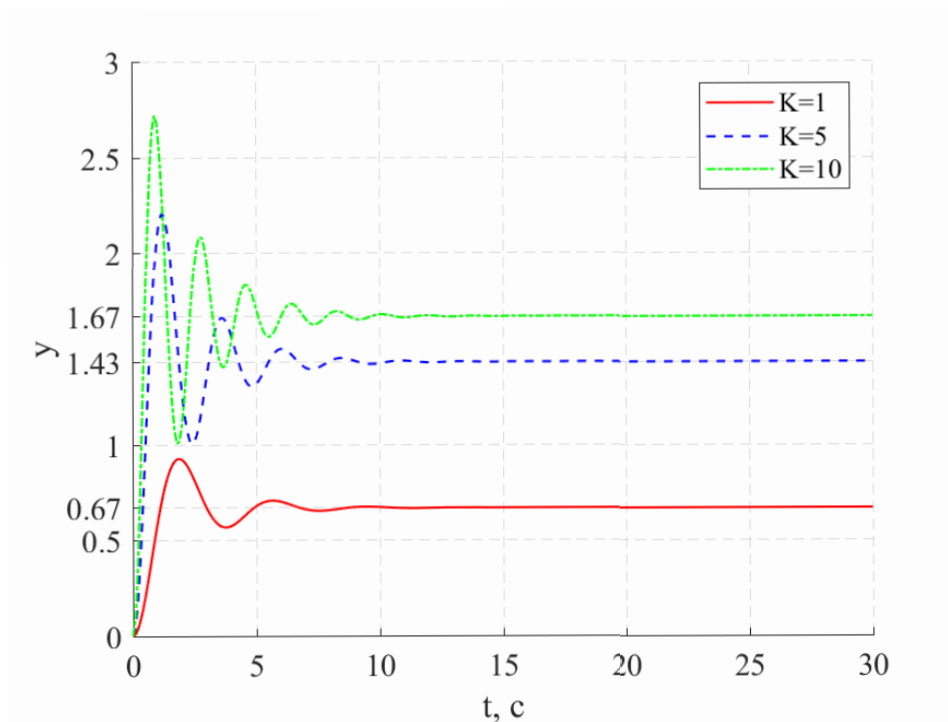


Рисунок 2 – Переходные процессы

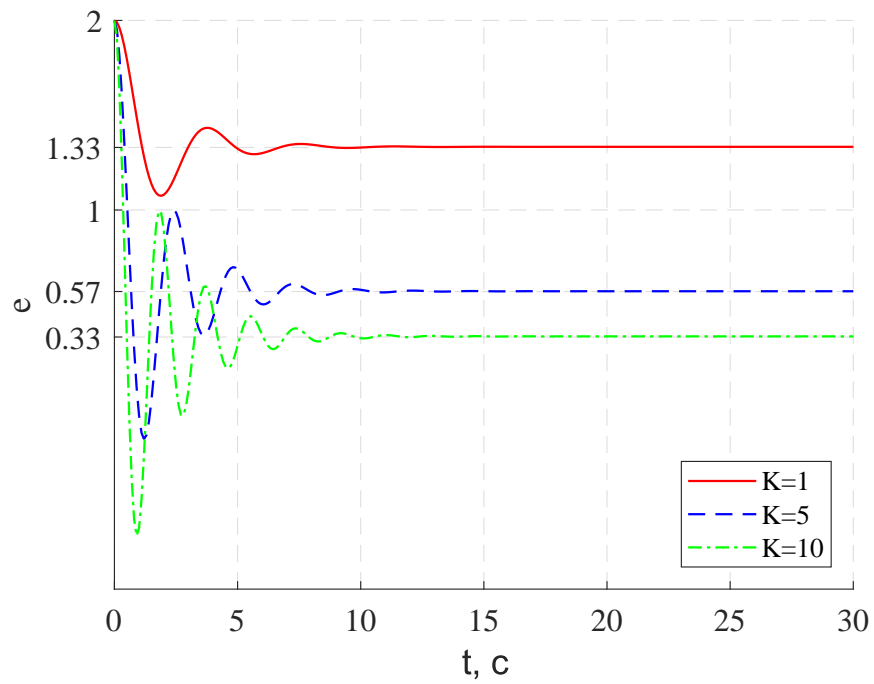


Рисунок 3 – Ошибка

Аналитический расчет установившейся ошибки:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{A}{1 + kW(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{2(s^2 + s + 2)}{s^2 + s + 2 + k} \quad (1)$$

- При  $k = 1$  :  $\varepsilon = 1.33$
- При  $k = 5$  :  $\varepsilon = 0.57$
- При  $k = 10$  :  $\varepsilon = 0.33$

