

Домашняя работа по астрофизике №7

Задача №1

Пользуясь графиком для зависимости скорости вращения от расстояния до центра нашей Галактики (например, слайд 44 из лекции), определите массу внутри 10 кпк и внутри 30 кпк. Сравните это с массой черной дыры в центре, с полной массой звезд (можно взять табличное значение из заслуживающего доверия источника), массой межзвездной среды (считать, что концентрация постоянна и равна 1 частица к куб. сантиметре, и принять, что вся среда локализована в цилиндре толщиной 0.5 кпк и радиусом 10 кпк)

Решение:

По теореме Гаусса притяжение к центру галактики будет пропорционально массе внутри объема.

Поэтому:

$$\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$$

$$v = \omega r = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

v было взято ≈ 240 км/с согласно статье (<https://arxiv.org/pdf/1608.03886.pdf>).

$$M_r = \frac{v^2 r}{G}$$

$$M_{10\text{кпк}} \approx 2.7 \cdot 10^{41} \text{ кг}$$

$$M_{30\text{кпк}} \approx 8 \cdot 10^{41} \text{ кг}$$

Диаметр D_{25} для млечного пути как раз составляет 30кпк.

M_{25} в пределах $D_{25} \approx 2 \cdot 10^{11} M_{\odot} \approx 4 \cdot 10^{41} \text{ кг}$ - примерно как и в нашей оценке

Масса черной дыры $2 \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^6$ солнечных.

$$M_{\text{чд}} \approx 3 \cdot 10^6 M_{\odot} \approx 6 \cdot 10^{36} \text{ кг}$$

Масса межзвездной среды:

$$M_{\text{межзв}} = \pi r^2 D \rho \approx 7 \cdot 10^{39} \text{ кг}$$

Однозначного источника для звездной массы я не нашел, но решил провести оценку:

$$M_{\text{зв}} \approx N_{\text{зв}} \cdot M_{\odot} \approx 2 \cdot 10^{11} M_{\odot}$$

т.е. по порядку почти вся галактика состоит из звезд, что логично.

Задача №2

Яркая стадия планетарной туманности длится около 10 000 лет, а остатка сверхновой - около 100 000 лет. Сравните их количество в Галактике, принимая, что темп звездообразования равен 3 массы Солнца в год и не менялся за время жизни Галактики (12 млрд лет), звезды рождаются с солпитеровской функцией масс в диапазоне от 0.1 до 100 масс Солнца, остатки сверхновых возникают из объектов с массой от 9 до 30 масс Солнца, а планетарные туманности - из звезд в диапазоне масс от 0.9 до 9, причем время их жизни можно оценить как $10^{10}(M/M_{\text{solar}})^{-2.3}$ лет

Решение:

i) Время жизни звезд вычисляется как:

$$10^{10} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-2.3}$$

Время жизни галактики $1.2 \cdot 10^{10}$. Значит чтобы число рождающихся и погибающих объектов было одинаково необходимо, чтобы время этих объектов было меньше возраста вселенной.

$$M_{\text{крит}} \approx (1.2)^{-1/2.3} M_{\odot} \approx 0.92 M_{\odot}$$

Значит, можно смело предполагать, что все объекты стабильно рождаются и умирают.

ii) Пусть у объекта время жизни τ . Тогда в год должно погибать $\frac{N \cdot 1 \text{ год}}{\tau}$ таких объектов. Получается:

$$\frac{N \cdot 1 \text{ год}}{\tau} = k_{\text{рождения}},$$

где $k_{\text{рождения}}$ - число рождения объектов в год.

iii) Для оценки было решено взять массовое распределение Крупа. В своей статье он разбил массы на 3 промежутка: $0.01 - 0.08 M_{\odot}$, $0.08 - 0.5 M_{\odot}$ и $> 0.5 M_{\odot}$.

Интегралы для этих промежутков 0.19, 3.0 и 1.9 соответственно.

Эти интегралы нам необходимы для условия нормировки. Значит, теперь можно смело делить интеграл $(m/M_{\odot})^{-2.3}$ на сумму $0.19 + 3.0 + 1.9$ и домножать на 3 солнечных массы чтобы получить число звезд нужного типа в год.

iv) Звезды массой M в промежутке dm набегает примерно $dm \frac{(m/M_{\odot})^{-2.3}}{5.1}$ килограмм или $dm \frac{(m/M_{\odot})^{-2.3}}{5.1} / M$ штук. Итого звезд в штуках в нужном диапазоне будет появляться в год:

$$k_{\text{рождения}} = \int_a^b dm (3M_{\odot}) \frac{(m/M_{\odot})^{-2.3}}{5.1m}$$

Для планетарных туманностей:

$$k_{\text{пл}} = \int_{0.9M_{\odot}}^{9M_{\odot}} dm (3M_{\odot}) \frac{(m/M_{\odot})^{-2.3}}{5.1m} = \frac{3}{5.1} \int_{0.9}^9 dm (m)^{-3.3} \approx 0.32$$

$$N_{\text{пл}} \approx 0.32 \cdot 10000 \approx 3000$$

Для сверхновых:

$$k_{\text{св}} = \int_{9M_{\odot}}^{30M_{\odot}} dm (3M_{\odot}) \frac{(m/M_{\odot})^{-2.3}}{5.1m} = \frac{3}{5.1} \int_9^{30} dm (m)^{-3.3} \approx 0.0026$$

Получилось, что сверхновая взрывается примерно каждые 400 лет, что по порядку близко к правде.

$$N_{\text{пл}} \approx 0.0026 \cdot 100000 \approx 300$$

Ответ: 300 остатков сверхновых и 3000 планетарных туманностей.

P.S. Зачем дано время жизни звезд я не понял, кроме того, что показать, что оно не нужно...