## 1.2 Исследование режима движения с постоянной скоростью:

$$g(t) = Vt$$

Схема моделирования представлена на рисунке 4

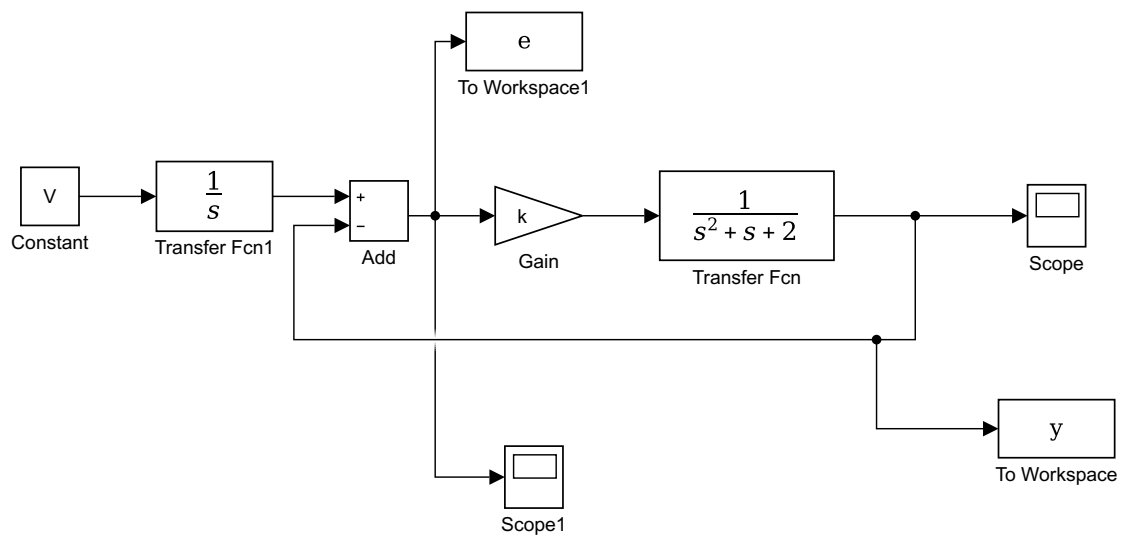


Рисунок 4 – Схема моделирования

Переходные процессы и график ошибки при различных значениях  $k$  представлены на рисунках 5 и 6 соответственно

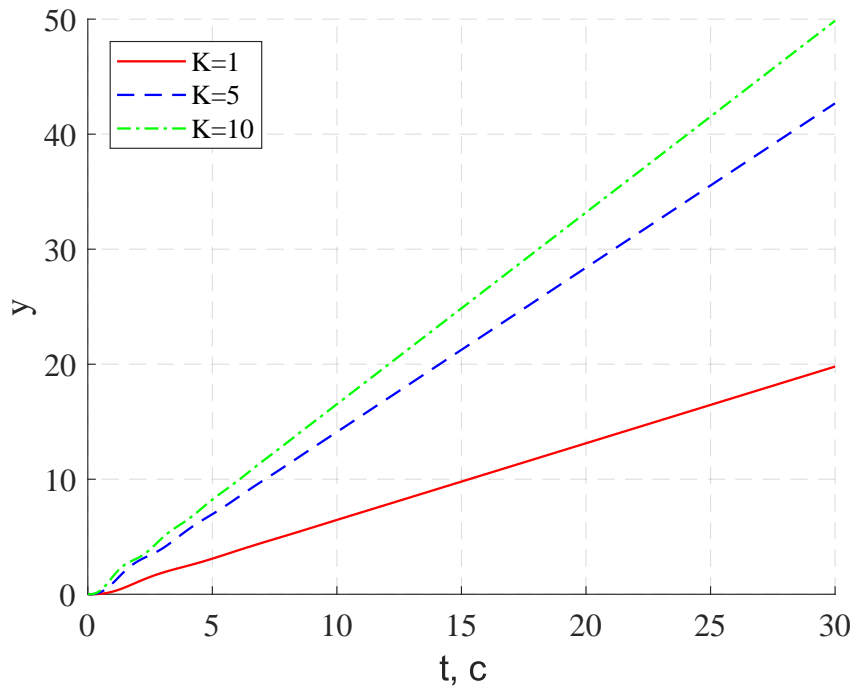


Рисунок 5 – Переходные процессы

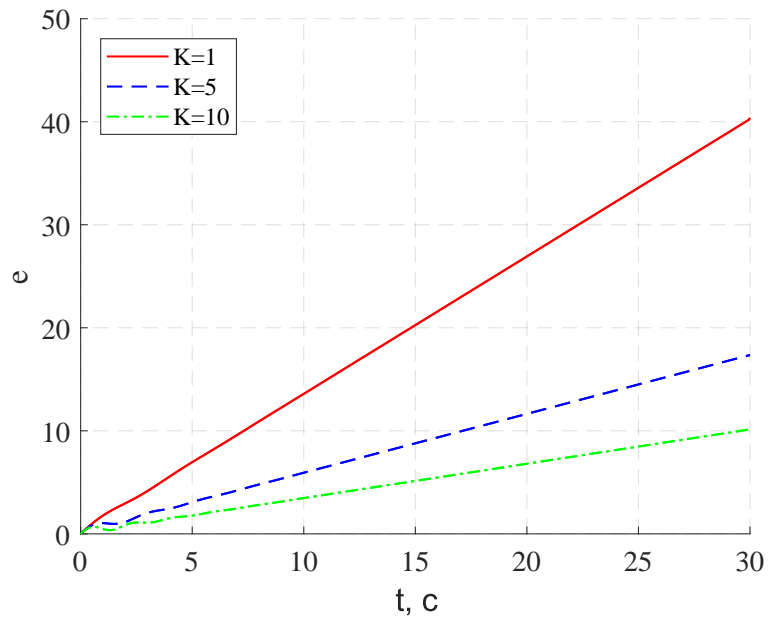


Рисунок 6 – Ошибка

## 2 Исследование системы с астатизмом первого порядка

### 2.1 Исследование стационарного режима работы: $g(t) = A$

Схема моделирования представлена на рисунке 7

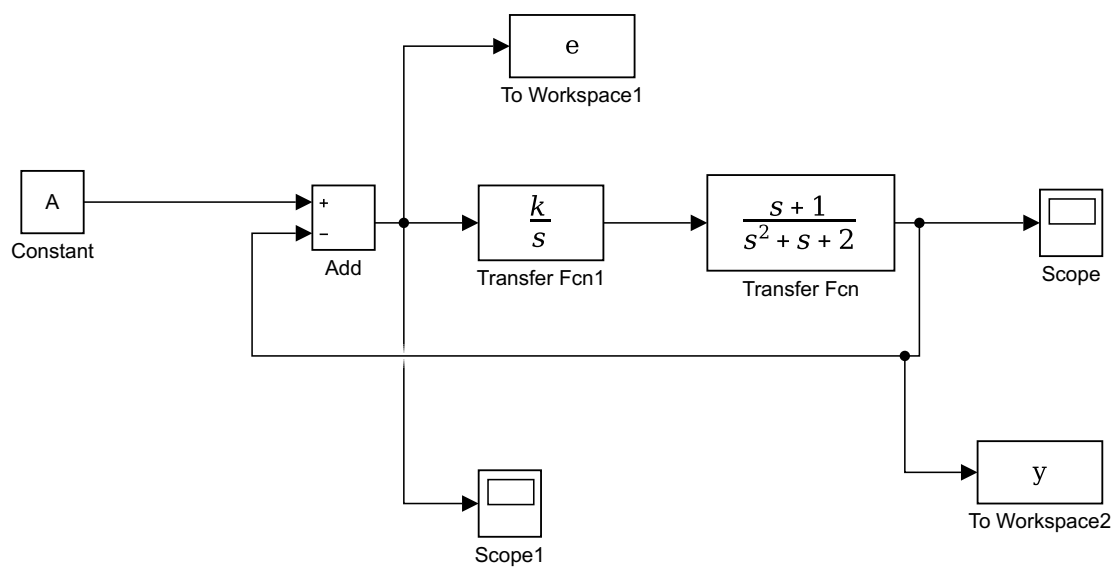


Рисунок 7 – Схема моделирования

Переходные процессы и график ошибки при различных значениях  $k$  представлены на рисунках 8 и 9 соответственно

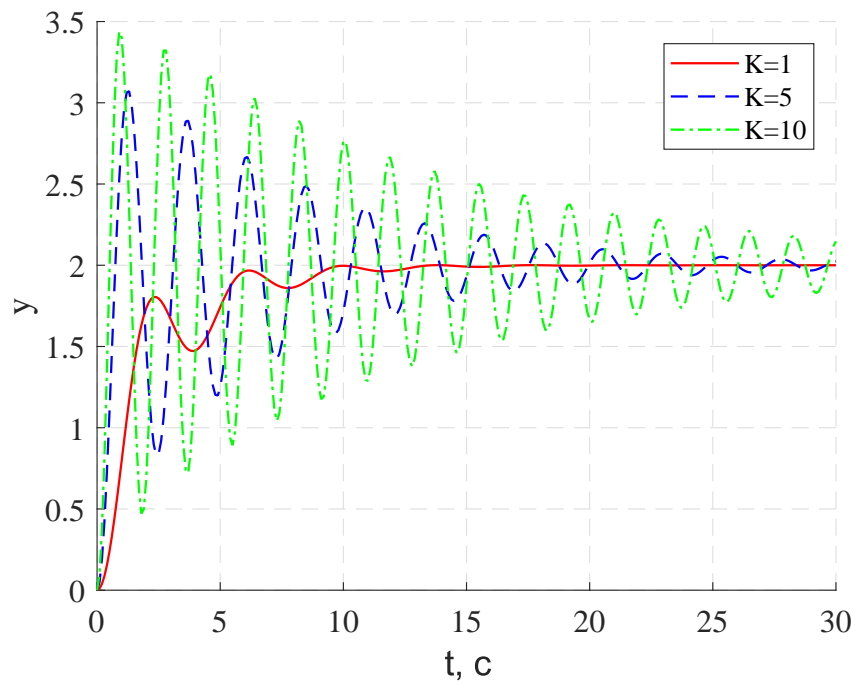


Рисунок 8 – Переходные процессы

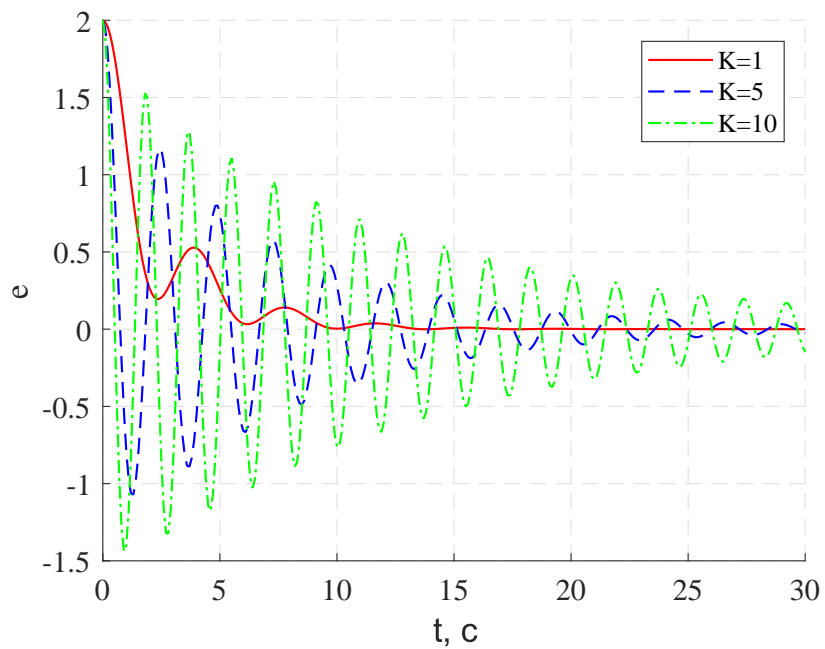


Рисунок 9 – Ошибка



Аналитический расчет установившейся ошибки:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{A}{1 + kW(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{2(s^2 + s + 2)}{s^2 + s + 2 + k} = 0 \quad (2)$$

## 2.2 Исследование режима движения с постоянной скоростью:

$$g(t) = Vt$$

Схема моделирования представлена на рисунке 10

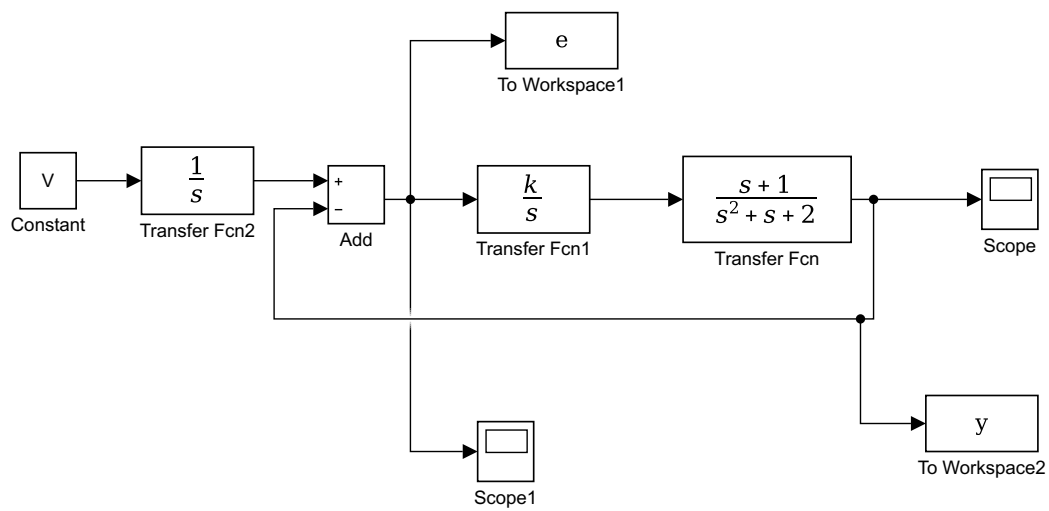


Рисунок 10 – Схема моделирования

Переходные процессы и график ошибки при различных значениях  $k$  представлены на рисунках 11 и 12 соответственно

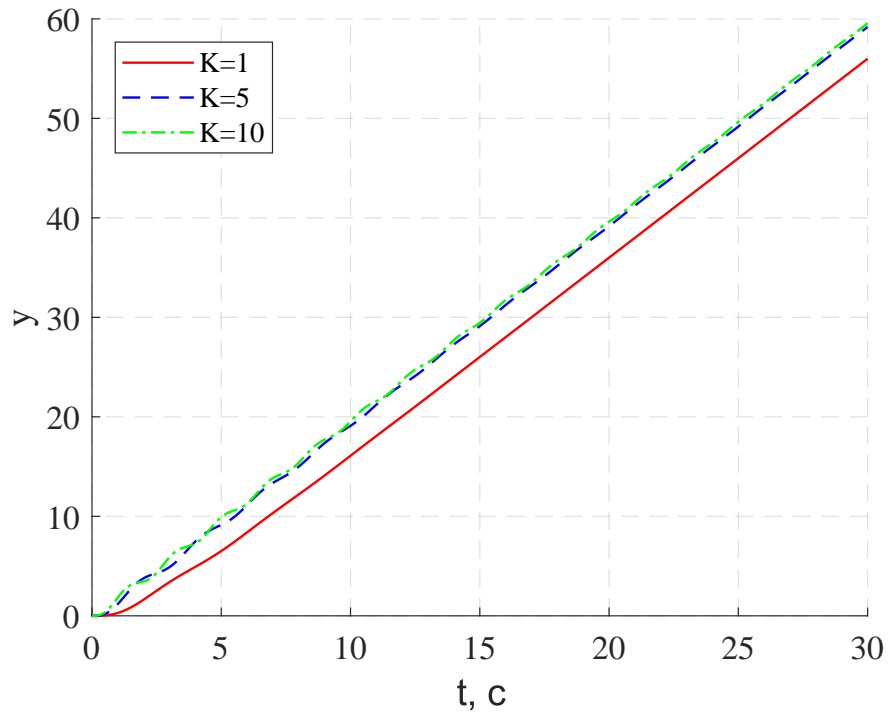


Рисунок 11 – Переходные процессы

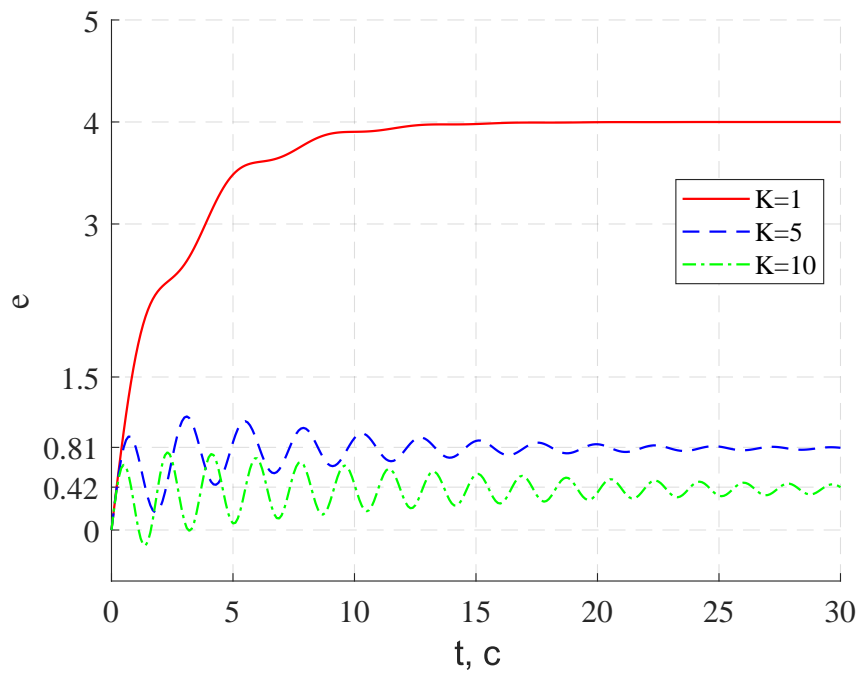


Рисунок 12 – Ошибка

Аналитический расчет установившейся ошибки:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{V}{s(1 + \frac{k}{s}W(s))} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{V(s^2 + s + 2)}{s(s^2 + s + 2 + k + \frac{k}{s})} = \frac{2V}{k} \quad (3)$$

- При  $k = 1$  :  $\varepsilon = 4$
- При  $k = 5$  :  $\varepsilon = 0.8$
- При  $k = 10$  :  $\varepsilon = 0.4$

## 2.3 Исследование режима движения с постоянным ускорением:

$$g(t) = \frac{at^2}{2}$$

Схема моделирования представлена на рисунке 13

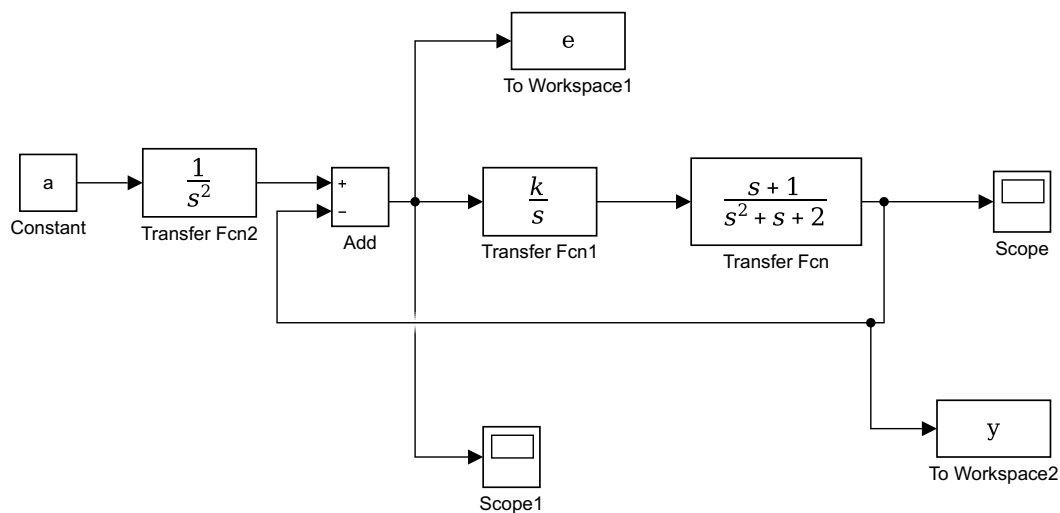


Рисунок 13 – Схема моделирования

Переходные процессы и график ошибки при различных значениях  $k$  представлены на рисунках 14 и 15 соответственно

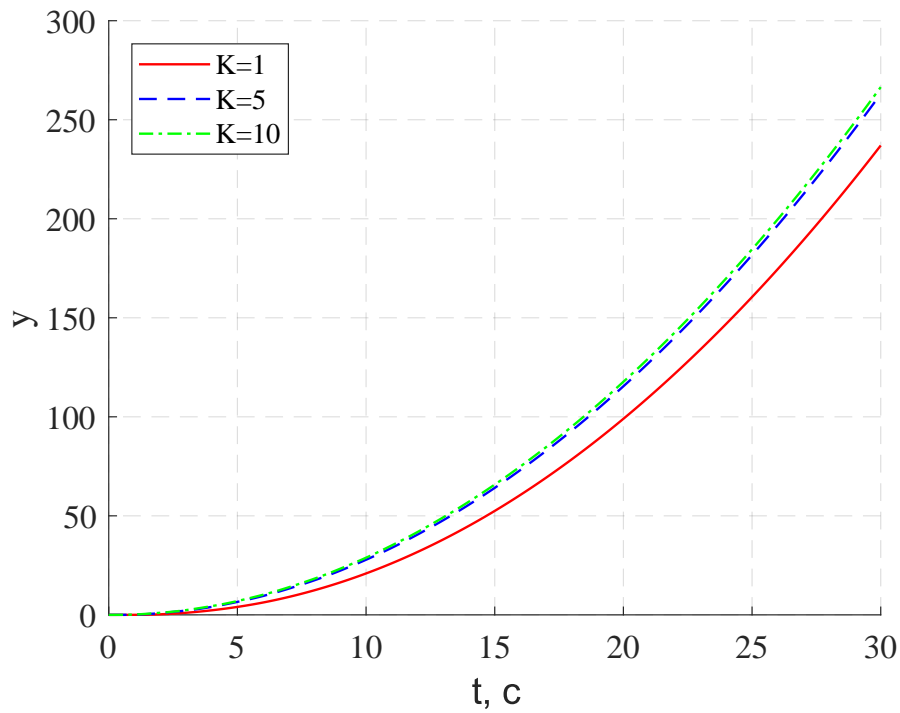


Рисунок 14 – Переходные процессы

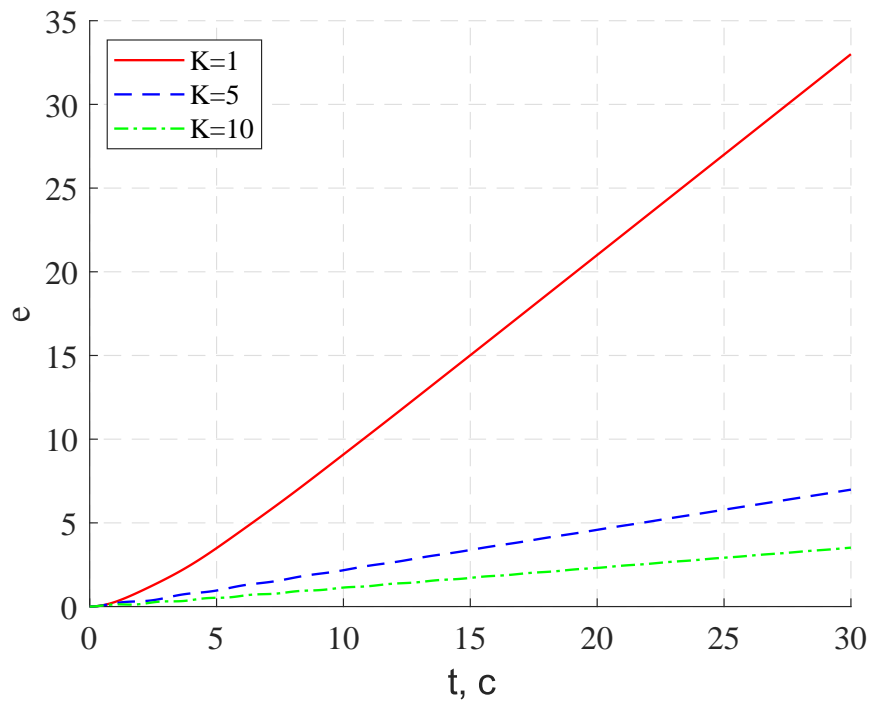


Рисунок 15 – Ошибка

### 3 Исследование влияния внешних возмущений

Схема моделирования представлена на рисунке 16

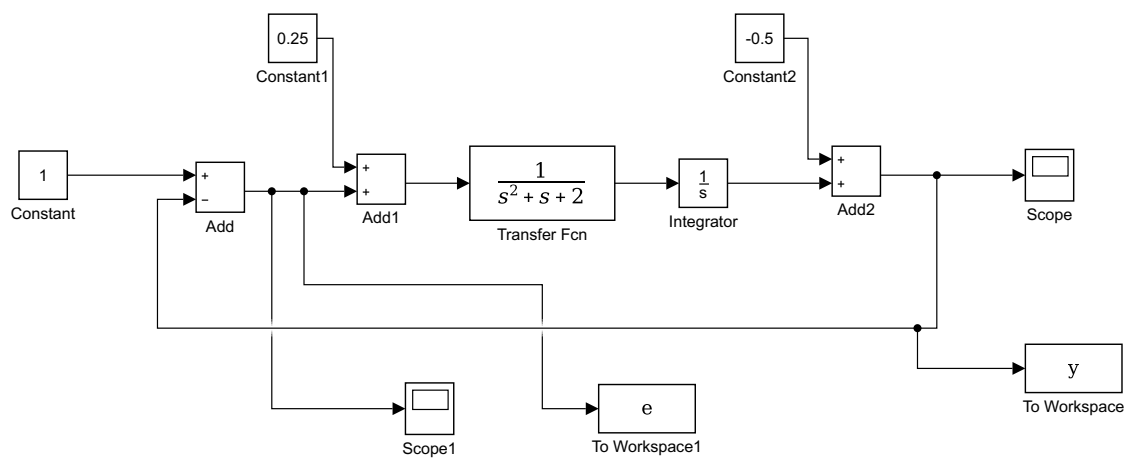


Рисунок 16 – Схема моделирования

Переходные процессы и график ошибки при различных значениях  $f_1$  и  $f_2$  представлены на рисунках 17 и 18 соответственно

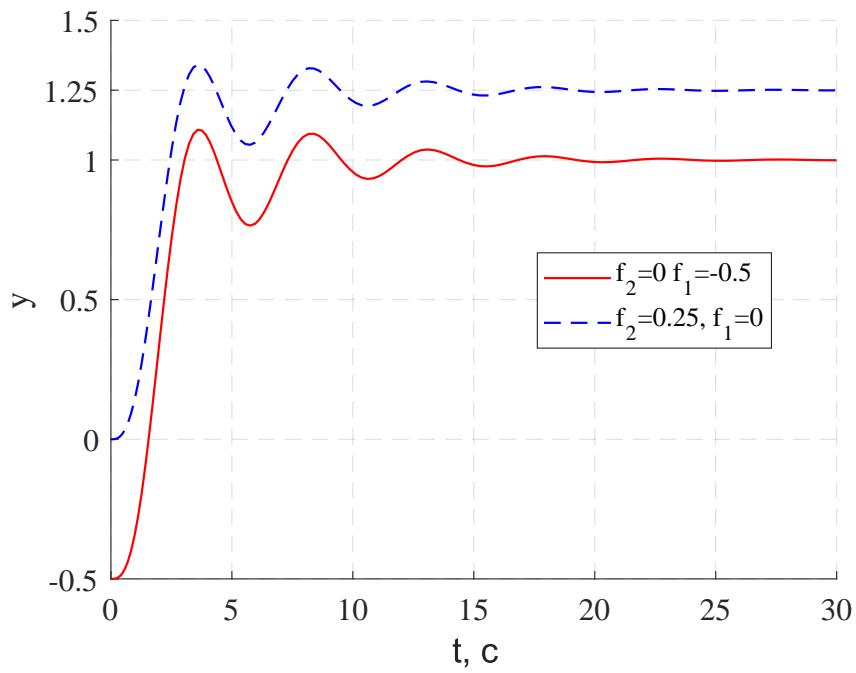


Рисунок 17 – Переходные процессы

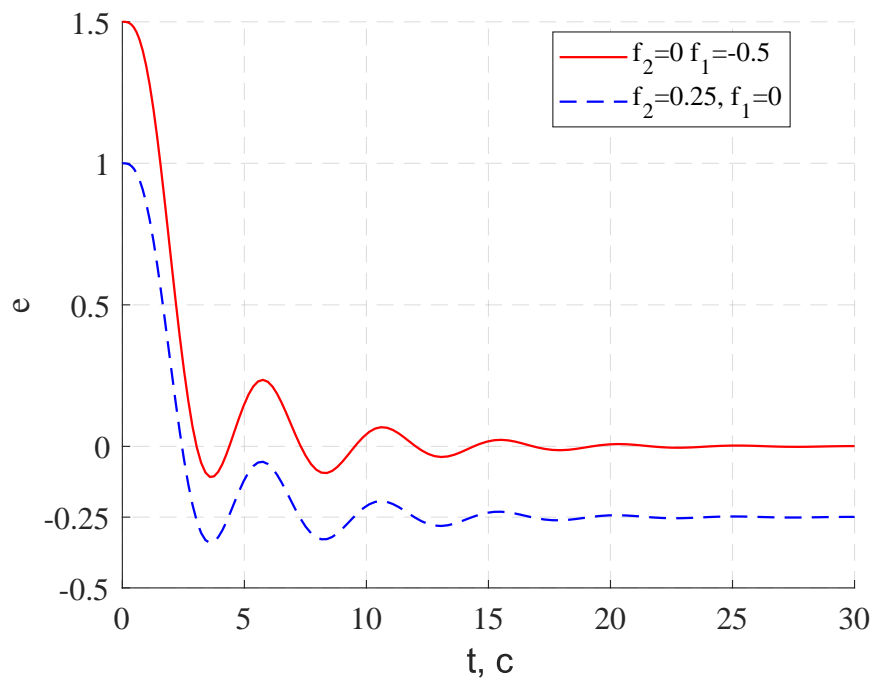


Рисунок 18 – Ошибка

Аналитический расчет установившейся ошибки:

$$\frac{(e + f_2)W(s)}{s} + f_1 = y = g - e \quad (4)$$

$$e(1 + \frac{W(s)}{s}) = g - f_1 - f_2(\frac{W(s)}{s}) \quad (5)$$

$$e = \frac{g}{1 + \frac{W(s)}{s}} - \frac{f_1}{1 + \frac{W(s)}{s}} - f_2 \frac{W(s)}{s + W(s)} \quad (6)$$

Так как  $g$ ,  $f_1$  и  $f_2$  постоянные во времени сигналы, то образ Лапласа для каждого из них равен  $\frac{g}{s}$ ,  $\frac{f_1}{s}$  и  $\frac{f_2}{s}$  соответственно. Отсюда следует, что:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{g}{1 + \frac{W(s)}{s}} - \frac{f_1}{1 + \frac{W(s)}{s}} - f_2 \frac{W(s)}{s + W(s)} = -f_2 \quad (7)$$

- При  $f_2 = 0$  и  $f_1 = -0.5$  :  $\varepsilon = 0$
- При  $f_1 = 0$  и  $f_2 = 0.25$  :  $\varepsilon = -0.25$

## 4 Исследование установившейся ошибки при произвольном входном воздействии

Схема моделирования представлена на рисунке 19

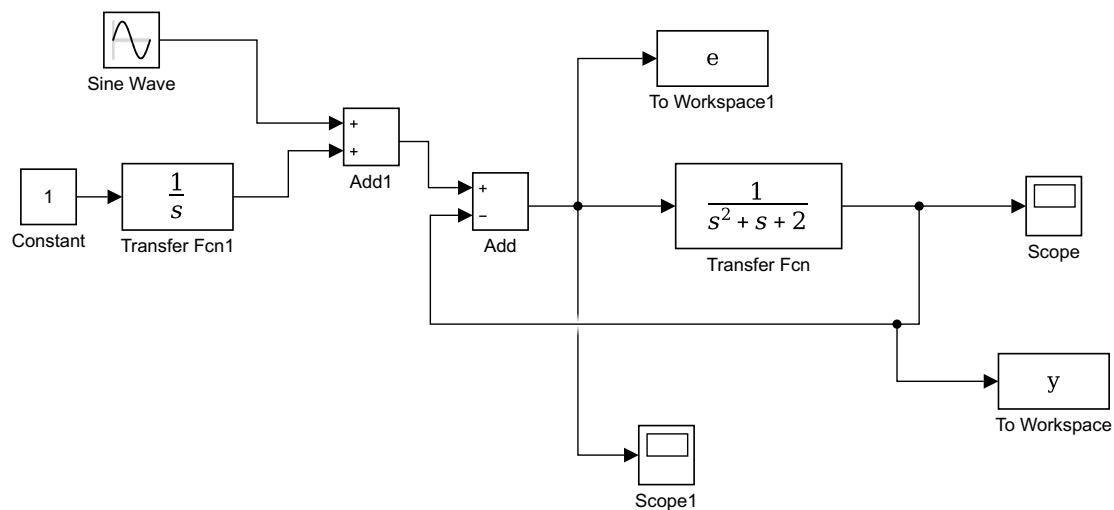


Рисунок 19 – Схема моделирования

Переходной процесс представлен на рисунке 20

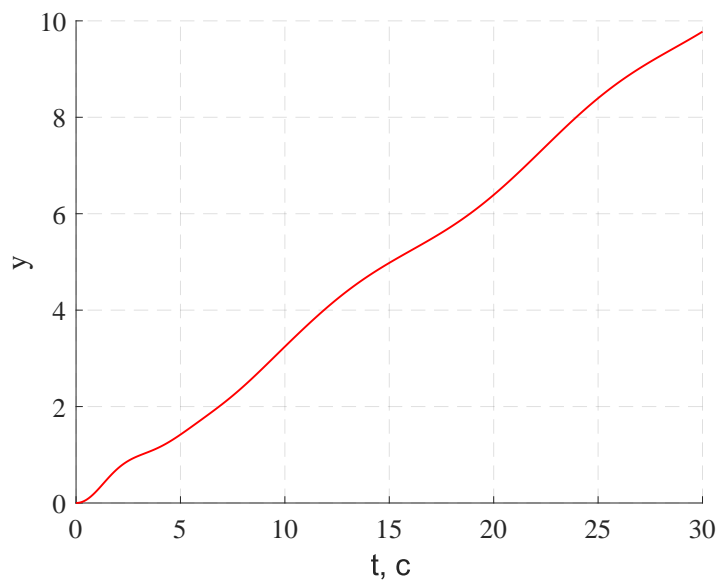


Рисунок 20 – Переходной процесс



График ошибки при моделировании и теоретической представлен на рисунке 21

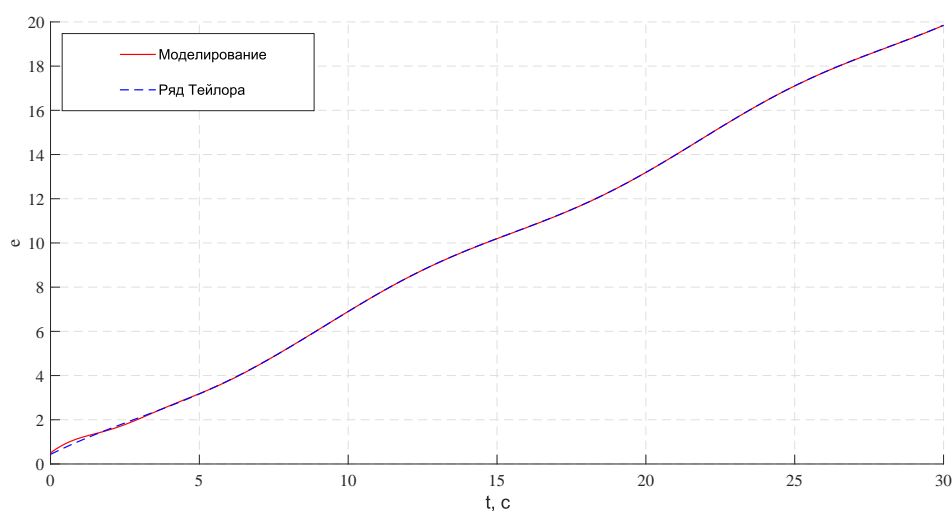


Рисунок 21 – Ошибка

Приближенное разложение ошибки в ряд Тейлора, содержащий только 3 члена:

$$E(S) = \Phi_e(s)G(s), \text{ где } \Phi_e(s) = \frac{s^2 + s + 2}{s^2 + s + 3} \quad (8)$$

$$e(t) = c_0 g(t) + c_1 \dot{g}(t) + c_2 \frac{\ddot{g}(t)}{2!}, \text{ где:} \quad (9)$$

$$c_0 = \Phi_e(s)_{s=0} = \frac{2}{3} \quad (10)$$

$$c_1 = \left( \frac{d\Phi_e(s)}{ds} \right)_{s=0} = \frac{1}{9} \quad (11)$$

$$c_2 = \left( \frac{d^2\Phi_e(s)}{ds^2} \right)_{s=0} = \frac{4}{27} \quad (12)$$

$$g(t) = t + 0.5 \cos 0.5t \quad (13)$$

$$\dot{g}(t) = 1 - 0.25 \sin 0.5t \quad (14)$$

$$\ddot{g}(t) = -0.125 \cos 0.5t \quad (15)$$

$$(16)$$

В итоге:

$$e(t) = \frac{2}{3}(t + 0.5 \cos 0.5t) + \frac{1}{9}(1 - 0.25 \sin 0.5t) + \frac{4}{27} \frac{-0.125 \cos 0.5t}{2!} \quad (17)$$

## Вывод

В данной работе были исследованы две системы с различным порядком астатизма. Для каждой из систем было произведено моделирование при различных входных воздействиях и коэффициентах усиления, в результате которого были получены переходные процессы и установившиеся значения ошибки, которые подтвердились аналитическим расчетом.

Для системы с нулевым порядком астатизма ошибка в стационарном режиме имеет конечное значение, которое уменьшается, при увеличении  $k$ , а при линейно возрастающем сигнале стремится к бесконечности.

Для системы с первым порядком астатизма значение ошибки в стационарном режиме равно нулю, при линейно возрастающем - имеет некоторое конечное значение, которое уменьшается, при увеличении  $k$ , а при квадратичном сигнале - стремится к бесконечности.

Также было исследовано влияние внешних возмущений и аналитический расчет установившейся ошибки. В результате было выявлено, что для устранения ошибки от постоянного сигнала возмущения необходимо интегрирующий элемент ставить до места приложения этого возмущения.

Было произведено моделирование системы при произвольном входном воздействии. Рассчитанная и полученная при моделировании ошибки совпали.